

OTTO - VON - GUERICKE - UNIVERSITÄT MAGDEBURG



# Vorlesungsskript

# Elektrotechnik/Elektronik

Prof. F. Palis

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik



**Institut für  
Elektrische Energiesysteme**

Vorl.2002

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
<b>1. Grundbegriffe der Elektrotechnik</b>	
1.1. Ladung, Strom, Spannung	4
1.2. Widerstand, Ohmsches Gesetz	6
1.3. Energie und Leistung im Gleichstromkreis	7
1.4. Knotenpunktsatz (1. Kirchhoffscher Satz)	8
1.5. Maschensatz (2. Kirchhoffscher Satz)	8
1.6. Grundstromkreis	9
1.7. Leistungsumsatz im Grundstromkreis	10
<b>2. Berechnung elektrischer Gleichstromkreise</b>	
2.1 Vereinfachung von Widerstandsnetzwerken	12
2.1.1. Reihen- und Parallelschaltung	12
2.1.2 Gemischte Schaltung	13
2.1.3 Stern-Dreieck-Umrechnung	13
2.2 Strom- und Spannungsteilerregel	14
2.3 Berechnung verzweigter Netzwerke mit Hilfe der Kirchhoffschen Sätze	15
2.4 Überlagerungsprinzip (Superposition)	18
2.5 Zweipoltheorie	19
<b>3. Das elektrische Feld</b>	
3.1 Definitionen und Grundgrößen des elektrischen Feldes	20
3.2 Kapazität, Kondensatoren	22
3.3 Verschiebungsstrom	23
3.4 Auf- und Entladung von Kondensatoren	24
3.5 Energie und Kräfte im elektrostatischen Feld	25
<b>4. Das magnetische Feld</b>	
4.1 Magnetische Erscheinung	27
4.2 Magnetische Kenngrößen	27
4.2.1 Magnetischer Fluss und magnetische Flussdichte	27
4.2.2 Durchflutung, magnetische Spannung, magnetischer Widerstand	28
4.2.3 Magnetische Feldstärke	29
4.3 Durchflutungsgesetz	29
4.4 Materie im Magnetfeld	30
4.4.1 Permeabilität. Einteilung der Stoffe	30
4.4.2 Hystereseschleife, Magnetisierungskurve	31
4.4.3 Dauermagnetkreis	32
4.5 Induktionsgesetz	33
4.5.1 Induktion der Ruhe	33
4.5.2 Induktion der Bewegung	34
4.5.3 Wirbelströme und Stromverdrängung	34
4.6 Selbst- und Gegeninduktion	36
4.6.1 Selbstinduktion	36
4.6.2 Gegeninduktion	38
4.7 Energie und Kräfte im Magnetfeld	39
4.7.1 Energieinhalt des Magnetfeldes	39
4.7.2 Kraftwirkungen im magnetischen Feld	40
4.7.2.1 Kräfte an Grenzflächen	40
4.7.2.2 Kräfte auf stromdurchflossene Leiter	41
<b>5. Wechselstromtechnik</b>	
5.1 Erzeugung von Wechselstrom. Bestimmungsgrößen	43
5.2 Zeitliche Mittelwerte von Sinusgrößen	43
5.3 Darstellung sinusförmiger Spannungen und Ströme im Zeigerdiagramm	45

<b>5.4</b>	<b>Spannungs- und Stromzeiger bei den Grundschaltelementen (R, L, C). Wechselstromwiderstände</b>	<b>46</b>
5.4.1	Ohmscher Widerstand	46
5.4.2	Kondensator	46
5.4.3	Induktivität	47
5.5	Berechnung von Wechselstromschaltungen	48
5.6	Zeigerbilder	48
5.7	Resonanz	49
5.8	Wechselstromleistung	52
5.9	Drehstrom	54
5.9.1	Erzeugung von Drehstrom	54
5.9.2	Verkettung des Dreiphasensystems	55
5.9.3	Leistung im Drehstromsystem	58
<b>6.</b>	<b>Elektronik</b>	
6.1	Physikalische Größen	59
6.1.1	Mechanismus der Stromleitung in Halbleitern	59
6.1.2	p-n-Übergang	60
6.2	Halbleiterbauelemente	61
6.2.1	Dioden	61
6.2.2	Bipolartransistoren	63
6.2.2.1	Aufbau und Wirkungsweise	63
6.2.2.2	Kennlinienfeld der Emitterschaltung	64
6.2.3	Unipolartransistoren	65
6.2.3.1	Sperrschichtfeldeffekttransistor	65
6.2.3.2	Metal-Oxid-Semiconductor-Feldeffekttransistor (MOSFET)	65
6.2.4	Thyristoren	66
6.2.5	GTO (Gate turn off)	67
6.3	Schaltungen mit elektronischen Bauelementen	67
6.3.1	Ungesteuerte Gleichrichter	67
6.3.1.1	Einpulsleichrichter	67
6.3.1.2	Zweipulsleichrichter	68
6.3.1.3	Dreipulsleichrichter	69
6.3.1.4	Sechspulsleichrichter	69
6.3.2	Gesteuerte Gleichrichter	69
6.3.2.1	Gesteuerter Einpulsleichrichter	69
6.3.2.2	Gesteuerter Zweipulsleichrichter (Brückenschaltung)	71
6.3.2.3	Gesteuerte Sechspulsbrücke	72
6.3.4	Transistorverstärker	73
6.3.5	Transistorschalter	75
6.3.6	Kippschaltungen	76
6.4	Grundzüge der elektronischen Digitaltechnik	78
6.4.1	Analoge und digitale Signale	78
6.4.2	Logische Verknüpfungen und ihre Realisierung	79
<b>7.</b>	<b>Elektrische Maschine</b>	
7.1	Gleichstrommaschine	82
7.1.1	Aufbau, Wirkungsweise, Maschinengleichungen	82
7.1.2	Ankerrückwirkung. Stromwendung	84
7.1.3	Gleichstrom-Nebenschlußmotor (GNM)	85
7.1.3.1	Schaltung und Ersatzschaltbild des GNM	85
7.1.3.2	Betriebsverhalten des GNM	85
7.1.3.3	Drehzahlstellung des GNM	86
7.1.3.4	Anlassen. Bremsen	88
7.1.4	Gleichstrom-Reihenschlußmotor (GRM)	90
7.1.4.1	Schaltung und Ersatzschaltbild des GRM	90
7.1.4.2	Betriebsverhalten des GRM	90
7.2	Transformator	91
7.2.1	Idealer Transformator	91

7.2.2	Technischer Transformator	92
7.2.3	Betriebsverhalten des Transformators	94
7.2.4	Messwandler	96
7.3	Asynchronmotor	96
7.3.1	Drehfeld	96
7.3.2	Wirkprinzip, Aufbau	97
7.3.3	Betriebsverhalten	97
7.3.4	Drehzahlstellung	100
7.3.5	Anlauf	102
7.4	Grundzüge der Elektroantriebstechnik	103
7.4.1	Allgemeine Gesetzmäßigkeiten von Elektroantriebssystemen	103
7.4.1.1	Struktur elektrischer Antriebe	103
7.4.1.2	Bewegungsgleichungen	103
7.4.1.3	Stabilität des Arbeitspunktes	105
7.4.2	Ein- und Mehrquadrantenbetrieb	105
7.4.3	Auswahl der Typenleistung elektrischer Maschinen	106
7.4.4	Geregelte Elektroantriebe	108

## 8. Elektrische Messgeräte und Messverfahren

8.1	Grundgesetze	110
8.2	Messgeräte	110
8.2.1	Drehsulinstrumente	110
8.2.2	Drehmagnetinstrument	111
8.2.3	Elektrodynamisches Messinstrument	112
8.2.4	Dreheiseninstrument	112
8.2.5	Elektronenstrahloszillograph	113
8.3	Meßmethoden	113
8.3.1	Strom- und Spannungsmessung	113
8.3.2	Leistungsmessung	114

## 9. Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen

9.1	Allgemeines	116
9.1.1	Netzformen	117
9.2	Kurzcharakteristika der Schutzmassnahmen	117
9.2.1	Schutzisolierung	118
9.2.2	Schutzkleinspannung und Funktionskleinspannung	118
9.2.3	Schutztrennung	118
9.2.4	Schutzmassnahmen mit Überstromschutzeinrichtungen im TN - Netz	118
9.2.5	Schutzmassnahmen im TT- Netz	120
9.2.6	Schutzmassnahmen im IT - Netz	120
9.2.7	Schutz durch erdfreien örtlichen Potentialausgleich	120

# 1. Grundbegriffe der Elektrotechnik

## 1.1. Ladung, Strom, Spannung

**Ladung** ? Grundgröße der ET, resultiert aus Bohrschem Atommodell

- Elektron – negativ
- Proton – positiv

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As} \quad , \quad 1 \text{ As} = 1 \text{ C}$$

Gesamtladung  $Q = N \cdot e$  ,  $N$  : Anzahl der Elektronen

Elektronenüberschuss: negativ geladener Körper

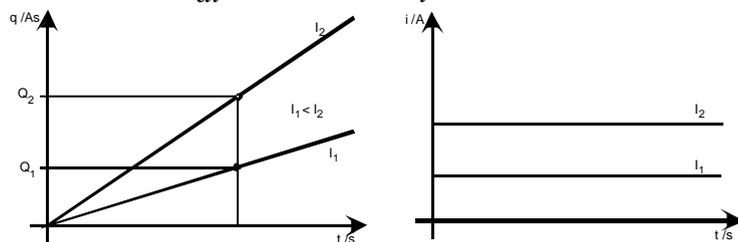
Elektronenmangel: positiv geladener Körper

Bewegung von Ladungsträgern ? elektrischer Strom  $i$

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \Delta q : \text{Ladungsmenge, die in } \Delta t \text{ transportiert wird}$$

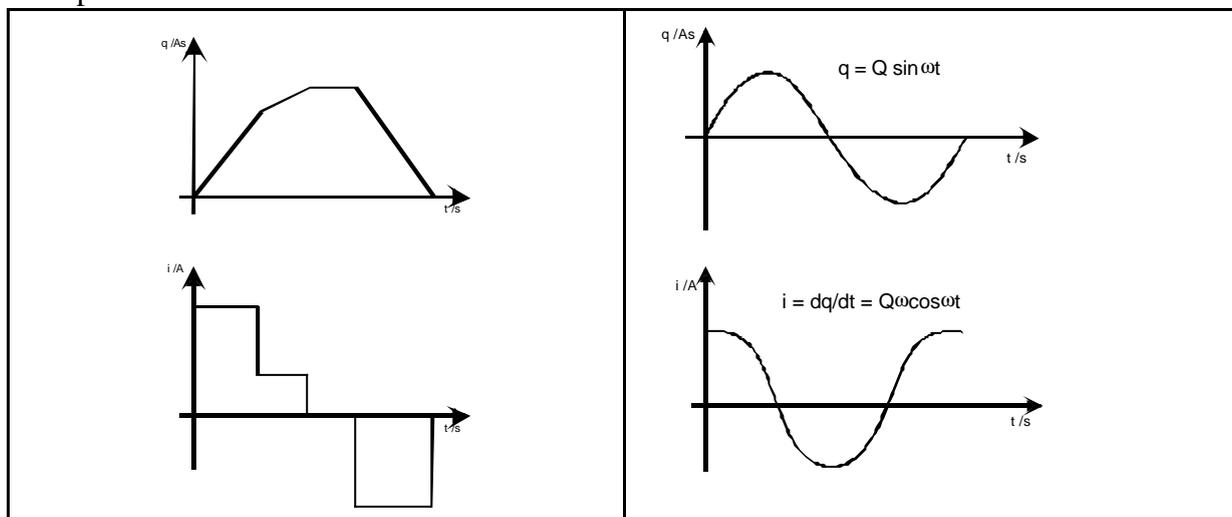
$i = \frac{dq}{dt}$
$q = \int i dt$

Gleichstrom:  $\frac{dq}{dt} = \text{const} = I = \frac{Q}{t}$  ?  $Q = I \cdot t$



Einheit des Stromes:  
Ampere , A

Beispiele: Wechselstrom



Positive Stromrichtung = Richtung der positiven Ladungsträger



Leiter 1. Klasse:      Ladungstransport erfolgt durch freie Elektronen ? Metalle  
 (etwa  $10^{23} \text{ e/cm}^3$ )

Leiter 2. Klasse:      Ladungstransport erfolgt durch Ionen ? Säuren, Basen, Salzlösungen  
 (Gase, Plasma?)

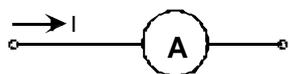
Nichtleiter:      Stoffe ohne bewegliche Ladungsträger ? Isolatoren

Halbleiter:      Anzahl der freien Ladungsträger ist wesentlich (um Größenordnungen)  
 geringer als bei Leitern

Größenordnung für Ströme:

Kernmesstechnik	$\approx 10^{-16} \text{ A}$
Transistoren	$(10^{-4} \dots 10) \text{ A} \rightarrow 100 \text{ A}$
Haushaltsgeräte	$\approx 1 \text{ A} \dots \text{einige A}$
Metallelektrolyse	$\approx 10.000 \text{ A}$
Blitz	$\approx 10^5 \text{ A}$

Messung:      Amperemeter



Messwerk wird vom zu messenden Strom durchflossen

$$\text{Stromdichte: } S = \frac{dI}{dA_{\perp}} \left[ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right]$$

Stromfluss ist an Energie gebunden, d. h. Ladungsträger besitzen bestimmte kinetische Energie, die während des Bewegungsvorganges in andere Energieformen umgewandelt wird (Wärme, Licht, chemische Energie, mechanische Energie).

Quelle der kinetischen Energie:      Spannungsquelle,  
 $U_q$       - Quellspannung  
 $E$       - (Urspannung, EMK)  
 $dW_+$       - Energiezuwachs der Ladung  $dQ$

**Definition:**

$$U_q = \frac{dW_+}{dQ}$$

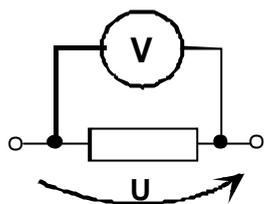
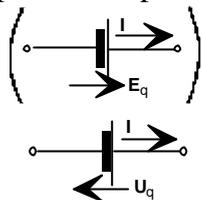
Verbrauch (Umwandlung) der kinetischen Energie: Spannungsabfall  $U$

$$U = \frac{dW_-}{dQ}$$

$dW_-$ : Energieabnahme der Ladung  $dQ$

Einheit: Volt, V

Definition der positiven Spannungsrichtung



Größenordnungen:

Antennenspannungen: einige  $m$

Thermoelemente: einige  $mV$

Akku (Pb): 2 V

Netz: 220 V

Überlandleitung: 380 kV

Blitz: mehrere Mio Volt

## 1.2. Widerstand, ohmsches Gesetz

Praxis zeigt, dass in vielen Fällen gilt

$$U \sim I$$

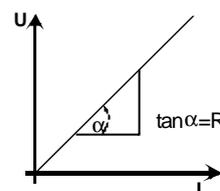
Proportionalitätsfaktor R

Ohmsches

$$U = R \cdot I$$

$$R = U / I$$

Gesetz!



Maßeinheit :  $[R] = \frac{V}{A} = \Omega$

oder Leitwert:  $G = \frac{1}{R}$   $[G] = \frac{A}{V} = \frac{1}{\Omega} = 1S$  , Siemens

Größenordnungen für R

Kontaktübergangswiderstände: einige  $m\Omega$

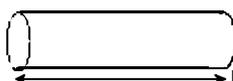
Autoscheinwerferlampe: einige  $\Omega$

Widerstand des menschlichen Körpers:  $\approx k \Omega = 10^3 \Omega$

Sperrwiderstand Diode:  $\approx 1M\Omega = 10^6 \Omega$

Glasstab; 10 cm, 10  $mm^2$  :  $(10^{14} \dots 10^{20}) \Omega$

Bemessungsgleichung



$$R \sim \frac{l}{A} \quad ?$$

$$R = r \frac{l}{A} = \frac{l}{k \cdot A}$$

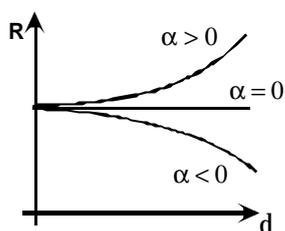
? – spezifischer Widerstand,  $\Omega \frac{mm^2}{m}$

? – spezifischer Leitwert,  $\frac{m}{\Omega mm^2} = S \frac{m}{mm^2}$

? und ? sind Materialkonstanten

Temperaturabhängigkeit von  $R$  bzw. von  $R$

$$R_J = R_0 (1 + a\Delta J + b\Delta J^2 + \dots)$$



$R_0$  – Widerstand bei  $-20^\circ\text{C}$

$a$  – Temperaturkoeffizient,  $\text{K}^{-1}$

$a \approx 0$  Konstantan, Manganin  
(Messwiderstände)

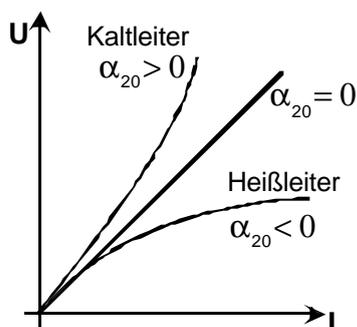
$a > 0$  Metalle

$a < 0$  Halbleiter, Isolatoren, Kohle

	Silber	Kupfer	Aluminium	Eisen
$r \left[ \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right]$	0,016	0,0178	0,0286	0,01 ... 0,15
$a_{20} [10^{-3} \text{K}^{-1}]$	3,8	3,93	3,77	4,5 ... 6

sh. Formelsammlung

Strom-Spannungs-Kennlinie temperaturabhängiger Widerstände:



### 1.3. Energie und Leistung im Gleichstromkreis

Spannungsdefinition

$$U = \frac{dW}{dQ} \rightarrow dW = UdQ$$

$$dQ = Idt$$

$$dW = U \cdot Idt$$

$$W = \int UI dt$$

oder

$$W = UI t$$

Maßeinheit der Energie

$$[W] = VAS = WS = 1 \text{ Joule } (J) = 1 \text{ Nm}$$

Leistung = Energieänderung pro Zeit

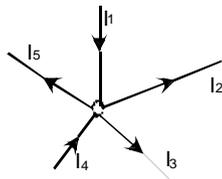
$$P = \frac{dW}{dt} = U \cdot I$$

$$[P] = VA = W$$

mit ohmschem Gesetz

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

#### 1.4. Knotenpunktsatz (Kirchhoffscher Satz)



Die in den Knoten hineinfließende  
Ladungsmenge, die aus ihm abfließt

$$\sum dQ_{hin} = \sum dQ_{ab}$$

Mit  $dQ = I \cdot dt$  erhält man  $(\sum I_{hin})dt = (\sum I_{ab})dt$

$$\sum I_{hin} = \sum I_{ab}$$

Für obiges Bild gilt

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3 + I_5$$

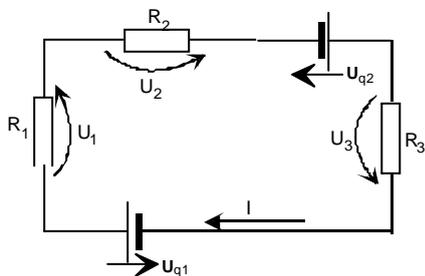
Definition: . in den Knoten hineinfließende Ströme +  
. aus dem Knoten herausfließende Ströme -

$$\sum_{J=1}^n I_J = 0$$

$I_J$  - vorzeichenbehafteter Teilstrom des  $J$ -ten Zweiges

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

#### 1.5. Maschensatz (2. Kirchhoffscher Satz)



Energieerhaltungssatz: Summe aller Energien  
muss verschwinden

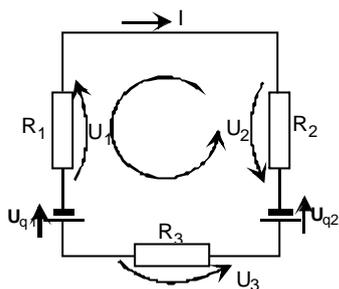
$$- U_{q1}dQ + U_1dQ + U_2dQ - U_{q2}dQ + U_3dQ = 0$$

$$- U_{q1} - U_{q2} + U_1 + U_2 + U_3 = 0$$

Im geschlossenen Kreis (Masche) ist die vorzeichenbehaftete Summe aller Spannungen Null.

$$\sum_{\bigcirc} U_{qJ} + \sum_{\bigcirc} U_m = 0$$

Hinweis: Vorzeichen beachten  
2. Beispiel:



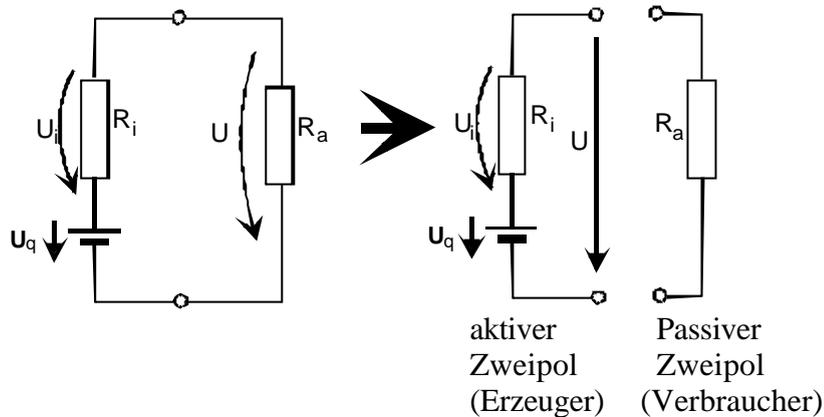
$$0 = - U_{q1} + U_{q2} - U_2 - U_1 - U_3$$

$$- U_{q1} + U_{q2} = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

Umlaufsinn und Stromrichtung (Richtung der Spannungsabfälle) sind beliebig gewählt.

### 1.6. Grundstromkreis

Komplizierte Netzwerke lassen sich auf Grundstromkreis zurückführen



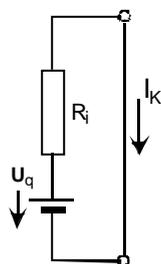
Strom und Spannung des aktiven Zweipols

$$U_q = I \cdot R_i + I \cdot R_a \quad I = \frac{U_q}{R_a + R_i}$$

$$U = I \cdot R_a \quad U = U_q \cdot \frac{R_a}{R_a + R_i}$$

2 charakteristische Betriebsfälle des aktiven Zweipols

a) Kurzschluß

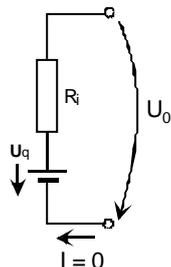


$$R_a = 0$$

$$I_K = \frac{U_q}{R_i} ;$$

$$U = 0$$

b) Leerlauf

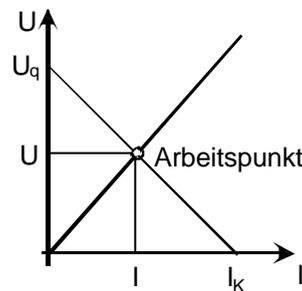
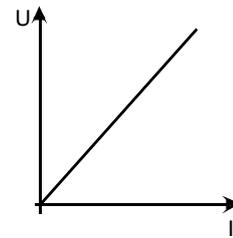
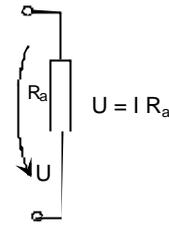
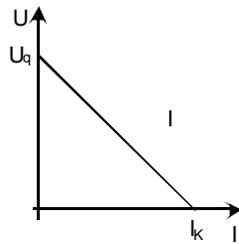
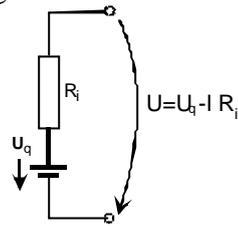


$$R_a = \infty$$

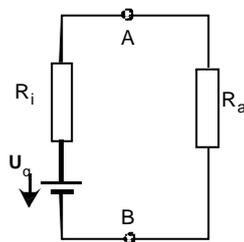
$$I = 0$$

$$U_0 = U_q$$

### Stromspannungskennlinien des aktiven und passiven Zweipols



### 1.7. Leistungsumsatz im Grundstromkreis



Bestimmung von

$$P_a, P_g$$

und

$$h = \frac{P_a}{P_g}!$$

#### a) Verbraucherleistung

$$P_a = I^2 \cdot R_a \quad ; \quad I = \frac{U_q}{R_a + R_i} \quad P_a = U_q^2 \frac{R_a}{(R_i + R_a)^2}$$

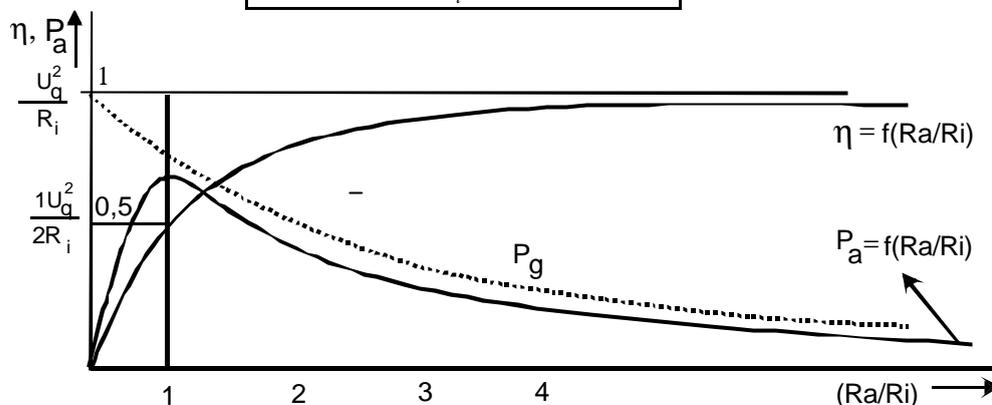
$$P_a = \frac{U_q^2}{R_i} \cdot \frac{\frac{R_a}{R_i}}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right)^2}$$

#### b) Gesamtleistung

$$P_g = \frac{U_q^2}{R_a + R_i} \quad P_g = \frac{U_q^2}{R_i} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_a}{R_i}}$$

## c) Wirkungsgrad

$$h = \frac{P_a}{P_g} = \frac{\frac{R_a}{R_i}}{1 + \frac{R_a}{R_i}}$$



Leistungsanpassung

 $P_a$  ? Max

$$P_a = \frac{U_q^2}{R_i} \frac{\frac{R_a}{R_i}}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right)^2}$$

?

$$Y = \frac{x}{(1+x)^2}$$

$$\left| \frac{d}{dx} \left( \frac{u}{v} \right) = \frac{u'v - v'u}{v^2} \right.$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+x)^2 - 2(1+x)}{(1+x)^4} = 0$$

$$1+x - 2x = 0$$

$$x = 1$$

$$\bullet \frac{R_q}{R_i} = 1$$

$$\bullet P_{a \max} = \frac{1}{4} \frac{U_q^2}{R_i}$$

$$P_{a \max} = \frac{1}{4} \frac{U_q^2}{R_i}$$

Schlussfolgerungen:

1.  $h$  ? 1 bei  $\frac{R_a}{R_i} \rightarrow \infty$ , Forderung gilt für Starkstromtechnik, aber  $P_a$  wird dann sehr klein, deshalb Leistungsübertragung bei höheren Spannungen (z.B. 380 kV).

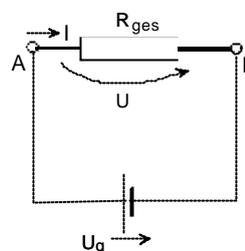
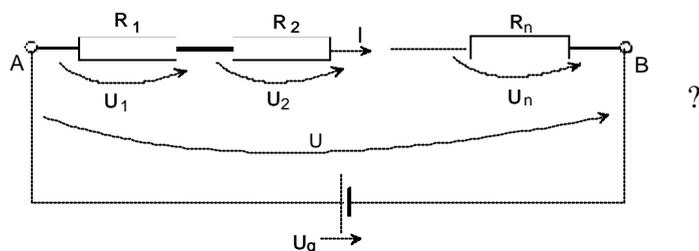
2. Maximum der abgegebenen Leistung bei  $R_a = R_i$ , wichtig für Schwachstromtechnik.

## 2. Berechnung elektrischer Gleichstromkreise

### 2.1. Vereinfachung von Widerstandsnetzwerken

#### 2.1.1 Reihen- und Parallelschaltung

a) Reihenschaltung



Maschensatz

$$U_q = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

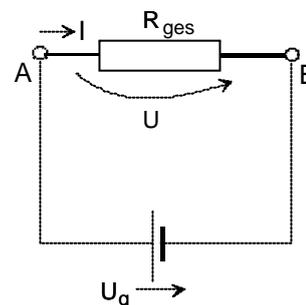
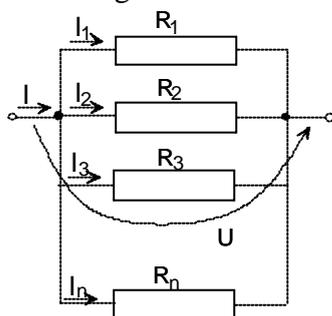
$$= I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + \dots + I \cdot R_n = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n)$$

$$U_q = U = I \cdot R_{ges}$$

$$U_q = U = I \sum_{n=1}^n R_n$$

$$R_{ges} = \sum_{n=1}^n R \cdot n$$

b) Parallelschaltung



Knotenpunktsatz

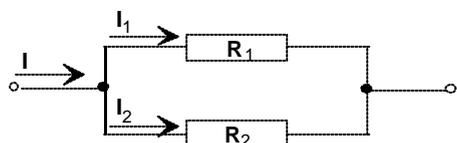
$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n}$$

$$I = \frac{U}{R_{ges}}$$

$$I = U \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R \cdot n} \right) = U \sum_{n=1}^n \frac{1}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{n=1}^n \frac{1}{R_n} \quad \text{oder} \quad G_{ges} = \sum_{n=1}^n G_n$$

Sonderfall: 2 Widerstände

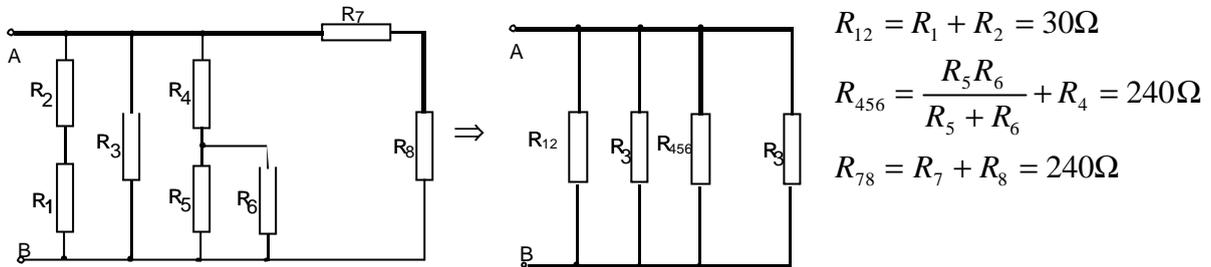


$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow$$

$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

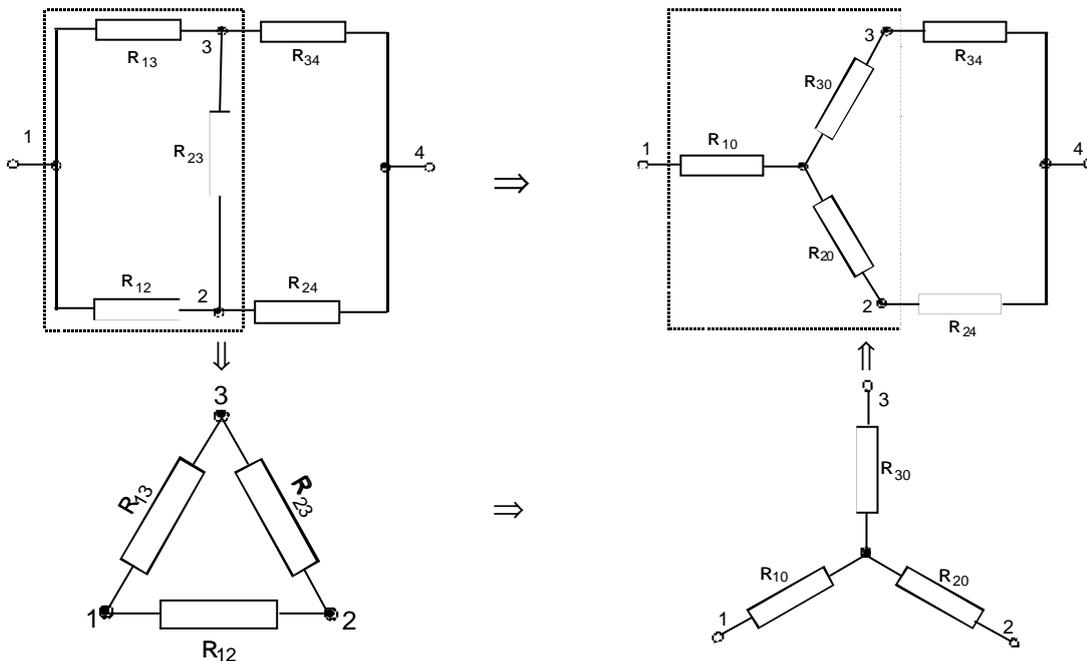
### 2.1.2. Gemischte Schaltung

Beispiel:  $R_1 = 10 \Omega$   $R_7 = 100 \Omega$   $R_5 = 60 \Omega$   
 $R_2 = 20 \Omega$   $R_8 = 140 \Omega$   $R_6 = 120 \Omega$   
 $R_3 = 120 \Omega$   $R_4 = 200 \Omega$



$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{456}} + \frac{1}{R_{78}}} = 20 \Omega$$

### 2.1.3 Stern-Dreieck-Umrechnung



Widerstände zwischen den jeweiligen Klemmen müssen gleich sein, d.h.

$$\text{Klemmen 1 - 3: } R_{13} \parallel (R_{12} + R_{23}) = R_{10} + R_{30}$$

$$1 - 2: R_{12} \parallel (R_{13} + R_{23}) = R_{10} + R_{20}$$

$$2 - 3: R_{23} \parallel (R_{13} + R_{12}) = R_{30} + R_{20}$$

Lösung

$$R_{10} = \frac{R_{12} R_{13}}{\sum R}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12} R_{23}}{\sum R}$$

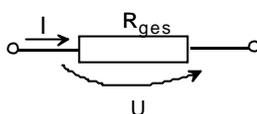
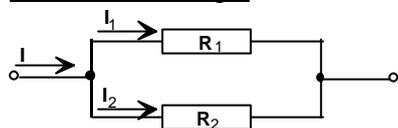
$$R_{30} = \frac{R_{13} R_{23}}{\sum R}$$

$$\sum R = R_{13} + R_{12} + R_{23}$$

**Hinweis auf Lösungsmöglichkeit mit Hilfe der Kirchhoff'schen Gesetze!**

## 2.2. Strom- und Spannungsteilerregel

### a) Stromteilerregel



$$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Teilströme sind den dazugehörigen Widerständen **umgekehrt** proportional

$$U = I \cdot R_{ges} = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow$$

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_{ges}}{R_1}$$

$$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

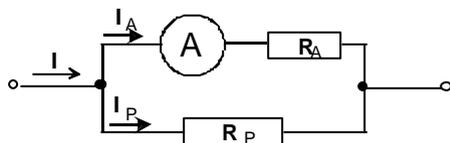
?  
allgemein gültig

?  
für zwei Widerstände

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Bei zwei parallelgeschalteten Widerständen verhält sich ein Teilstrom zum Gesamtstrom wie der Widerstand, der von diesem Teilstrom **nicht** durchflossen wird zur **Summe** der beiden Widerstände.

Prinzip: Messbereichserweiterung bei Strommessung



$R_A$  – Innenwiderstand des Amperemeters

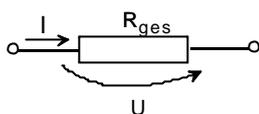
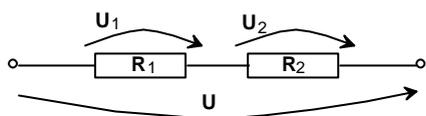
$$\frac{I_A}{I} = \frac{\frac{R_A \cdot R_p}{R_A + R_p}}{R_A} = \frac{R_p}{R_p + R_A}$$

$R_p$  = Shunt

$$I = I_A \cdot \frac{R_p + R_A}{R_p} = I_A \left( 1 + \frac{R_A}{R_p} \right)$$

z.B.:  $\frac{R_A}{R_p} = 9$ , Messbereichserweiterung von 10!

### b) Spannungsteilerregel



$$R_{ges} = R_1 + R_2$$

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U}{R_{ges}}$$

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$
$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_{ges}}$

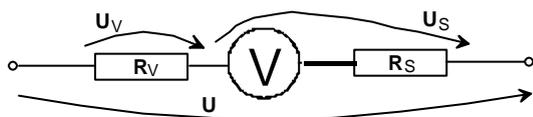
Die Teilspannungen verhalten sich wie die dazugehörigen Widerstände

Eine Teilspannung verhält sich zur Gesamtspannung, wie der dazugehörige Widerstand zum Gesamtwiderstand.

Für zwei Teilwiderstände gilt:

$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Prinzip der Messbereichserweiterung bei Spannungsmessung



$$\frac{U_s}{U} = \frac{R_s}{R_v + R_s}$$

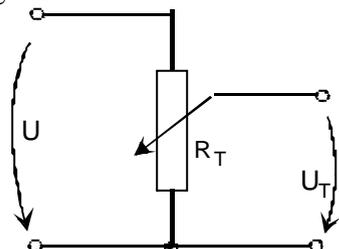
$R_v$  – Vorwiderstand

$R_s$  – Innenwiderstand des Voltmeters

$$U = U_s \frac{R_v + R_s}{R_s} = U_s \left( 1 + \frac{R_v}{R_s} \right)$$

z.B.:  $\frac{R_v}{R_s} = 9 \rightarrow$  Messbereichserweiterung von 10

Spannungsteiler



$$\frac{U_T}{U} = \frac{R_T}{R_{ges}} \rightarrow U_T = U \frac{R_T}{R_{ges}}$$

$$U_T \sim R_T$$

Schiebewiderstand

Potentiometer

### 2.3. Berechnung verzweigter Netzwerke mit Hilfe der Kirchhoffschen Sätze

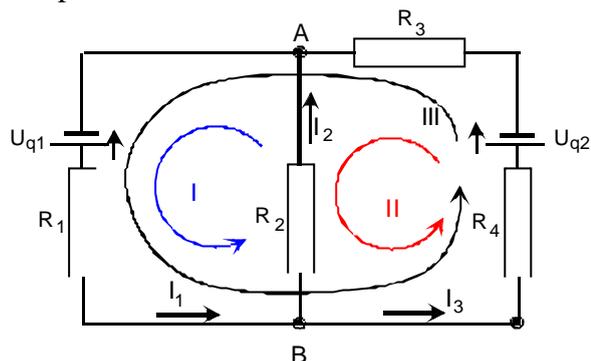
1. Kirchhoffscher Satz

$$\sum_{n=1}^n I_n = 0$$

2. Kirchhoffscher Satz

$$\sum_0 U_{\varphi n} + \sum_0 U_m = 0$$

Beispiel:



Definitionen:

Zweig: Verbindung zweier benachbarter Knoten

Masche: geschlossener Umlauf im Netzwerk

Aufgabenstellung:  
gegeben ist ein Netzwerk  
gesucht sind die oder ein Teilstrom

Vorgehensweise:

1. Festlegung der positiven Teilströme, willkürlich
2. Festlegung der positiven Maschenumläufe und Bezeichnung der Knoten
3. Aufstellung der Knoten- und Maschengleichungen

$$\text{Knoten A: } I_2 + I_3 - I_1 = 0$$

$$\text{Knoten B: } I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{Masche I : } U_{q1} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$$

$$\text{Masche II : } -U_{q2} = -I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot (R_4 + R_3)$$

$$\text{Masche III: } U_{q1} - U_{q2} = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot (R_4 + R_3)$$

Dabei erweist sich:

$$(A) (B) \quad ? \text{ abhängige Gleichung}$$

$$(III) = (I) + (II) \quad ? \text{ abhängige Gleichung}$$

Zur Berechnung des Netzwerkes sind jeweils eine Knoten- und eine Maschengleichung wegzulassen!

Generelle Vorgehensweise beim Aufstellen der unabhängigen Knoten- und Maschengleichungen.

