Leistungsnachweis AET vom 22.01.2010

Tillmann Mühlpfordt

22. Januar 2010

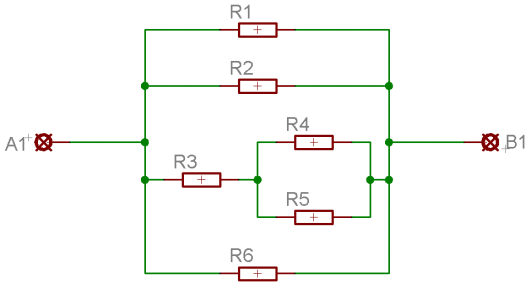
Das Bestehen des Leistungsnachweises ist die Voraussetzung zur Zulassung für das Sommerpraktikum. Die Bearbeitungszeit beträgt *60 Minuten*. Zulässige Hilfsmittel sind die von der Fakultät für Elektro- und Informationstechnik (FEIT) herausgegebene *Formelsammlung* sowie ein *Taschenrechner*. Der zu prüfende Stoff umfasst alle Bereiche aus Vorlesung und Übung.

Mögliche Rückfragen können per E-Mail an *tillmann.muehlpfordt@st.ovgu.de* gestellt werden.

1 Aufgaben

1. Ein Widerstand ($R = 20\Omega$) ist an eine Spannungsquelle ($U = 100V$)angeschlossen. Wie verändert sich die umgesetzte Leistung, wenn der Widerstand verdoppelt wird?
   - die Leistung verdoppelt sich
   - die Leistung beträgt $\frac{1}{4}$ der Ausgangsleistung
   - die Leistung halbiert sich
   - keine Veränderung

2. Gegeben sind die folgende Schaltung und Werte:
   $U_{A1,B1} = 10V,\ R_1 = 160\Omega,\ R_2 = 160\Omega,\ R_3 = 6\Omega,\ R_4 = 12\Omega,\ R_5 = 6\Omega,\ R_6 = 80\Omega$



   a) Wie groß ist der zwischen den Klemmen A1 und B1 bestehende Widerstand R_{ges}?

   b) Welche Spannung U_5 fällt über dem Widerstand R_5 ab?

3. Ein Kupferdrahtkabel (Drahtquerschnitt der Adern jeweils $1mm^2$) hat einen Kurzschluss zwischen zwei Adern. Zum Auffinden der Fehlerstelle wird von einer Seite des Kabels aus der Widerstand zwischen diesen Adern (bei einer Temperatur von $\vartheta = 20C$) zu 1.68Ω bestimmt. Ermitteln Sie die Entfernung der Fehlerstelle von der Messstelle.

4. Gegeben ist die Reihenschaltung von Widerstand ($R = 4\Omega$), Spule ($L = 14,882mH$) und Kondensator ($C = 1,9mF$), welche von einem sinusförmigen Wechselstrom durchflossen wird.

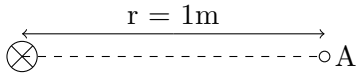
   a) Skizzieren Sie das Schaltbild inklusive aller auftretenden Ströme und Spannungen.

   b) Bei welcher Kreisfrequenz ω wird der Scheinwiderstand (Betrag der komplexen Impedanz) minimal?
      - $\omega = 0$
      - $\omega \to \infty$
      - $\omega = \omega_0$ (Resonanz)

c) Fertigen Sie ein qualitatives Zeigerbild für den Resonanzfall an. Achten Sie dabei auf korrekte Beschriftung.

d) Berechnen Sie Z für $f = 50Hz$.

5. In der gegebenen Anordnung soll ermittelt werden, wie groß die magnetische Feldstärke im Punkt A ist, wenn der Strom $I = 200A$ beträgt. Geben Sie außerdem die Richtung des Feldstärkevektors im Punkt A an.



2 Lösungen

1. Die Leistung halbiert sich, was folgendermaßen zu erklären ist:

$$P = U \cdot I$$

$$R = \frac{U}{I}$$

Umstellen und Einsetzen führt zu

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Nun wird offensichtlich, dass sich P im Fall von $R_2 = 2R$ halbiert, denn

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{U^2}{2 \cdot R} = \frac{1}{2} \cdot P$$

.

2. a)

$$R_{ges} = R_1 \,||\, R_2 \,||\, R_6 \,||\, [\, R_3 + (R_4||R_5) \,]$$

Da $R_1 = R_2$, ergibt sich $R_1 \,||\, R_2$ zu $R_{1,2} = \frac{1}{2}\, R_1 = 80\Omega$.

$$R_{ges} = 80\Omega \,||\, R_6 \,||\, [\, R_3 + (R_4||R_5) \,]$$

Da $R_{1,2} = R_6 = 80\Omega$, ergibt sich $R_{1,2} \,||\, R_6$ zu $R_{1,2,6} = \frac{1}{2}\, R_6 = 40\Omega$.

