

Leistungsnachweis AET WS 10/11

Sebastian Hörl

20. Februar 2011

1 Infos

Als Hilfsmittel waren Taschenrechner sowie die offizielle Formelsammlung für Elektrotechnik zugelassen.

Bei Fehlern oder Rückfragen könnt Ihr euch gern unter *sebastian.hoerl@st.ovgu.de* melden.

2 Aufgaben

1. In einer Kupferleitung fließt ein konstanter Gleichstrom. Die elektrische Feldstärke in der Leitung beträgt dabei $20 \frac{mV}{m}$. In einer zweiten Kupferleitung fließt ein Strom gleicher Höhe. Diese Leitung besitzt jedoch im Vergleich zur ersten die doppelte Querschnittsfläche. Die elektrische Feldstärke in der zweiten Leitung hat im Vergleich zur ersten...

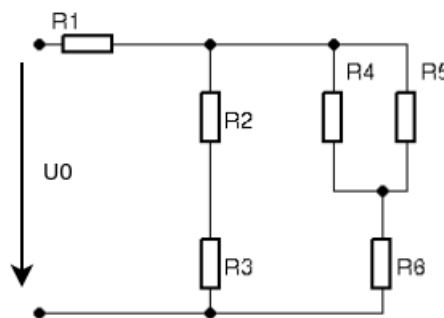
- ☐ ... den halben Wert.
☐ ... den gleichen Wert.
☐ ... den doppelten Wert.
☐ ... den vierfachen Wert.

1 Punkt

2. Es ist die dargestellte Schaltung mit den folgenden Werten gegeben:

- a) Berechnen Sie den Gesamtwiderstand R_0 zwischen den Klemmen A und B.
 b) Berechnen Sie den Strom I_2 durch den Widerstand R_2 .

2 + 1 Punkte



$$U_0 = 90V \quad R_1 = 14\Omega \quad R_2 = 8\Omega \quad R_3 = 16\Omega \\ R_4 = 24\Omega \quad R_5 = 12\Omega \quad R_6 = 40\Omega$$

3. Gegeben ist eine Spule mit der Induktivität $L = 20mH$. Die Spule ist im Ausgangszustand stromlos. Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ liegt eine konstante Spannung von $100V$ an der Spule an.

Ermitteln Sie die Gleichung (Zahlenwertgleichung), die den Verlauf des Stroms durch die Spule im Abschnitt $t \geq 0$ beschreibt.

1 Punkt

4. Gegeben ist eine Parallelschaltung aus einem ohmschen Widerstand ($R = 3\Omega$) und einem Kondensator (Kapazität $C = 800\mu F$), die an eine sinusförmige Wechselspannung (Effektivwert $U = 12V$, $f = 50Hz$) angeschlossen ist.

- Stellen Sie das Schaltbild dar. Kennzeichnen Sie die Bauelemente und tragen Sie die anliegende Spannung sowie die auftretenden Teilströme und den Gesamtstrom mit ihren Bezugspfeilen ein.
- Berechnen Sie den kapazitiven Blindwiderstand X_C . Runden Sie das Ergebnis abschließend (für die weiteren Rechnungen im Aufgabenteil c) auf einen glatten Ohm-Wert.
- Stellen Sie die anliegende Spannung gemeinsam mit allen auftretenden Strömen in einem maßstäblichen Zeigerdiagramm dar.

1 + 1 + 1 Punkte

5. Zwei (entladene) Kondensatoren ($C_1 = 1\mu F$, $C_2 = 3,3\mu F$) werden in Reihe geschaltet.

- Berechnen Sie die Gesamtkapazität der Reihenschaltung.
- Die Reihenschaltung der Kondensatoren wird auf eine Gesamtspannung (Gleichspannung) von $U_0 = 100V$ aufgeladen. Berechnen Sie die Teilspannungen, die sich danach an den beiden Einzelkondensatoren ergeben.

1 + 1 Punkte

3 Lösungen

3.1 Aufgabe 1: Elektrische Feldstärke

In der ersten Aufgabe soll das elektrische Feld in einem stromdurchflossenen Leiter untersucht werden. Dieses Feld verläuft entlang des Leiters und ist die Ursache des Stromflusses. Es existiert, weil zwischen beiden Enden des Leiters eine Potentialdifferenz zu beobachten ist. Der Schlüssel zur Lösung der Aufgabe ist, dass der elektrische Leiter letztlich als ein sehr schlechter Kondensator gesehen werden kann, der sehr viel Strom hindurch lässt.

Was für die Aufgabe also relevant ist, ist einerseits der elektrische Fluss $D = \frac{Q}{A}$ und $D = \epsilon \cdot E$ (beides aus der Formelsammlung). Setzt man beide Formeln zusammen, erhält man das elektrische Feld eines Plattenkondensators in Abhängigkeit von der Querschnittsfläche A :

$$E = \frac{Q}{\epsilon \cdot A}$$

Anhand dieser Formel wird deutlich, dass bei Verdopplung der Querschnittsfläche A die Feldstärke **halbiert** wird.