1. Festlegung der Anzahl der unabhängigen Gleichungen  $n$   
 $n$  – Anzahl der Zweige bzw. Zweigströme
2. Festlegung der unabhängigen Knoten  
Bei  $k$  Knoten sind  $(k - 1)$  Knoten unabhängig voneinander. Der  $k$ -te Knoten lässt sich aus den übrigen berechnen.
3. Festlegung der unabhängigen Maschen  $m$   
Eine Masche ist unabhängig, wenn sie mindestens einen Zweig umfasst, oder **nicht** zu einer anderen Masche gehört? Einzelmasche bzw. einfache Masche.

Es muss gelten:

$$\boxed{n = (k - 1) + m}$$

Berechnung des obigen Beispiels:

Werte:

$$U_{q1} = U_{q2} = 2V$$

$$R_1 = 5 \Omega$$

$$R_2 = 10 \Omega$$

$$R_3 = 6 \Omega$$

$$R_4 = 3 \Omega$$

gesucht:  $I_1, I_2, I_3$

1. Anzahl der unabhängigen Gleichungen  
 $n = 3$
2. unabhängige Knotengleichungen  
 $k = 2 ? (k - 1) = 1 ?$  **eine** unabhängige Knotengleichung  
 z.B. Knoten A  $I_2 + I_3 - I_1 = 0$
3. unabhängige Maschen  
 $m = n - (k - 1) = 2$

z.B.: I :  $U_{q1} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$

II:  $-U_{q2} = -I_2 \cdot R_2 + I_3(R_4 + R_3)$

Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcl} -I_1 & +I_2 & +I_3 & = & 0 \\ I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 & & & = & U_{q1} \\ & -I_2 \cdot R_2 + I_3(R_4 + R_3) & & = & -U_{q2} \end{array}$$

---


$$\begin{array}{rcl} -I_1 & +I_2 & +I_3 & = & 0 \\ 5 \Omega I_1 + 10 \Omega I_2 + 0 & & & = & 2 \text{ V} \\ 0 & -10 \Omega I_2 + 9 \Omega I_3 & & = & 2 \text{ V} \end{array}$$

$$D = \begin{array}{|ccc|} \hline -1 & 1 & 1 \\ \hline 5 \Omega & 10 \Omega & 0 \\ \hline 0 & -10 \Omega & 9 \Omega \\ \hline \end{array} = -185 \Omega^2$$

$$D_1 = \begin{array}{|ccc|} \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 2 \text{ V} & 10 \Omega & 0 \\ \hline -2 \text{ V} & -10 \Omega & 9 \Omega \\ \hline \end{array} = -18 \text{ V } \Omega ? \quad I_1 = \frac{-18 \text{ V}}{-185 \Omega} = 0,097 \text{ A}$$

$$D_2 = \begin{array}{|ccc|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline 5 \text{ V} & 2 \text{ V} & 0 \\ \hline 0 & -2 \text{ V} & 9 \Omega \\ \hline \end{array} = -28 \text{ V } \Omega ? \quad I_2 = \frac{28 \text{ V}}{185 \Omega} = 0,151 \text{ A}$$

$$D_3 = \begin{array}{|ccc|} \hline -1 & 1 & 0 \\ \hline 5 \Omega & 10 \Omega & 2 \text{ V} \\ \hline 0 & -10 \Omega & -2 \text{ V} \\ \hline \end{array} = +10 \text{ V } \Omega ? \quad I_3 = -\frac{10 \text{ V}}{185 \Omega} = 0,054 \text{ A}$$

Probe:  $I_2 + I_3 - I_1 = 0$   
 $(0,151 - 0,054 - 0,097) \text{ A} = 0$

Bemerkung:  $I_3$  negativ, d. h. fließt tatsächlich entgegengesetzt der willkürlich angenommenen Stromrichtung.

Nachteil der Berechnung von Netzwerken mit den Kirchhoffschen Gesetzen:

bei großer Anzahl von Zweigen ebenso große Anzahl von Gleichungen

? Entwicklung von "einfacheren" Methoden, die mit weniger Gleichungen auskommen:

- Maschenstromanalyse
- Überlagerungssatz (Superposition)

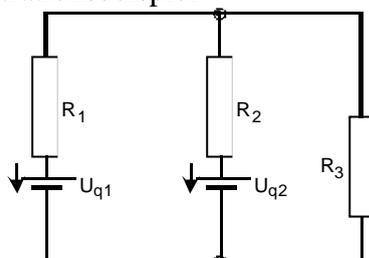
- Knotenpotential (Knotenspannungen)
- Zweipoltheorie

aber: alle Methoden beruhen auf Anwendung der Kirchhoffschen Gesetze und des Ohmschen Gesetzes.

## 2.4. Überlagerungsprinzip (Superposition)

(Nur behandeln, wenn Zeit ausreicht!)

Demonstrationsbeispiel



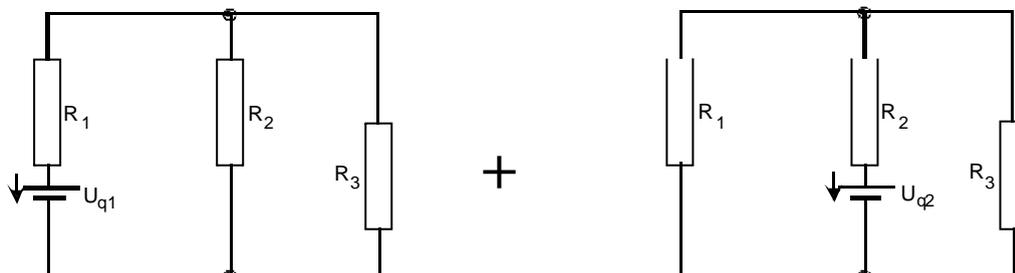
gesucht:  $I_2$

Ausgangspunkt:

Wirken in einem linearen physikalischen System mehrere Ursachen, so ergibt sich die Gesamtwirkung aus der Überlagerung (Summe) der Einzelwirkungen, die von den einzelnen Teilursachen herrühren.

Auf lineare Netzwerke angewandt.

Der Gesamtstrom in einem Zweig ergibt sich aus der Summe der von den einzelnen Spannungsquellen herrührenden Teilströme des betreffenden Zweiges.



$$I_2 = I_2' - I_2''$$

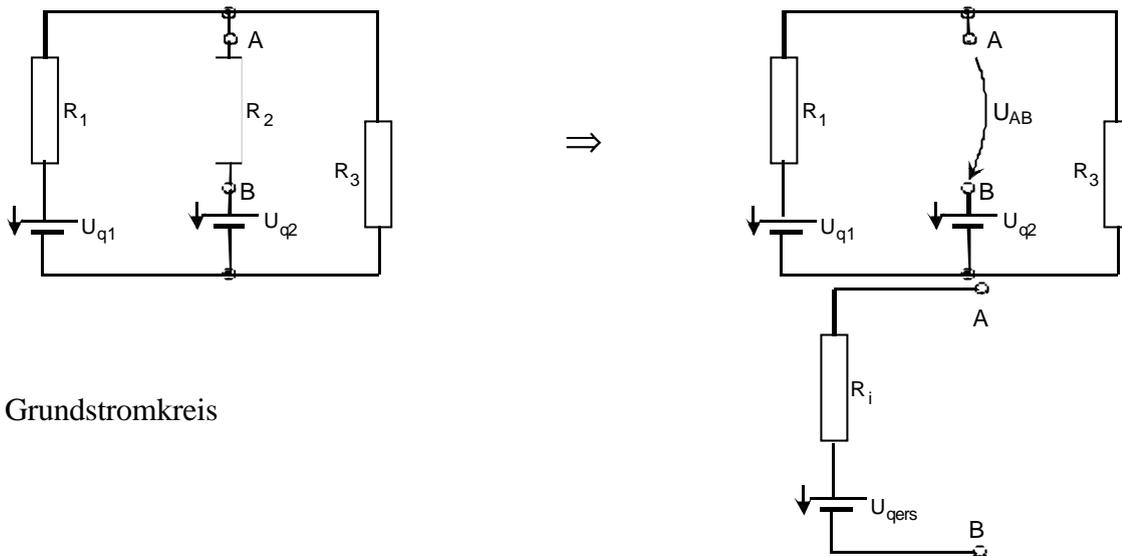
$$\frac{I_2'}{I_1'} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} ; I_1' = \frac{U_{q1}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} \Rightarrow I_2' = U_{q1} \frac{R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

$$I_2'' = \frac{U_{q2}}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{(R_1 + R_3) U_{q2}}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' = \frac{U_{q1} \cdot R_3 - U_{q2} (R_1 + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

Bemerkung: Superposition gilt **nur** für lineare Netzwerke

### 2.5. Zweipoltheorie



Grundstromkreis

Beide Schaltungen sind elektrisch identisch, wenn

- . sie die gleiche Leerlaufspannung haben
- . zwischen A – B der gleiche Widerstand liegt
- . der gleiche Kurzschlussstrom fließt

? Zwei Bedingungen müssen erfüllt sein. Die dritte Bedingung ergibt sich zwangsläufig.

Grundstromkreis

$$U_{ges} = U_{ABO}$$

Ausgangsschaltung

$$U_{ABO} + U_{q2} - U_{q1} + I_1 \cdot R_1 = 0$$

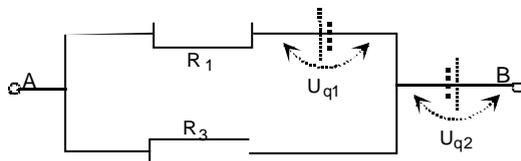
$$I_1 = U_{q1} \frac{1}{R_1 + R_3}$$

$$U_{ABO} = U_{q1} - U_{q2} - U_{q1} \frac{R_1}{R_1 + R_3}$$

$$U_{ABO} = -U_{q2} + U_{q1} \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

Spannungsquellen werden kurzgeschlossen  
? ? sind nicht vorhanden

$$R_i = R_{AB} = R_1 \parallel R_3 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_3}$$

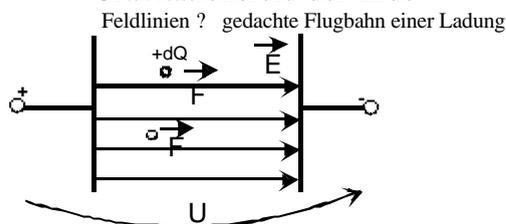


$$I_{AB} = \frac{U_{ges}}{R_i + R_2} = \frac{-U_{q2} + U_{q1} \frac{R_3}{R_1 + R_3}}{R_1 \frac{R_3}{R_1 + R_3} + R_2} = \frac{U_{q1} \cdot R_3 - U_{q2} (R_1 + R_3)}{R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}$$

### 3. Das elektrische Feld

#### 3.1. Definitionen und Grundgrößen des elektrischen Feldes

**Felddefinition:** Teil des Raumes, in dem einer physikalischen Größe in jedem Punkt nach einer bestimmten Funktion ein bestimmter Wert (skalar oder vektoriell) zugeordnet wird? z. B. Temperaturfeld oder Höhenlinien einer Karte, Gravitationsfeld der Erde



1. Punktladung dQ zwischen zwei elektrisch geladenen Metallplatten
  2. Experimenteller Nachweis: auf dQ wirkt eine Kraft F
- Jedem Raumpunkt wird eine Kraft zugeordnet? Kraftfeld

Experiment zeigt

$$|F| \sim dQ$$

**Feldlinien** geben die Bewegungsbahn der Ladung an.  
 $\hat{=}$  Tangente des Kraftvektors

Proportionalitätsfaktor  $\vec{E}$

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot dQ$$

**elektrische Feldstärke**

Als positive Richtung für  $\vec{E}$  wird die Richtung der Kraft auf eine positive Ladung definiert!

d. h.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{dQ}$$

Für dQ = const. gilt

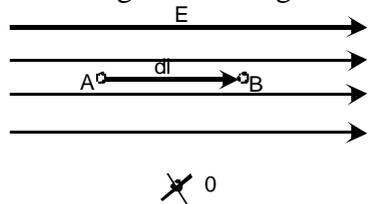
$$\vec{E} \sim \vec{F}$$

Feldstärke ist ein Maß für die auf eine bestimmte Ladung ausgeübte Kraft

Maßeinheit

$$[E] = \frac{1N}{1AS} = \frac{1VA \frac{s}{m}}{1AS} = 1 \frac{V}{m}$$

Eindeutige Beziehung zwischen der **Spannung** und der **Feldstärke**



$$dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad ? \quad \text{skalares Produkt} \quad \vec{F} = \vec{E} \cdot dQ$$

zweier Vektoren  $\vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dl \cos \alpha$

$\alpha$  -> zwischen  $d\vec{l}$  und  $\vec{F}$   
 bzw.  $\vec{E}$

$$dW = dQ \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Spannungsdefinition

$$U_{AB} = \frac{dW}{dQ} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$\vec{E}$  und  $d\vec{l}$  sind gleichgerichtet, dann

$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$
$E = \frac{dU}{dl}$

Feldstärke ist die auf einem Längenabschnitt bezogene Spannung.

**Potential:** = Spannung zwischen einem frei wählbaren Bezugspunkt und dem betrachteten Punkt

$$j_A = \int_0^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = U_{A0} \quad ?$$

Maß für die Energie, die notwendig ist um eine Ladung vom Bezugspunkt 0 nach Punkt A zu bringen.

Es gilt:

$$U_{AB} = \int_0^B \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_0^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = j_B - j_A$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (\text{nicht notwendig})$$

$$\int_0^A \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_B^0 \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

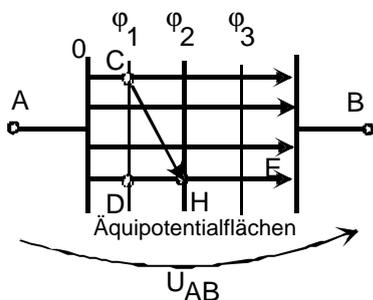
$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_0^B \vec{E}_{dl} - \int_0^A \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Die Spannung zwischen zwei Punkten ist gleich ihrer Potentialdifferenz.

Flächen mit gleichem Potential heißen **Äquipotentialflächen!** ? Für alle Punkte auf der Äquipotentialfläche muss gelten:

$$\Delta j = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad ? \quad \vec{E} \perp d\vec{l}$$

Äquipotentialflächen stehen senkrecht auf den Feldlinien!



$$j_A = 0$$

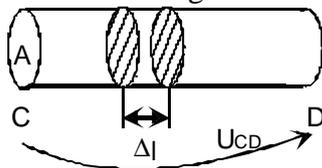
$$\int_C^D \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \rightarrow j_{cD} = 0$$

$$j_c = j_D = j_2$$

$$\int_c^H \vec{E} \cdot d\vec{l} = j_4 - j_2$$

a) Stationäres Strömungsfeld

Elektrisches Feld ? **Leiter** ? Ladungstransport ? Strom ? ,  
d. h. stationäres Strömungsfeld = elektrisches Feld im Leiter



$$\Delta R = \frac{1}{k} \frac{\Delta l}{A}$$

$$I = \frac{\Delta U}{\Delta R} = k \cdot A \frac{\Delta U}{\Delta l} \rightarrow E$$

$$S = \frac{I}{A} = k \cdot E \quad \text{Stromdichte}$$

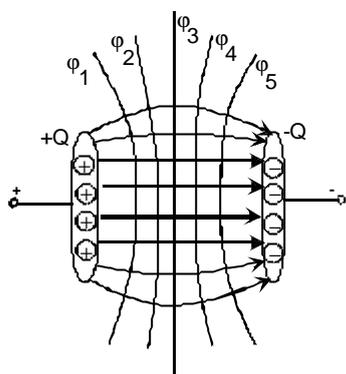
vektorielle Schreibweise

$\vec{S} = k \cdot \vec{E}$
-----------------------------

Ohmsches Gesetz räumlicher Leiter

$\vec{S}$  und  $\vec{E}$  sind gleichgerichtete Vektoren.

## b) Elektrostatistisches Feld

Elektrostatistisches Feld ? **Nichtleiter**- Nichtleiter,  $\mathbf{k} = 0 \rightarrow \vec{S} = \mathbf{k} \cdot \vec{E} = 0$ - kein Ladungstransport, **aber**  
Ladungsanhäufung auf den PlattenLadung auf den Platten wird als  
**Verschiebungsfluss ?** definiertTrennung von ungleichen Ladungen  $Q = n \cdot q$   
Influenz einführen!

$$\Psi = Q = n \cdot q$$

(analog I)

Polarisation : Ladungsschwerpunkte werden im  
elektrischen Feld getrennt = Dipol  
(orient. Polarisation, Ionen-Polarisation,  
Elektronen-Polarisation)Definition der **Verschiebungsflussdichte** = **dielektrische Verschiebung**

$$D = \frac{\Psi}{A} = \frac{Q}{A} \quad \text{analog zur Stromdichte } S$$

Es gilt

$$D \sim E \text{ oder vektoriell } \vec{D} \sim \vec{E}$$

$$\boxed{\vec{D} = \mathbf{e} \cdot \vec{E}} \quad \mathbf{e} \text{ - Dielektrizitätskonstante}$$

Physikalische Interpretation: Je stärker die Feldstärke, umso größer die Ladungsdichte  
auf den Platten. $\mathbf{e}$  - Materialkonstante des Nichtleiters zwischen den Platten  
Begriff: Dielektrikum

$$\boxed{\mathbf{e}_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}} \quad \text{Vakuum}$$

$$\mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{e}}{\mathbf{e}_0} \quad \text{relative Dielektrizitätskonstante}$$

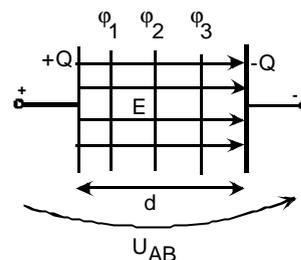
$$\boxed{\vec{D} = \mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{e}_r \cdot \vec{E}}$$

**3.2. Kapazität, Kondensatoren**Feststellung: Die Ladung auf den Platten eines Kondensators ist der Spannung proportional  
 $Q \sim U$ 

$$\boxed{Q = C \cdot U} \quad \text{Proportionalitätsfaktor } C = \text{Kapazität}$$

$$C = \frac{Q}{U} \quad Q = D \cdot A$$

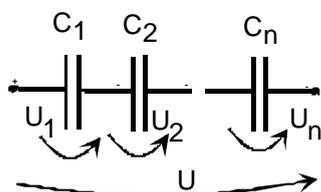
$$U = E \cdot d \rightarrow C = \frac{D}{E} \cdot \frac{A}{d} \rightarrow D = \epsilon \cdot E$$



$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{d} \quad \text{oder} \quad C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

Dimensionierungsgleichung eines Kondensators

Reihenschaltung von Kondensatoren



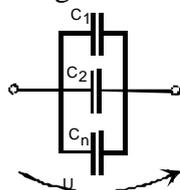
Q auf jedem Kondensator gleich

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n}$$

$$U = Q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) = Q \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

$$\frac{1}{C_{ers}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Parallelschaltung von Kondensatoren



$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + \dots + C_n \cdot U$$

$$Q = \left( \sum_{i=1}^n C_i \right) \cdot U$$

$$C_{ers} = \sum_{i=1}^n C_i$$

### 3.3. Verschiebungsstrom

Spannungsänderung am Kondensator ruft nach

$$Q = C \cdot U$$

auch eine Ladungsänderung auf den Platten hervor, d. h. Stromfluss

$$i_c = \frac{dQ}{dt} \quad \text{oder}$$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} \quad \text{Verschiebungsstrom}$$

bzw.

$$u_c = \frac{1}{C} \int i_c dt$$

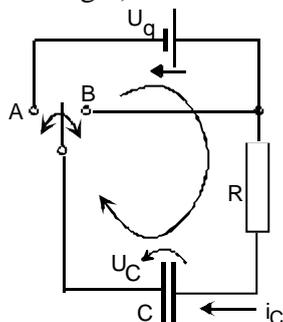
Schlussfolgerungen:

1. Nur bei Spannungsänderung fließt ein Strom in den Zuleitungen  $i_c$
2. Strom  $i_c$  fließt so lange, bis der Kondensator die Ladung  $Q = C \cdot U$  gespeichert hat (Laden oder entladen)
3. Im Dielektrikum fließt kein Strom.  $i_c$  setzt sich im Dielektrikum in Form des Verschiebungsflusses fort
4. Im Kondensatorzweig kann kein Gleichstrom fließen, wegen  $U = \text{const.}$

bzw.  $\frac{du_c}{dt} = 0$

### 3.4. Auf- und Entladung von Kondensatoren

a) Laden (Stellung 1)



$$u_c + i_c R = U_q$$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt}$$

$$R \cdot C \frac{du_c}{dt} + u_c = U_q$$

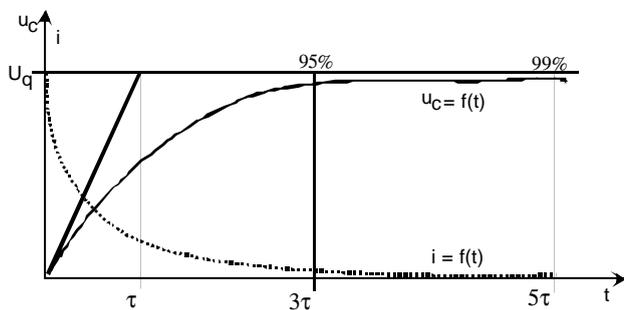
Trennung der Variablen

$$U_q - u_c = RC \frac{du_c}{dt}$$

$$\frac{dt}{RC} = \frac{du_c}{U_q - u_c}$$

$$U_q = u_c + t \cdot \frac{du_c}{dt} \quad \text{mit} \quad RC = \tau$$

$$\int \frac{1}{U_q - u_c} du_c = \int \frac{1}{t} dt$$



$$\ln(U_q - u_c) = -\frac{t}{\tau} + K_1$$

$$u_{c(t=0)} = 0V \quad \text{folgt:} \quad K_1 = \ln U_q$$

$$\ln \frac{U_q - u_c}{U_q} = -\frac{t}{\tau} \quad \text{folglich:} \quad \frac{U_q - u_c}{U_q} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Randbedingung

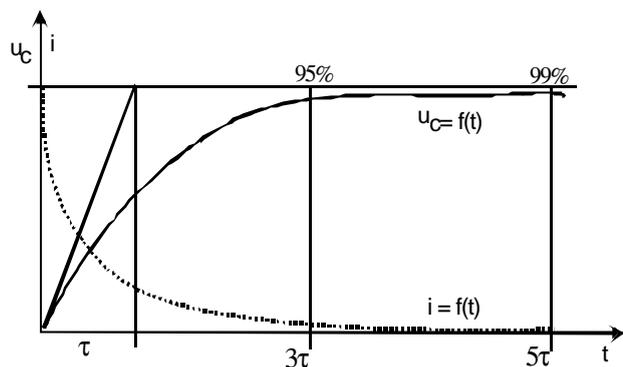
$$u_{c(t=0)} = 0 \rightarrow 0 = K - U_q$$

$$K = U_q$$

$$u_{c(t=3\tau)} = U_q (1 - e^{-3}) = 0,95 U_q$$

$$u_{c(t=5\tau)} = U_q (1 - e^{-5}) = 0,99 U_q$$

$$u_c = U_q \left( e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right)$$



$$i = C \frac{du_c}{dt}$$

$$i = C \cdot \frac{d}{dt} \cdot (U_q (e^{-t/\tau} - 1))$$

$$i = U_q \cdot C \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$i = \frac{U_q}{R} \cdot e^{-t/\tau} \quad i = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

Da  $i_{(t=0)} = \frac{-U_q}{R}$

b) Entladen (Stellung 2)

$$u_c + iR = 0$$

allgemeine Lösung wie a), aber  $U_q = 0$

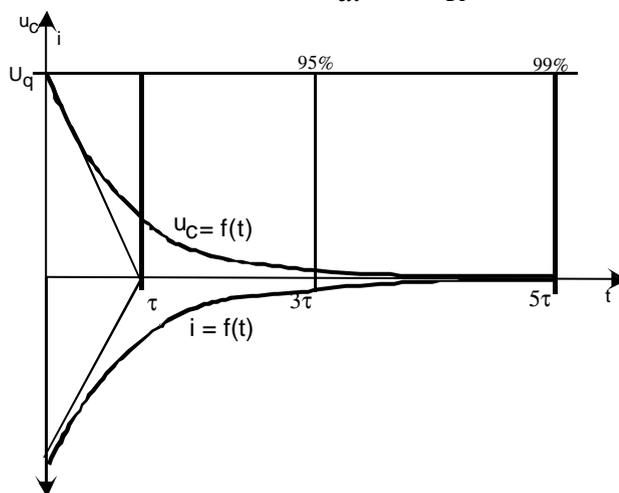
$$u_c = \frac{1}{K} \cdot e^{-t/\tau}$$

Randbedingung

$$U_c(0) = U_q \rightarrow U_q = \frac{1}{K}$$

$$u_c = U_q \cdot e^{-t/\tau}$$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = -\frac{U_q}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$



### 3.5. Energie und Kräfte im elektrostatischen Feld

Kondensator kann **Energie** speichern

$$W = \int u_c \cdot i \cdot dt$$

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

$$W = \frac{1}{C} \int Q \cdot dQ = \frac{Q^2}{2C}$$

$$u_c = \frac{Q}{C}$$

oder

$$\boxed{W = \frac{C}{2} \cdot U_c^2} \quad \text{Energie ist im Dielektrikum gespeichert!}$$

Kräfte:

a) auf Punktladung Q

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} \quad \text{Kraft in Feldrichtung bei positivem Q}$$

b) zwischen zwei Punktladungen Q<sub>1</sub> und Q<sub>2</sub>

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{c}
 \text{Q}_1 \qquad \text{Q}_2 \\
 \begin{array}{ccc}
 \circ & & \circ \\
 | & ? & ? \\
 \text{a} & & \text{a} \\
 | & & | \\
 \circ & & \circ
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot a^2} \quad \text{Coulombsches Gesetz} \quad F_1 = Q_1 \cdot E_2 \quad D_2 = \frac{Q_2}{A} = \epsilon \cdot E_2$$

(sh. Gravitationsgesetz)

$$F = f \frac{m_1 \cdot m_2}{n^2} \qquad E_2 = \frac{Q_2}{\epsilon \cdot A}$$

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\epsilon \cdot A} \quad \text{Kugelfläche} \qquad A = 4 \pi a^2$$

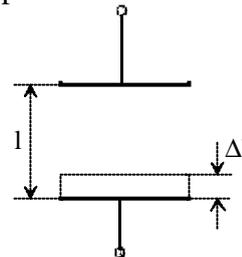
$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot a^2}$$

c) zwischen den Kondensatorenplatten

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon \cdot A} = \frac{D \cdot E}{2} \cdot A \qquad W = \frac{Q \cdot 2}{2c} = \frac{Q^2}{2\epsilon \frac{A}{x}}$$

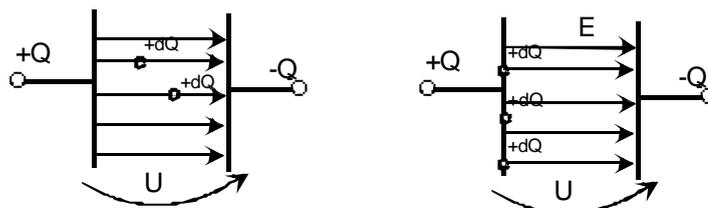
$$F = \frac{dW}{dx} = \frac{Q^2}{2 \cdot \epsilon \cdot A}$$

Prinzip der virtuellen Verrückung



Kraft zwischen zwei Kondensatorenplatten  
Berechnung aus der Felddefinitions-gleichung

$$F = E \cdot dQ$$



Punktladung dQ

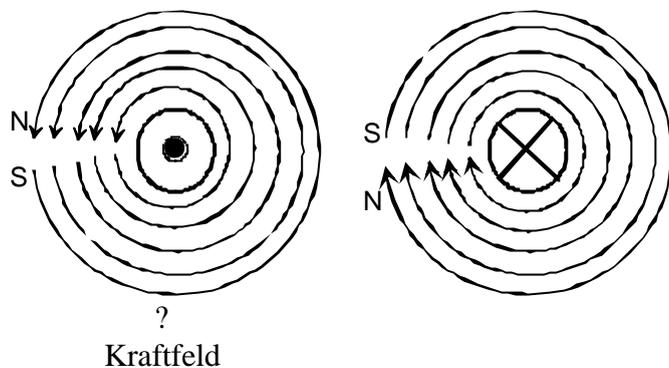
$$dF = E \cdot dQ \qquad E = \frac{Q}{\epsilon A}$$

$$dF = \frac{1}{\epsilon A} Q \cdot dQ \qquad F = \frac{1}{\epsilon A} \int Q \cdot dQ = \frac{1}{2\epsilon A} Q^2$$

## 4. Das Magnetische Feld

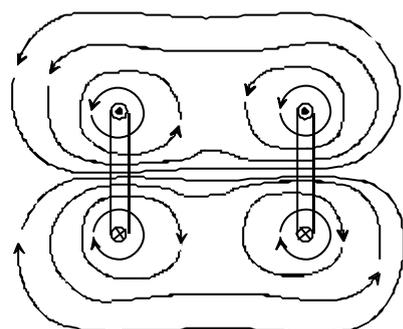
### 4.1. Magnetische Erscheinung

stromdurchflossener Leiter ? Magnetfeld ? Kraftwirkung auf Eisenspäne oder Magnetnadel



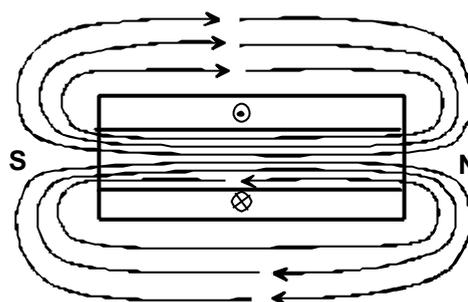
Richtung der Feldlinien nach: Korkenzieherregel oder Rechte-Hand-Regel

zwei Windungen



positive Flussrichtung N ? S

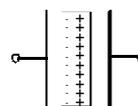
Zylinderspule



### 4.2. Magnetische Kenngrößen

Analogon mit den elektrischen Erscheinungen  
im elektrischen Feld herstellen

$$\Psi = Q \rightarrow \Phi$$



#### 4.2.1. Magnetischer Fluss und magnetische Flussdichte

Gesamtheit der Feldlinien wird als magnetischer Fluss  $\Phi$  definiert ? reine Rechengröße, stellt ein Maß für die von einem Magnet ausgehende Kraftwirkung dar

- $\Phi$  lässt sich als Analogon zu  $I$  oder  $Y$  betrachten
- $\Phi$  lässt sich als Gesamtzahl der magnetischen Feldlinien interpretieren

$$[\Phi] = 1 \cdot Vs = 1 \cdot Wb \text{ (Weber)}$$

Magnetische Flussdichte B

$$\vec{B} = \frac{d\Phi}{dA \perp}$$



B - Vektor, der senkrecht auf dA steht, d.h. in Feldlinienrichtung

### 4.2.2. Durchflutung, magnetische Spannung, magnetischer Widerstand

Elektrischer Strom I ist Ursache für magnetisches Feld, bei mehreren Leitern überlagern sich die Felder.

Definition einer magnetomotorischen, die Φ antreibt

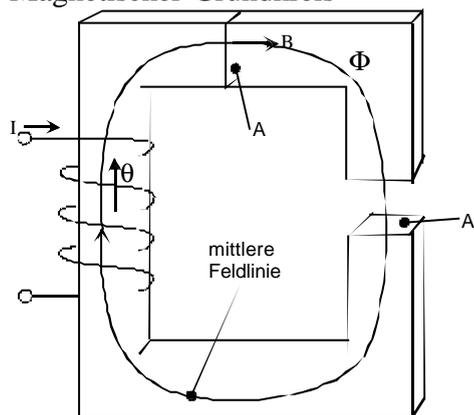
$\Theta = \sum_{n=1}^n I_n$ oder	$\Theta = I \cdot N$
----------------------------------	----------------------

MMK, **Durchflutung**, „magnetische  
Urspannung“  
Analogon: EMK

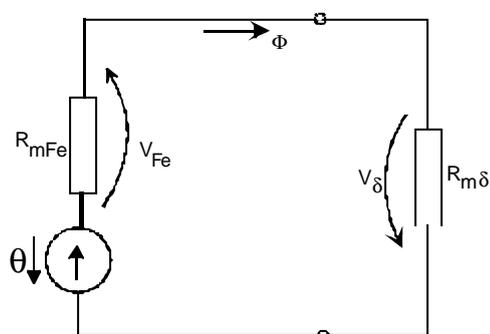
N: Windungszahl:

$$[\Theta] = A$$

Magnetischer Grundkreis



1. Ursache des Magnetflusses,  $\Theta = I N$
2. Fortleitung des Magnetflusses in Fe ?  $R_{mFe}$
3. Nutzer, Verbraucher des Magnetflusses, im Luftspalt ?  $R_{m\delta}$



Definitionen:

$$V = \Phi \cdot R_m \quad [A] \quad \Rightarrow \quad R_m = \frac{V}{\Phi} = \left[ \frac{A}{Vs} \right]$$

$$R_m = \frac{l}{m \cdot A} \quad \left[ \frac{A/Vs}{m} \right] = \left[ \frac{1}{\Omega \cdot s} \right]$$

$$\mu - \text{Permeabilität} \left[ \frac{\Omega s}{m} \right] \quad \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\Omega s}{Am}$$

Maschensatz:

$$\sum V_n = \Theta \quad \text{oder:} \quad \sum \Theta + \sum V_n = 0$$

Analogien:

$$\begin{array}{ll}
 I = [A] & F = [Vs] \\
 U_q = [V] & T = [A] \\
 U = R \cdot I [V] & V = R_m \cdot F [A] \\
 R = [\Omega] & R_m = \left[ \frac{A}{Vs} \right] = \left[ \frac{1}{\Omega s} \right] \\
 k = \left[ \frac{m}{\Omega mm^2} \right] & m = \frac{\Omega s}{m} \\
 R = \frac{l}{kA} [\Omega] & R_m = \frac{l}{mA} \cdot \left[ \frac{1}{\Omega s} \right] \\
 0 = \sum U_n + \sum U_{qi} & \sum_n V_n + \sum_m \Theta_m = 0
 \end{array}$$

### 4.2.3. Magnetische Feldstärke

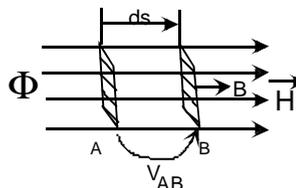
Definition: H = magnetischer Spannungsabfall pro Streckeneinhalt

$$\boxed{H = \frac{dV}{ds}} \quad \text{vergl.} \quad E = \frac{dU}{ds} \quad [H] = 1 \frac{A}{m}$$

H ist ebenso wie E ein Vektor

Für magnetische Spannung zwischen A und B muss gelten:

$$V_{AB} = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{s}$$



### 4.3. Durchflutungsgesetz

Ausgangspunkt: Maschensatz des magnetischen Kreises

$$\sum V_n = \Theta \quad \sum V_n = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} \quad ? \text{ Diskontinuum} \quad ? \text{ Kontinuum}$$

$$\boxed{\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta} \quad ? \text{ Umlauf integral erklären} \\
 \text{Integrationsweg Zuordnung } \vec{H}$$

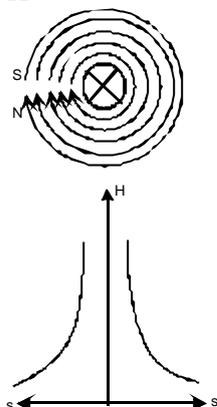
bzw.

$$\boxed{\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_{n=1}^n I_n}$$

$I_7$  : vom Magnetfeld umfasste Ströme, **vorzeichenbehaftet**

Durchflutungsgesetz stellt Verbindung zwischen elektrischen und magnetischen Größen dar!

Beispiel:  $\vec{H}$



Gesucht: Feldstärke H um den Leiter!

$$I = \oint H \cdot ds \quad s = r \varphi \quad ds = r d\varphi$$

$$I = H \cdot \oint ds = r \cdot H \int_0^{2\pi} d\varphi = 2 \cdot \pi \cdot H \cdot r$$

$$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

## 4.4. Materie im Magnetfeld

### 4.4.1 Permeabilität, Einteilung der Stoffe

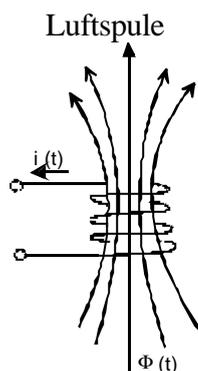
magnetischer Widerstand

$$R_m = \frac{l}{m \cdot A}$$

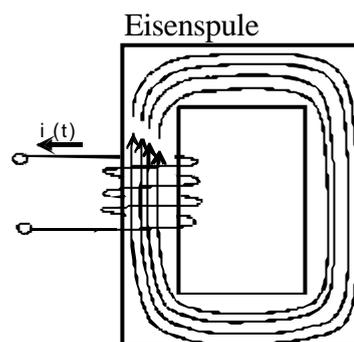
hängt von der Materie des Magnetleiters ab ? Permeabilität  $\mu$

häufigste Magnetleiter: Fe und Luft

es gilt:  $R_{m \text{ Fe}} \ll R_{m0}$



$$m_0 \ll m_{Fe}$$



$$m_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{Vs}{Am} = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{Vs}{Am}$$

Induktionskonstante

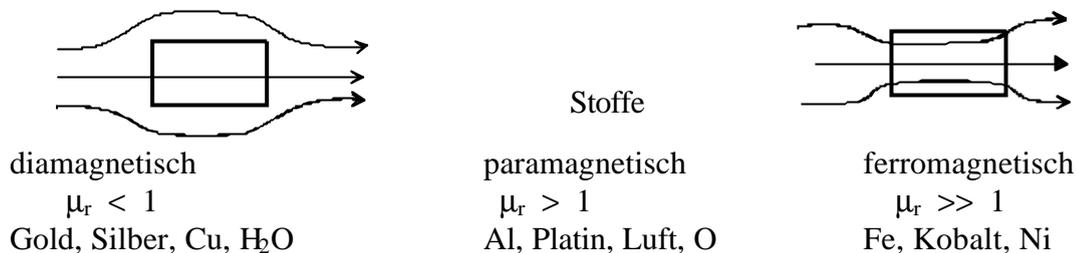
relative Permeabilität

$$m_h = \frac{m}{m_0} \quad ? \quad m = m_0 \cdot m_h$$

### Grobeinteilung der Stoffe

unmagnetische Stoffe:  $\mu_r \approx 1 \rightarrow \mu \approx \mu_0$   
 magnetische Stoffe:  $\mu_r \gg 1 \rightarrow \mu \gg \mu_0$

### präzise Einteilung



Bei Erhitzung wird  $\mu$  kleiner. Beim Curiepunkt verlieren Fe, Co, Ni ferromagnetische Eigenschaften schlagartig und werden unmagnetisch (paramagnetisch).

$$T_{CFe} \approx 769^0 \text{ C}$$

$$T_{CNi} \approx 360^0 \text{ C}$$

*Pierre Curie*  
1867 - 1934

### 4.4.2 Hystereseschleife, Magnetisierungskurve

Abhängigkeit  $B(H)$  von Ferromagneten

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m} = \mathbf{m} \cdot A \frac{\Theta}{l} = \mathbf{m} \cdot A \cdot H$$

$$R_m = \frac{l}{\mathbf{m}a}, \quad H = \frac{\Theta}{l}$$

Durchflutungsgesetz

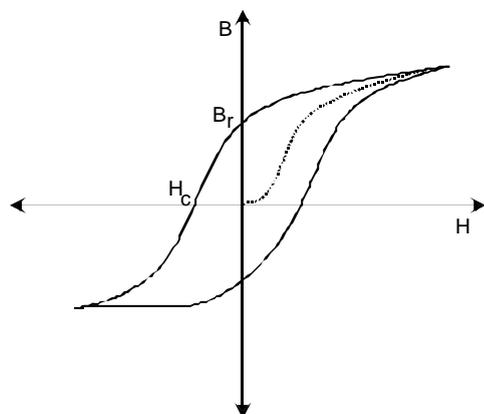
$$B = \frac{\Phi}{A} = \mathbf{m} \cdot H$$

$$\Theta = \oint H \cdot ds = H \cdot l$$

$B = \mathbf{m} \cdot H$	$\vec{B} = \mathbf{m} \cdot \vec{H}$
--------------------------	--------------------------------------

aber

$\mu$  ist nicht konstant!!  $\mathbf{m} = \mathbf{f}(H)$



Begriffe:

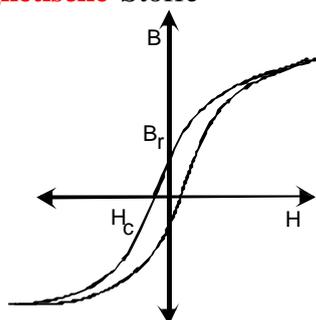
- Neukurve
- Sättigung
- Remanenzinduktion  $B_r$
- Entmagnetisierung
- Koerzitivfeldstärke  $H_c$
- Dynamische Permeabilität

$$\mathbf{m}_{dyn} = \frac{dB}{dH}$$

*coergere*  
*remanere*

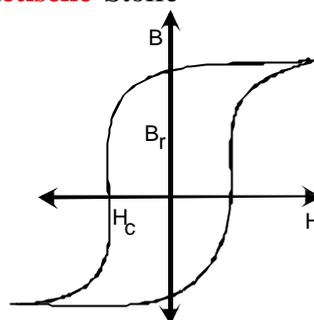
## ferromagnetische Stoffe

weichmagnetische Stoffe

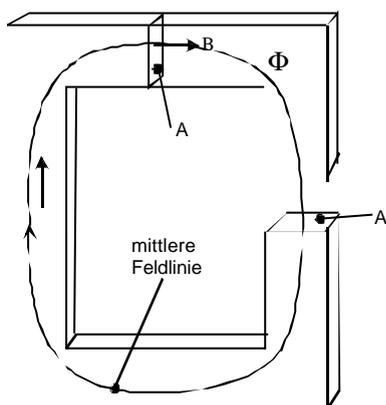


leicht ummagnetisierbar  
? elektrische Maschinen  
 $H_c \sim (0,05 \dots 1,0) \text{ A cm}^{-1}$

hartmagnetische Stoffe



schwer ummagnetisierbar  
? Dauermagnete  
 $H_c \sim (5 \dots 1000) \text{ A cm}^{-1}$

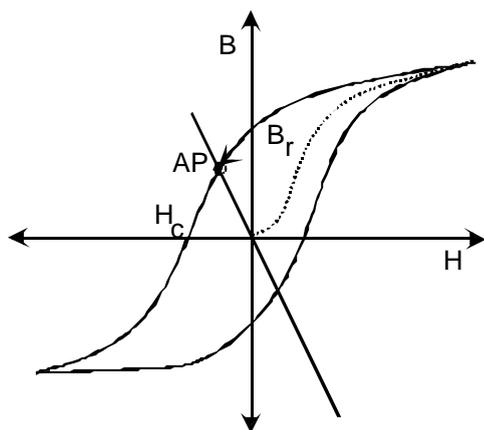
4.4.3. DauermagnetkreisGesucht: Luftspaltinduktion  $B_0$ 

$$\oint H \cdot ds = \Theta = 0 \quad (IN = 0)$$

$$H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_o \cdot l_o = 0 \quad H_o = -\frac{l_{Fe}}{l_o} \cdot H_{Fe}$$

$$B_o = \mathbf{m}_0 \cdot H_o = -\mathbf{m}_0 \cdot \frac{l_{Fe}}{l_o} \cdot H_{Fe} = (H_{Fe}) \text{ Geradengleichung}$$

$$B_{Fe} = f(H_{Fe}) \quad B_o = B_{Fe}$$



1. Arbeitspunkt ohne Luftspalt  $B_r, H = 0$

2. Luftspalt vergrößert  $R_m \rightarrow B$  sinkt  $\rightarrow$  Arbeitspunkt wandert in den 2. Quadranten

3. Neuer Arbeitspunkt muss auf Hysterese liegen und die

Geradengleichung  $B_o = -\mathbf{m}_0 \cdot \frac{l_{Fe}}{l_o} \cdot H_{Fe}$  erfüllen.