$$R_{ges} = 40\Omega \,||\, [\, R_3 + (R_4||R_5) \,]$$

Da $R_4 = 2R_5$, verhält sich $R_4 \,||\, R_5$ wie eine Parallelschaltung aus drei gleichen Widerständen vom Wert 12Ω. Dadurch ergibt sich $R_4 \,||\, R_5 = \frac{1}{3}\, R_4 = 4\Omega$.

$$R_{ges} = 40\Omega \,||\, [\, R_3 + 4\Omega \,] \Rightarrow R_{ges} = 40\Omega \,||\, 10\Omega$$

Dies kann man sich als die Parallelschaltung von fünf gleichen Widerständen vom Wert 40Ω vorstellen, so dass sich insgesamt ergibt:

$$R_{ges} = \frac{1}{5}\, R_{1,2,6} = 8\Omega$$

b) U liegt an $R_1,\ R_2,\ R_6$ und $R_{3,4,5}$ an, so dass also die Betrachtung des Zweiges mit $R_3,\ R_4$ und R_5 genügt. Die Anwendung der Spannungsteilerregel liefert hier:

$$\frac{U_5}{U} = \frac{R_4 \,||\, R_5}{R_3 + (R_4 \,||\, R_5)}$$

$$U_5 = \frac{\frac{1}{3} \cdot R_4}{\frac{1}{2} \cdot R_4 + \frac{1}{3} \cdot R_4} U = \frac{2}{5} U = 4V$$

3. Zu beachten ist hier nur, dass die Länge des Widerstandes, dessen Wert ermittelt wurde, die *doppelte* Länge der zu ermittelnden darstellt, da nach dem Abstand zwischen Fehler- und Messstelle gefragt ist. Daraus ergibt sich:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \rho \cdot \frac{2x}{A}$$

$$x = \frac{R\ A}{2\ \rho} = \frac{1,68\Omega \cdot 1mm^2}{2 \cdot 0,0175\Omega mm^2/m} = 48m$$

4. a) Schaltbild:

Das Eintragen der Teilspannungen u_L, u_R und u_C sollte kein Problem darstellen. Es fließt insgesamt nur ein Strom i durch die gesamte Anordnung und über allen Bauteilen liegt die Spannung u an. Die Darstellung mit den entsprechenden Spannungszeigern $\underline{U}_L, \underline{U}_R, \underline{U}_C$ und $\underline{U}$ sowie dem Stromzeiger $\underline{I}$ ist natürlich genauso zulässig.

b) Der Reihenschwingkreis stellt einen Bandpass dar, so dass der minimale Scheinwiderstand bei $\omega = \omega_0$ auftritt. Folgende Formeln verdeutlichen den Zusammenhang:

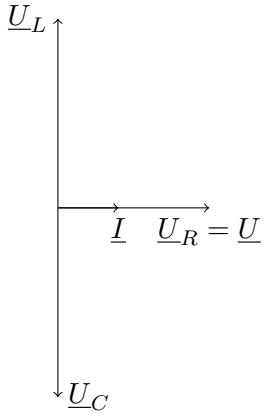
$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Bei Resonanz gilt, dass $X_L = X_C$, so dass allein der Ohmsche Widerstand wirkt, also:

$$Z(f = f_0) = R$$

c) Bei dem Zeigerdiagramm für $\omega = \omega_0$ ist neben der Phasenverschiebung an L, C zu beachten, dass $|\underline{U}_L| = |\underline{U}_C|$, so dass nur $\underline{U}_R$ wirkt und der Widerstand dadurch minimal wird (siehe oben).

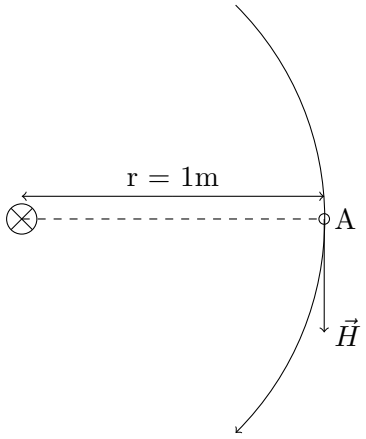


d) Verwendung der bereits unter b) hergeleiteten Gleichung liefert:

$$Z = \sqrt{(4\Omega)^2 + \left(2 \cdot \pi \cdot 50Hz \cdot 14,882mH - \frac{1}{2\pi \cdot 50Hz \cdot 1,9mF}\right)} \approx 5\Omega$$

5. a) Die benötigte Formel kann über das Durchflutungsgesetz hergeleitet werden, wobei ein Umlauf hier gerade den Umlauf eines Kreises mit dem Radius $r = 1m$ darstellt:

$$\oint Hds = I \quad \Rightarrow \quad H \cdot 2\pi r = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{200A}{2\pi \cdot 1m} \approx 31,83\frac{A}{m}$$

b) Die Richtung des Feldstärkevektors ergibt sich aus der Rechte-Hand-Regel: der Strom fließt in die Zeichenebene, so dass der Umlauf im Uhrzeigersinn erfolgt. Der Feldstärkevektor wirkt tangential in Umlaufrichtung.