3.2 Aufgabe 2: Gleichstromnetz

Um den Gesamtwiderstand auszurechnen, müssen zunächst die Teilwiderstände von innen nach außen berechnet werden.

$$R_{45} = R_4 || R_5 = 8\Omega$$

$$R_{456} = R_{45} + R_6 = 48\Omega$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 24\Omega$$

$$R_{23456} = R_{23} || R_{456} = 16\Omega$$

$$\text{Ergebnis a: } R_0 = R_1 + R_{23456} = 30\Omega$$

Da R_1 und R_{23456} seriell geschaltet sind, liegt der gleiche Strom I_0 an, der einfach ausgerechnet werden kann:

$$I_0 = I_1 = \frac{U_0}{R_0} = 3A$$

Die Spannung U_1 ergibt sich also über:

$$U_1 = R_1 \cdot I_0 = 42V$$

Die Spannungen U_1 und U_{23456} addieren sich durch die serielle Schaltung, letztere lässt sich somit berechnen:

$$U_{23456} = U_0 - U_1 = 48V$$

Da R_{23} und R_{456} parallel geschaltet sind, gilt $U_{23} = U_{23456}$. Weiterhin gilt durch die serielle Schaltung von R_2 und R_3 dass $I_2 = I_{23}$. Nun kann man eine Gleichung für I_{23} aufstellen:

$$\textbf{Ergebnis b: } I_2 = I_{23} = \frac{U_{23}}{R_{23}} = 2A$$

3.3 Aufgabe 3: Spule

Der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung bei einer Spule lautet

$$i = \frac{1}{L} \int u \, dt$$

Es ist eine konstante Spannung von $100V$ gegeben, die entsprechende Zeitfunktion lautet also:

$$u(t) = 100V$$

Eingesetzt in das Integral ergibt sich:

$$i = \frac{1}{L} \int 100V \, dt = \frac{1}{20mH} 100V \cdot t + i_0$$

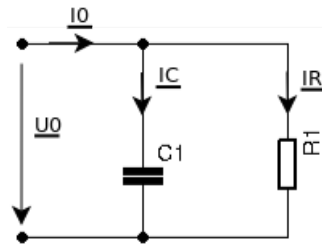
Da die Spannung erst ab $t = 0$ zugeschaltet wird, fließt vorher auch kein Strom. Es gilt also die Randbedingung $i_0 = 0A$.

$$\textbf{Ergebnis: } i(t) = 5000 \frac{A}{s} \cdot t$$

Hierbei sind die Einheiten zu beachten!

3.4 Aufgabe 4: Wechselstrom

Das Schaltbild kann folgendermaßen aussehen:



Der kapazitive Blindwiderstand ergibt sich mit:

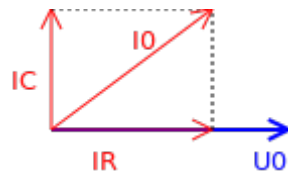
$$\text{Ergebnis b: } X_C = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{1}{2\pi f C} = -3,98\Omega \approx -4\Omega$$

Da an beiden Schaltungselementen die gleiche Spannung anliegt, können nun die Ströme für das Zeigerbild Betraglich berechnet werden:

$$I_R = \frac{U_0}{R} = 4A$$

$$I_C = \frac{U_0}{X_C} = 3A$$

Für das Zeigerbild wird zunächst die Spannung eingezeichnet mit einer Länge von 6cm (da 2cm einem Volt entsprechen sollen). Entlang der Spannung wird der Strom I_R eingezeichnet, da es sich um einen ohmschen Widerstand handelt und somit in Phase liegt. Die Länge ist dabei 4cm. Der Strom I_C wird vom Ansatzpunkt der Spannung senkrecht nach oben gezeichnet, da bei einem Kondensator der Phasenwinkel von Strom zu Spannung $-\frac{\pi}{2}$ ist.



Zum Schluss werden I_R und I_C in der Grafik vektoriell addiert und man erhält den Gesamtstrom I_0 .

3.5 Aufgabe 5: Kondensatoren

Die Gesamtkapazität ergibt sich in der Reihenschaltung über $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$.

$$\text{Ergebnis a: } C_0 = [C_1^{-1} + C_2^{-1}]^{-1} = 0,76744\mu F$$

Da der Kondensator in Teilaufgabe *b* aufgeladen wurde, kann davon ausgegangen werden, dass sich die gesicherte Ladung nicht verändert. Diese muss in beiden Kondensatoren gleich sein (Influenz). Man kann somit mit der Formel $C = \frac{Q}{U}$ arbeiten, bzw. umgestellt $Q = CU$.

$$Q_1 = Q_2$$

$$C_1 U_1 = C_2 U_2$$

Stellt man nun die Spannungsgleichung für die Reihenschaltung auf, erhält man:

$$U_0 = U_1 + U_2$$

Nun lässt sich U_1 ersetzen:

$$U_0 = \frac{C_2 U_2}{C_1} + U_2$$

$$U_2 = \frac{U_0}{\frac{C_2}{C_1} + 1} = 23,256V$$

Automatisch ergibt sich U_1 :

$$U_1 = U_0 - U_2 = 76,744V$$