- Begriff Scherung

- mit wachsendem Luftspalt verringert sich Restmagnetismus  $B_r$

**4.5. Induktionsgesetz**

Faraday 1831: Immer wenn ein Leiter einer Flussänderung ausgesetzt ist, entsteht in ihm eine elektrische Spannung ? wird eine Spannung induziert

**Michael Faraday**  
1791 - 1867

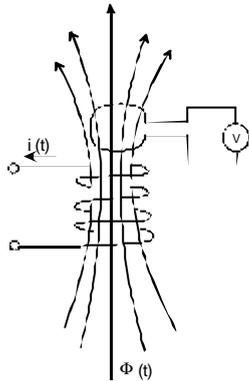
2 Arten der Induktion

- Induktion der Ruhe ? ruhender Leiter, veränderliches Magnetfeld
- Induktion der Bewegung ? Leiter bewegt sich, Magnetfeld konstant und ruhend

Beide Arten können sich überlagern.

**4.5.1 Induktion der Ruhe**

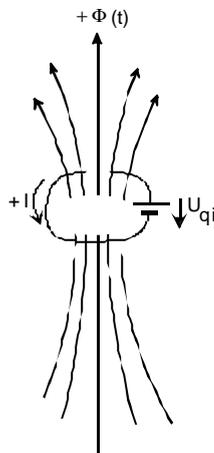
? ruhender Leiter im zeitlich veränderlichen Magnetfeld



Praxis zeigt:

$$| U_{qi} | = \frac{d\Phi}{dt}$$

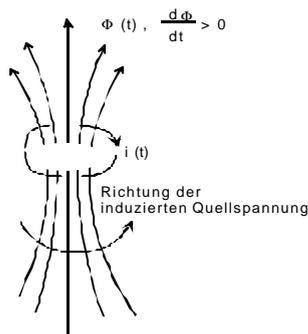
Vorzeichen der induzierten Spannung:  
allgemein:



Zuordnung der positiven Richtung von  $\oint$  und I bzw.  $U_q$  nach der Rechten-Hand-Regel



Lenz'sche Regel: Der durch die induzierte Spannung angetriebene Strom ist so gerichtet, dass sein Magnetfeld dem die Induktion erzeugenden (äußeren) Magnetfeld entgegen gerichtet ist, d. h. der induzierte Strom wirkt seiner Ursache entgegen.



$$U_{qi} = + \frac{d\Phi}{dt}$$

**Induktionsgesetz**

Induzierte Spannung  $U_q$  ist der oben definierten positiven Spannungsrichtung entgegengerichtet, deswegen gilt

Werden N Windungen von der gleichen Flussänderung erfasst, addieren sich die Spannungen, d. h.

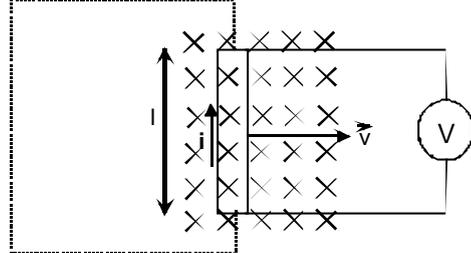
$$U_{qi} = + N \frac{d\Phi}{dt}$$

**Umfasster Fluß**

Flussverkettung  $\Psi = N \cdot \Phi \Rightarrow U_{qi} + \frac{d\Psi}{dt}$

**4.5.2. Induktion der Bewegung**

Gedankenexperiment:



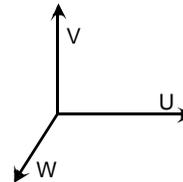
$$|U_{qi}| = l \frac{d\Phi}{dt} \quad d\Phi = B \cdot dA$$

$$U_{qi} = B \cdot l \frac{dx}{dt} \quad dA = l \cdot dx$$

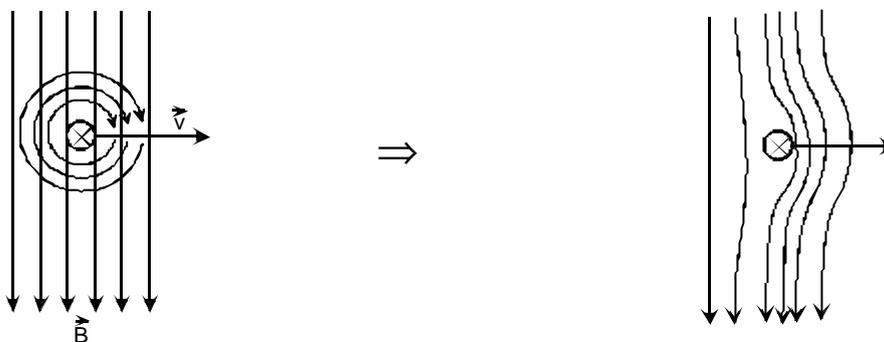
$$U_{qi} = B \cdot v \cdot l$$

Ursache  
Vermittlung  
Wirkung

= Bewegung  
= Feldlinien  
= Stromfluss



Strom im Leiter fließt so, dass das Magnetfeld vor dem Leiter verstärkt wird und hinter ihm geschwächt wird.

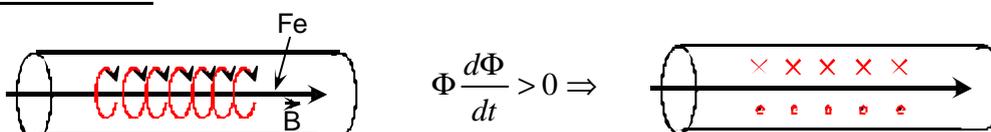


Zusammendrängen der Feldlinien auf der einen Seite und ihre Schwächung auf der anderen bewirkt eine Gegenkraft, die der Bewegung entgegenwirkt? Lorentzkraft.

**Hinweis:** Maßgebend für die Induktion ist die zeitliche Änderung des den Leiter durchsetzenden Flusses.

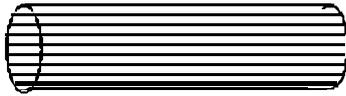
**4.5.3. Wirbelströme und Stromverdrängung**

Wirbelströme



Wirbelströme verursachen Stromwäeverluste ?

1. Unterbrechung der Strombahnen durch Lamellierung



Starkstromtechnik,  
el. Maschinen

2. Einsatz von Ferriten

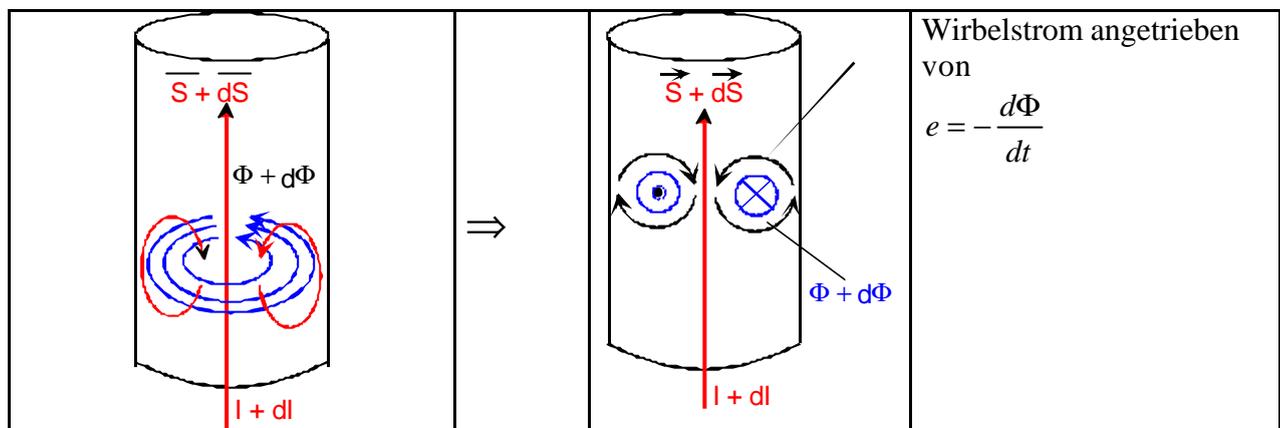
? gute magnetische Leitfähigkeit, aber hohen spezifischen Widerstand

z.B. Mn Zn – Ferrite ( $\text{MnO}, \text{ZnO} + \text{Fe}_2\text{O}_3$ )

Ni Zn – Ferrite ( $\text{NiO}, \text{ZnO} + \text{Fe}_2\text{O}_3$ )

Schwachstromtechnik für Spulen und Übertrager

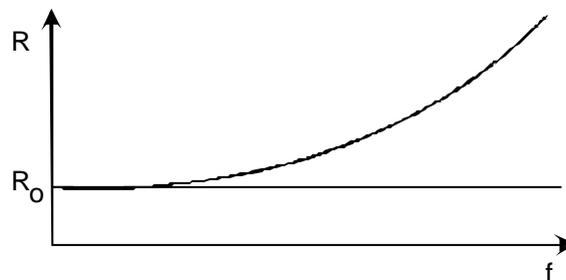
### Stromverdrängung



Wirbelstrom schwächt den Strom im Inneren des Leiters und verstärkt ihn in seinem Äußeren ?  
Verdrängung des Stromes an die Leiteroberfläche ? Skin- oder Hauteffekt.

### Folgen des Skinneffektes:

- Stromverteilung im Leiterquerschnitt ist nicht gleichmäßig ? effektiver Leiterquerschnitt sinkt ? Widerstandserhöhung
- Stromverdrängung wird durch die  $\frac{d\Phi}{dt}$  hervorgerufen,  
? Frequenz beeinflusst entscheidend den Skinneffekt .



- bei Gleichstrom gleichmäßige Stromverteilung und kein Skinneffekt.

**4.6. Selbst- und Gegeninduktion**

**4.6.1. Selbstinduktion**

Wird eine Spule von einem sich zeitlich ändernden Strom durchflossen, dann wird die Spule von einem sich zeitlich änderndem Fluß durchsetzt. Dieser Fluß induziert nach dem Induktionsgesetz in der Spule eine Spannung. Dieser Vorgang heißt Selbstinduktion, da die Spannung durch das eigene Magnetfeld der Spule induziert wird.

$$U_{qi} = +N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m} = \frac{iN}{R_m}$$

$$U_{qi} = + \frac{N^2}{R_m} \frac{di}{dt}$$

**Induktivität**

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

$$U_{qi} = +L \frac{di}{dt}$$

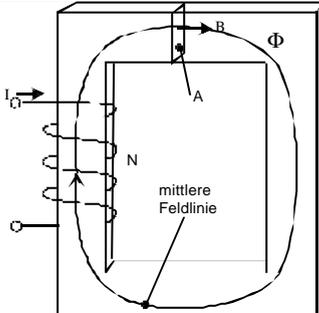
2. Form des Induktionsgesetzes

Maßeinheit:

$$[L] = \frac{[e]}{\left[\frac{di}{dt}\right]} = \frac{Vs}{A} = \Omega s = H$$

**Joseph Henry  
1797 – 1878  
am. Physiker**

Berechnungsbeispiel:

	$L = \frac{N^2}{R_m} \quad R_m = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_r A}$ $L = \frac{\mu_0 \mu_r A \cdot N^2}{l_m}$
---	---

Diskussion der Einflußparameter

Definitionsgleichung der Selbstinduktivität

$$\int L \frac{di}{dt} = \int N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$L \cdot i = N \cdot \Phi = y$$

$$y = Li$$

Schaltzeichen



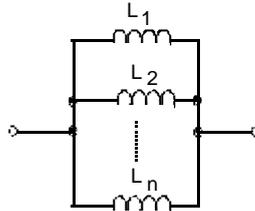
Schaltung von Induktivitäten

Reihenschaltung



$$L_{ges} = \sum_1^n L_r$$

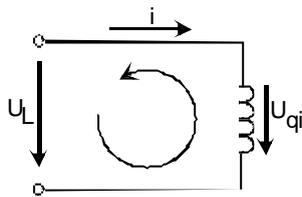
Parallelschaltung



$$\frac{1}{L_{ges}} = \sum_1^n \frac{1}{L_g}$$

analog R

Induktion einer **Quellspannung** in L, die an den Klemmen als Spannungsabfall  $U_L$  aufgefasst werden kann.



Maschensatz:

$$U_L - U_{qi} = 0$$

$$U_L = +U_{qi}$$

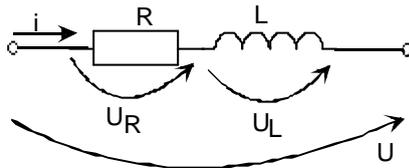


$$U_L = L \frac{di}{dt}$$

vgl. Kapazität

$$(U_c = \frac{1}{c} \int idt)$$

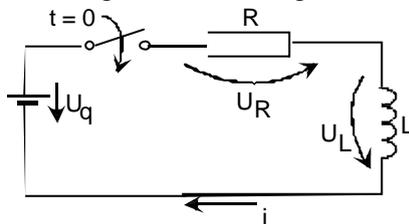
Ersatzschaltbild einer technischen Induktivität



$$U = U_R + U_L$$

$$U = iR + L \frac{di}{dt} \quad \text{DGL}$$

Stromverzögernde Wirkung der Induktivität



$$U_q = -L \frac{di}{dt} + iR$$

Trennung der Variablen

$$dt = \frac{L}{U_q - iR} di = -\frac{L}{R} \frac{di}{i - \frac{U_q}{R}}$$

$$t = \frac{L}{R} \ln \left( i - \frac{U_q}{R} \right) + \ln K \quad \frac{L}{R} = t$$

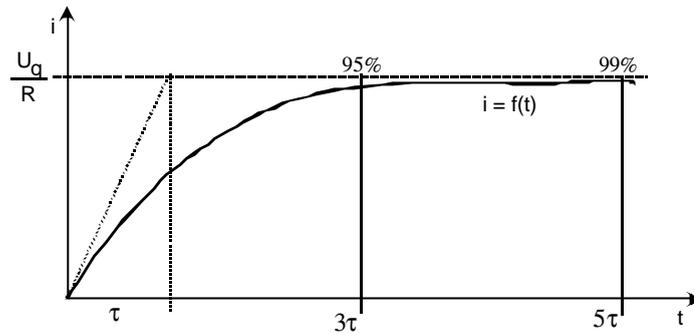
$$-\frac{t}{t} = \ln \frac{1}{K} \left( i - \frac{U_q}{R} \right)$$

$$e^{-t/t} = \frac{1}{K} \left( i - \frac{U_q}{R} \right) \Rightarrow i = \frac{U_q}{R} \left( 1 + Ke^{-t/t} \right)$$

Anfangswert:

$$t = 0, i = 0 \Rightarrow 1 + K = 0 \Rightarrow K = -1$$

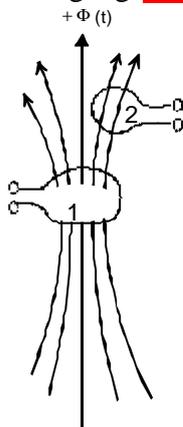
$$i = \frac{U_q}{R} \left( 1 - e^{-t/\tau} \right)$$



Diskussion der e-Funktion!

**4.6.2. Gegeninduktion**

Wird in einer Spule eine Spannung durch Flussänderungen einer anderen Spule induziert, so heißt dieser Vorgang **Gegeninduktion**.



$$\Phi_{12} = k_1 \Phi_1$$

$k_1$  – Kopplungsfaktor

$$U_{qi} = +N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$U_{qi2} = +N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

$$\Phi_{12} = k_1 \Phi_1$$

$$\Phi_1 = \frac{i_1 N_1}{R_{m1}}$$

$$U_{qi2} = U_{qi1} + \frac{k_1 \cdot N_1 \cdot N_2}{R_{m1}} \frac{di_1}{dt}$$

$$M_{12} = \frac{k_1 \cdot N_1 \cdot N_2}{R_{m1}}$$

umgekehrt gilt:

$$U_{qi1} = +M_{21} \frac{di_2}{dt}$$

Gegeninduktivität

$$[M] = H$$

Es lässt sich beweisen, dass gilt

$$M_{12} = M_{21} = M$$

$$U_{qi2} = +M \frac{di_1}{dt}$$

$$U_{qi1} = +M \frac{di_2}{dt}$$

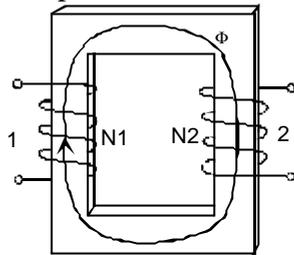
Gegeninduktivität M lässt sich aus der Selbstinduktivität beider Spulen berechnen.

$$M = k \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad k = \sqrt{k_1 \cdot k_2} \quad \text{Kopplungsfaktor}$$

$$M = \sqrt{M_{12} \cdot M_{21}} = \sqrt{k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{N_1^2}{R_{m1}} \cdot \frac{N_2^2}{R_{m2}}}$$

$$M = \sqrt{k_1 \cdot K_2} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

Wichtigstes Beispiel: Trafo



$$k \approx 1 \quad M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

## 4.7. Energie und Kräfte im Magnetfeld

### 4.7.1 Energieinhalt des Magnetfeldes

$$W = \int_0^{\infty} i u_L dt = L \int_0^{\infty} i \frac{di}{dt} dt = L \int_0^I i di = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

Analogie zur kinetischen Energie  $W_{kin} = \frac{mv^2}{2}$

Energie ist im Magnetfeld der Spule gespeichert.

Energie lässt sich auch durch magnetische Größen ausdrücken

$$? \left\{ \begin{array}{l} I = \frac{\Theta}{N}; \Theta = H \cdot l; H = \frac{1}{\mu} B \\ L = \frac{N^2}{R_m}; R_m = \frac{l}{\mu A} \end{array} \right.$$

$A, l$  – Querschnitt und Länge des Magnetleiters

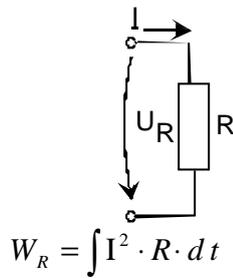
$V = A \cdot l$  – Volumen des Magnetleiters

$$W = \frac{B \cdot H}{2} \cdot A \cdot l$$

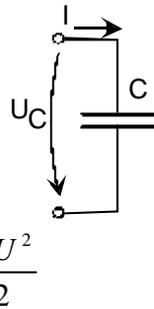
$$W^* = \frac{W}{V} = \frac{B \cdot H}{2}$$

$W^*$  - pro Volumen  $V$  gespeicherte magnetische Energie

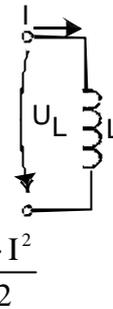
Allgemeine Schlussfolgerung: In passiven Zweipolen können **drei** verschiedene Energieformen auftreten:



Umwandlung in Wärme



Speicherung im elektrischen Feld



Speicherung im magnetischen Feld

**4.7.2. Kraftwirkungen im magnetischen Feld**

**4.7.2.1. Kräfte an Grenzflächen**

Grenzfläche = Fläche, an der Materialien mit verschiedener Permeabilität zusammenstoßen

Beispiel: Hubmagnet (Elektromagnet)

Prinzip der virtuellen Verschiebung (virtuell = scheinbar)

	<p>Energie im Luftspalt <b>vor</b> dem Hub</p> $W_{mL1} = \frac{BH}{2} l \cdot A$ <p>Energie im Luftspalt <b>nach</b> dem Hub</p> $W_{mL2} = \frac{BH}{2} (l - \Delta l) \cdot A$ <p>Energiedifferenz</p> $\Delta W_{mL} = \Delta W_{mL1} - \Delta W_{mL2} = \frac{BH}{2} A \cdot \Delta l$
<p>Annahme: Wegen <math>H_{Fe} \ll H_L</math> kann die im Eisen gespeicherte Energie vernachlässigt werden</p>	

Die Energiedifferenz muß gleich der geleisteten mechanischen Arbeit sein.

$$\Delta W_{mech} = F \cdot \Delta l = \frac{BH}{2} A \cdot \Delta l$$

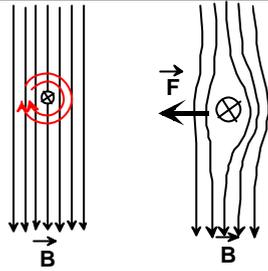
$$F = \frac{BH}{2} A = \frac{B^2 \cdot A}{2 \mu_0}$$

Hubkraft eines Magneten

n.B: Für große Hubkräfte (Lasten) muß auch **B** groß gewählt werden ? Bereich der Sättigung  
**Achtung:**  $B_g$  muß so klein gewählt werden, dass die Last wieder abgesetzt werden kann.

**4.7.2.2. Kräfte auf stromdurchflossene Leiter**

a) Stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld



Leiter wird in das Gebiet geringer Feldstärke abgedrängt

U V W Regel

Berechnung von  $|\vec{F}|$ :

Kraft  $\vec{F}$  bewegt den Leiter mit  $\vec{v}$  aus dem Magnetfeld heraus ? beweger Leiter im Magnetfeld ?  
 ? Spannungsinduktion  $U_{qi} = B \cdot l \cdot v$ ? elektrische Leistung  $U_{qi} \cdot I$

Elektrische Leistung  $U_{qi} \cdot I =$  mechanische Leistung  $F \cdot v$

mit  $U_{qi} = B \cdot l \cdot v$

$$F = IBl$$

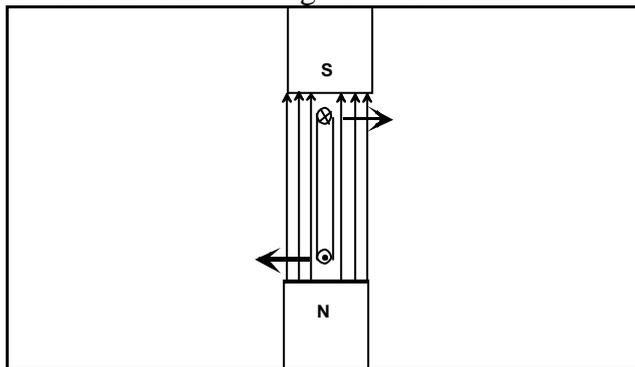
oder in vektorieller Form

**Elektrodynamisches Kraftgesetz**

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

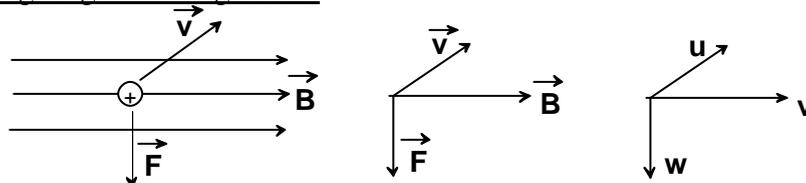
? Hinweis auf Rechtssystem beim Vektorprodukt

Praktische Anwendung: Gleichstrommotor



Motorprinzip

b) bewegte Ladungsträger im Magnetfeld



Elektrodynamisches Kraftgesetz

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

„Δ“ durch „d“, ersetzen

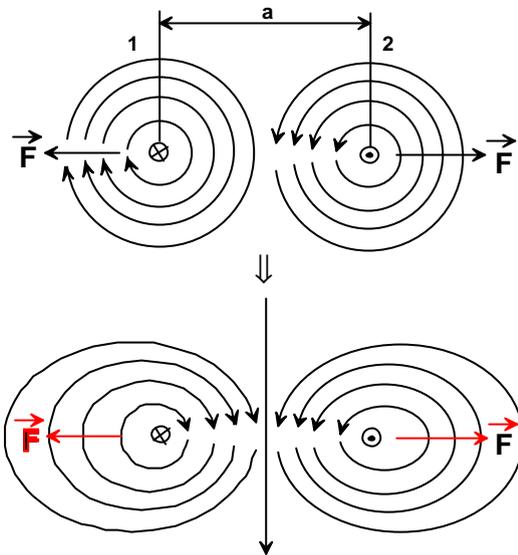
$$i = \frac{dQ}{dt}$$

$$dF = \frac{dQ}{dt} (d\vec{l} \times \vec{B})$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

$$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

c) zwei stromdurchflossene Leiter



Feldverstärkung zwischen den Leitern ?  
Abstoßung

Elektrodynamisches Kraftgesetz

$$F_1 = I_1 l \cdot B_2$$

$$B_2 = \mu H_2$$

$$H_2 = \frac{\Theta_2}{2\pi a} = \frac{I_2}{2\pi \cdot a}$$

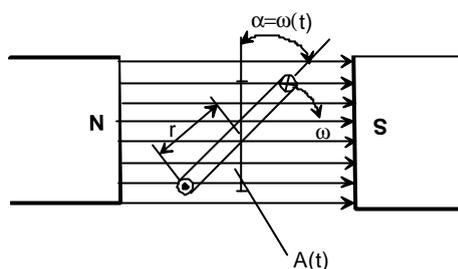
$$F_1 = I_1 \cdot I_2 \frac{\mu m}{2\pi \cdot a}$$

$$F_1 = F_2 = F$$

$$F = \frac{\mu m}{2 \cdot \pi \cdot a} I_1 \cdot I_2$$

## 5. Wechselstromtechnik

### 5.1. Erzeugung von Wechselstrom, Bestimmungsgrößen



$l$  = Länge der Leiterschleife

$$A(t) = 2 r \cdot l \cdot \cos \omega t$$

$B$  = konst.

$\omega$  – Kreisfrequenz

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

induktionswirksamer Fluß ?

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= B \cdot A(t) = 2 \cdot B \cdot r \cdot l \cdot \cos \omega t \\ &= \hat{\Phi} \cos \omega t \end{aligned}$$

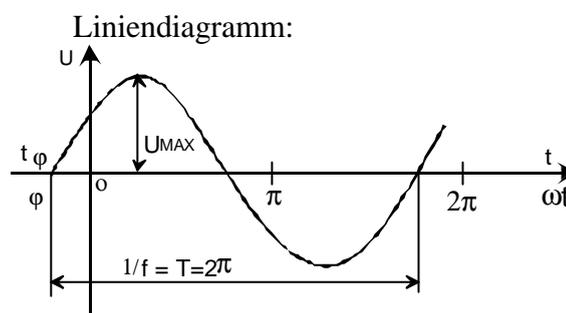
$$\hat{\Phi} = 2 B \cdot r \cdot l$$

$$U_{qi} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N(-\hat{\Phi} \omega \sin \omega t)$$

$$U_{qi} = N \hat{\Phi} \omega \sin \omega t = \hat{E} \sin \omega t, \quad U_{qi} = N \omega \hat{\Phi}$$

Generatorprinzip F

Zeitlicher Verlauf

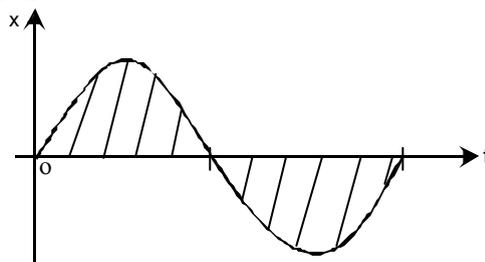


### 5.2. Zeitliche Mittelwerte von Sinusgrößen

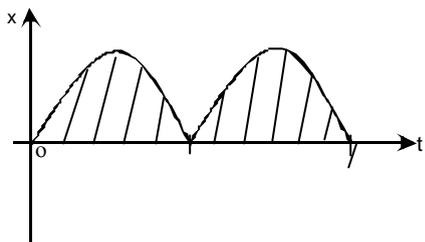
a) Arithmetischer Mittelwert

allgemein: 
$$\bar{X} = \frac{1}{T} \int_0^T x \cdot dt$$

geometrische Interpretation



Für sinusförmige Spannung ergäbe sich  $\bar{U} = 0$ , deswegen Bezug auf gleichgerichtete Spannung.



$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$\begin{aligned}\bar{U} &= \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} \hat{U} \sin \omega t \cdot dt \\ &= \frac{2\hat{U}}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t \cdot dt\end{aligned}$$

$$\bar{U} = -\frac{2\hat{U}}{\omega T} \cos \omega t \Big|_0^{\frac{T}{2}}$$

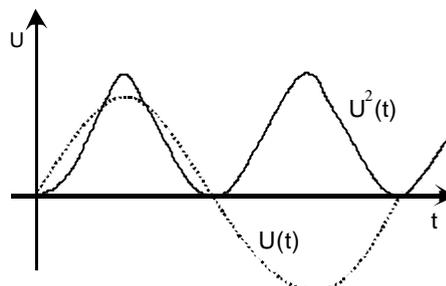
$$\bar{U} = -\frac{2\hat{U}}{2\pi} \cos \Big|_0^{\frac{1}{2}} = -\frac{\hat{U}}{\pi} (-1 - 1)$$

$$\bar{U} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{U} = 0,64 \hat{U}$$

### b) Effektivwert (quadratischer Mittelwert)

$$U = U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2 dt}$$

geometrische Interpretation  
für sinusförmige Größen (Wechselspannung)



$$U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{2} \hat{U} = 0,707 \hat{U}$$

Physikalische Bedeutung des Effektivwertes  
z.B. Wärmeenergie



$$P = u i$$

$$u = i R$$

$$P = R i^2$$

$$\bar{P} = \frac{R}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt = I^2 \cdot R \quad \text{Mittelwert des}$$

Leistungsumsatzes

Ein Wechselstrom mit Effektivwert  $I_{\text{eff}}$  erzeugt in  $R$  die gleiche Wärmemenge, wie ein Gleichstrom der selben Größe.

? Effektivwert ist ein Maß für den Mittelwert der umgesetzten Leistung.

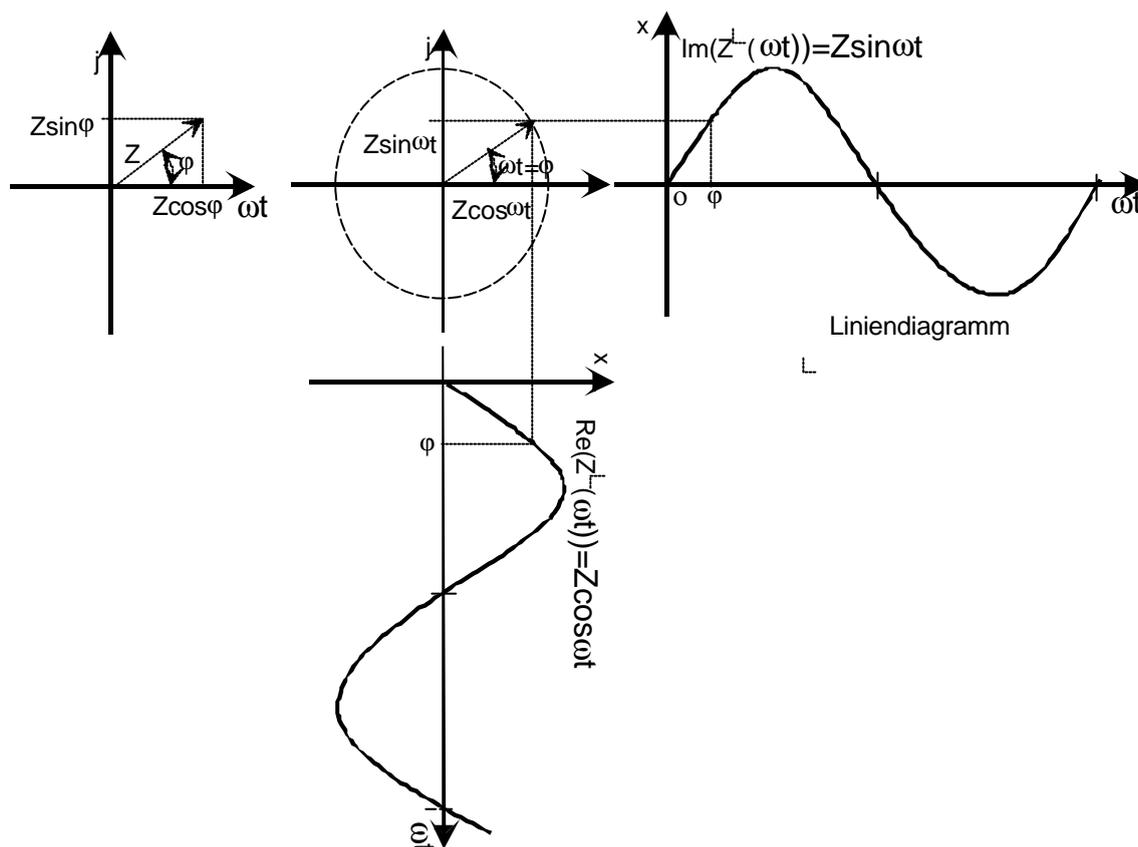
### 5.3. Darstellung sinusförmiger Spannungen und Ströme im Zeigerdiagramm

Ziel: Abbildung der Sinusfunktion in der komplexen Ebene

$$Z^L = a + jb$$

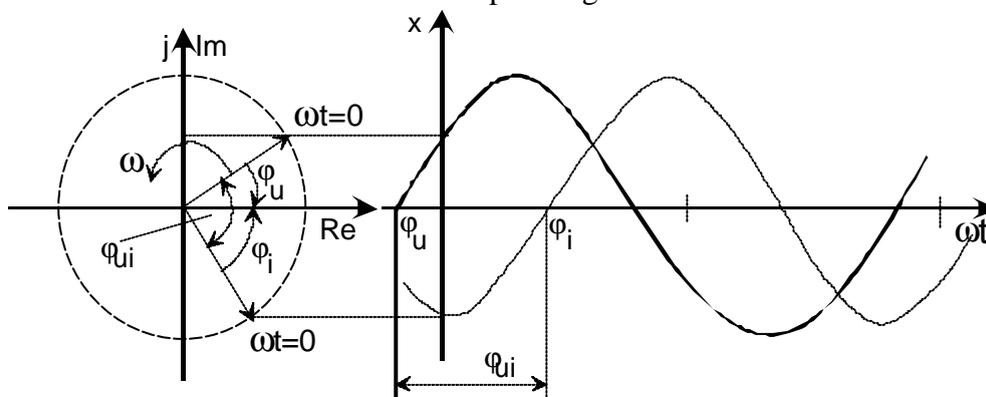
$$Z^L = Z (\cos j + j \sin j) \quad ? \quad Z^L = Z (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

$$Z^L = Z \cdot e^{jj}$$



Zwei phasenverschobene Sinusfunktionen mit gleicher Frequenz  $\omega = 2\pi f$

Spannung eilt dem Strom voraus um  $90^\circ$  el.



Beide Zeiger rotieren mit  $\omega$ , wobei ihre Lage zueinander erhalten bleibt (Phasenverschiebung  $j_{ui}$ ).

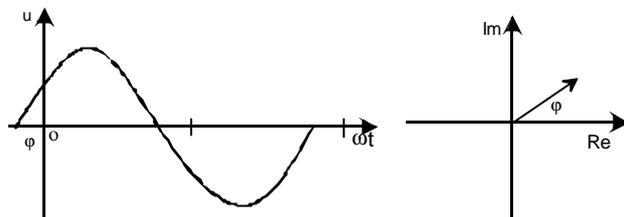
Vereinbarung: - Das System der mit gleicher Frequenz rotierenden Zeiger wird zum Zeitpunkt

$t = 0$  betrachtet und dargestellt ? Übergang zu ruhenden Zeigern

- Länge der Zeiger entspricht dem Effektivwert der dargestellten Größe ?  
Effektivwertzeiger

Beispiel:

$$u = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi) \quad ? \quad \underline{U} = U(\cos \varphi + j \sin \varphi) = U e^{j\varphi}$$

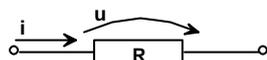


$$|\underline{U}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U} = U$$

Symbolik  $\underline{U}$  = U-Zeiger

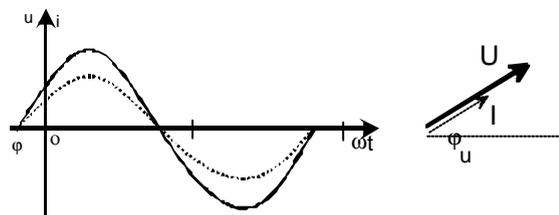
## 5.4. Spannungs- und Stromzeiger bei den Grundschaltelementen (R, L, C), Wechselstromwiderstände

### 5.4.1. Ohmscher Widerstand



$$u = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) \quad ? \quad \underline{U} = U e^{j\varphi_u}$$

$$i = \frac{u}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \sin(\omega t + \varphi_u) \quad ? \quad \underline{I} = I e^{j\varphi_u}$$



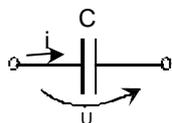
$$U = |\underline{U}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U}$$

$$I = |\underline{I}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{I}$$

$$Z^L = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} = R$$

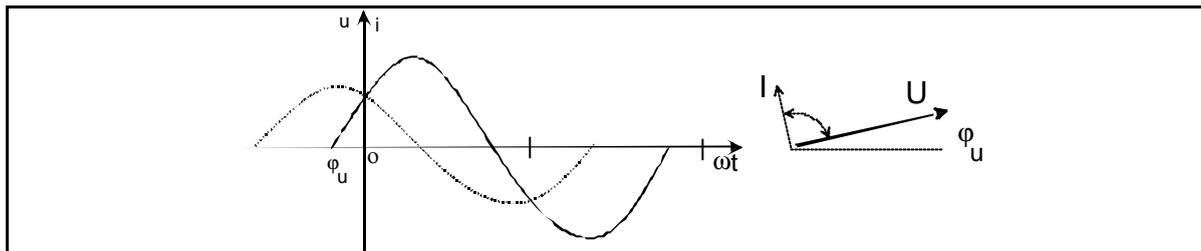
Wechselstromwiderstand (komplexe Größe,  
aber Imaginärteil ist Null)

### 5.4.2. Kondensator



$$u = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) \quad ? \quad \underline{U} = U \cdot e^{j\varphi_u}$$

$$\begin{aligned} i &= C \frac{du}{dt} = \hat{U} \cdot \omega C \cos(\omega t + \varphi_u) \\ &= \hat{U} \cdot \omega C \sin\left(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \underline{I} = U \cdot \omega C \cdot e^{j(\varphi_u + \frac{\pi}{2})} \end{aligned}$$



$$Z^L = \frac{U}{I} = \frac{e^{j\omega t}}{\omega \cdot C \cdot e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}} = \frac{1}{\omega \cdot C} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j \quad ?$$

$$e^{-j\frac{\pi}{2}} = 1 \left( \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - j \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right)$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$Z^L = j \cdot X_C$$

$$X_C = -\frac{1}{\omega \cdot C}$$

kapazitiver Wechselstromwiderstand

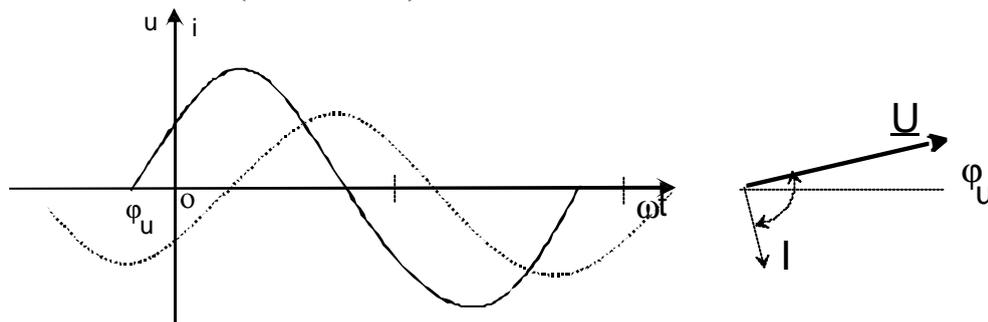
**5.4.3. Induktivität**



$$u = \hat{U} \sin(\omega t + j u) \quad ? \quad \underline{U} = U \cdot e^{j\omega t}$$

$$i = \frac{1}{L} \int u \cdot dt = \frac{-\hat{U}}{\omega L} \cos(\omega t + j u)$$

$$= \frac{\hat{U}}{\omega L} \sin\left(\omega t + j u - \frac{\pi}{2}\right) \quad ? \quad \underline{I} = \frac{U}{\omega \cdot L} e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$



$$Z^L = \frac{U}{I} = \frac{U \cdot e^{j\omega t}}{\frac{U}{\omega L} \cdot e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}} = \omega \cdot L \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \quad e^{j\frac{\pi}{2}} = j$$

$$Z^L = j \cdot X_L$$

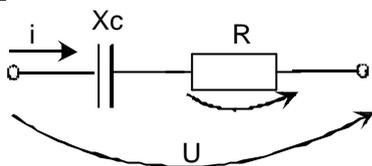
$$X_L = \omega \cdot L$$

induktiver Wechselstromwiderstand, Induktanz

## 5.5. Berechnung von Wechselstromschaltungen

- Berechnung von Wechselstromschaltungen im Zeitbereich erfordert das Lösen von DGL ? kompliziert und aufwändig
- DGL kann umgangen werden, wenn in Zeigerdarstellung (komplexe Ebene) gerechnet wird
- Anwendung der komplexen Darstellung nur für eingeschwungene Vorgänge möglich

Beispiel:



gegeben:  $u(t) = \sqrt{2} \cdot 10V \sin \omega t$   
 $X_C = -30 \Omega$ ,  $R = 40 \Omega$

gesucht:  $i(t)$

1. Übergang: Zeitbereich ? Zeigerdarstellung

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 10V \sin \omega t \quad ? \quad \underline{U} = 10V \cdot e^{j0}$$

2. Bestimmung des Wechselstromwiderstandes

?—? ? ? ? ? ? ? —?

$$Z^L = (40 - 30j) \Omega = R + j \cdot X_C$$

?

$$Z^L = Z e^{j\varphi_z} = Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} \Omega = 50 \Omega$$

$$\varphi_z = \arctan \frac{X_C}{R} = \arctan \frac{-30}{40} = -36,9^\circ$$

$$Z^L = 50 \Omega \cdot e^{-j36,9^\circ}$$

3. Berechnung des Stromzeigers

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{Z^L} = \frac{10V \cdot e^{j0}}{50 \Omega \cdot e^{-j36,9^\circ}} = 0,2 A \cdot e^{j36,9^\circ}$$

4. Rücktransformation in den Zeitbereich

$$\underline{I} = 0,2 A \cdot e^{j36,9^\circ} \quad ? \quad i(t) = \sqrt{2} \cdot 0,2 A \sin(\omega t + 36,9^\circ)$$

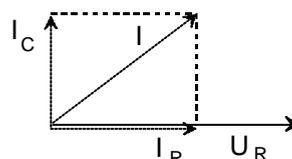
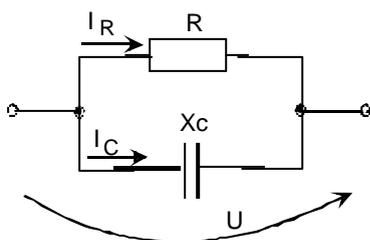
## 5.6. Zeigerbilder

Zeigerbild = Darstellung der Zeiger aller Teilströme und Teilerspannungen einer Schaltung

Beispiele:

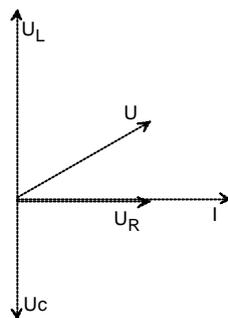
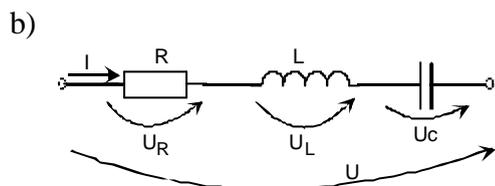
$$U = \hat{U} \sin \omega t$$

a)



$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{j \cdot X_C}$$

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{R}$$



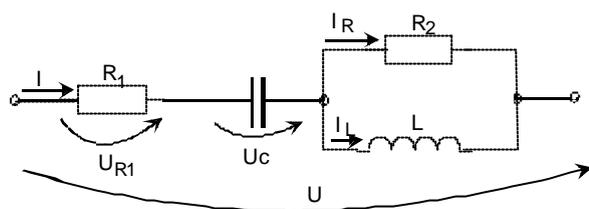
$$i = \hat{i} \sin \omega t$$

$$\underline{U}_R = \underline{I} \cdot R$$

$$\underline{U}_L = \underline{I} \cdot j \cdot X_L$$

$$\underline{U}_C = \underline{I} \cdot j \cdot X_C$$

c) quantitatives Zeigerbild



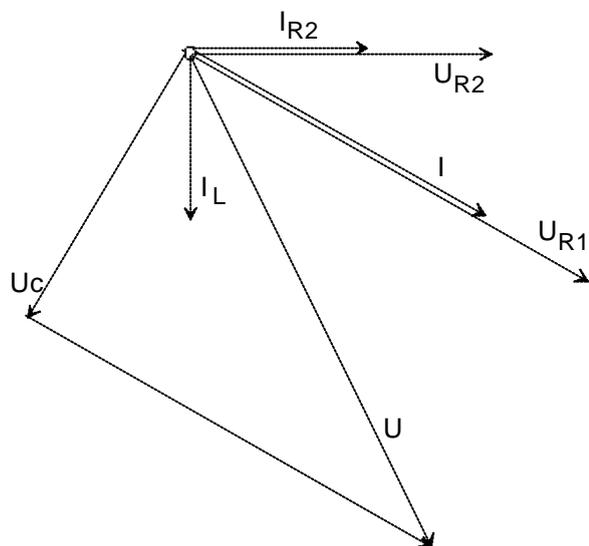
$$R_1 = 50 \text{ } \Omega$$

$$R_2 = 50 \text{ } \Omega$$

$$X_L = 50 \text{ } \Omega$$

$$X_C = -50 \text{ } \Omega$$

$$I_R = 1 \text{ A}$$



Maßstäbe: 10 V  $\hat{=}$  1 cm

1 A  $\hat{=}$  3 cm

$$U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 50 \text{ V}$$

$$I_L = \frac{U_{R2}}{X_L} = 1 \text{ A}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_{R2}$$

$$I = \sqrt{2} \text{ A}$$

$$U_C = I \cdot X_C = 50\sqrt{2} \text{ V} = 70,7 \text{ V}$$

$$U_{R1} = I \cdot R_1 = 70,7 \text{ V}$$

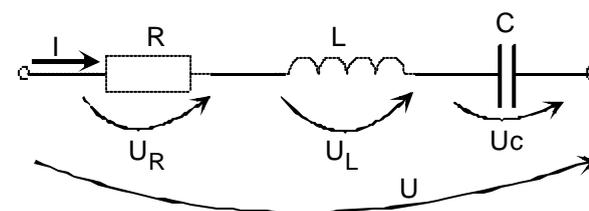
$$U = 112 \text{ V}$$

### 5.7. Resonanz

Sonderfall in Wechselstromkreisen, in dem der imaginäre Teil des Scheinwiderstandes verschwindet.

$$\text{Im}\{Z^L\} = 0 \quad \text{oder} \quad Z^L = R$$

a) Reihenresonanz



$$\underline{I} = \frac{U}{Z^L}$$

$$Z^L = R + j(X_C + X_L)$$

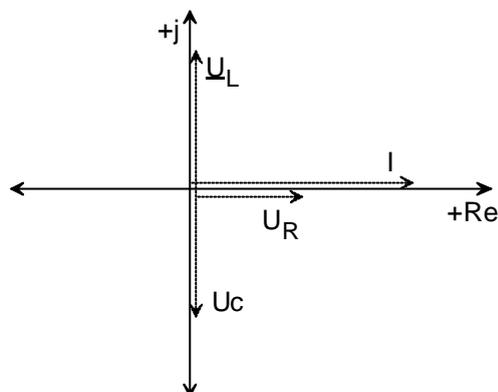
$$Z^L = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Resonanzbedingung

$$\omega \cdot L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad ? \quad \omega_r = \sqrt{\frac{1}{\omega C}}$$

$\omega_r$  - Resonanzfrequenz

Spannungszeiger  
kompensieren sich ?  
Spannungsresonanz



$$\underline{U}_R = \underline{I} \cdot R$$

$$\underline{U}_L = j\omega \cdot L \cdot \underline{I}$$

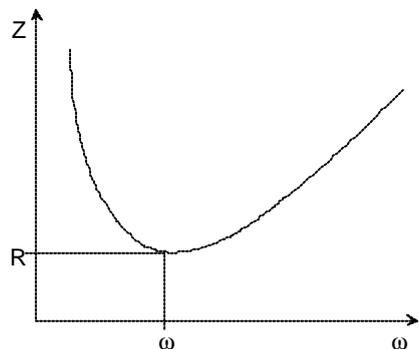
$$|\underline{U}_L| = |\underline{U}_C|$$

$$\underline{U}_C = -j \frac{1}{\omega C} \cdot \underline{I}$$

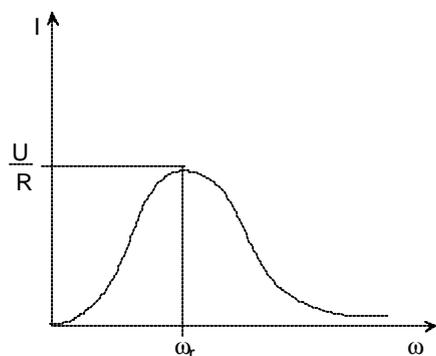
Hinweis: Die Spannungen über den Blindelementen können wesentlich größer werden als die Gesamtspannung ? Überspannung

$$|Z^L| = f(\omega)$$

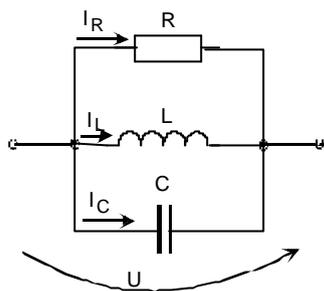
$$|Z^L| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$



$$I = \frac{U}{|Z^L|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$



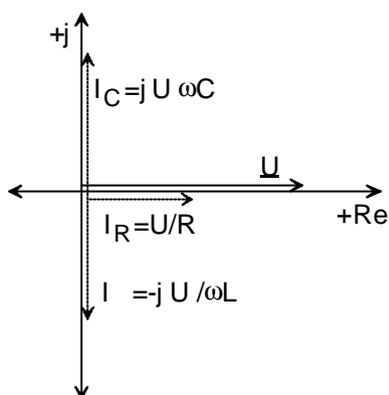
## b) Parallelresonanz



$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C$$

$$\underline{I} = \frac{U}{R} + \frac{U}{j\omega L} - \frac{U}{j\omega C}$$

$$\underline{I} = \frac{U}{R} - j\frac{U}{\omega L} + jU\omega C$$



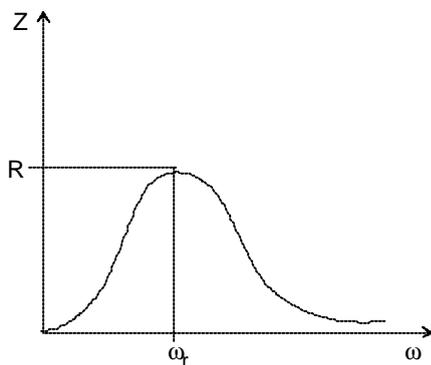
$|\underline{I}_C| = |\underline{I}_L|$  bei Resonanz, d. h. die Blindanteile der Ströme heben sich auf ? Stromresonanz

Hinweis: Die Teilströme in den Blindelementen können wesentlich größer werden als der Gesamtstrom

$$|Z^L| = f(\omega)$$

$$\frac{1}{Z^L} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} - \frac{1}{j\omega C}$$

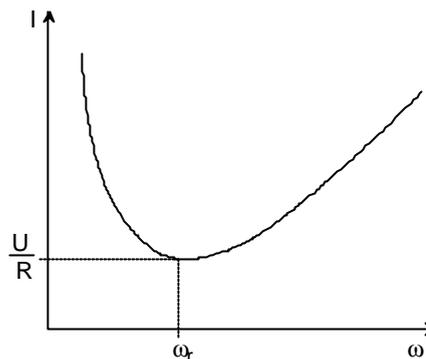
$$|Z^L| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$



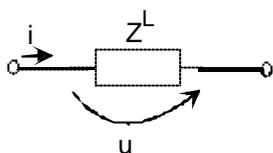
$$I = f(\omega)$$

$$\underline{I} = \frac{U}{Z^L} = U \left[ \frac{1}{R} + j \left[ \omega C - \frac{1}{\omega L} \right] \right]$$

$$I = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}$$



**5.8. Wechselstromleistung**



$$Z^L = R + jX$$

$$p = u \cdot i = \hat{u} \cdot \hat{i} \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \mathbf{j}_i)^*$$

$$u = \hat{u} \sin \omega t$$

Additionstheorem

$$* \sin(\omega t + \mathbf{j}_i) = \cos \mathbf{j}_i \cdot \sin \omega t + \sin \mathbf{j}_i \cdot \cos \omega t$$

$$i = \hat{i} \sin(\omega t + \mathbf{j}_i)$$

$$p = \hat{u} \hat{i} \left[ \sin^2 \omega t \cdot \cos \mathbf{j}_i + \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot \sin \mathbf{j}_i \right]$$

$$* \sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$$

$$* \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{\sin 2\omega t}{2}$$

$$p = \hat{u} \hat{i} \left[ \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \cos \mathbf{j}_i + \frac{\sin 2\omega t}{2} \sin \mathbf{j}_i \right]$$

$$* p = \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} \left[ \cos \mathbf{j}_i + (\sin 2\omega t \cdot \sin \mathbf{j}_i - \cos 2\omega t \cdot \cos \mathbf{j}_i) \right]$$

Mittelwert  $\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} \cos \mathbf{j}_i$

Wechselstromleistung besitzt einen Zeit unabhängigen Anteil ?

$$\hat{u} = \sqrt{2} U$$

Mittelwert  $\bar{P}$

$$\hat{i} = \sqrt{2} I$$

und einen periodischen Anteil, dessen Mittelwert Null ist

$$P = U \cdot I \cos \mathbf{j}_i$$

Wirkleistung  $P_w(t)$

$$S = U \cdot I$$

Scheinleistung

$$P = S \cos \mathbf{j}_i$$

$$\cos \mathbf{j}_i = \frac{P}{S}$$

Leistungsfaktor

$$P_w(t) = S (\sin 2\omega t \cdot \sin \mathbf{j}_i - \cos 2\omega t \cdot \cos \mathbf{j}_i) \quad \text{nur Wechselanteil}$$

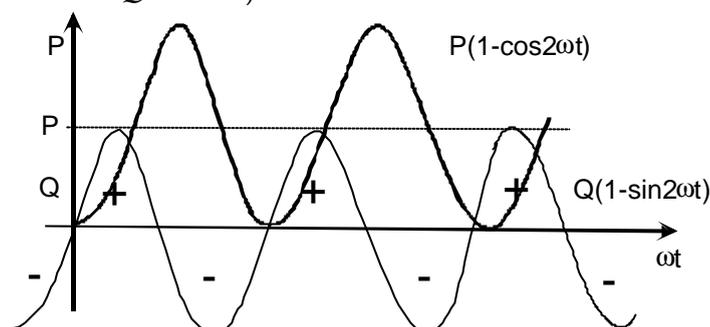
$$= \underbrace{S \sin \mathbf{j}_i}_Q \cdot \sin 2\omega t - \underbrace{S \cos \mathbf{j}_i}_P \cdot \cos 2\omega t$$

$$Q = S \sin \mathbf{j}_i$$

Blindleistung

$$p(t) = P + p_w(t)$$

$$p(t) = P(1 - \cos 2\omega t) + Q \sin 2\omega t$$



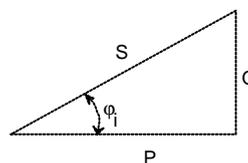
Interpretation:

- Komponente  $Q \sin 2\omega t$  ist die Leistung, die zwischen Erzeuger und Verbraucher „hin und her geschoben“ wird, ohne dass es im Mittel zu einem Leistungsumsatz kommt. Der Transport der Leistung ruft aber in den Zuleitungen Stromwärmeverluste hervor und belastet das Netz? Bestreben,  $Q$  klein zu halten? Leistungsfaktor  $\cos \mathbf{j} \rightarrow 1$
- $P(1 - \cos 2\omega t)$  ist stets positiv (Spannungsquelle? Verbraucher), d. h. die gesamte Leistung wird im Verbraucher umgesetzt.

$$\frac{1}{T} \int_0^T P(1 - \cos 2\omega t) dt = P = \bar{P}$$

Leistungsdreieck

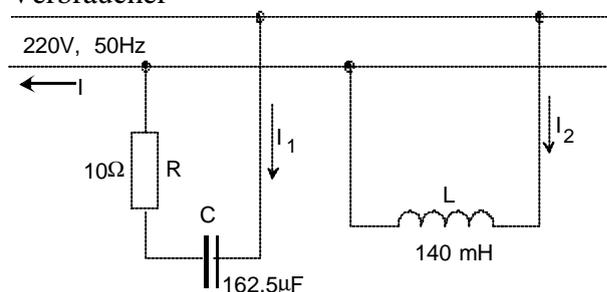
$$\left. \begin{aligned} S &= UI \\ P &= S \cos \mathbf{j}_i \\ Q &= S \sin \mathbf{j}_i \end{aligned} \right\}$$



keine Vektoren!!!

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Betrachtungen an einem komplexen Verbraucher



$$\begin{aligned} R &= 10 \text{ } \Omega \\ C &= 162,5 \text{ } \mu\text{F} \\ L &= 140 \text{ mH} \end{aligned}$$

gesucht:  
Gesamtleistung  
 $S, P, Q, \cos \mathbf{j}, I$

- Berechnen Sie für die Gesamtschaltung  $P, Q, S$  und den Phasenwinkel  $\mathbf{f}$ !
- Welcher Gesamtstrom  $I$  stellt sich ein?

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 162,5} \Omega = -19,6 \Omega$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f \cdot 140 \cdot 10^{-3} \Omega = 44 \Omega$$

$$P = I_1^2 \cdot R$$

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \bar{X}_c^2}} = \frac{220}{22} A = 10 A$$

$$\mathbf{P = 1000 W}$$

$$Q_C = I_1^2 \cdot X_C = -1960 \text{ VAr}$$

$$Q_L = \frac{U^2}{X_L} = 1100 \text{ VAr}$$

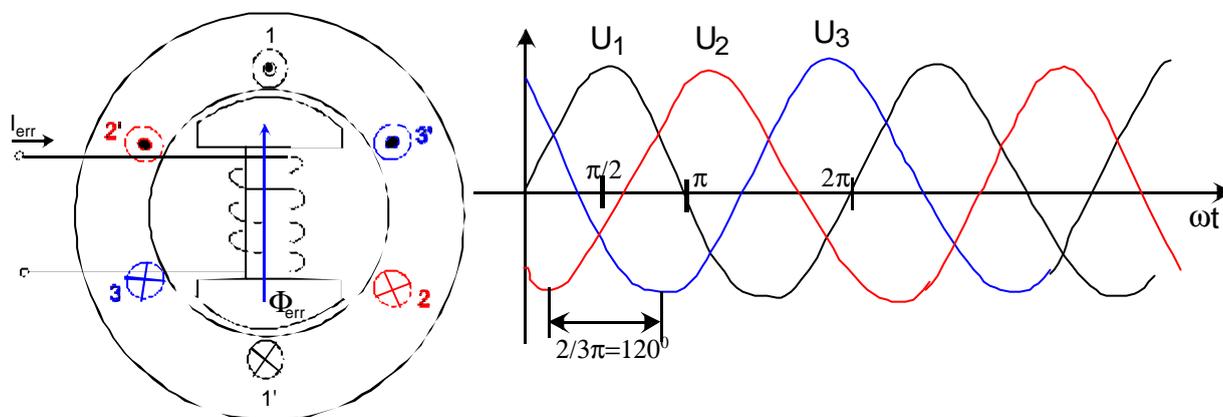
$$Q = Q_L + Q_C = \mathbf{-860 \text{ VAr}}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \mathbf{1319 \text{ VA}}$$

$$\cos j = \frac{P}{S} = \mathbf{0,76} \quad I = \frac{S}{U} = \mathbf{6A}$$

## 5.9. Drehstrom (Dreiphasenwechselstrom)

### 5.9.1 Erzeugung von Drehstrom



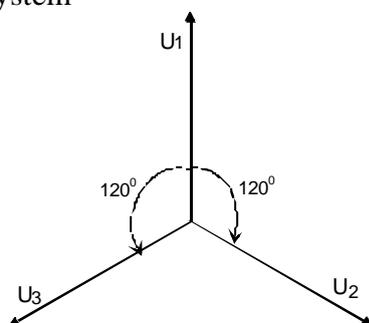
$$U_1 = \hat{U} \sin \omega t$$

$$U_2 = \hat{U} \sin \left( \omega t - \frac{2}{3} p \right)$$

$$U_3 = \hat{U} \sin \left( \omega t - \frac{4}{3} p \right)$$

Zeigerdiagramm aus dem Liniendiagramm

Rechtssystem

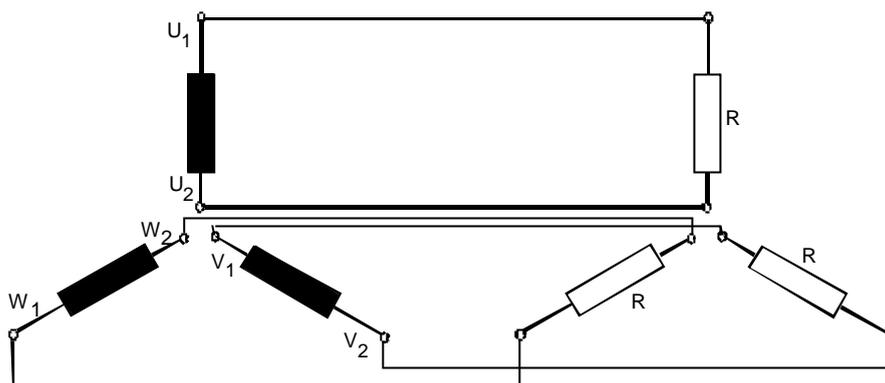


Dreiphasensystem ist ein System von drei gleichgroßen Spannungen mit gleicher Frequenz, die zueinander um je  $120^\circ$  phasenverschoben sind

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0$$

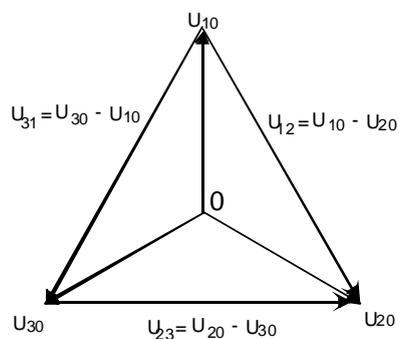
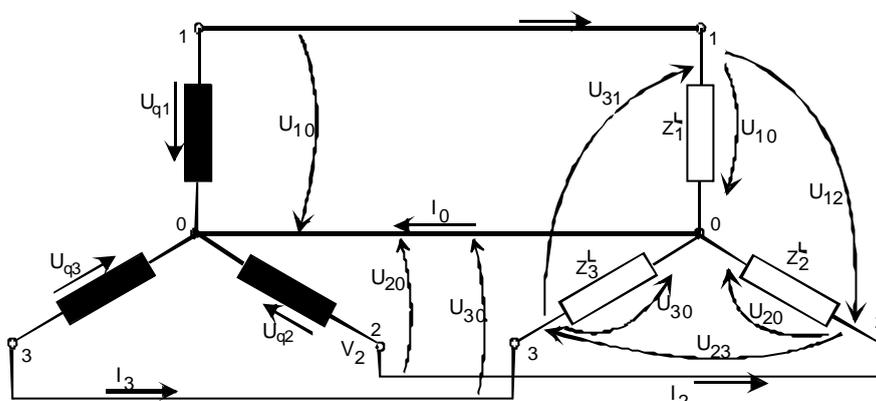
$$\underline{U}_1 = U e^{j0} \quad ; \quad \underline{U}_2 = U e^{-j\frac{2}{3}p} \quad ; \quad \underline{U}_3 = U e^{-j\frac{4}{3}p}$$

## 5.9.2 Verkettung des Dreiphasensystems



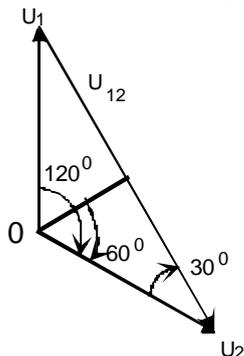
Das unverkettete Dreiphasensystem benötigt **sechs** Zuleitungen und stellt dem dreiphasigen Verbraucher **drei** Spannungen mit **der selben** Amplitude zur Verfügung? Nachteil

a) Sternschaltung (  $\Delta$  )



Index 0 wird in Zukunft weggelassen.

Beziehung zwischen der Strang- und Leiterspannung:



$$\sin 60^\circ = \frac{U_{12}}{2U_2}$$

$$U_{12} = U_2 \cdot 2 \sin 60^\circ ; \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$U_{12} = \sqrt{3} \cdot U_2$$

$$\underline{U}_{10} + \underline{U}_{20} + \underline{U}_{30} = 0$$

$$\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0$$

Definition der Strangspannung und der Leiterspannung;  $U_{str.}$ ,  $U_L$

oder allgemein:

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_{str.}$$

Bei der  $\Delta$ -Schaltung verhalten sich die Strangspannungen zu den Leiterspannungen wie  
1 :  $\sqrt{3}$

1.)  $U_{str.} = 230 \text{ V (220V)}$

2.)  $U_L = 400 \text{ V (380V)}$

d. h. es stehen prinzipiell stets zwei Spannungen zur Verfügung, wobei bei der  $\Delta$ -Schaltung die Strangspannung (Spannung am Verbraucher) 220 V beträgt

Die Ströme in den Strängen und Leitern sind dieselben

$$I_L = I_{str.}$$

Für einen symmetrischen Verbraucher ( $Z_1^L = Z_2^L = Z_3^L = Z^L$ ) gilt

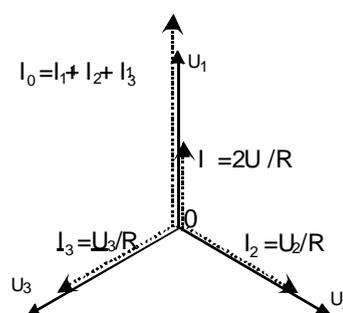
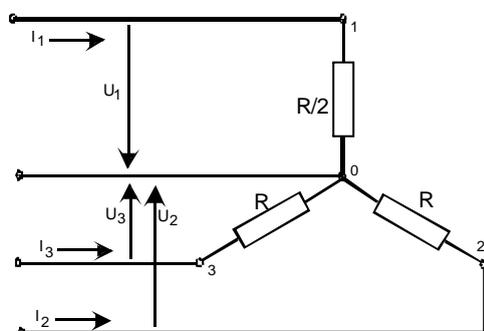
$$I_0 = 0$$

denn

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U_1}{Z_1^L} + \frac{U_2}{Z_2^L} + \frac{U_3}{Z_3^L} = \frac{1}{Z^L} \underbrace{(U_1 + U_2 + U_3)}_0 = 0$$

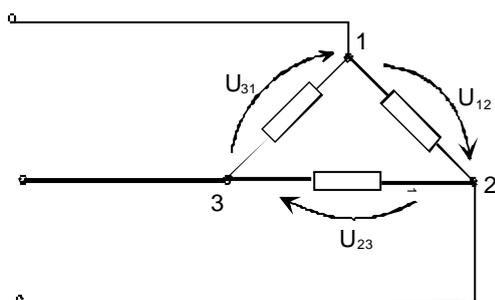
Sind die Verbraucher unterschiedlich, (unsymmetrische Last;  $Z_1^L \neq Z_2^L \neq Z_3^L$ ), fließt ein Strom im Nulleiter  $I_0 \neq 0$ .

Z. B.:



Begründung der Rolle des Nulleiters

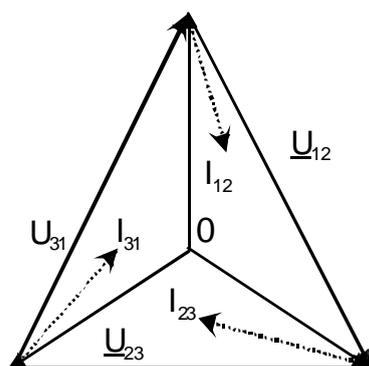
b) Dreieckschaltung ( ? )



$$Z_{12}^L = Z_{23}^L = Z_{31}^L = Z^L$$

Es gibt keinen Nulleiter!

Zeigerdiagramm  
für induktive Last



$$1. \underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$$

$$2. \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$$

$$3. \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \mathbf{0}$$

Es gilt:  $\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23} + \underline{I}_{31} = \mathbf{0}$  ? wegen  $\frac{U_{12}}{Z^L} + \frac{U_{23}}{Z^L} + \frac{U_{31}}{Z^L} = 0$

In der  $\Delta$ -Schaltung ist die Summe der Strangströme und die Summe der Leiterströme stets Null!

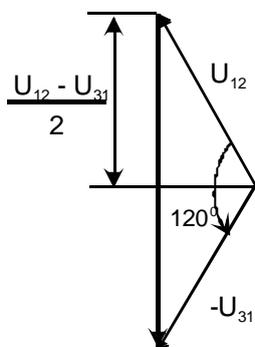
Beziehung zwischen den Strang- und Leiterströmen

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = \frac{1}{Z^L} (\underline{U}_{12} - \underline{U}_{31})$$

$$\left( \underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{Z^L} \quad ; \quad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{Z^L} \right)$$

$$\frac{I_1}{I_{12}} = \frac{|\underline{U}_{12} - \underline{U}_{31}|}{U_{12}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{|\underline{U}_{12} - \underline{U}_{31}|}{U_{12}} = \sqrt{3}$$



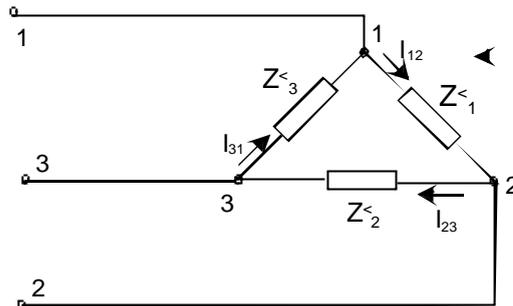
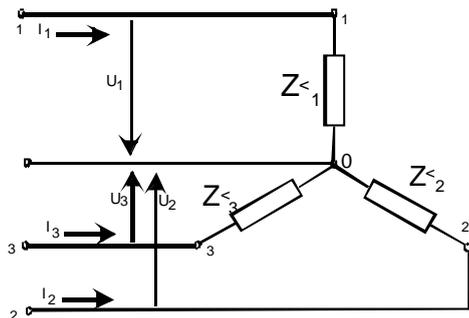
allgemein

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_{str.}$$

und

$$U_L = U_{str.}$$

### 5.9.3 Leistung im Drehstromsystem



$$P_{ges} = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2$$

$$P_3 = U_3 \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_3$$

bei

$$Z_1^L = Z_2^L = Z_3^L = Z^L$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = U_{str.} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$P_{ges} = 3 U_{str.} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$U_{str.} = \frac{1}{\sqrt{3}} U_L$$

+ ?

$$P_{ges} = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_1 = U_{12} \cdot I_{12} \cdot \cos \varphi_1$$

$$P_2 = U_{23} \cdot I_{23} \cdot \cos \varphi_2$$

$$P_3 = U_{31} \cdot I_{31} \cdot \cos \varphi_3$$

bei

$$Z_1^L = Z_2^L = Z_3^L = Z^L$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = U_L \cdot I_{str.} \cdot \cos \varphi$$

$$P_{ges} = 3 U_L \cdot I_{str.} \cdot \cos \varphi$$

$$I_{str.} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_L$$

+ ?

$P_{ges} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$
$S_{ges} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$
$Q_{ges} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin \varphi$

## 6. Elektronik

### 6.1. Physikalische Grundlagen

#### 6.1.1 Mechanismus der Stromleitung in Halbleitern

Siliziumkristallgitter

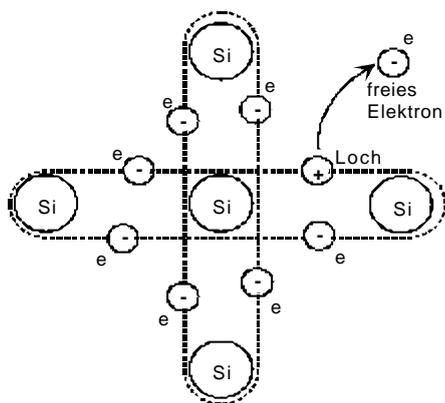
W Bändermodell

?

+ Leistungsband

+ Verbotenes Band

+ Valenzband



freies Elektron

$\Theta_e$

?

Kräftegleichgewicht

$$\frac{mv^2}{R} = F_{\text{Coulomb}}$$

gestört ?

$$\left( F_c = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \cdot \epsilon \cdot R^2} \right)$$

+? 4. Hauptgruppe

Jedes Atom ist über je 2

Valenzelektronen

mit den 4 benachbarten Atomen verbunden

? kovalente Bindung

Normalzustand: Elektronen sind fest an Kristallgitter gebunden ?

keine freien Elektronen ?

Nichtleiter

Energieeinwirkung (Wärme, Strahlung el. Feld): Herauslösung von Valenzelektronen aus dem Kristallverband

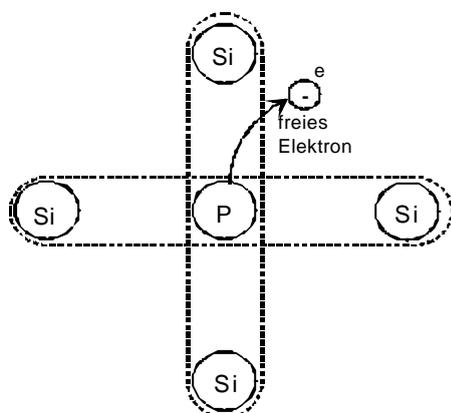
Entstehung eines Loches ? wirkt nach außen hin wie positiver Ladungsträger

Loch kann wandern ? wegfangen eines Nachbarlektron ? neues Loch entsteht u.s.w. ? Ladungstransport ? elektrischer Strom.

Ladungstransport in reinen Halbleitern sehr gering.

Vergrößerung der Anzahl der freien Ladungsträger durch Fremdatome (Störstellenleitung)

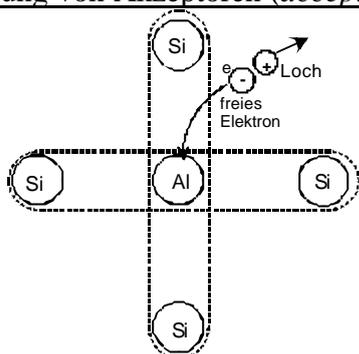
#### a) Dotierung (dotare) von Donatoren (donare)



Ersetzung eines Si-Atoms durch ein Atom der 5. Hauptgruppe ? 4 Valenzelektronen des Fremdatoms werden durch die kovalenten Bindungen im Kristallgitter gebunden ? 5-tes Valenzelektron ist frei beweglich ? Ladungstransport ? n-Leitung (n = negativ)

Donatoren für Si: P und Sb (Antimon)

b) Dotierung von Akzeptoren (acceptare)

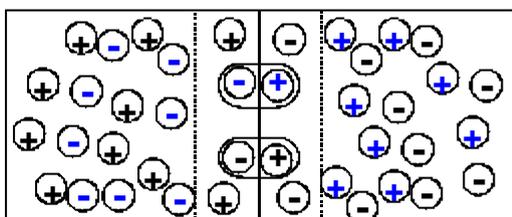


Ersetzung eines Si-Atoms durch ein Atom der 3. Hauptgruppe (Al, B, Ga). Fremdatom kann 3 kovalente Bindungen aufbauen ?  
 wegfangen eines benachbarten Atoms für die 4. kovalente Bindung ? Entstehung eines Lochs ? p-Leitung (p = positiv)

6.1.2 p - n - Übergang

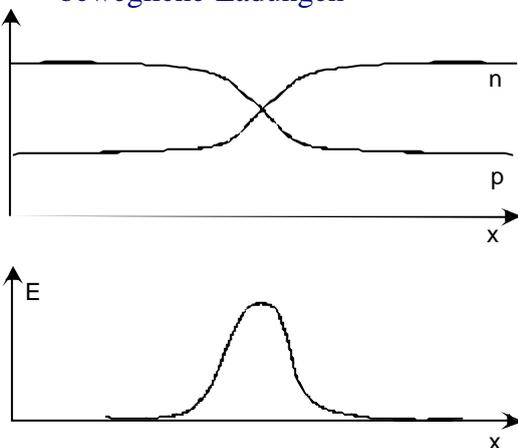
Raumladung  
 + ? -  
 n-Gebiet p-Gebiet

Ausbildung einer Grenzschicht in der:  
 - freie Elektronen des n-Gebietes in das p-Gebiet diffundieren und mit den



beweglichen Löchern rekombinieren  
 - freibewegliche Löcher in das n-Gebiet diffundieren und mit den freien Elektronen rekombinieren

- feste Ladungen
- bewegliche Ladungen

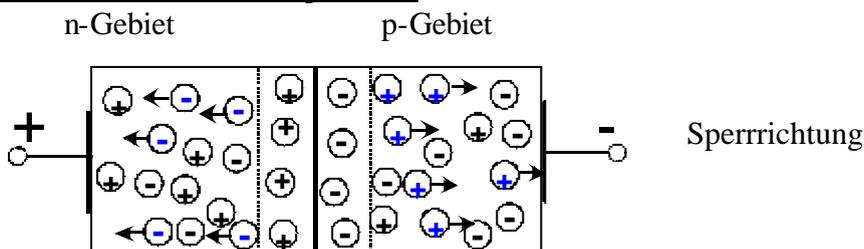


- Ergebnis:
1. Verarmung der Grenzschicht an freien Ladungsträgern ? Leitfähigkeit sinkt
  2. Überschuss an negativen Ladungsträgern auf der p-Seite und an Löchern auf der n-Seite  
 ? Ausbildung eines elektrischen Feldes  
 ? Kraftwirkung auf die Ladungsträger die der Diffusion entgegenwirkt  
 ? Ausbildung eines Gleichgewichtszustandes

$$F_{dif} = F_{Feld} = \vec{E}_e$$

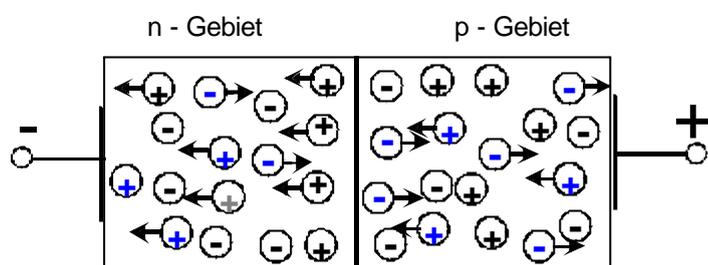
Anlegen einer äußeren Spannung an den p-n-Halbleiter

a) + an n-Gebiet und - an p-Gebiet



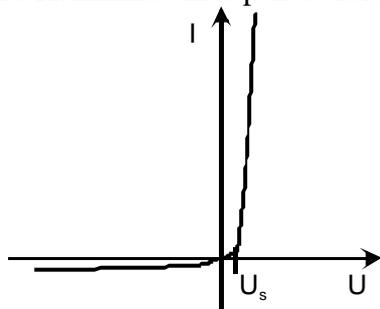
Negative Ladungsträger des n-Gebietes wandern zum Pluspol und positive Ladungsträger des p-Gebietes wandern zum Minuspol ? Halbleiter verarmt an freien Ladungsträgern ? Grenzschicht verbreitert sich ? Verringerung der Leitfähigkeit ? sperren

b) + an p-Gebiet und – an n-Gebiet



negative Ladungsträger werden durch die Kathode in das p-Gebiet „gedrückt“, während die Löcher durch die Anode in das n-Gebiet gedrückt werden  
 ? Grenzschicht verschwindet  
 ? Löcher und Elektronen rekombinieren  
 ? Stromfluss  
 ? Erhöhung der Leitfähigkeit  
 Begriff: Rekombinationsstrom

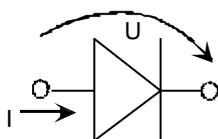
Stationäre Kennlinie eines p-n-dotierten Halbleiters



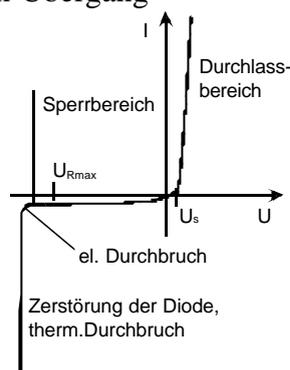
$U_s$ -Schleusenspannung ? ist notwendig, um das elektrische Feld der Grenzschicht zu überwinden  
 $U_s \approx 0,6 \dots 0,8 \text{ V}$

## 6.2. Halbleiterbauelemente

### 6.2.1 Dioden



Diode = p-n-Übergang



Auslegung der Diode nach

maximalem Durchlass-Strom  $I_{\max}$  und  
 maximaler Sperrspannung  $U_{R \max}$

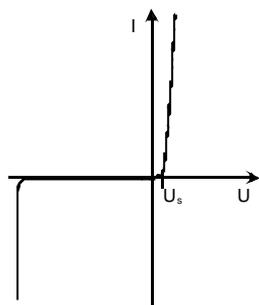
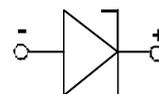
$I_{D \max} = \text{einige mA} \dots 1 \text{ 000 A (Leistungsdiode) und darüber}$

$U_{R \max} = \dots \dots \dots 1 \text{ 000 V und darüber}$

Einsatz : zur Gleichrichtung

Spezialdiode:

## Zenerdiode (Z-Diode)



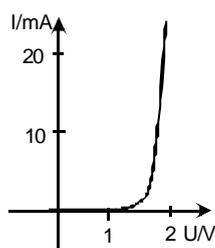
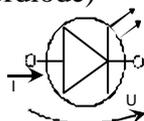
ZU – Zenerspannung

- Zenerdioden arbeiten in Sperrrichtung
- Zenerdurchbruch zerstört **nicht** die Diode!  
? elektrischer Durchbruch (reversibel)

Verwendung: Spannungsstabilisierung

Ursachen: - Lawineneffekt (Avalanche-Effekt) ? durch starke Dotierung sehr dünne Grenzschicht ? schicht mit sehr hoher Feldstärke ? Ladungen werden sehr stark zurück gestoßen ? schlagen andere Ladungen heraus – Zenereffekt ?  
ca.  $0,03\text{mm} \left| 2 \cdot 10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}} \right.$  hohe Feldstärke bewirkt Herauslösung von Ladung aus dem Kristallverband

## Leuchtdiode (LED – light-emitting diode) (Lichtemitterdiode)



Leuchteffekt bei:

- Flussströme. 2 ... 20 mA
- Flussspannung: ca. 1,5 ... 3 V

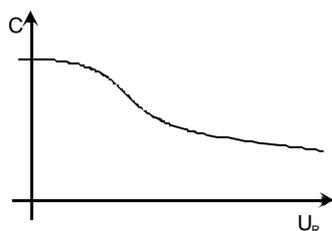
Aussendung von Lichtquanten bei Rekombination

Anwendung: Signalanzeige ? kein Verschleiß wie Glühlampe

## Varaktordioden



Si-Dioden, die in Sperrrichtung betrieben werden, und deren Sperrschicht als Kondensator mit spannungsabhängiger Kapazität wirkt



$U_R$  – Sperrspannung

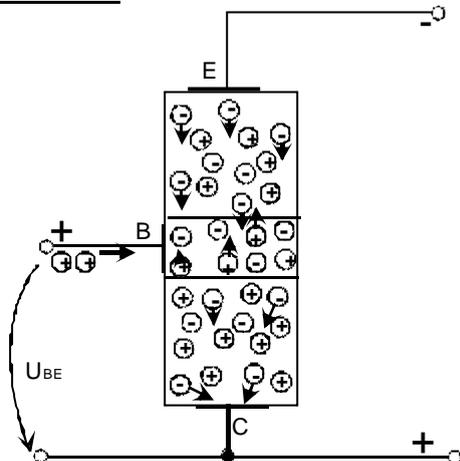
Anwendung: elektronische Abstimmung von Schwingkreisen

## 6.2.2 Bipolartransistoren

### 6.2.2.1 Aufbau und Wirkungsweise

Transistor = pnp oder npn-Anordnung

#### npn-Transistor

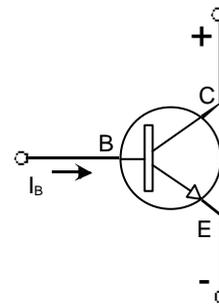
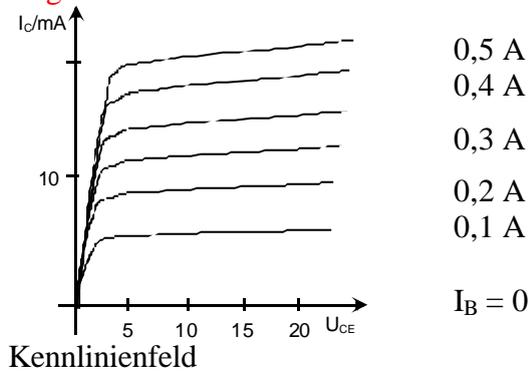


Begriff: Bipolartransistor

Emitter-Basis-Übergang ist in Durchlassrichtung gepolt. Je größer das Basispotential, umso mehr Elektronen gelangen vom Emitter in die Basiszone. Nur ein geringer Teil von ihnen [(1...5)%] -da die Basis nur schwach dotiert ist- fließt als Basisstrom  $I_B$  ab. Der größte Teil wird sofort vom Kollektor „abgesaugt“, d. h. es besteht ein funktionaler Zusammenhang zwischen dem Basispotential bzw. Basisstrom und dem Emitter-Kollektorstrom  $I_{CE}$  ?

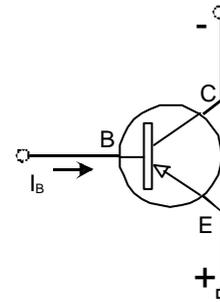
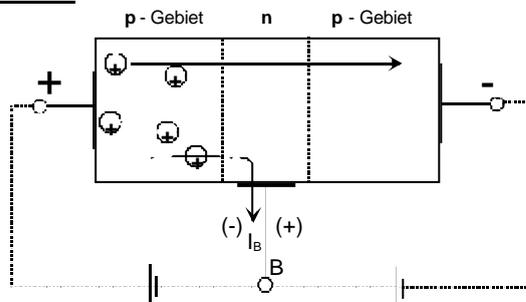
Verstärkerwirkung

**Achtung**

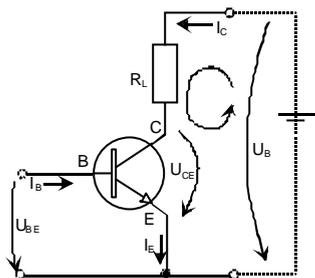


Schaltbild, npn-Transistor

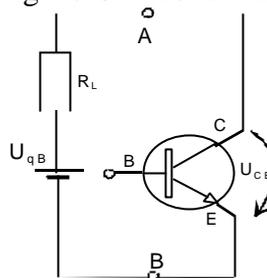
#### pnp-Transistor



6.2.2.2 Kennlinienfeld der Emitterschaltung



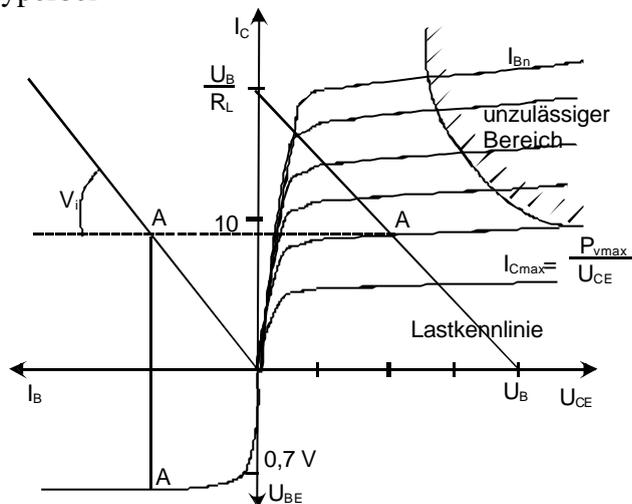
Darstellung als Grundstromkreis



$I_E = I_C + I_B$

Stromverstärkung  $V_i = \frac{I_C}{I_B} = 20 \dots 300$

Arbeitsgerade, Verlusthyperbel



$U_{CE} = U_B - I_C \cdot R_L$

Lastkennlinie, Arbeitsgerade

Verlust im Transistor (Wärme)

$P_V = U_{CE} \cdot I_C$

$P_{Vmax} = U_{CE} \cdot I_{Cmax}$

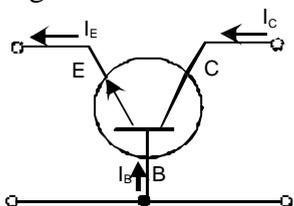
maximal zulässige Verlustleistung

$I_{Cmax} = \frac{P_{Vmax}}{U_{CE}}$

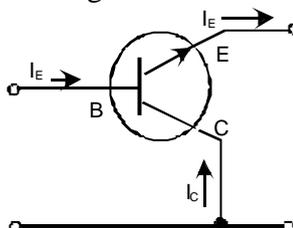
Verlusthyperbel

andere Grundschaltungen:

Basisschaltung



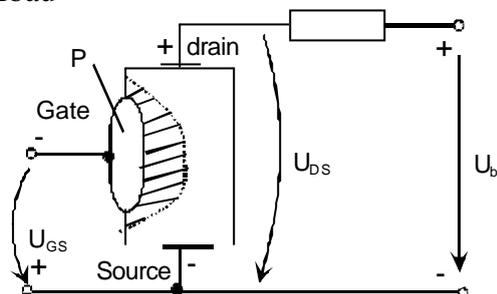
Kollektorschaltung



### 6.2.3 Unipolartransistoren

#### 2.2.3.1 Sperrschichtfeldeffekttransistor

Aufbau



Begriff: Unipolartransistor

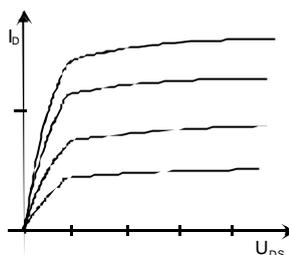
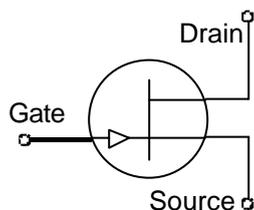
Gate und Kanal sind in Sperrichtung gepolt ? Verarmung des umgebenden Gebietes an freien Ladungsträgern

Wirkungsweise:

Laststrom fließt durch gleichartig dotierten Halbleiter ? Kanal. Querschnitt des Kanals wird durch das andersartig dotierte „Gate“ beeinflusst ? steuerbar durch  $U_G$ .

Vorteil der Feldtransistoren:

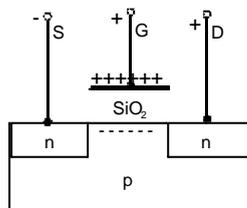
Eingangswiderstand ist sehr hochohmig ? Gatestrom ist verschwindend gering



$U_{GS} = 0$

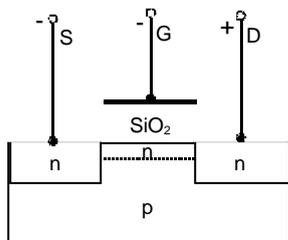
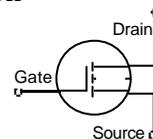
?  $U_{GS}$

#### 6.2.3.2 MOSFET (Metal-Oxid-Semiconductor - field effect - Feldeffekt-transistor)



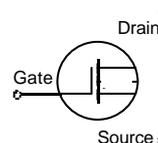
- positive Gatespannung beeinflusst negative Ladung an Halbleiteroberfläche
- Ausbildung eines n-leitenden Kanals zwischen Source und Drain
- Querschnitt des n-leitenden Kanals kann über G variiert werden

Anreicherungstyp  
(Enhancementstyp)  
[in`ha : nsmant]



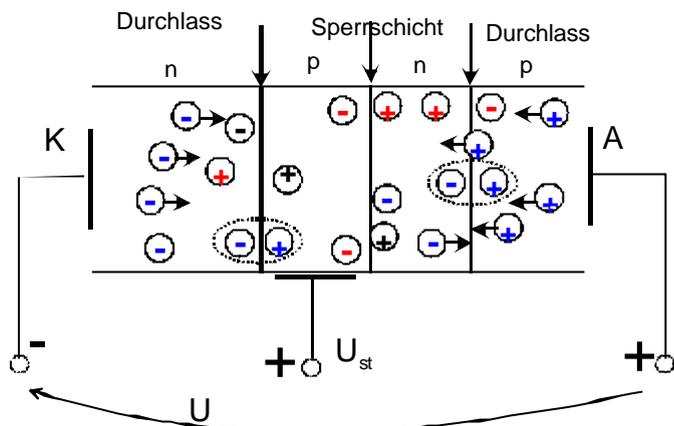
- negative Gatespannung baut den leitenden n-Kanal ab ? p-Gebiet wird die beeinflussten positiven Ladungen vergrößert ? Einschnürung des Kanals ? Verringerung der Leitfähigkeit

Verarmungstyp  
(Depletionstyp)  
[di`pli : ∫ n]



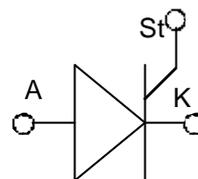
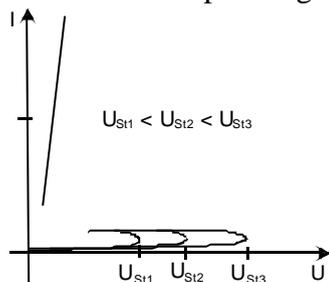
### 6.2.4. Thyristoren

Thyristor = npnp- oder pnpn-Anordnung



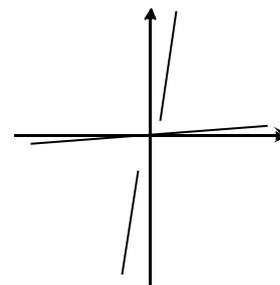
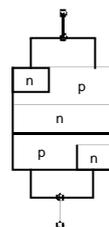
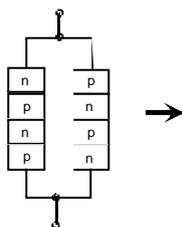
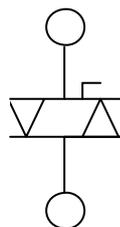
- Übergang 1 – 2 in Durchlassrichtung für Elektronen der Kathode
- Übergang 4 – 3 in Durchlassrichtung für Löcher der Anode
- Übergang 2 – 3 für beide Ladungsträger gesperrt
- Schicht 2 und 3 ist hier schwach dotiert ? Durchbruch bei bestimmter Spannung an der Trennfläche
- ? Thyristor wird leitend
- ? Zündung

- Höhe der Durchbruchspannung kann durch  $U_{st}$  beeinflusst werden
- Verschwindet die Steuerspannung des gezündeten Thyristors, bleibt er so lange leitend, bis sich die Anoden-Kathoden-Spannung umkehrt

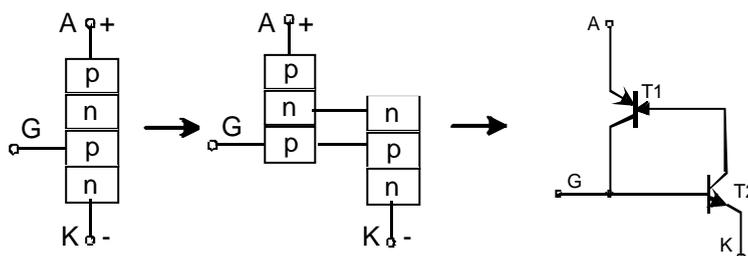


Anwendung: Leistungsschalter; gesteuerte Gleichrichter

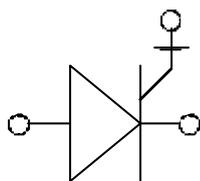
Triac (Symistor) : bidirektionaler Thyristor



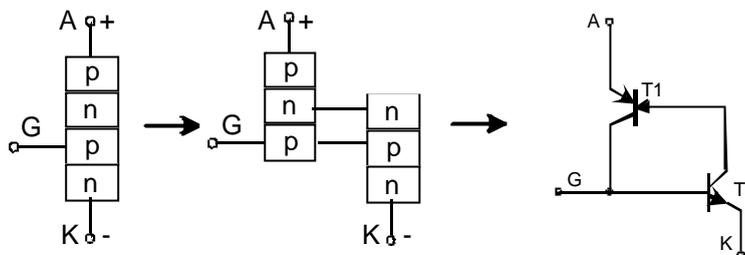
Darstellung der Wirkungsweise an Hand des Ersatzschaltbildes zweier Komplementärtransistoren (pnp- und npn – Transistor)



## 6.2.5 GTO (Gate turn off)



GTO hat prinzipiell den gleichen Aufbau wie ein normaler Thyristor



Darstellung des GTO als Anordnung zweier Komplementärtransistoren (pnp- und npn-Transistor)

Abschalten möglich durch negativen Steuerimpuls **aber** abschaltbarer Strom wäre bei normalen Thyristoren sehr gering. Erhöhung des abschaltbaren Stromes durch

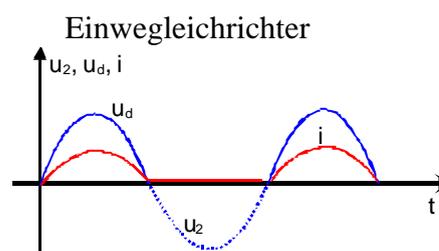
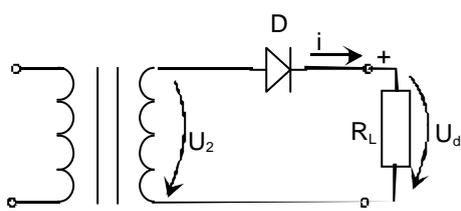
- Verzahnung von Gate und Kathode, um Absaugeffekt zu vergrößern
- Verringerung der Stromverstärkung von T1 durch entsprechende Dotierung

Probleme: hohe Steuerleistung notwendig? kurzzeitige Löschimpulse von (20 ...30)% des auszuschaltenden Stromes

## 6.3. Schaltungen mit elektronischen Bauelementen

### 6.3.1 Ungesteuerte Gleichrichter

#### 6.3.1.1 Ein-Pulsleichrichter



arithmetischer Mittelwert der Gleichspannung  $U_d$

$$U_d = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \sqrt{2} U_2 \sin \omega t \cdot dt = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot U_2 = 0,45 U_2$$

$U_2$  = Effektivwert der Trafosekundärspannung

Definition:

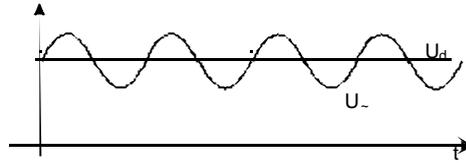
$$\text{Formfaktor: } k_f = \frac{U}{U_d}$$

$U$  – Effektivwert der Gleichspannung

$U_d$  – arithmetischer Mittelwert der Gleichspannung

Welligkeit:  $W = \frac{U_{\sim}}{U_d}$   $U_{\sim}$  - Effektivwert der überlagerten Wechselspannung

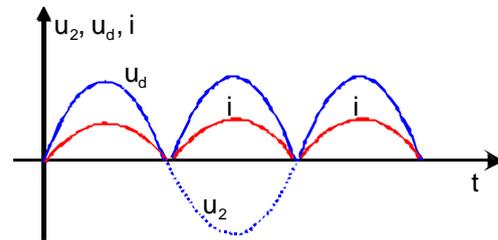
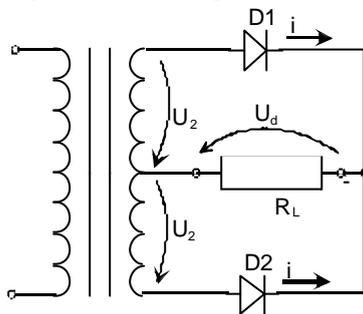
$$W = \sqrt{k_f^2 - 1}$$



für die Einpulschaltung:  $k_f = 1,57$   
 $W = 1,21$

**6.3.1.2 Zweipulsleichrichter**

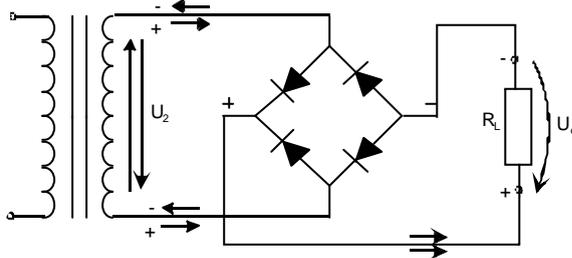
a) Mittelpunktschaltung



Einweggleichrichter  $U_d = 0,9 U_2$   $k_f = 1,11$   $W = 0,48$  ? doppelt so groß wie bei der Einpulschaltung  
 Vorteil: - geringere Welligkeit als die Einpulschaltung,  $W = 0,48$   
 - 2 Dioden

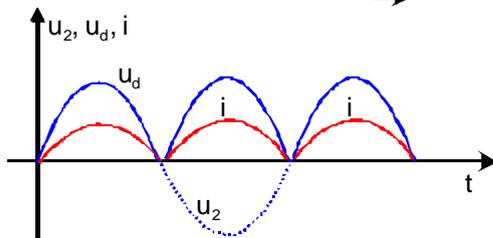
Nachteil: - Trafo muss zwei Wicklungen haben, die nur die Hälfte der Gesamtspannung abgeben

b) Brückenschaltung (Graetzbrücke)



Wechselstrombrücke

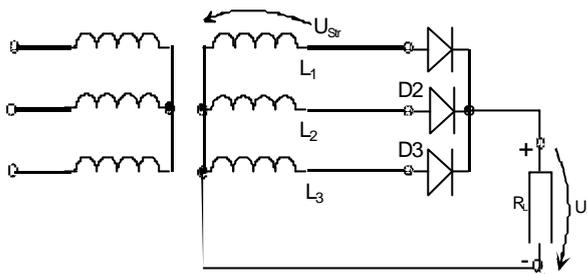
B2  
*andere Darstellung wählen!*



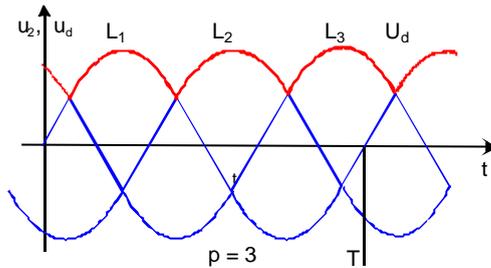
$U_d = 0,9 U_2$   
 $k_f = 1,11$   
 $W = 0,48$

Vorteil: - Schaltung nutzt die gesamte Trafoausgangsspannung  
 Nachteil: - 4 Dioden

**6.3.1.3 Dreipulsgleichrichter**

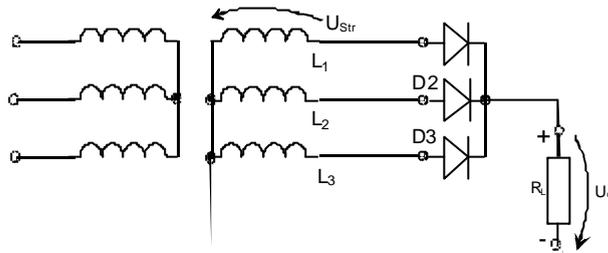


Drehstromeinweggleichrichter

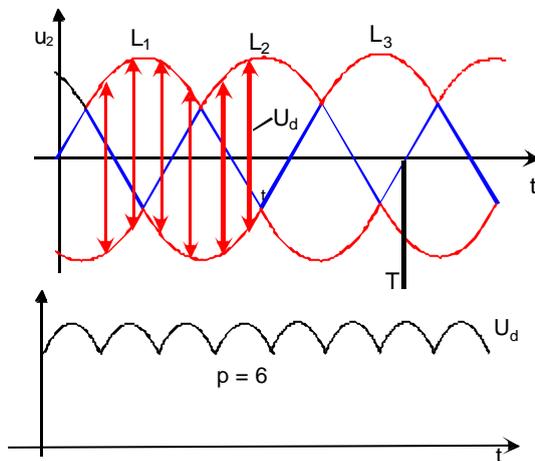


$U_d = 1,16 U_{Str.}$   
 $W = 0,183$

**6.3.1.4 Sechspulsgleichrichter**



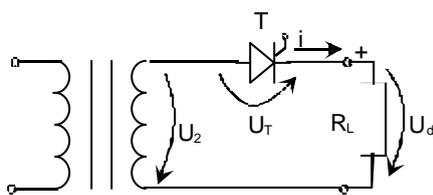
B6  
 Drehstrombrückenschaltung



$U_d = 2,34 U_{Str.}$   
 $W = 0,042$

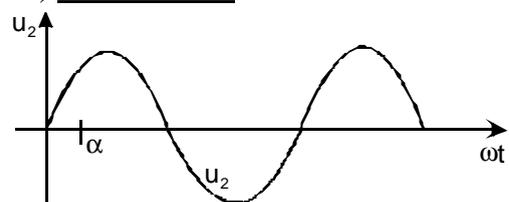
**6.3.2. Gesteuerte Gleichrichter**

**6.3.2.1 Gesteuerte Einpulsleichrichter**



Begriffe: - Steuerwinkel  $\alpha$

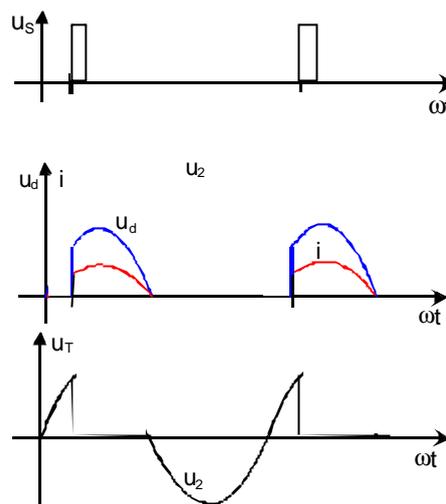
a) ohmsche Last



- Selbstlöschung  
netzgeführt, netzgelöscht
- Phasenanschnittsteuerung
- Stromflussdauer

$$U_d = f(\mathbf{a}) = U_{da}$$

$$U_{da} = \frac{1}{2p_a} \int_a^{\pi} U_d d(\omega t)$$



$$U_{da} = U_{d0} \frac{1}{2} (1 + \cos a)$$

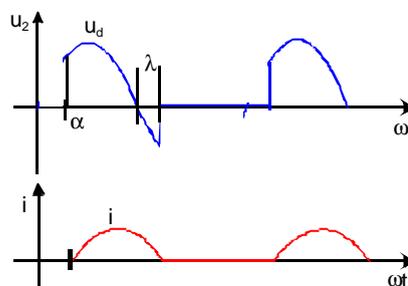
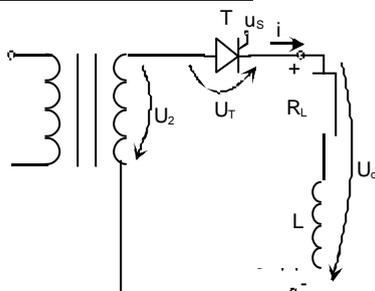
$U_{d0}$  – Spannungsmittelwert bei  $a = 0$

$$U_{d0} = \frac{1}{2p_0} \int_0^{\pi} U_d \cdot d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}}{p} \cdot U_2 = 0,45 U_2$$

c ?

$U_{d0} = 0,45 U_2$  ? ungesteuerte Einpulsbrücke

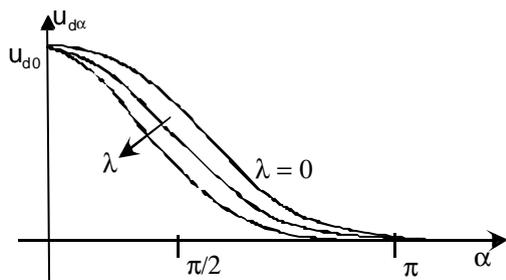
b) ohmsch-induktive Last



- Stromflusswinkel  $I$

- Energie der Induktivität  $W = \frac{L}{2} i^2$

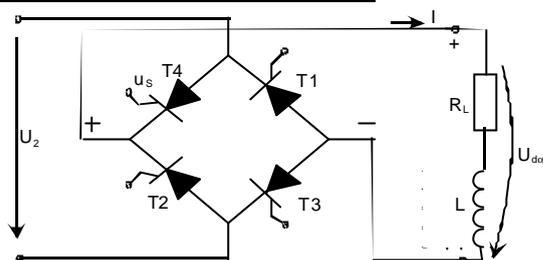
$$U_d = \frac{U_{d0}}{2} (\cos I + \cos a)$$



$\lambda = 0$  (ohmsche Last)

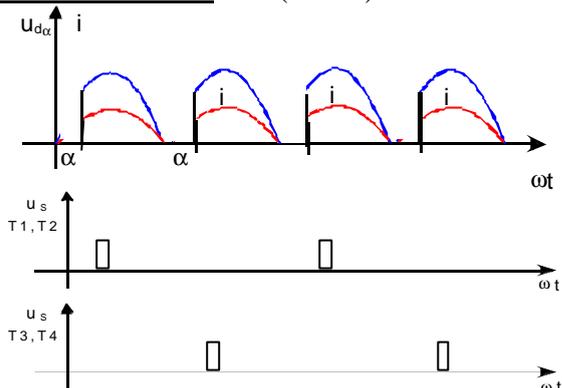
### 6.3.2.2 Gesteuerter Zweipulsgleichrichter (Brückenschaltung)

#### a) Vollgesteuerte Zweipulsbrücke



andere Darstellung wählen!

#### 1. rein ohmsche Last (L = 0)

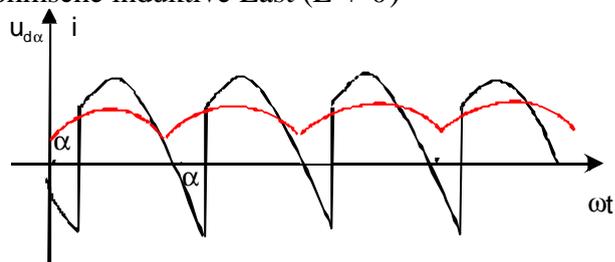


$$U_{da} = \frac{U_{dO}}{2} (1 + \cos a)$$

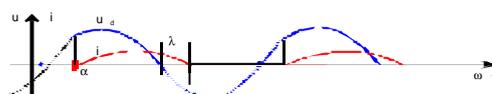
$$U_{dO} = 0,9 U_2$$

$$C = 0,9$$

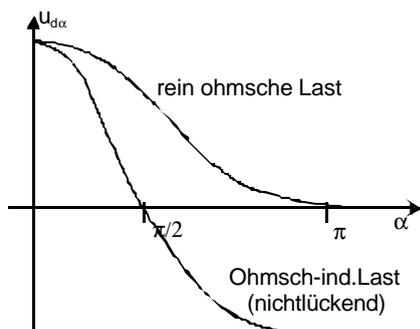
#### 2. ohmsche induktive Last (L + 0)



Begriffe: - nichtlückender Strom  $\lambda = a$   
 - lückender Strom  $\lambda < a$



$U_{da} = U_{dO} \cdot \cos a$	nicht lückender Strom	$U_{dO} = 0,9 U_2$
--------------------------------	-----------------------	--------------------



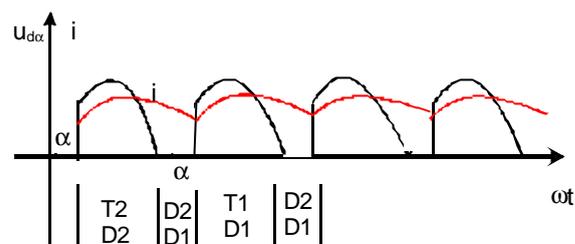
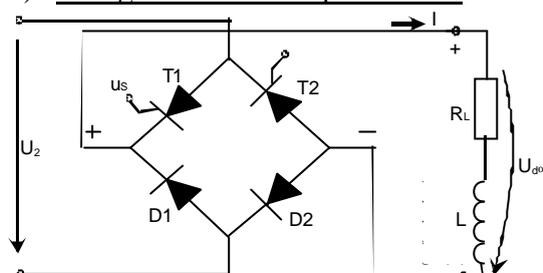
rein ohmsche Last,  $U_{da} = \frac{U_{dO}}{2} (1 + \cos a)$

$U_{da} = U_{dO} \cos a$

- Spannung kann negativ werden ?  $a > \frac{\pi}{2}$  ? Wechselrichterbetrieb

- im Wechselrichterbetrieb:  $U_{da} < 0$ ,  $I_d > 0$   
 $P_{\text{last.}} = U_{da} I_d < 0$  ? Energieerzeugung  
 d. h. Wechselrichterbetrieb ist nur möglich, wenn von der Last Energie in das Netz geliefert wird ? setzt das Vorhandensein von Energiespeichern oder Energieerzeugern (Generator) voraus
- Vollgesteuerte Wechselstrombrücke kann positive und negative Ausgangsspannungen liefern, lässt aber nur positive Ströme zu!

### b) Halbgesteuerte Zweipulsbrücke

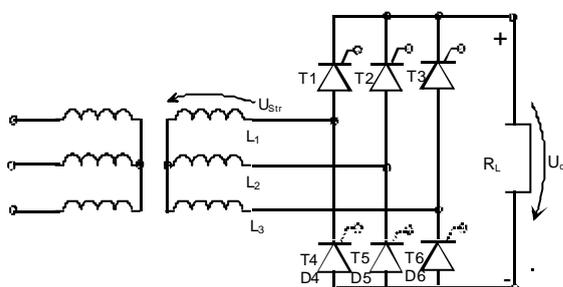


- Freilaufzweig D1, D2
- Steuergesetz ist unabhängig von der Last
- Spannung kann nicht negativ werden  
 ? kein Wechselrichterbetrieb

$$U_{da} = \frac{1}{2} U_{dO} (1 + \cos a)$$

$$U_{dO} = 0,9 U_2$$

### 6.3.2.3 Gesteuerte Sechspulsbrücke



Thyristoren: voll gesteuert  
 Dioden : halbgesteuert

Steuergesetze:  
 vollgesteuert  
 (ind. Last)  
 halbgesteuert  
 (beliebige Last)

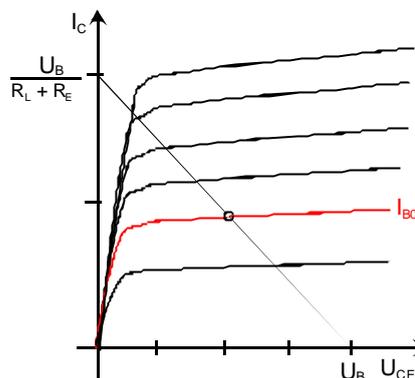
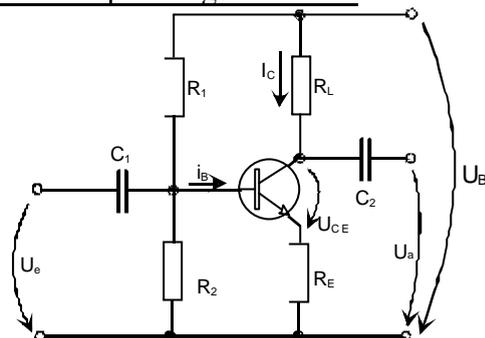
$$U_{da} = U_{dO} \cos a$$

$$U_{da} = \frac{1}{2} U_{dO} (1 + \cos a)$$

$$U_{dO} = 2,34 U_{str.}$$

## 6.3.4 Transistorverstärker

### a) Wechselspannungsverstärker



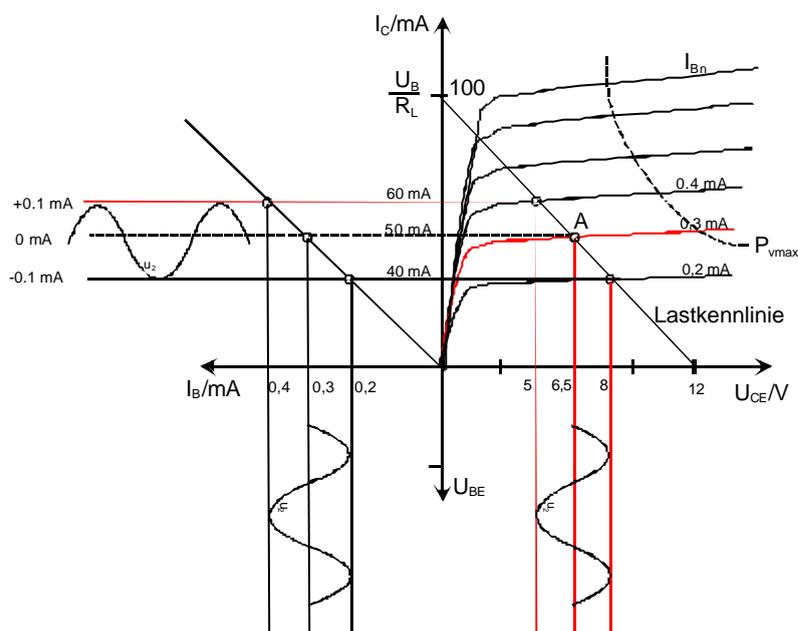
1.  $U_e = 0$  ?  $I_B = f(R_1, R_2)$  ? Festlegung des Arbeitspunktes  
? rote Kennlinie

2. Arbeitsgerade

$$U_b = I_C \cdot R_L + U_{CE} = I_E \cdot R_E \quad , \quad I_E \approx I_C$$

$$U_b = I_C \cdot (R_L + R_E) + U_{CE}$$

3. Sinusförmige Eingangsgröße (Basisstrom)



$$i_B = \hat{I}_B \sin \omega t$$

$$\hat{I}_B = 0,1 \text{ mA}$$

Stabilisierung des Arbeitspunktes

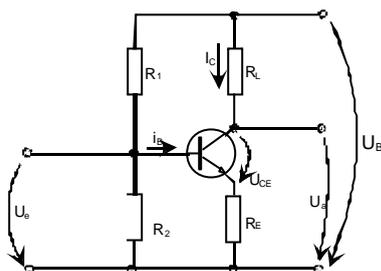
1. Spannungsteiler  $R_1 - R_2$  hält AP bei Temperaturschwankungen stabil.

2.  $R_E$  kompensiert Temperaturabhängigkeit des Kollektorstromes ? Stromgegenkopplung

Rolle der Kapazitäten: Trennung der Gleichspannungsversorgung vom Wechselspannungsein- und -ausgang.

Begriff: Kaskadenschaltung

b) Gleichspannungsverstärker

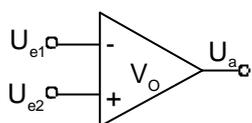


analoger Aufbau wie Wechselspannungsverstärker, **aber** keine Kapazitäten

Nachteil: Änderungen des Arbeitspunktes übertragen sich ? Nullpunktdrift

c) Operationsverstärker

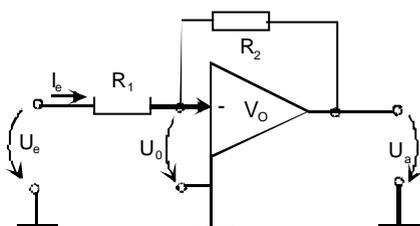
OP sind integrierte Gleichspannungsverstärker mit sehr hoher Verstärkung ( $V \rightarrow \infty$ )  
Begriff: Integration, Schaltkreis A109



1 nichtinvertierender Eingang  
2 invertierender Eingang

$$U_a = - V_O U_{e1}$$

Variation des notwendigen Verstärkungsfaktors durch äußere Beschaltung



$$I_O = I_1 + I_2$$

Annahme:  $V_O \rightarrow \infty$   
 $U_a$  endlich

dann  $U_O = 0$  fiktive Masse  
 $I_O = 0$

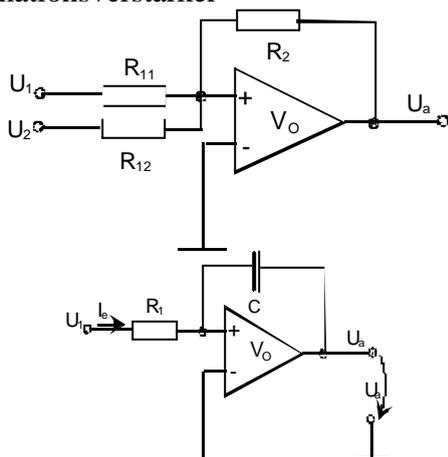
$$I_1 = - I_2$$

$$\frac{U_e}{R_1} = - \frac{U_a}{R_2} \quad ?$$

$$V = \frac{U_a}{U_e} = - \frac{R_2}{R_1}$$

Anwendung als Integrierer

Summationsverstärker



$$U_a = U_1 \frac{R_2}{R_{11}} + U_2 \frac{R_2}{R_{12}}$$

$$R_{11} = R_{12} = R_1$$

$$U_a = \frac{R_2}{R_1} (U_1 + U_2)$$

$$I_1 = - I_2$$

$$\frac{U_e}{R_1} = - C \cdot \frac{d \cdot U_a}{dt}$$

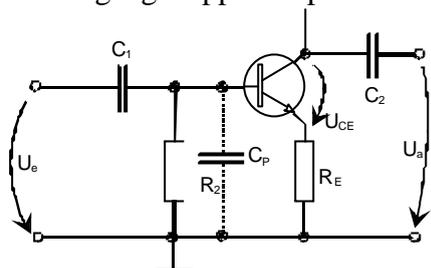
$$U_a = -1 \frac{1}{C \cdot R_1} \int U_e dt$$

Verwendung in der Rechentechnik als  
Summationsverstärker  
Integrierer  
Differenzierer

Verwendung in der Automatisierungstechnik als Regler

d) Dynamisches Verhalten von Wechselspannungsverstärkern

Ein- und Ausgangskoppelvierpol

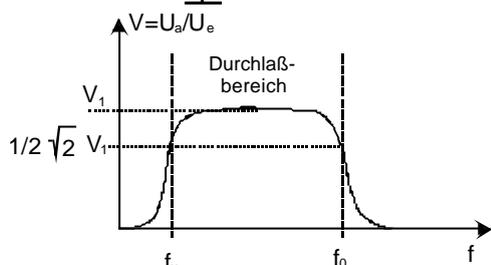


$C_p$  – parasitäres C des Transistors

Niederfrequenz  $U_e$  :

$C_1$  stellt nach  $X_c = -\frac{1}{\omega C_1}$  hohen Widerstand

dar ?  $i_B$  fällt ?  $U_a$  fällt



Hochfrequente  $U_e$ :

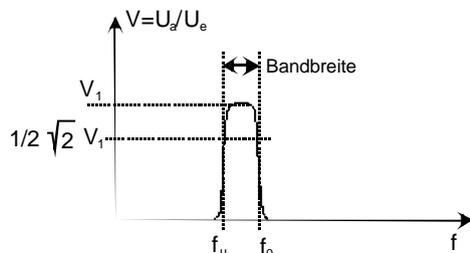
$C_p$  stellt Kurzschluss dar

?  $i_o$  fällt ?  $U_a$  fällt

$f_u$  – untere Grenzfrequenz

$f_o$  – obere Grenzfrequenz

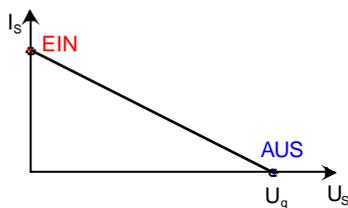
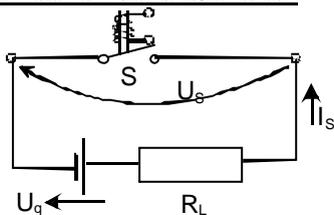
Breitbandverstärker



Selektiv- oder Resonanzverstärker

6.3.5 Transistorschalter

a) mechanischer Schalter



Akt. Zweipol

?

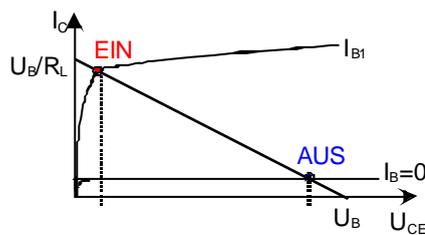
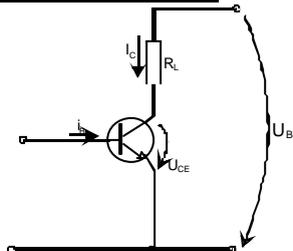
$U_S = U_q - I_S \cdot R_L$

Nur zwei Zustände möglich:

Aus:  $U_S = U_q, I_S = 0$

Ein:  $U_S = 0, I_S = U_q / R_L$

b) Transistorschalter



Restspannung

? TTL – Pegel

bei  $U_B = 5\text{ V}$

aus: (2,4 ... 5) V

ein: (0 ... 0,4) V

kein idealer Schalter, da Achsen nicht erreicht werden

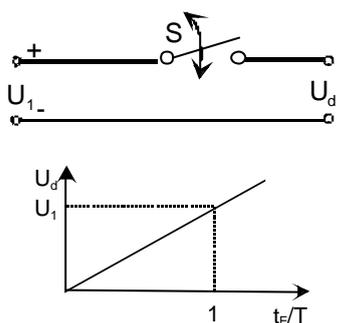
c) Gegenüberstellung

	Relais, mechanische Schalter	Transistorschalter
Schaltverhältnis:	$\frac{R_{AUS}}{R_{EIN}} \approx 10^{16}$	$10^8$
Schaltzeit:	1 ... 100 ms	... $10^{-9}$ s
(Kosten	niedrig	relativ hoch)

nicht bringen!

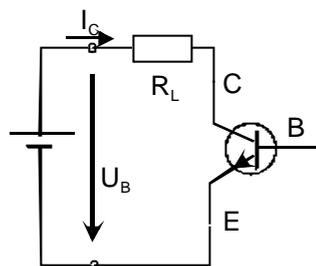
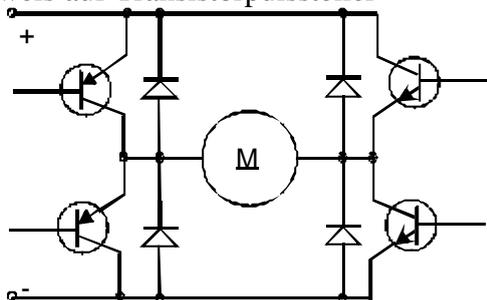
c) Pulssteller

- Wirkprinzip



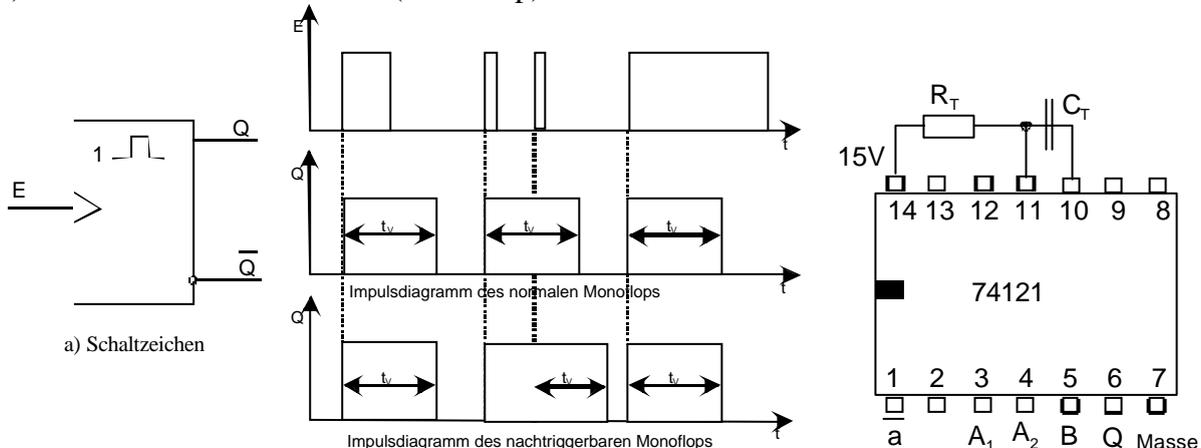
$$U_d = \frac{1}{T} \int_0^{t_E} U_1 \cdot dt = \frac{t_E}{T} \cdot U_1$$

Hinweis auf Transistorpulssteller

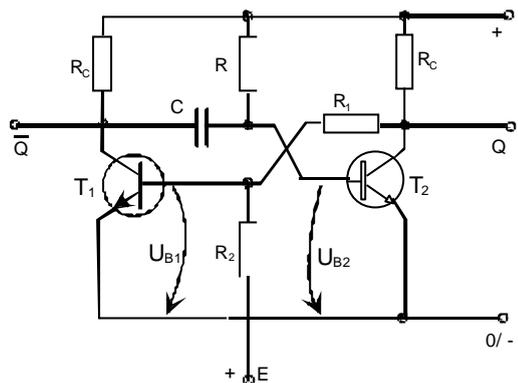


6.3.6 Kippschaltungen

a) Monostabiler Multivibrator (Monoflop)



TTL-Monoflop 74121

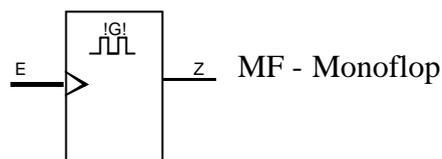
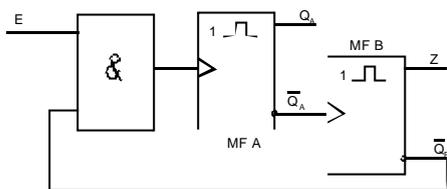


Funktionsweise

1. C habe keine Ladung ?  $U_{B2}$  pos. ? T2 leitend ?  $Q = 0$   
 $U_{B1}$  neg. ? T1 nichtleitend ?  $\bar{Q} = +U_b$
2. Impuls auf E ?  $U_{B1}$  pos ? T1 leitend ?  
 $\bar{Q} = 0$   
 $U_{B2}$  neg. ? T2 nichtleitend ?  $Q = +U_b$
3. C lädt sich über R und  $R_C$  ?  $U_{B2}$  wird wieder positiv ? zurückschalten auf Zustand 1

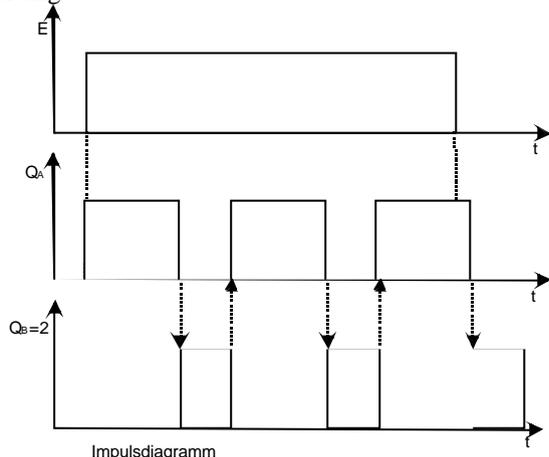
Verwendung: Impulsformer

b) Astabiler Multivibrator



a) Schaltung

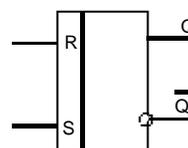
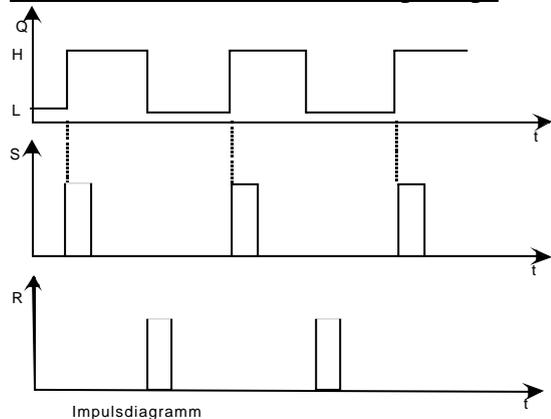
b) Schaltzeichen



c) Impulsdiagramm

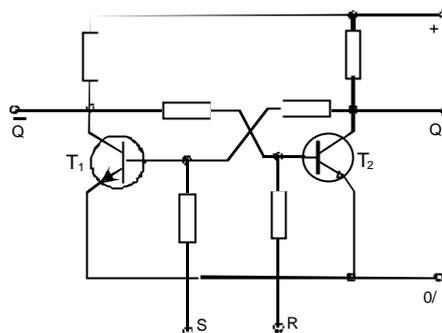
Verwendung: Rechteckgenerator

c) Bistabiler Multivibrator (Flip-Flop)



S – Setzen,  $Q = 1$   
 R – Rücksetzen,  $Q = 0$

Anwendung:  
 Frequenzteiler  
 Speicher für 1 Bit

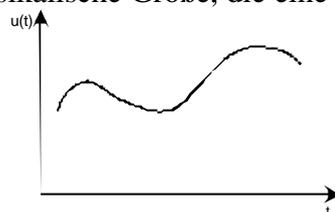


### 6.4. Grundzüge der elektronischen Digitaltechnik

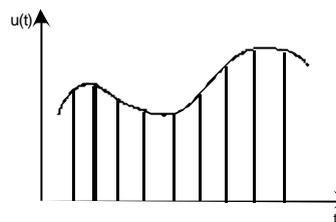
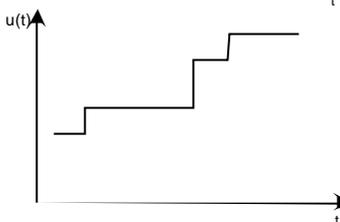
#### 6.4.1. Analoge und digitale Signale

Signal: Zeitlich veränderliche physikalische Größe, die eine Information erhält.

analoges Signal:  
 stetige Funktion

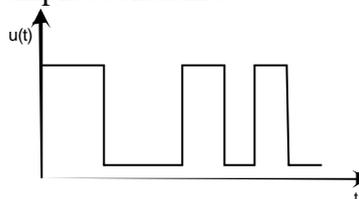


diskretes Signal:  
 nur bestimmte Werte möglich,  
 bzw. nur zu bestimmten Zeit-  
 punkten stehen Werte zur Ver-  
 fügung



binäres Signal:  
 nur zwei Zustände möglich  
 pos. Logik ein – 1 – high  
 aus – 0 – low

amplitudendiskret

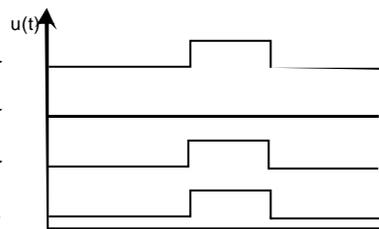
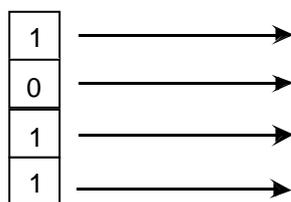


zeitdiskret; Abtastfunktion  
 Interpretation z. B. als Dualzahl

$$| 0 | | \hat{=} 11$$

neg. Logik ein – 0 – high  
 aus – 1 – low

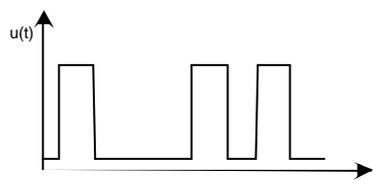
paralleles  
 digitales  
 Signal



- Leitung 1 . 4 Leitungen
- 2 .
- 3 . kurze Übertragungszeit
- 4 . Bit-Paralleleübertragung

serielles  
 digitales  
 Signal

gemeinsame Leitung  
 \_\_\_\_\_?

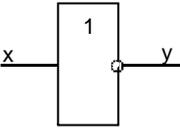
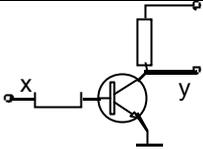
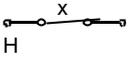
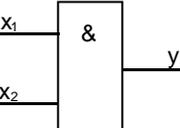
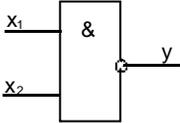
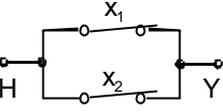
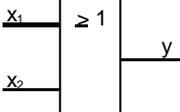
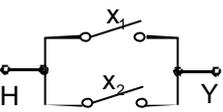
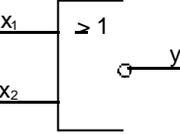
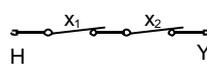
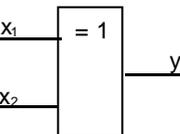
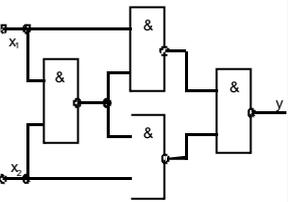
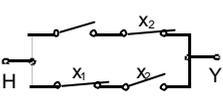


- . 1 Leitung
- . Lange Übertragungszeit
- . Bit-serielle Übertragung

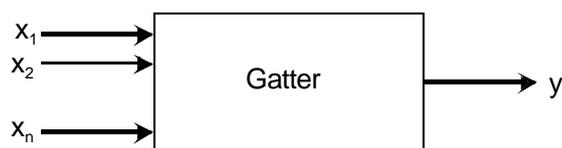
## 6.4.2 Logische Verknüpfungen und ihre Realisierung

Grundgatter (sh. Folie)

Realisierungsbeispiel

Funktion	Wahrheitstabelle	Gleichung	Logiksymbol	kontaktlos	mit Kontakten															
Negation	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>y</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	x	y	1	0	0	1	$y = \bar{x}$												
x	y																			
1	0																			
0	1																			
UND Konjunktion	<table border="1"> <tr><td>x<sub>1</sub></td><td>x<sub>2</sub></td><td>y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	$y = x_1 \cdot x_2$ oder $y = x_1 \wedge x_2$			
x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y																		
0	0	0																		
0	1	0																		
1	0	0																		
1	1	1																		
NAND	<table border="1"> <tr><td>x<sub>1</sub></td><td>x<sub>2</sub></td><td>y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	$y = \overline{x_1 \cdot x_2}$ $= \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$			
x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y																		
0	0	1																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	0																		
ODER Disjunktion	<table border="1"> <tr><td>x<sub>1</sub></td><td>x<sub>2</sub></td><td>y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	$y = x_1 \vee x_2$ $y = x_1 + x_2$			
x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y																		
0	0	0																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	1																		
NOR	<table border="1"> <tr><td>x<sub>1</sub></td><td>x<sub>2</sub></td><td>y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	$y = \overline{x_1 \vee x_2}$ $= \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$			
x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y																		
0	0	1																		
0	1	0																		
1	0	0																		
1	1	0																		
Antivalenz Exklusiv- ODER EXOR	<table border="1"> <tr><td>x<sub>1</sub></td><td>x<sub>2</sub></td><td>y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	$y = x_1 \cdot \bar{x}_2$ $\vee \bar{x}_1 \cdot x_2$ $y = x_1 \neq x_2$			
x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y																		
0	0	0																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	0																		

Binäre Signale lassen sich durch logische Funktionen miteinander verknüpfen

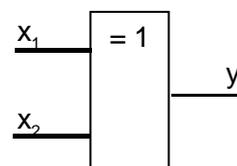


$x_i$  – Eingangssignale  
 $y$  – Ausgangssignal

Gatter: Schaltung, die logische Verknüpfung realisiert

Antivalenz = Exklusiv – ODER

$$y = x_1 \neq x_2$$



Ausgang ist high, wenn alle Eingänge verschieden sind

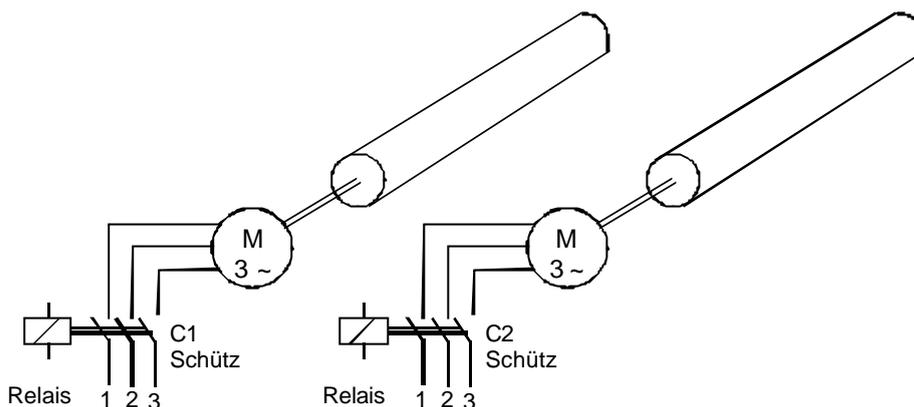
$x_1$	$x_2$	$y$	
1	1	0	
1	0	1	?
0	1	1	
0	0	0	

$$y = x_1 \cdot \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2$$

Rechnen mit logischen Größen = Schaltalgebra = Boolesches Algebra

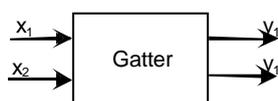
Aufstellung der logischen Funktion über die Schalttabelle

Beispiel: Einschaltverriegelung zweier Transportbänder



- Maschine 2 kann immer arbeiten
- Maschine 1 darf nur eingeschaltet werden, wenn Maschine 2 läuft

Zuordnung:



$x_1$  Zustand, bzw. Schaltsignal der Maschine 1  
 $x_2$  Zustand, bzw. Schaltsignal der Maschine 2  
 $y_1$  Freigabesignal der Maschine 1  
 $y_2$  Freigabesignal der Maschine 2

$x_1$	$x_2$	$y_1$	$y_2$
1	0	0	0
1	1	1	1
0	0	0	0
0	1	0	1

Zeilen mit Ausgang high werden als algebraische Funktion geschrieben, d. h.

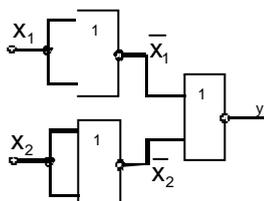
$$y_1 = x_1 \cdot x_2$$

$$y_2 = x_1 \cdot x_2 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 = x_2(x_1 \vee \bar{x}_1) = x_2$$

$$y = x_1 \cdot x_2$$

$$\bar{y} = \overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$$

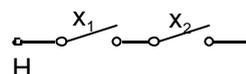
$$y = \overline{\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2}$$

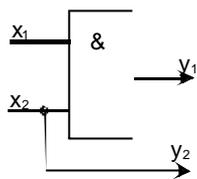


$$\overline{\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2} = y$$

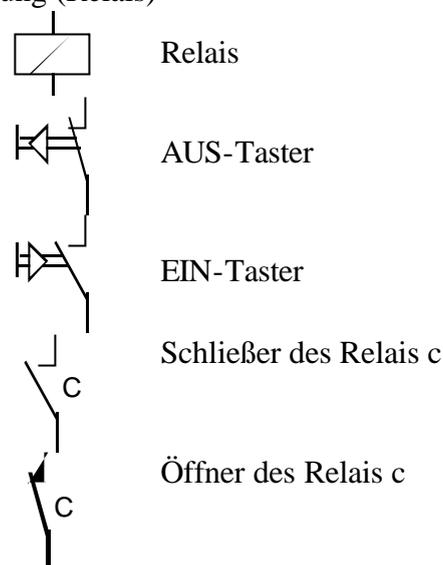
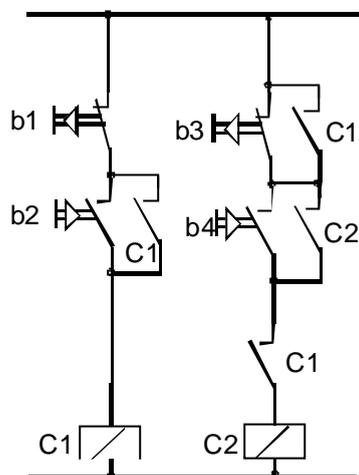
ODER – Funktion kann mathematisch als Strichoperation (+ und -) behandelt werden.

$$y_1 = x_1 \oplus x_2$$





Realisierung der Verriegelung über kontaktbehaftete Steuerung (Relais)



Begriff: Ablaufsteuerung, Folgesteuerung

Jede logische Verknüpfung kann aus

- nur NAND – Gliedern
- nur NOR – Gliedern

oder

- UND, ODER und NOT – Gliedern aufgebaut sein

Beispiel: Realisierung der UND – Verknüpfung durch NOR – Glieder

Regel:  $y = \overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$

x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	y
1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1

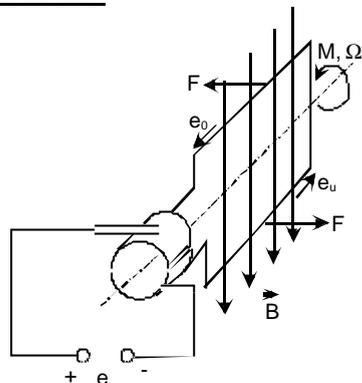
## 7. Elektrische Maschinen

### 7.1. Gleichstrommaschine

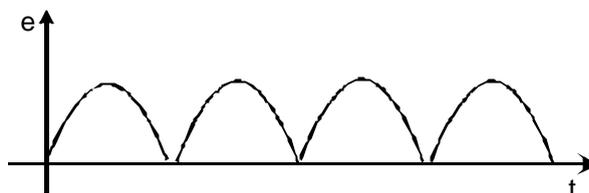
#### 7.1.1 Aufbau, Wirkungsweise, Maschinengleichungen

a) Wirkungsweise

Leiterschleife:



(Folie)



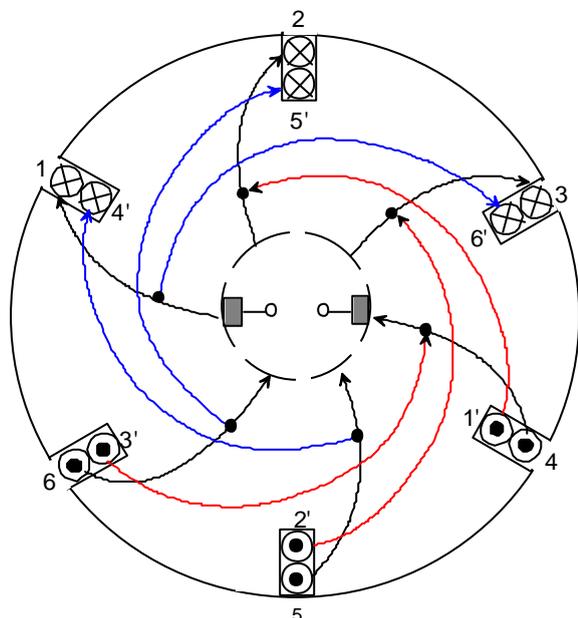
Generatorprinzip  $e = B l v$   
**Motorprinzip**  $F = B I l$

Begriffe: mechanischer Gleichrichter, Kommutator

**aber:** induzierte Spannung **einer** Leiterschleife sehr gering und das auf **eine** Leiterschleife wirkende Drehmoment ist sehr klein

**deshalb:** Reihen- oder/und Parallelschaltung einer Vielzahl von Leiterschleifen  
 ? Gleichstromwicklung

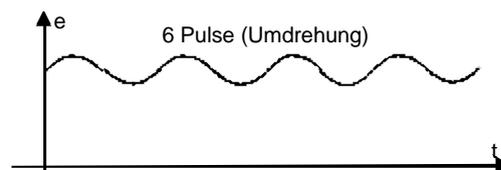
(Folie)



Beispiel: sechspulsiger Anker

Reihenschaltung: 1 – 2 – 3 u. 4 – 5 – 6

Parallelschaltung: (1 – 2 – 3) † (4 – 5 – 6)



$e_n$  - induzierte Spannung  
 der ?-ten Wicklung

$$e = \sum_{n=1}^n e_n$$

n - Anzahl der in Reihe  
 geschalteten Wick-  
 lungen

b) Maschinengleichungen

$$e_n = 2 \cdot B \cdot l \cdot v_n \quad ? \quad E_n \sim \Phi \cdot \Omega \quad ? \quad \text{Mittelwert von } e_n$$

gilt auch für die Gesamtspannung  $E \sim \Phi \cdot \Omega$

bzw. als Gleichung

$$E = c \cdot \Phi \cdot \Omega$$

1. Maschinengleichung der GS-Maschinen

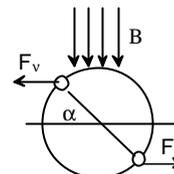
$c$  – Maschinenkonstante,  $c = f$  (geometrische Abmessungen, Anzahl der Wicklungen und deren Anordnung)

elektrodynamisches Kraftgesetz

$$F_n = B \cdot I_n \cdot l \rightarrow m_n = 2B \cdot I \cdot l \cdot r \cdot \sin \alpha$$

$r$  – Radius der Leiterschleife

$\alpha$  –



$$m = \sum_{n=1} m_n$$

$$Mn \sim \Phi \cdot I_n$$

Mittelwert von  $m_n$

Gesamtmoment

$$M \sim \Phi \cdot I$$

bzw.

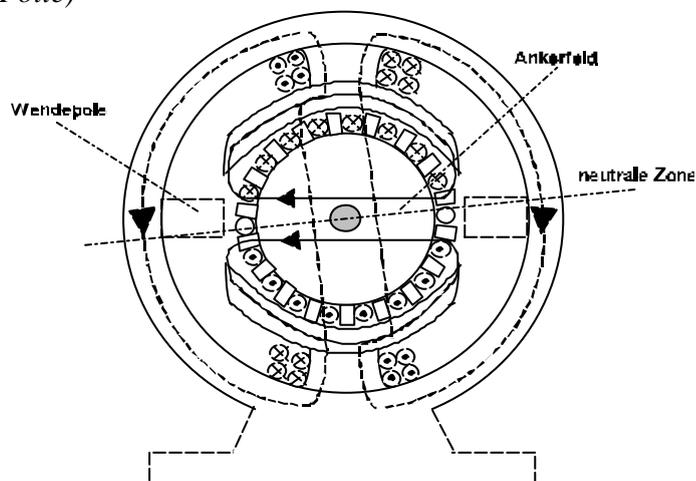
$$\boxed{M = c \cdot \Phi \cdot I}$$

2. Maschinengleichung der GS-Maschine

Hinweis: Maschinenkonstante  $c$  ist in beiden Maschinengleichungen gleich!

### c) Aufbau

(Folie)



Begriffe:

Ständer,

Anker, Läufer

Erregung, Feld, Pole

Gehäuse,

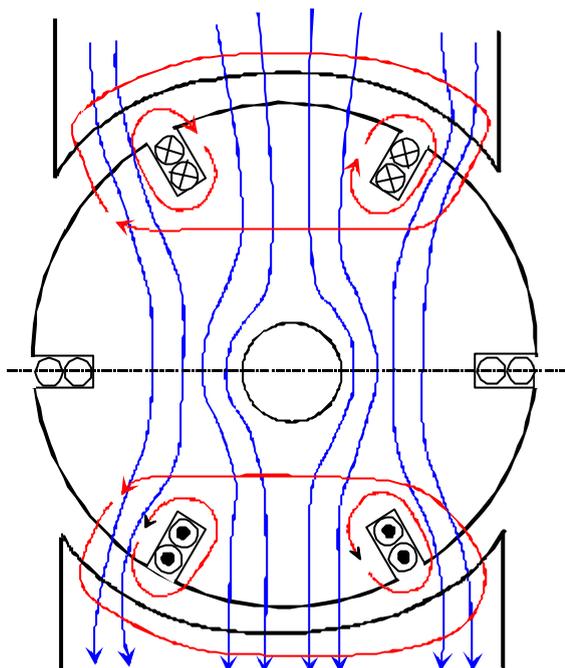
Kommutator, Kollektor

Bürsten

Luftspalt

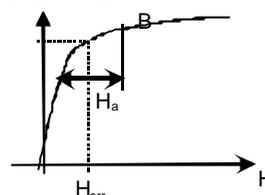
### 7.1.2. Ankerrückwirkung, Stromwendung

(Folie)



- **Erregerfeld**
  - **Ankerfeld**
- Begriff: neutrale Zone
- Ankerfeld bewirkt gleichzeitig Schwächung und Verstärkung des resultierenden Flusses
  - **aber:** Verstärkung ist nur unwesentlich? Sättigung? Magnetisierungskennlinie, während Schwächung voll wirksam wird

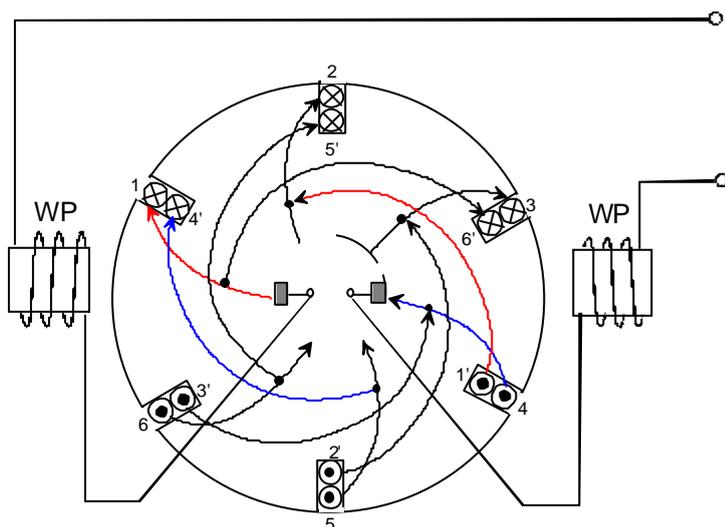
Resultat: Resultierendes Feld wird auf Grund der ARW geschwächt



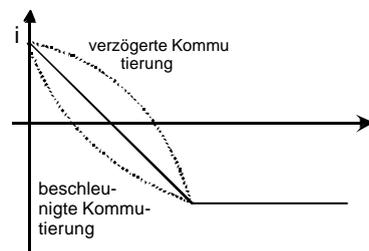
- Hinweis: Kompensationswirkung
- Hinweis: neutrale Zone ist nicht mehr feldfrei? Verdrehung

### b) Stromwendung

? commutare - verändern

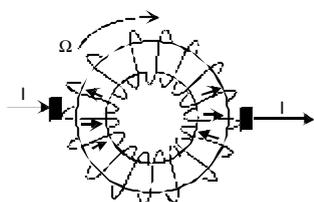


Bei der Kommutierung muss sich in einer Wicklung der Strom umkehren  
? sh. Folie sechspulsiger Anker



Prinzip der Stromwendung

Stromwendung, Stromverlauf in den Wicklungen 1 und 4



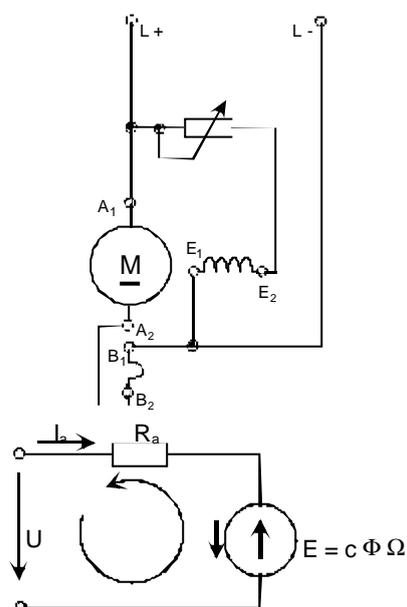
Probleme:

1. Schnelle Stromänderungen in den kommutierenden Wicklungen führen zu hohen Spannungsinduktionen  $e_i = -L \frac{di}{dt}$  ? Bürstenfeuer, tritt insbesondere bei hohen Drehzahlen auf
2. Kurzschluss zweier Windungen  
Resultierendes Feld in der Kommutierungszone ist auf Grund der ARW nicht Null ?  
Induktion einer Spannung durch Drehbewegung ? Spannung ist über Bürsten kurzgeschlossen ? hoher Strom ? Bürstenfeuer

Maßnahme: Feld muss in Kommutierungszone zu Null gemacht werden ?  
Wendepole, die vom **Ankerstrom** durchflossen werden

### 7.1.3. Gleichstrom – Nebenschlussmotor (GNM)

#### 7.1.3.1 Schaltung und Ersatzschaltbild des GNM



A<sub>1</sub> – A<sub>2</sub> - Ankerklemmen  
B<sub>1</sub> – B<sub>2</sub> - Klemmen der Wendepole  
E<sub>1</sub> – E<sub>2</sub> - Erregerklemmen

Schaltung des GNM

Ersatzschaltbild (ESB) des GNM

#### 7.1.3.2 Betriebsverhalten des GNM

a) Drehzahl- Drehmomentenkennlinie

Maschensatz des ESB  $E = U - R_a \cdot I_a$

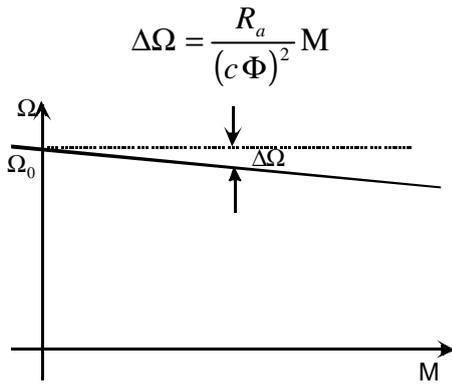
Maschinengleichungen  $E = c \cdot \Phi \cdot \Omega$

$M = c \cdot \Phi \cdot I_a$

$$c \cdot \Phi \cdot \Omega = U - \frac{R_a}{c \Phi} M$$

?

$$\Omega = \frac{U}{c \Phi} - \frac{R_a}{(c \Phi)^2} M$$



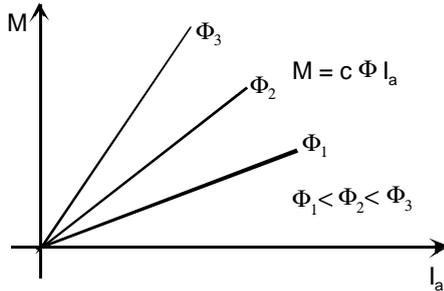
Leerlaufdrehzahl:

$$\Omega_0 = \frac{U}{c \cdot \Phi}$$

Stillstandsmoment,  $M (O = O)$

$$M_{st} = \frac{c \cdot \Phi \cdot U}{R_a}$$

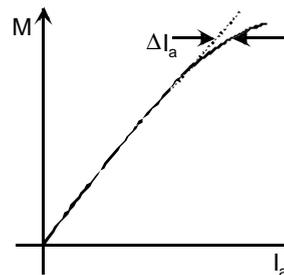
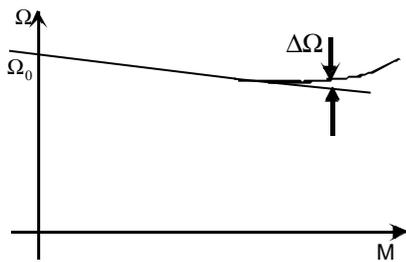
b) Strom - Drehmomentenverhalten



$$M = c \cdot \Phi \cdot I_a$$

$$\Phi_1 < \Phi_2 < \Phi_3$$

c) Einfluss der Ankerrückwirkung

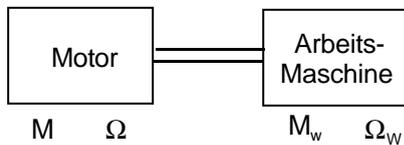


Drehzahlerhöhung bei hohen Strömen (Momenten) durch Feldschwächung

Stromanstieg durch Feldschwächung

**7.1.3.3 Drehzahlstellung des GNM**

Betrachtung der Einheit: Motor – Arbeitsmaschine

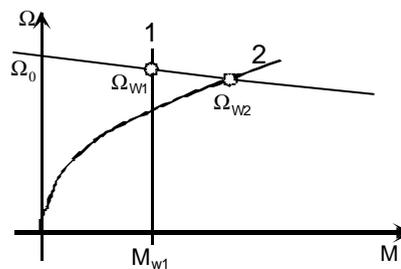


Starre Kupplung ?  $M = M_w$   
 $O = O_w$

Leistungsbeziehung

$$P_{mech} = M \cdot \Omega =$$

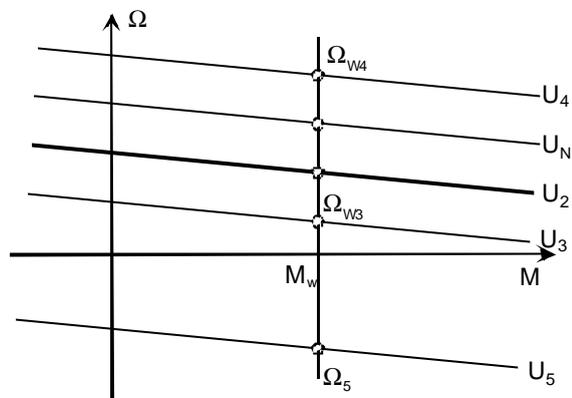
$$P_{mech/w} = 0,105 \frac{M}{N_m} \cdot \frac{n}{\text{min}}^{-1}$$



1. durchziehende Last, Kran
2. Ventilator, Pumpe

Im folgenden Betrachtungen am Beispiel der Krancharakteristik  $M_w = \text{konst.}$

### a) Spannungsstellung



$$U_4 > U_N > U_1 > U_2 > U_3$$

Vorteil: verlustarm, da keine weiteren Verbraucher in das Netz geschaltet werden

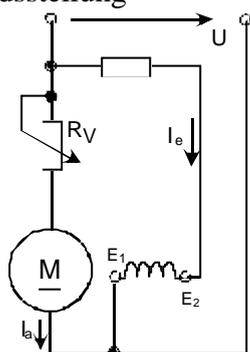
$$\Omega_0 = \frac{U}{c \cdot \Phi} \sim U$$

$$\Delta\Omega = \frac{R_a}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M \neq f(U)$$

Parallelverschiebung der Kennlinie

$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{R_a}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M$$

### b) Widerstandsstellung



Wendepole weglassen!

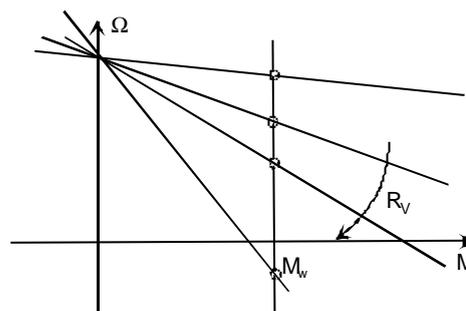
Variation von  $R_V$

$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{R_a + R_V}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M$$

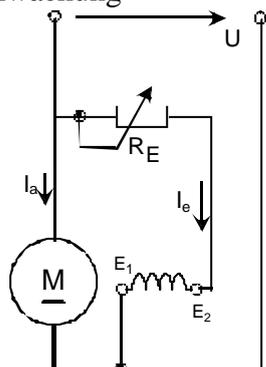
Vorteil: einfach zu realisieren

Nachteil: verlustbehaftet wegen

$$P_V = I_a^2 \cdot R_V$$



### b) Flussschwächung

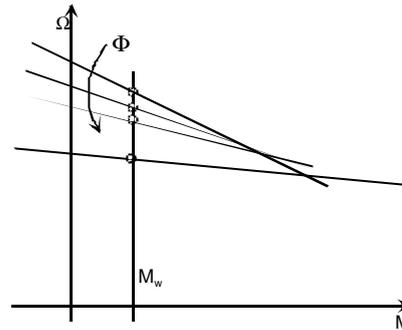


Vergrößerung von  $R_E$ ? Verringerung von  $I_E$ ?  
Erregerfluss sinkt

Flussverstärkung ist wegen der Sättigung praktisch unmöglich!

$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{R_a}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M$$

Drehzahlerhöhung



Nachteil: bei gleichem Moment  $M = c \cdot \Phi \cdot I_a$  muss geringerer Fluss durch höheren Strom  $I_a$  kompensiert werden ? Erwärmung, Verluste

**7.1.3.4 Anlassen, Bremsen**

**a) Anlassen**

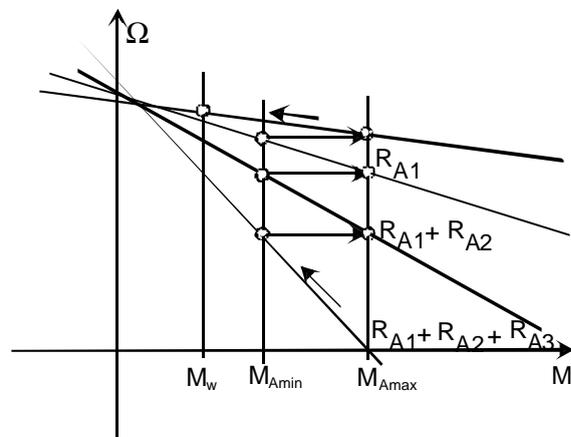
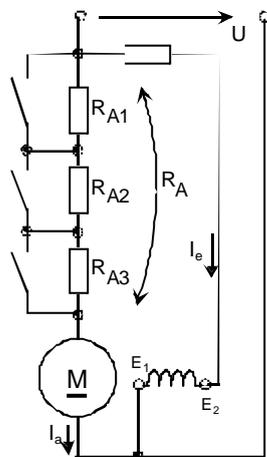
Stillstand ? = 0 ?  $E = 0$  ,

$$I_{aA} = \frac{U}{R_a}$$

$R_a$  klein ?  $I_{aA}$  groß ? Gefährdung der Maschine

Maßnahme: Anlassen über Anlasswiderstände  $R_a$

? 
$$I_{aA} = \frac{U}{R_a + R_A}$$

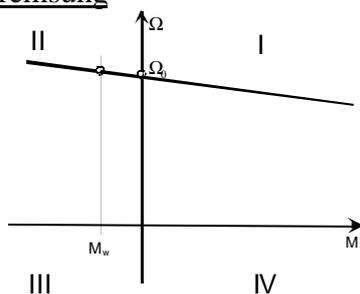


Stufenweiser Hochlauf, kann sowohl drehzahl- als auch stromabhängig erfolgen.

Hinweis auf Spannungshochlauf

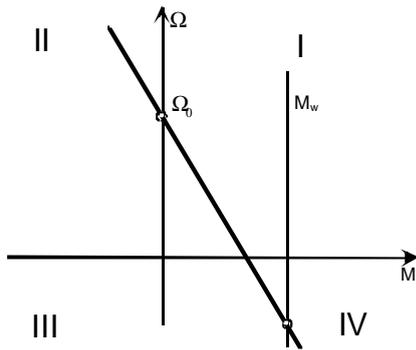
**b) Bremsen**

**1. Nutzbremung**



- Betriebsart im 2. Quadranten
- Generatorbetrieb:  $M < 0$
- Motor wird von AM über  $\Omega_0$  angetrieben ? Energie wird ins Netz zurückgespeist

2. Gegenstrombremsung (Reihenfolge vertauschen!!!)



Senkbremsung

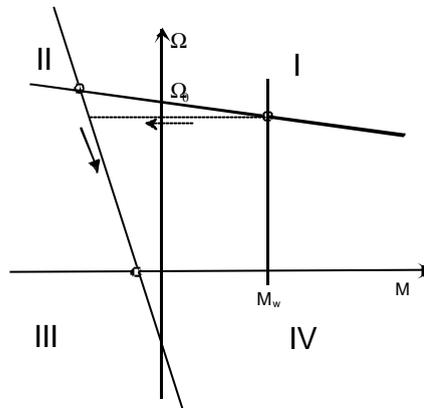
Anwendung: Hubmotore

Anwendung auch im nichtstationären Betrieb zum Stillsetzen des GNM

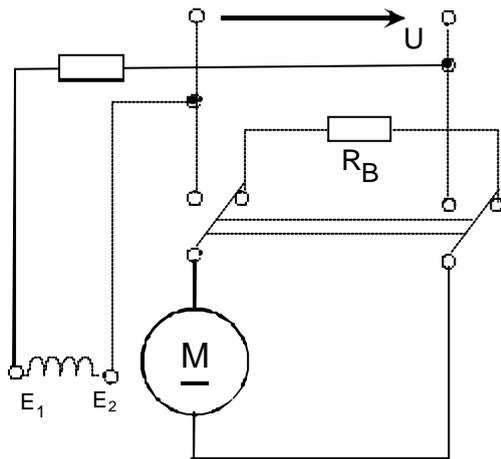
Maßnahme:

- Umpolung und Einschalten von  $R_V$
- Abschalten des Antriebs bei  $\Omega = 0$

- Betriebsart im 4. Quadranten
- Motor wird von AM entgegen seiner Drehzahl angetrieben
- nur mit Vorwiderständen möglich, da sonst Ströme zu groß werden, denn 
$$I_a = \frac{U + E}{R_a + R_V}$$
- keine Nutzbremung, denn:  
Netz **liefert** Energie:  $U \cdot I > 0$   
AM liefert Energie:  $M \cdot \Omega < 0$   
beides wird in  $(R_a + R_V)$  in Wärme umgewandelt? Nachteil

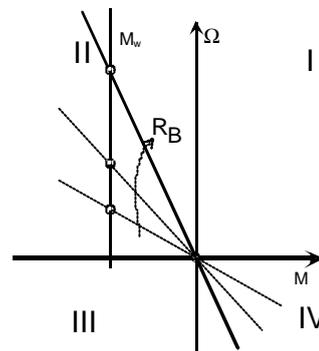


3. Widerstandsbremung



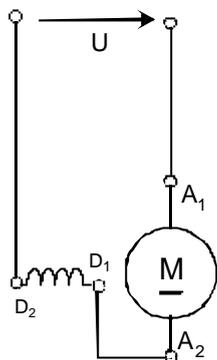
$$E = c \cdot \Phi \cdot \Omega = I_a (R_a + R_B)$$

$$\Omega = I_a \cdot \frac{R_a + R_B}{c \cdot \Phi} = \frac{R_a + R_B}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M$$

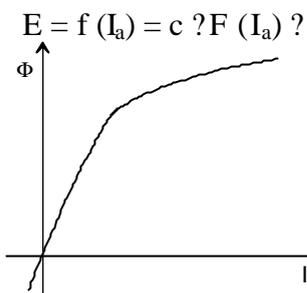
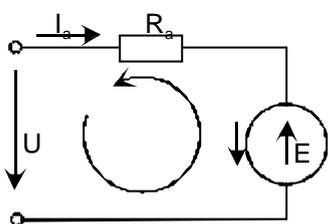


## 7.1.4 Gleichstrom – Reihenschlussmotor (GRM)

### 7.1.4.1 Schaltung und Ersatzschaltbild des GRM



F – E - Reihenschlusserregerwicklung

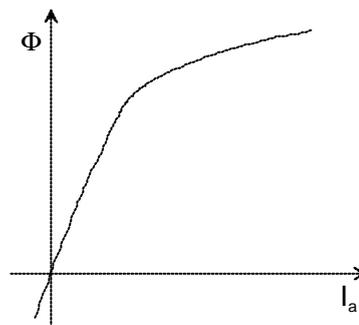
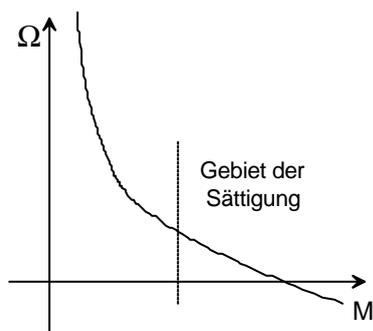


Magnetisierungskennlinie

### 7.1.4.2 Betriebsverhalten des GRM

$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi(I_a)} - \frac{R_a}{[c \cdot \Phi(I_a)]^2} M$$

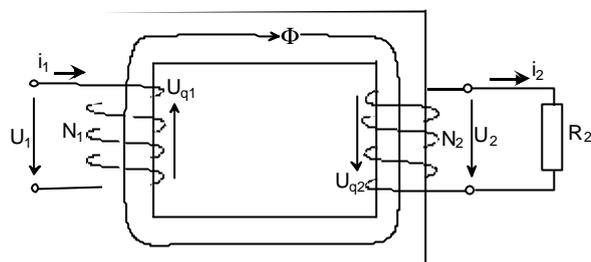
$$M = c \cdot \Phi(I_a) I_a$$



Diskussion der Kennlinie  
Anwendung

## 7.2. Transformator

### 7.2.1 Idealer Transformator



$$u_1 = \hat{u}_1 \sin \omega t$$

Induktionsgesetz

- Primärkreis

$$-U_{q1} = U_1 = \hat{u}_1 \sin \omega t = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad ? \quad \Phi = \frac{\hat{U}_1}{N_1} \int \sin \omega t \, dt$$

$$\Phi = \frac{\hat{U}_1}{\underbrace{N_1 \omega}_{\hat{\Phi}}}$$

$$\hat{\Phi} = \frac{\hat{U}_1}{N_1 \omega} = \frac{\sqrt{2}}{N_1 \cdot 2\pi f} U_1$$

?  $U_1$  – Effektivwert

$$-U_{q1} = U_1 = 4,44 N_1 \cdot f \hat{\Phi}$$

$$U_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_1 \cdot f \hat{\Phi}$$

-Sekundärkreis

$$-U_{q2} = U_2 = 4,44 N_2 \cdot f \hat{\Phi}$$

Spannungsverhältnis

$$\frac{U_{q1}}{U_{q2}} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{U}$$

$$\ddot{U} = \frac{N_1}{N_2} \quad - \text{Übersetzungsverhältnis}$$

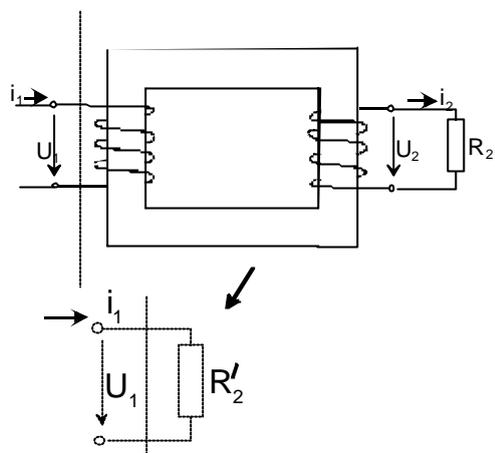
Verluste = 0 ? zugeführte Wirkleistung = abgeführte Wirkleistung

$$U_1 \cdot I_1 \cos \mathbf{j}_1 = U_2 \cdot I_2 \cos \mathbf{j}_2 \quad | \quad \text{für den belasteten Trafo gilt } |\cos \mathbf{j}_1| \approx |\cos \mathbf{j}_2| \quad !$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{U}}$$

Transformation des sekundärseitigen Verbrauchers  $R_2$  auf die Primärseite



Auf der Primärseite erscheint ein Verbraucher mit

$$R'_2 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2 \frac{N_1}{N_2}}{I_2 \frac{N_2}{N_1}} = \frac{U_2}{I_2} \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2$$

?

$$+? \quad \frac{U_2}{I_2} = R_2$$

$$R'_2 = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2 = \dot{U}^2 \cdot R_2$$

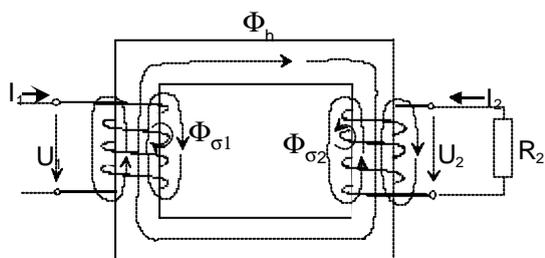
Strich: auf Primärseite transformierte Sekundärgröße

### 7.2.2 Technischer Transformator

Technische Transformatoren sind verlustbehaftet und haben Streuung

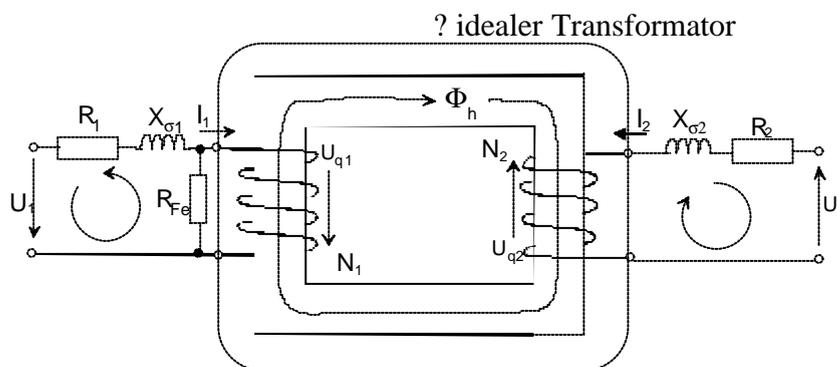
- Verluste: -  $I^2 R$  in den Wicklungen ? Kupferverluste
- Magnetisierungsverluste und Wirbelstromverluste im Eisen ? Eisenverluste

Streuung: Streufluss  $\Phi_s$  durchsetzt nur die eigene Wicklung und trägt in der anderen Wicklung nicht zur Spannungsinduktion bei.



Begriffe: Hauptfluss  
Streufluss

Berücksichtigung der Verluste und Streuung durch fiktive Verbraucher



Diskussion der Parameter

a) Ersatzschaltbild des technischen Transformators  
Zeigerdarstellung

$$+U_{q1} = \underline{U}_1 - \underline{I}_1 \cdot R_1 - \underline{I}_1 jx_{1s} \qquad x_{1s} = \mathbf{w} L_{1s}$$

$$+U_{q2} = -\underline{U}_2 - \underline{I}_2 \cdot R_2 - \underline{I}_2 jx_{2s} \quad ? \quad +U_{q2} \cdot \ddot{U} = -\underline{U}_2 \cdot \dot{U} - \frac{\underline{I}_2}{\ddot{U}} \ddot{U}^2 \cdot R_2 - \frac{\underline{I}_2}{\ddot{U}} j \ddot{U}^2 \cdot x_{2s}$$

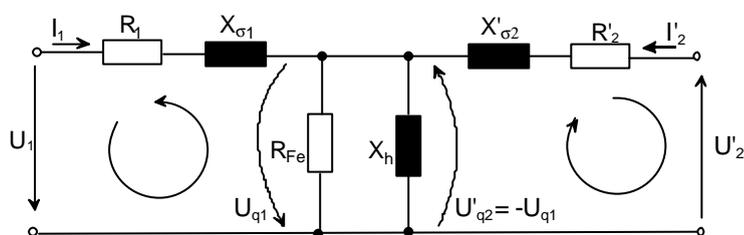
Einführung reduzierter Größen in den Sekundärkreis

$$\underline{U}'_{q2} = \ddot{U} \underline{U}_{q2} = \underline{U}_{q1} \qquad \underline{I}'_2 = \frac{1}{\ddot{U}} \cdot \underline{I}_2 \qquad x'_{s2} = \ddot{U}^2 x_{s2}$$

$$\underline{U}'_2 = \underline{U}_2 \cdot \ddot{U} \qquad R'_2 = \ddot{U}^2 \cdot R_2$$

$$\underline{U}_{q1} = -\underline{U}'_{q2} = -\underline{U}'_2 - \underline{I}'_2 \cdot R'_2 - \underline{I}'_2 j x'_{s2}$$

Gleichungen des Primär- und Sekundärkreises genügen folgendem ESB



$$U_{q1} = -L_h \frac{di}{dt} = -N \frac{d\Phi_h}{dt}$$

?

induzierte Spannung ist an Hauptfluss gebunden ? Hauptinduktanz  $X_h$

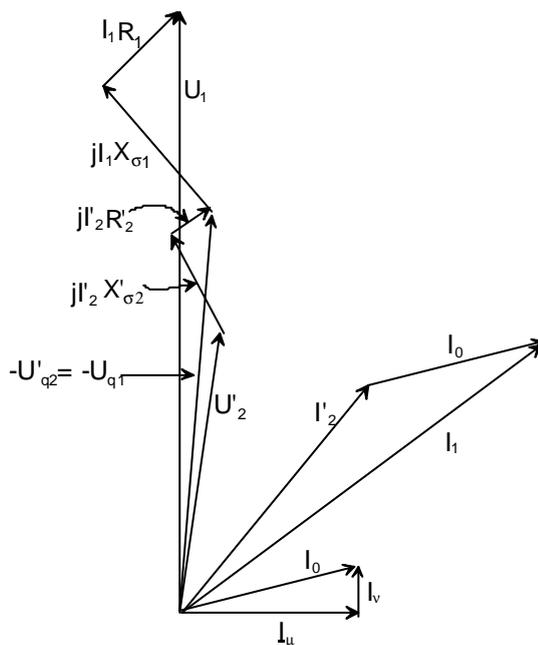
Begriffe: Magnetisierungsstrom  $\underline{I}_m$

Hauptinduktivität  $L_h$ , Hauptinduktanz  $X_h$

Begründung der Notwendigkeit, reduzierte Größen einzuführen

b) Zeigerbild des technischen Transformators

gegeben  $\underline{U}_1$  und  $\underline{I}_1$



Maschensatz:

$$-U_{q1} = \underline{U}_1 - I_1 (R_1 + j X_{s1})$$

$$-U_{q2} = \underline{U}_2 - I_2 (R_2 + j X_{s2})$$

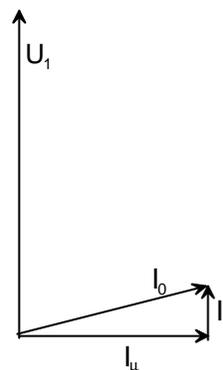
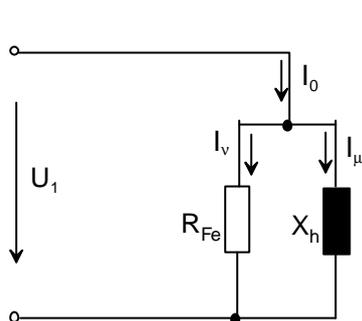
$$I_1 + I_2 = I_0$$

$$I_1 - I_0 = -I_2$$

### 7.2.3. Betriebsverhalten des Transformators

#### a) Leerlauf

$\underline{I}'_2 = 0$  , Spannungsabfälle über  $R_1$  und  $X_{s1} = ? L_{s1}$  vernachlässigbar  
ESB



Leerlaufversuch

1. Messung der Scheinleistung

$$S = U_1 \cdot I_0$$

2. Messung der Wirkleistung

$$P_O = \frac{U_1^2}{R_{Fe}}$$

Berechnung von  $R_{Fe}$  und  $L_h$  bzw.  $X_h$

$$R_{Fe} = \frac{U_1^2}{P_O}$$

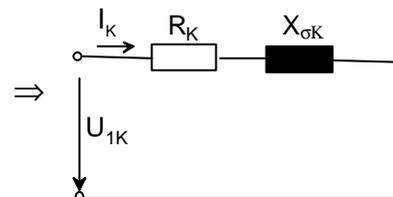
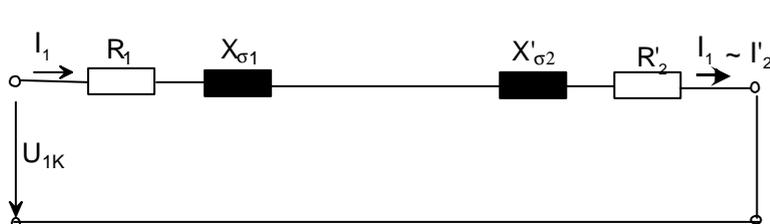
$$S = \sqrt{P_O^2 + Q_O^2} \rightarrow Q_O = \sqrt{S^2 - P_O^2}$$

$$Q_O = \frac{U_1^2}{X_h} \rightarrow X_h = \frac{U_1^2}{Q_O}$$

#### b) Kurzschluss

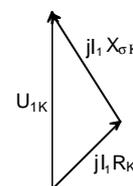
$$\underline{U}'_2 = 0 \quad , \quad \underline{I}'_2 \gg i_0$$

ESB



$$R_K = R_1 + R'_2$$

$$X_{sK} = X_{s1} + X'_{s2}$$



KurzschlußversuchReduktion der Spannung, dass  $I_{1K} = I_{1N}$ 

$$\frac{U_{1K}}{U_{1N}} 100\% \approx (5 \dots 10)\% \text{ relative Kurzschlussspannung}$$

Messung von

1.  $S_K = U_{1K} \cdot I_{1K}$

2.  $P_K = I_{1K}^2 \cdot R_K$  ?

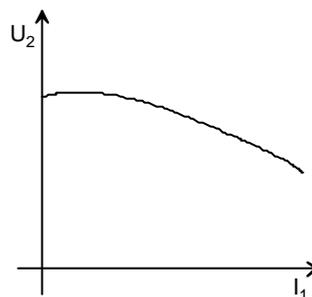
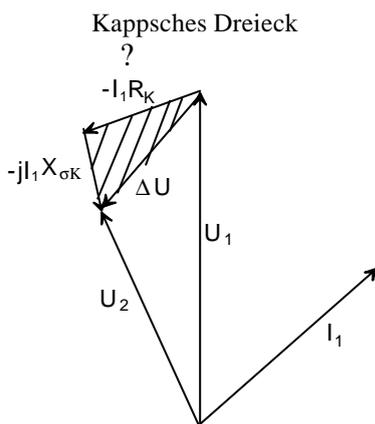
Berechnung von

$$R_K = \frac{P_K}{I_{1K}^2} \quad Q_K = \sqrt{S_K^2 - P_K^2} = I_{1K}^2 \cdot X_{sK} \quad X_{sK} = \frac{Q_K}{I_{1K}^2}$$

Achtung: Nur die Summen  $R_K = R_1 + R_2$  und  $X_{sK} = X_{s1} + X_{s2}$  können bestimmt werden!c) Transformator bei LastVereinfachung:  $I_0 \ll I_1, I_2 \Rightarrow I_1 \sim I_2$ 

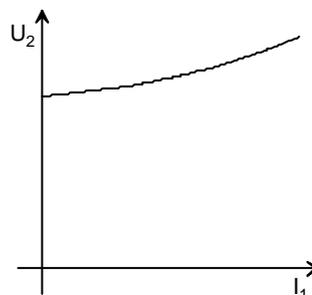
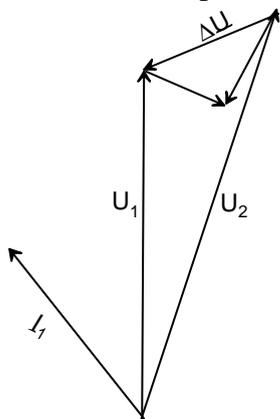
Querkreis kann vernachlässigt werden

$$\underline{U}'_2 = \underline{U}_1 - \underline{I}_1 (R_K + jX_{sK})$$



Belastungskennlinie bei ohmsch-induktiver Last

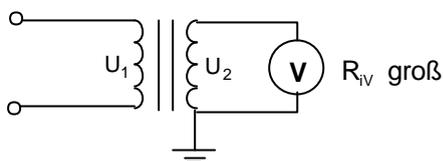
Bei kapazitiver Last auch Spannungserhöhung mit wachsendem Strom möglich



Belastungskennlinie bei ohmsch-kapazitiver Last

## 7.2.4 Messwandler

### a) Spannungswandler

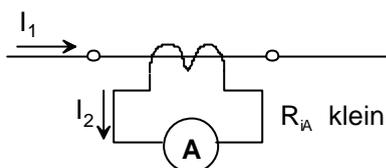


Messung hoher Spannungen  
- potentialgetrennt

Prinzip: Transformator im Leerlauf

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1 \quad \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u} \gg 1$$

### b) Stromwandler



Messung großer Ströme  
- potentialgetrennt

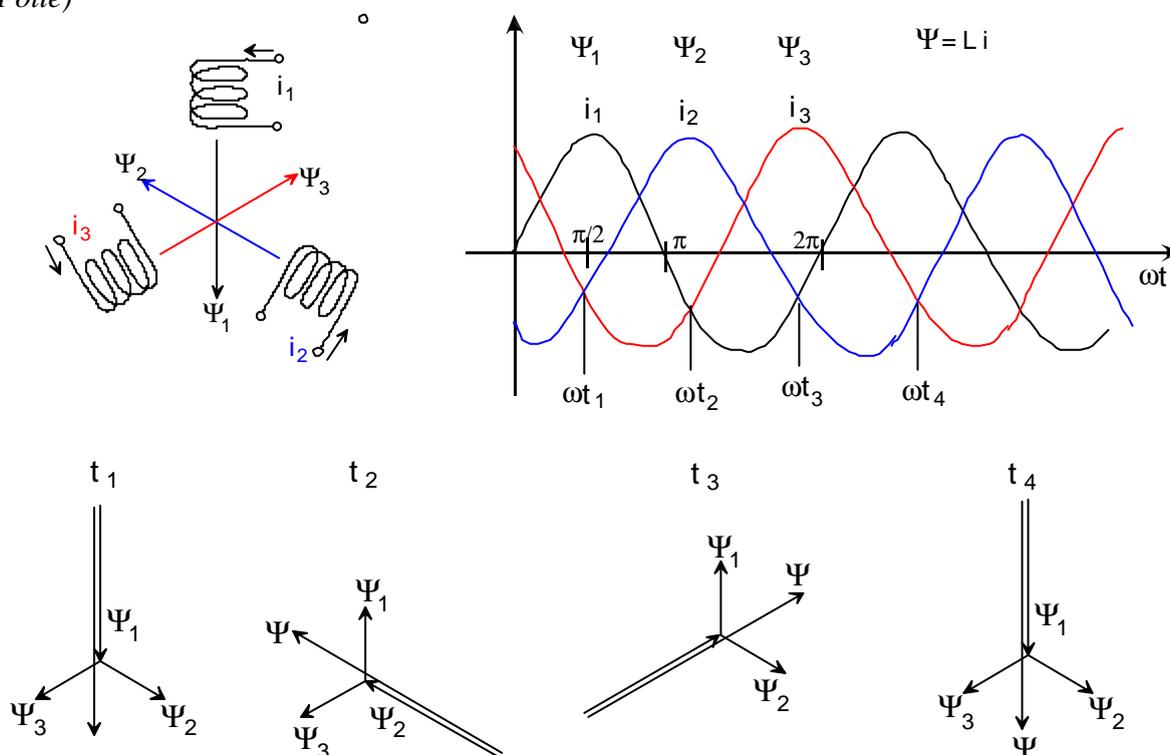
Prinzip: Trafo im Kurzschluss

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1 ; \ddot{u} \ll 1$$

## 7.3. Asynchronmotor

### 7.3.1 Drehfeld

(Folie)



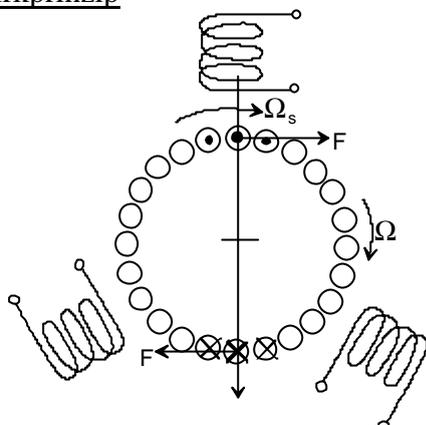
Größe des resultierenden Flusses  $y = \frac{3}{2} y_1 = \frac{3}{2} y_2 = \frac{3}{2} y_3$

Drehfeld wird erzeugt durch drei um  $120^\circ$  versetzte Wicklungen, die vom Drehstrom durchflossen werden.

Drehfeld ist ein Flussvektor mit konstanter Länge, der sich um Mittelpunkt des Spulensystems mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi f$  dreht ? Grundvoraussetzung für Drehfeldmaschinen (Asynchron – oder Synchronmaschinen).

### 7.3.2 Wirkprinzip, Aufbau

#### a) Wirkprinzip



Drehfeld rotiert mit  $\Omega_2$

? schneidet Läuferstäbe und induziert im Läufer  $U_{q2}$

Prinzip: ruhender Leiter im bewegten

Magnetfeld  $U_{q2} = v B l$

?  $i_2$  treibt Strom  $i_2$  an ? Kraftwirkung

Prinzip: stromdurchflossener Leiter im Magnetfeld

$$F = B l \cdot i_2$$

? Läufer rotiert

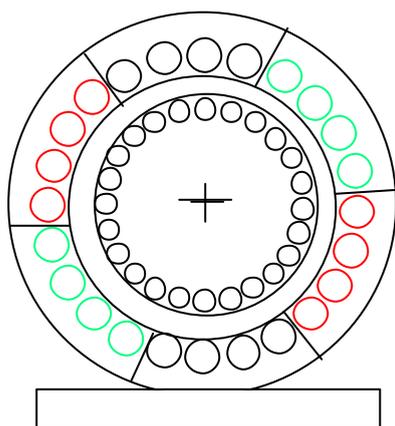
Für den rotierenden Läufer ist die Relativgeschwindigkeit entscheidend für die Spannungsinduktion, d. h. Drehzahldifferenz  $\Omega_s - \Omega_2$

$$\text{Definition} \quad s = \frac{\Omega_s - \Omega_2}{\Omega_s}$$

Induzierte Spannung wird Null bei  $\Omega_2 = \Omega_s$  ?  $M = 0$  ? Leerlauf.

Mit wachsendem  $M$  muss  $i_2$  steigen ?  $U_{q2}$  muss steigen ? Relativgeschwindigkeit wächst ? Differenz  $\Omega_s - \Omega_2$  wächst ? Läuferdrehzahl  $\Omega_2$  sinkt

#### b) Aufbau



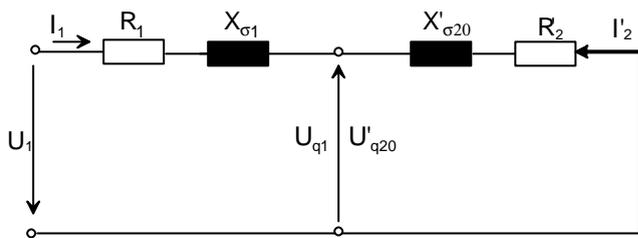
- Begriffe: - Läufer, Rotor  
- Ständer, Stator  
- verteilte Wicklung,  
- Kurzschlussläufer,  
- Käfigläufer

### 7.3.3 Betriebsverhalten

#### a) Asynchronmotor im Stillstand (Index 0)

Ruhender AM kann als Trafo im Kurzschluss betrachtet werden

- Ständer erzeugt ein Feld (Drehfeld), in Ständerwicklung wird gegen EMK  $E_1$  induziert
- Drehfeld durchsetzt den Läuferkreis und induziert dort  $E_{20}$
- $E_{20}$  wird über Stäbe kurzgeschlossen



ESB des AM im Stillstand

$$U'_{q20} = U_{q1} = \ddot{u} U_{q20}$$

$$X'_{s20} = w_s \cdot L'_{s2}$$

Läuferfrequenz = Netzfrequenz

$$w_2 = w_s$$

**b) Rotierender Asynchronmotor**

$U_{q20} = \vec{B}(\vec{l} \times \vec{v}_s)$  ... ind. Stabspannung im Stillstand

$U_{q2} = \vec{B}(\vec{l} \times \Delta\vec{v})$  ... ind. Stabspannung bei O

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_s - \vec{V}_2 = s \cdot \vec{V}_2 \quad \text{Relativgeschwindigkeit}$$

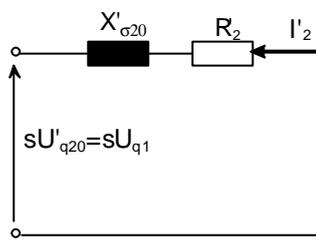
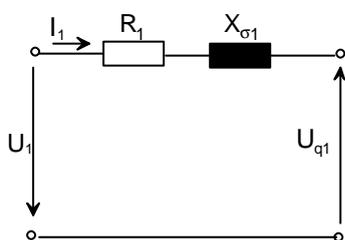
$$U_{q2} = s U_{q20} \quad s = \frac{V_s - V_2}{V_s} \quad \text{Schlupf}$$

Was für die Stabspannung gilt, gilt auch für den Effektivwert der Gesamtläuferspannung.

$$U_{q2} = s \cdot U_{q20}$$

oder

$$U'_{q2} = s \cdot U'_{q20} = U_{q1}$$

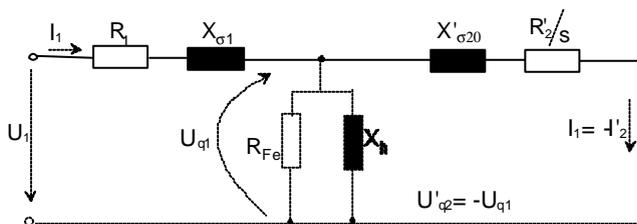


Gleichung des Läuferkreises

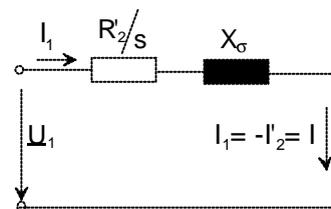
$$s \cdot U_{q1} = \underline{I}'_2 (R'_2 + j x'_{s2})$$

$$x'_{s2} = s w_s \cdot L'_{s2}$$

$$U_{q1} = \underline{I}'_2 \left( \frac{R'_2}{s} + j x'_{s20} \right)$$



Annahme  $I_0 = 0$



$$x_s = x_{s1} + x'_{s20}$$

$$R_1 \approx 0$$

Hinweis: Magnetisierungsverluste wurden vernachlässigt? Trafo im Kurzschluss

**c) Drehzahl - Drehmomentenkennlinie des AM**

Wirkleistung im ESB (*Verluste und mechanische Leistung*)

$$P_2 = 3 I_2'^2 \cdot \frac{R'^2}{s} \quad \Omega = \Omega_2 \quad \text{Läuferwinkelgeschwindigkeit}$$

$$s = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}$$

$$\Omega = (1 - s) \cdot \Omega_s$$

Stromwärmeverluste im Läufer

$$P_{v2} = 3 \cdot I_2'^2 \cdot R_2'$$

Mechanische Leistung

$$P_{mech} = M \cdot \Omega = (1-s) \cdot M \cdot \Omega_s$$

Leistungsbilanz

$$P_2 = P_{mech} + P_{v2}$$

$$P_{mech} = M \cdot \Omega = M \cdot \Omega_s (1-s) = 3 \cdot I_2'^2 \left( \frac{R_2'}{s} - R_2' \right) = 3 \cdot I_2'^2 \cdot R_2' \cdot \frac{1-s}{s}$$

$$M = \frac{3 \cdot I_2'^2 \cdot R_2'}{\Omega_s \cdot s}$$

$$I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{\left( \frac{R_2'}{s} \right)^2 + X_{s2}^2}} = I_2'$$

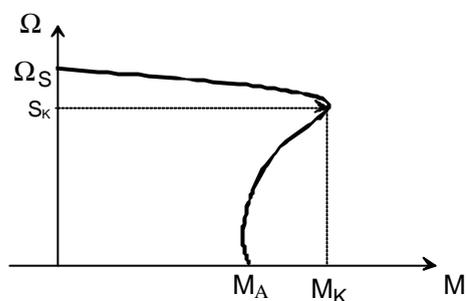
$$M = \frac{2 M_K}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}$$

Kloß'sche Beziehung

$$M_K = \frac{3 \cdot U_1^2}{2 \cdot \Omega_s \cdot X_s}$$

$$s_K = \frac{R_2'}{X_s}$$

Begriffe: Kippmoment  
Kippschlupf  
Anlaufmoment



Größenordnungen: - lineare Näherung  
- Bezeichnung Kloss

$$s_N \approx 0,1 \dots 0,05$$

$$s_K \approx 0,6 \dots 0,2$$

$$\frac{M_K}{M_N} \approx 2 \dots 3,5$$

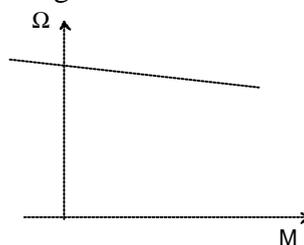
Näherung bei  $\frac{s}{s_K} \ll 1$

$$M \approx \frac{2 \cdot M_K}{s_K} s$$

Geradengleichung

oder

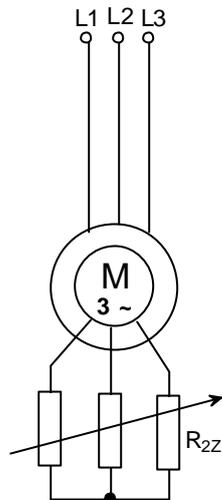
$$M \approx \frac{2 \cdot M_K}{s_K \cdot \Omega_s} (\Omega_s - \Omega)$$



Näherungsbeziehung gilt bis etwa:  $M \approx (1,5 \dots 2) M_N$

### 7.3.4. Drehzahlstellung

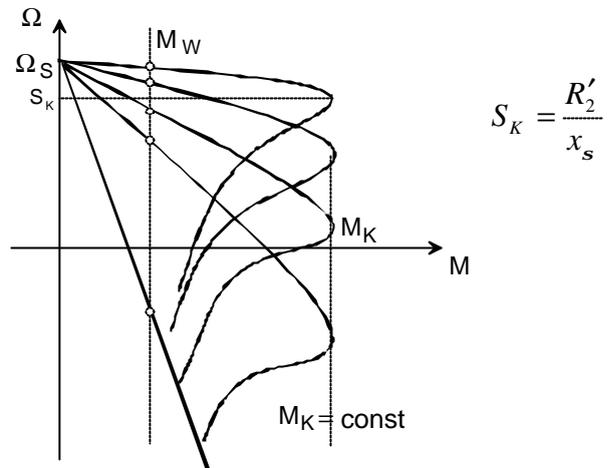
#### a) Läuferwiderstandsstellung



Begriffe: Schleifringläufer

Vorteile: - technisch einfach

Nachteile: - verlustbehaftet  
- Schleifringe



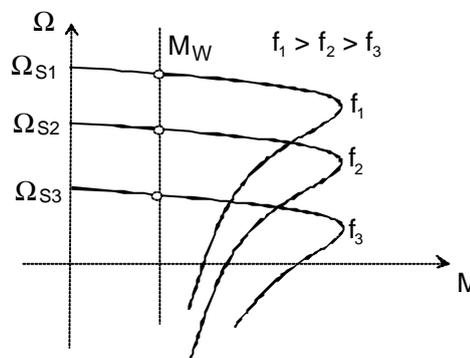
#### b) Frequenzstellung

$$M_K = \frac{3 \cdot U_1^2}{2 \cdot \Omega_2 \cdot x_s} = \frac{3}{2} \cdot \frac{U_1^2}{L_s \cdot \Omega_s^2}$$

$$x_s = \Omega_s \cdot L_s$$

Steuergesetz

$$\frac{U_1}{f} = \text{konst.}$$



Besonderheit:

bei konstanten  $U_1$  ist  $F$  eine Funktion von  $f$

$$U_1 = 4,44 N_1 f \hat{\Phi}$$

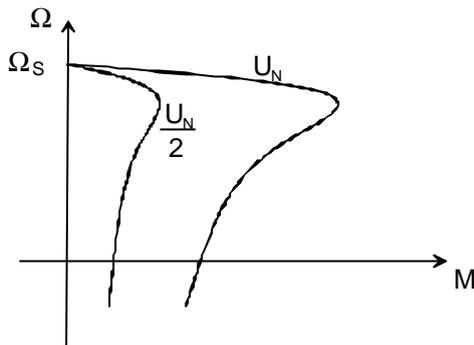
Um den Fluss konstant zu halten, muss gelten

$$\frac{U_1}{f} = \text{konst.} \rightarrow \text{kombinierte Spannungsfrequenz-Stellung}$$

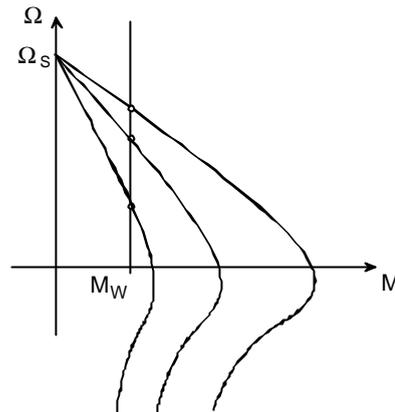
Hinweis: Begründung, warum  $\hat{\Phi} = \text{konst.}$

c) Spannungsstellung

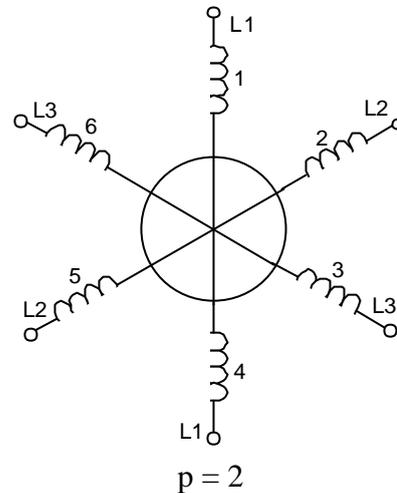
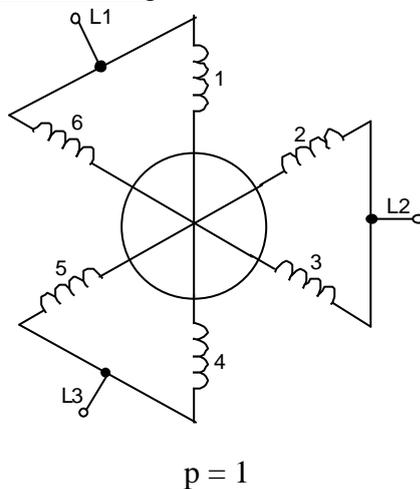
$$M_K \sim U_1^2$$



AKLM: uneffektiv



AMSL: - möglich

- technisch günstiger:  $R_{LZ}^?$ d) Polumschaltung (Folie)Schaltung mit  $p = 1$ 

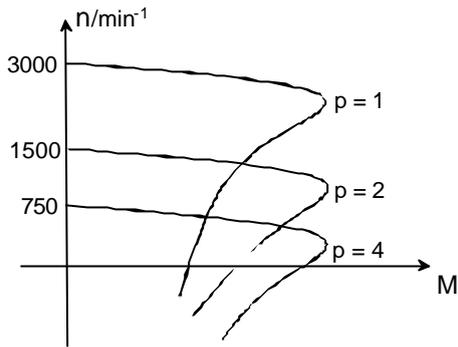
- Parallelschaltung der Wicklungen 1 – 6, 2 – 3, 4 – 5
- Flüsse der Parallelschaltung bilden resultierenden Teilfluss einer Phase
- Ausbildung eines Drehfeldes mit  $\Omega_s = 2 \cdot p f_1$

Schaltung mit  $p = 2$ 

- Flüsse mit der Wicklung 1 – 4, 2 – 5, 3 – 6 bilden den resultierenden Fluss **einer** Phase
- Flüsse der einzelnen Phasen sind nur um  $60^\circ$  räumlich zueinander versetzt ? während der Periodendauer  $T$  dreht sich das Drehfeld nur um  $3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$  ? halbe Drehung

Schlussfolgerung: Drehfeld rotiert bei  $p = 1$  doppelt so schnell wie bei  $p = 2$ , d. h.

$$\Omega_s (p = 1) = 2 \cdot \Omega_s (p = 2)$$



Grunddrehzahlen:

p	$n_s / \text{min}^{-1}$
1	3000
2	1500
3	1000
4	750
5	600
6	500

Hinweis:  $M_K$  muss nicht konstant bleiben, hängt von der Schaltung ab

allgemein gilt

$$n_s = \frac{f / s^{-1} \cdot 60}{p}$$

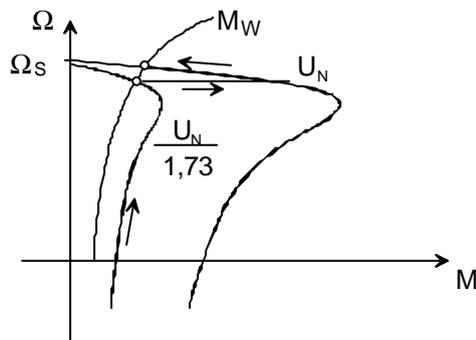
Vorteil: verlustarm

Nachteil: Spezialmaschinen

### 7.3.5 Anlauf

Problem: hoher Anlassstrom, der Netz gefährdet? Motor ist in den meisten Fällen robust genug, dass direkter Anlauf möglich wäre  
Verringerung des Anlassstromes durch

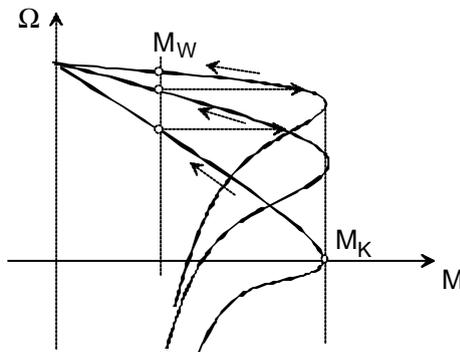
1. Spannungsanlauf, evtl.  $\Delta / \wedge$



$$I'_{20} = \frac{U_1}{\sqrt{R_2'^2 + x_{sK0}^2}}$$

Nachteil: Anlaufmoment wird quadratisch reduziert

2. Anlauf mit Anlasswiderständen



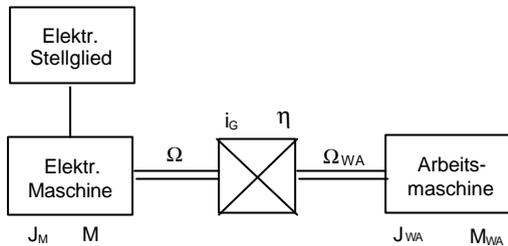
- **nur** bei AMSL möglich

- stufenweises Anlassen  
sh. GNM

## 7.4. Grundzüge der Elektroantriebstechnik

### 7.4.1 Allgemeine Gesetzmäßigkeiten von Elektroantriebssystemen

#### 7.4.1.1 Struktur elektrischer Antriebe

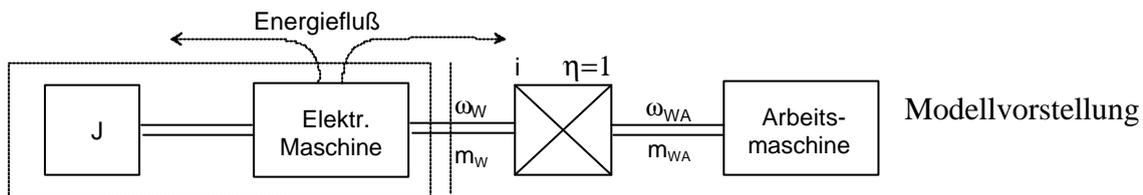


$$i_G = \frac{\Omega}{\Omega_{WA}} = \frac{\text{Antriebsdrehzahl}}{\text{Abtriebsdrehzahl}}$$

$$M_{WA} = \frac{Mh}{i_G} \quad (\text{bei Motorbetrieb})$$

$$M_{WA} = \frac{M}{i_G h} \quad (\text{bei Generatorbetrieb})$$

#### 7.4.1.2 Bewegungsgleichungen



Energiebilanz:  $\int m \omega dt = \int m_w \cdot \omega dt_w + \frac{J}{2} \omega^2$

Leistungsbilanz:  $m \omega = m_w \cdot \omega_w + J \omega \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad \omega = \omega_w$

Momentenbilanz:  
Bewegungsgleichung

$m = m_w + J \frac{d\omega}{dt}$
$m_b = J \frac{d\omega}{dt}$

Gesamtträgheitsmoment

$$\frac{J}{2} \omega^2 = \frac{J_M}{2} \omega^2 + \frac{J_{WA}}{2} \omega_{WA}^2 = \frac{\left[ J_M + J_{WA} \left( \frac{\omega_{WA}}{\omega} \right)^2 \right]}{2} \omega^2$$

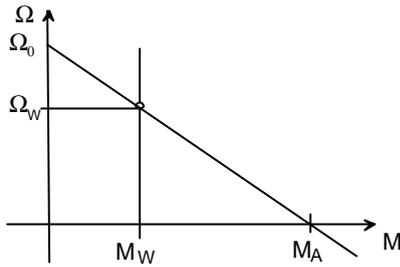
$$i_G = \frac{\omega}{\omega_{WA}} = \frac{\text{Antriebsdrehzahl}}{\text{Abtriebsdrehzahl}}$$

$J = J_M + \frac{J_{WA}}{i^2}$	$J_W = \frac{J_{WA}}{i^2}$
--------------------------------	----------------------------

$J_W$  - auf die Motorwelle reduziertes Trägheitsmoment der Arbeitsmaschine

Trägheitsfaktor:  $F \cdot J = \frac{J_M + J_W}{J_M}$

z. B. Hochlaufvorgang eines Gleichstromantriebes ? (t)



Geradengleichung

$$w = \Omega_0 - \frac{\Omega_0}{M_A} m$$

$$m = \frac{M_A}{\Omega_0} (\Omega_0 - w)$$

Widerstandsmoment  $m_W = M_W = \text{const.}$

Bewegungsgleichung

$$m = m_W + J \frac{dw}{dt}$$

$$\frac{M_A}{\Omega_0} (\Omega_0 - w) = M_W + J \frac{dw}{dt}$$

DGL 1. Ordnung

Lösung:  $w + \left( \frac{J \cdot \Omega_0}{M_A} \right) \cdot \frac{dw}{dt} = \frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0$

$$w = \frac{1}{C} e^{-t/t_M} + \frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0$$

$$t_M = \frac{J \cdot \Omega_0}{M_A} \quad ? \quad \text{mech. ZK}$$

Randbedingung:

C – Integrationskonstante

$$w(0) = 0 \rightarrow 0 = \frac{1}{C} + \frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0$$

$$\frac{1}{C} = -\frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0$$

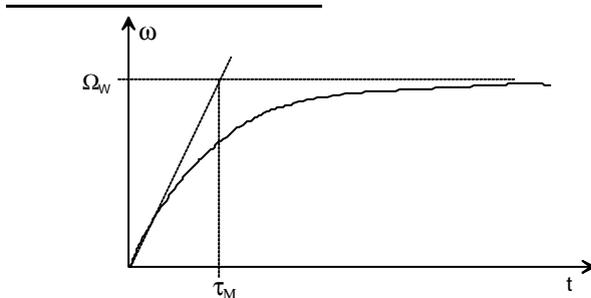
$$w = \frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0 \left( 1 - e^{-t/t_M} \right)$$

Nach der Geradengleichung gilt

$$\Omega_W = \Omega_0 - \frac{\Omega_0}{M_A} \cdot M_W$$

d.h.  $\frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0 = \Omega_W$

$$w = \Omega_W \left( 1 - e^{-t/t_M} \right)$$



mech. ZK

$$t_M = \frac{J \cdot \Omega_0}{M_A}$$

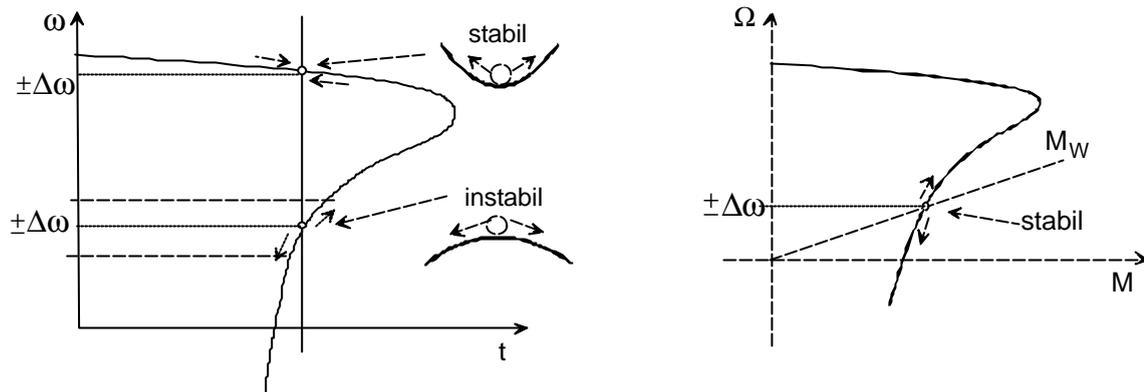
$$\Omega_0 = \frac{U}{C\Phi}$$

$$M_A = \frac{U}{R_A} \cdot C\Phi$$

$$t_M = \frac{J \cdot R_A}{(C\Phi)^2}$$

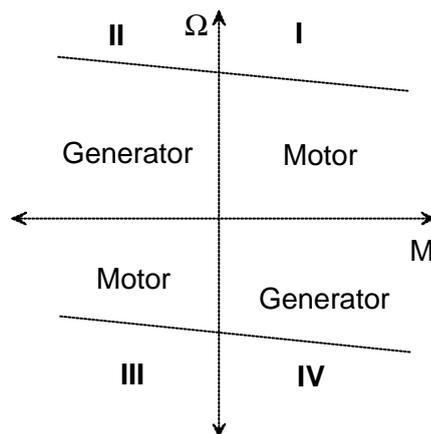
Diskussion des Einflusses von  $t_M$  auf Dynamik

### 7.4.1.3 Stabilität des Arbeitspunktes



Stabilitätsbedingung 
$$\frac{dM}{d\Omega} < \frac{dM_w}{d\Omega}$$

### 7.4.2 Ein- und Mehrquadrantenbetrieb



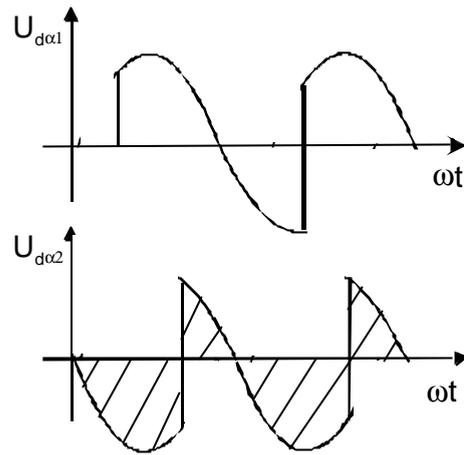
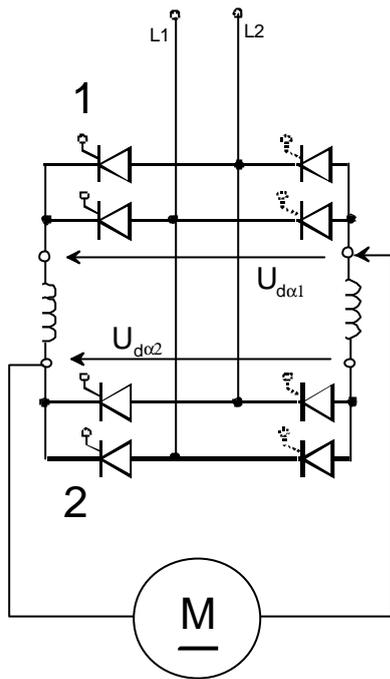
halbgesteuerte Brücken:  $U_{da} > 0$  ;  $I_d > 0$

Betrieb nur im 1. Quadranten möglich

vollgesteuerte Brücken:  $+U_{dO} > U_{da} > -U_{dO}$  ;  $I_d > 0$

Betrieb im 1. und 4. Quadranten möglich

4 – Quadranten Betrieb erfordert zwei Brücken  
z. B. Antiparallelschaltung,



$U_{da1} = U_{da2}$  bei  $\alpha_1 + \alpha_2 = 180^\circ$   
 ?  
 Steuergesetz

Erklärung

- Begriff: Kreisstrom
- kreisstrombehaftet
- kreisstromfrei
- Umkehrstromrichter

**7.4.3 Auswahl der Typenleistung elektrischer Maschinen**

Entscheidend für die Lebensdauer elektrischer Maschinen ist die Einhaltung einer zulässigen Grenztemperatur für die Isolation der Wicklungen.

Wärmebeständigkeitsklassen	<b>Y</b>	<b>A</b>	<b>E</b>	<b>B</b>	<b>F</b>	<b>H</b>	<b>C</b>
Höchstzulässige Dauertemperatur, °C	90	109	120	130	155	180	> 180

Wicklungen erhitzen sich durch Verluste  $P_v$   
 Leistungsbilanz

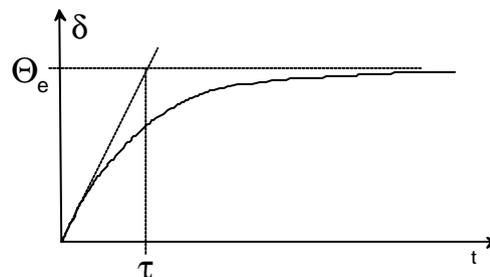
$$P_v = C \frac{dJ}{dt} + AJ$$

- C – Wärmekapazität
- A – Wärmeabgabefähigkeit
- J – Übertemperatur

Lösung der DGL:

$$J = \Theta_e \left( 1 - e^{-t/\tau} \right) \quad t = \frac{C}{A} ; \quad \Theta_e = \frac{P_v}{A}$$

$t \approx 20 \text{ min} \dots 2 \text{ h}$



$T_e \sim P_V$  ? Mittelwert der Verluste ist entscheidend

$$\overline{P_{Vzul}} \leq P_{VN}$$

$P_{VN}$  -Verluste im Nennbetrieb

$$P_V \sim i^2$$

Begriff: Leer- und Lastverluste

$$\frac{1}{T} \int i^2 dt \leq I_N^2$$

Diskussion des Fehlers

$$I_{eff} \leq I_N$$

Für Maschinen mit Nebenschlussverhalten (GNM, AM) gilt

$$M \sim I$$

$$M_{eff} \leq M_N$$

Effektivwertmethode

$$M_{eff} = \sqrt{\frac{1}{\Sigma t'} \int_0^{\Sigma t} m^2 dt}$$

$\Sigma t =$  Zykluszeit

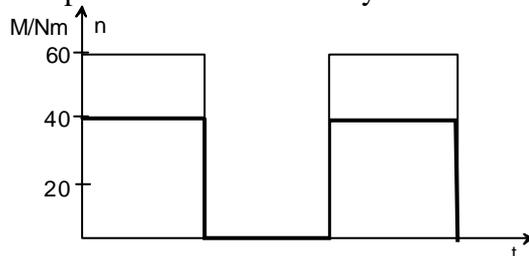
$\Sigma t' =$  reduzierte Zykluszeit

$t_p =$  Pausenzeit

$t_B =$  Betriebszeit

$$\Sigma t' = t_p \frac{A_{st}}{A} + t_B$$

Beispiel: Auswahl eines Asynchronmotors



- $n \sim 1470 \text{ min}^{-1}$
- $t \sim 30 \text{ min}$
- $t_{st} \sim 60 \text{ min}$
- $t_p \sim 3 \text{ min}$
- $t_B \sim 4 \text{ min}$

$$\frac{A_{st}}{A} = \frac{t}{t_{st}} = \frac{1}{2}$$

$$\Sigma t' = \left( 3 \cdot \frac{1}{2} + 4 \right) \text{min} = 5,5 \text{ min}$$

$$M_{eff} = \sqrt{\frac{1}{5,5} \cdot 36 \cdot 10^2 \cdot 4} N_m$$

$$M_{eff} = 51,2 N_m$$

$$P_{eff} = M_{eff} \cdot \Omega = \frac{51,2 \cdot 1470 \cdot 2p}{60} W = 7,88 kW$$

$P_N / kW$	4,0	5,5	7,5	11	14
------------	-----	-----	-----	----	----

$M_K / M_N$	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1
-------------	-----	-----	-----	-----	-----

ausgewählter Motor 11 kw

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = \frac{11 \cdot 10^3 \cdot 60}{2p \cdot 1470} N_m = \underline{\underline{71,5 N_m}}$$

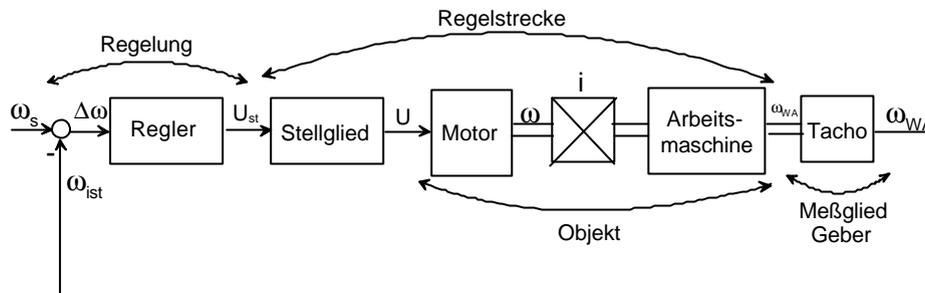
$$M_N > M_{eff} \quad M_K = 2 M_N = 143 N_m > M_{max}$$

### 7.4.4 Geregelte Elektroantriebe

Nachteile der bisher betrachteten unregulierten Antriebe:

1.  $\Omega = f(M)$
2. Drehzahländerungen verlaufen träge, s. h. Hochlauf

#### Regelung



Begriffe:

- Sollwert
- Istwert
- Regelgröße ?
- Stellgröße  $U_{st}$
- Führungsgröße
- Störgröße  $Z, I_w$

1. Erklärung des Regelkreises

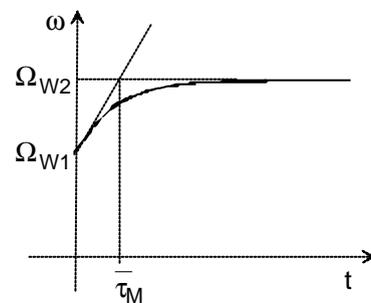
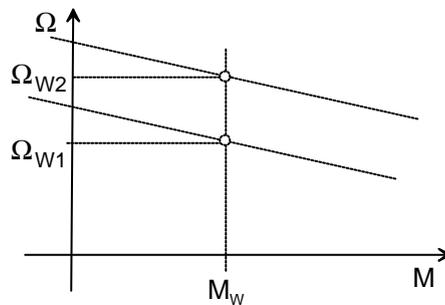
2. Aufgabe des Reglers:
- Verringerung der Soll-Istwert-Differenz
  - Verbesserung des dynamischen Verhaltens

#### Dynamisches Verhalten elektrischer Antriebe

1. mechanische Trägheit  
sh. Anlauf

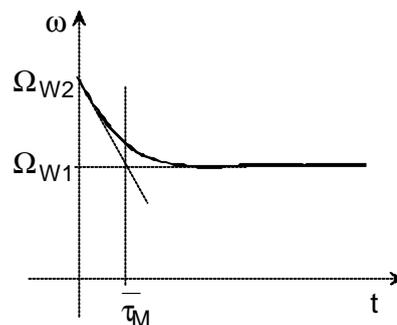
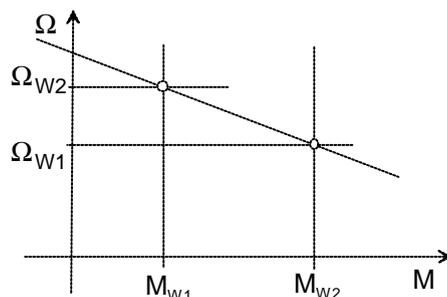
$$w = \Omega_w \left( 1 - e^{-t/t_M} \right)$$

Begriff:  
Führungsverhalten



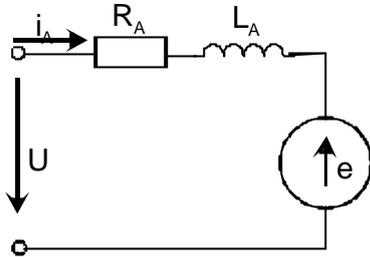
$$\left( w = (\Omega_{w2} - \Omega_{w1}) \left( 1 - e^{-t/t_M} \right) + \Omega_{w1} \right)$$

Begriff:  
Störverhalten



## 2. Elektromagnetische Trägheit

Strom kann sich im Motor wegen  $L_A$  nicht sprunghaft ändern ? auch  $m$  kann nicht springen ? bisheriges ESB gilt nur für stationäres Verhalten.



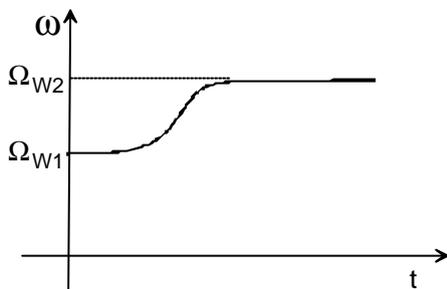
$$e = U - i_A \cdot R_A - L_A \frac{di_A}{dt}$$

$$\frac{U - e}{R_A} = i_A \left( 1 + \frac{L_A}{R_A} \cdot \frac{di_A}{dt} \right)$$

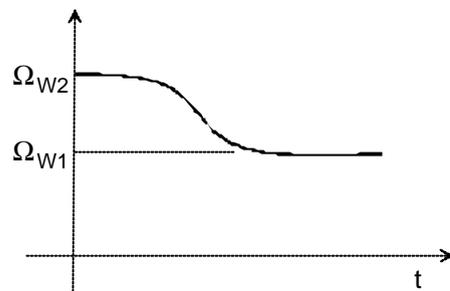
$$t_A = \frac{L}{R_A} \quad \text{Ankerzeitkonstante}$$

Schlussfolgerung

? wird nicht nur durch  $t_M$  verzögert, sondern auch durch  $t_A$  ? Verzögerung 2. Ordnung



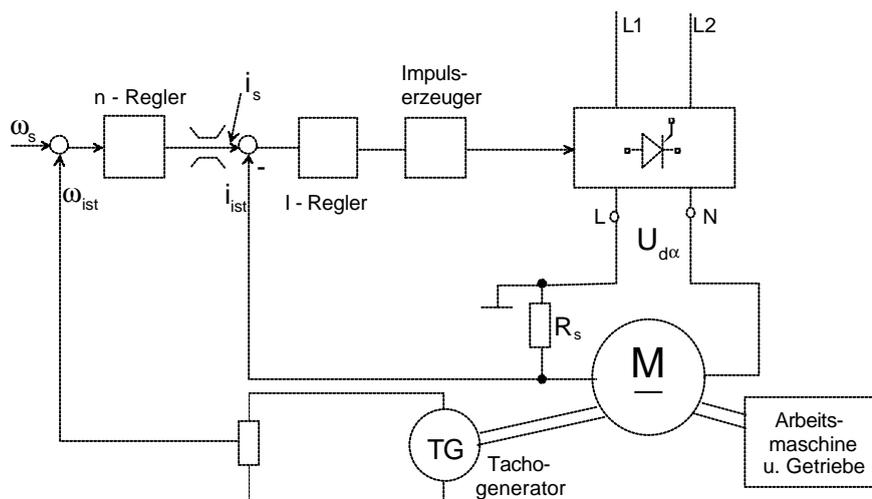
Führungsverhalten bei Spannungserhöhung + ? U



Störverhalten bei Lastsprung + ?  $M_w$

Regelung hat die Aufgabe,  $t_A$  und  $t_M$  zu kompensieren.  
Physikalische Erklärung, Begriff: Spannungsüberhöhung

### Drehzahlregelung des GNM mit unterlagelter Stromregelung



Erklärung der Struktur

Begriffe: Strombegrenzung  
Optimierung

Vorteile:

- $t_A$  und  $t_M$  können getrennt kompensiert werden ? einfache Regelstruktur
- Strombegrenzung über  $i_s$
- störunempfindlich
- leichte Inbetriebnahme

## 8. Elektrische Messgeräte und Messverfahren

### 8.1 Grundgesetze

Umwandlung der elektrischen Messgröße über das Magnet- oder elektrische Feld in einer Kraftwirkung ? Zeigerausschlag, d. h. Energieumwandlung

a) Stromdurchflossener Leiter im Magnetfeld

$$F = B \cdot l \cdot I \cdot \sin \alpha_{B,I}$$

b) Kräfte auf Trennflächen

$$F = \frac{B^2 \cdot A}{2 \mu_0}$$

c) Kräfte im elektrischen Feld

$$F = Q \cdot E \quad \text{bzw.} \quad F = \frac{Q^2}{2 \epsilon_0 A} \quad (\text{Kondensator})$$

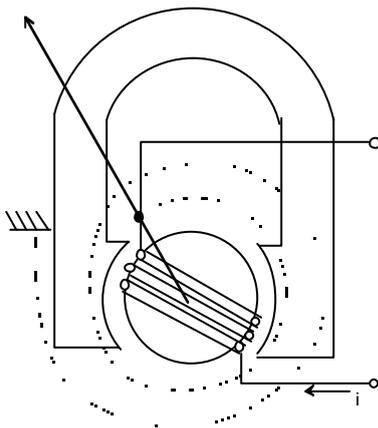
? absoluter Fehler in Prozent  
bezogen auf Endausschlag

Definition der Fehlerklasse: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 5

Definition der Empfindlichkeit:  $k = \frac{da}{dx}$      a – Ausschlag  
x – Messgröße

## 8.2. Messgeräte

### 8.2.1 Drehspulinstrumente



Kraft:  $F = B \cdot l \cdot N \cdot i$

Moment:  $M = 2 \cdot B \cdot N \cdot r \cdot i$   
r - Radius der Drehspule

Momentengleichgewicht:  $M = c \cdot \alpha$

a - Drehwinkel  
c - Federkonstante

$$c \cdot \alpha = 2 \cdot B \cdot N \cdot r \cdot i$$

Symbol

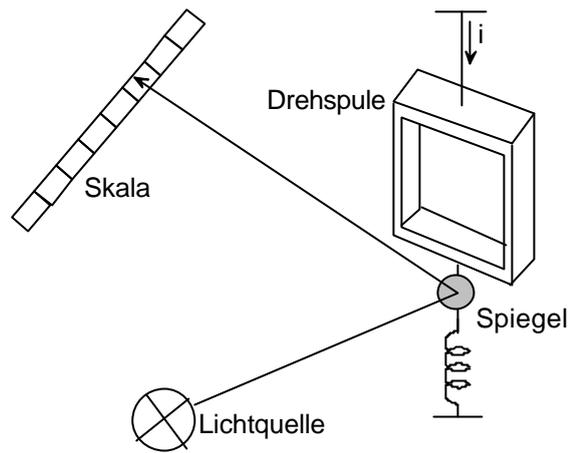


$a \sim i$	$a = k \cdot i$
------------	-----------------

Eigenschaften:

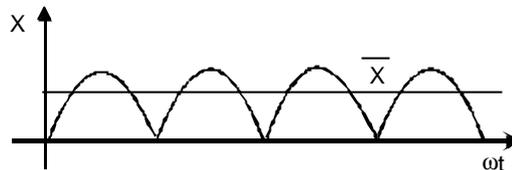
- Messung des arithmetischen Mittelwertes
- geringer Eigenverbrauch an Leistung, ( $10^{-6} \dots 10^{-3}$ ) W
- thermisch überlastbar
- hohe Genauigkeit, Genauigkeitsklasse bis zu 0,1

Sonderform: Spiegel- oder Lichtmarkengalvanometer



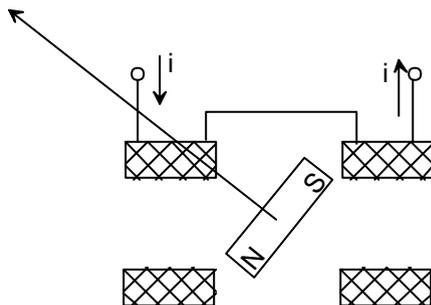
Hinweis: Drehspulinstrument misst strenggenommen keine Wechselgrößen, **aber**

Gleichrichtung



$$\left. \begin{array}{l} \text{Mittelwert} \quad \bar{X} = \frac{2}{\pi} \hat{X} \\ \text{Effektivwert} \quad X = \frac{1}{2} \sqrt{2} \hat{X} \end{array} \right\} X = \frac{P}{2\sqrt{2}} \bar{X}$$

**8.2.2 Drehmagnetinstrument**



**a = k i** ?

Umkehr des Drehspulinstrumentes  
? Spule fest, Magnet drehbar

Eigenschaften

- hohe Eigenleistung
- Genauigkeit 1 ... 2,5 %
- ? Schalttafelinstrument

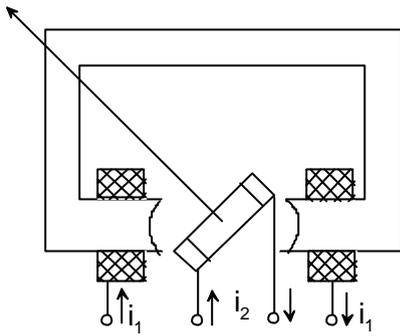
Mittelwert

Symbol



Linearität wird durch die hohe Eigenleistung (Verluste) nicht ganz eingehalten

### 8.2.3 Elektrodynamisches Messinstrument



Symbol



Eigenschaften:

- hohe Eigenleistung
- Genauigkeit ca. 1%

$$\mathbf{a} = k \cdot I_1 \cdot I_2 \cos(I_1, I_2)$$

$$i_1 = i_2 = i$$

$$\mathbf{a} = k \cdot I^2 \quad \text{quadratisch? Effektivwertmesser}$$

Leistungsmesser:

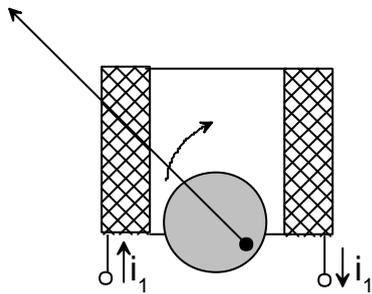
$$i_1 \sim i$$

$$i_2 \sim u$$

$$\mathbf{a} = k \cdot u \cdot i \cos \mathbf{j} \sim P$$

Wirkleistung!

### 8.2.4 Dreheiseninstrument



Symbol



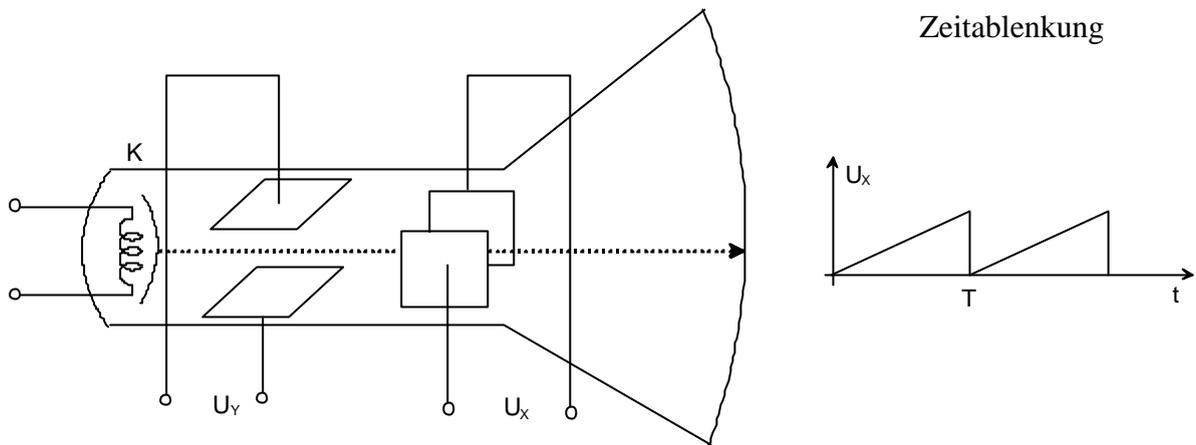
Eigenschaften:

- hohe Eigenleistung
- Genauigkeit 1,5%
- robust? Schalttafelinstrument

Wegen  $F = \frac{B^2 A}{2m_0}$  quadratische Abhängigkeit

$\mathbf{a} = k \cdot I^2$ , aber durch entsprechende Form des Plättchens kann nahezu lineare Abhängigkeit erreicht werden? trotzdem Effektivwertmesser

### 8.2.5 Elektronenstrahloszillograph

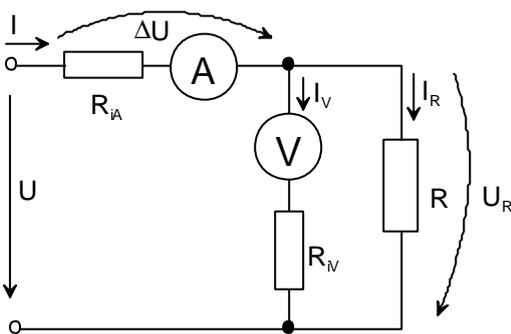


$$\vec{F} = q_e \cdot \vec{E}$$

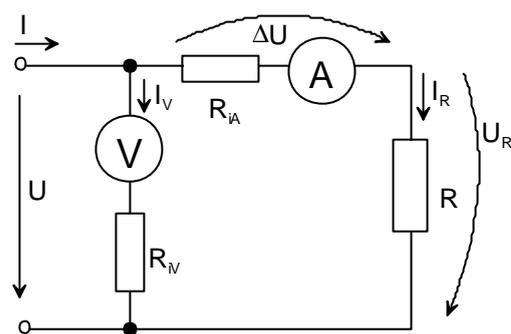
$q_e = e$  Elementarladung

### 8.3. Meßmethoden

#### 8.3.1 Strom- und Spannungsmessung



spannungsrichtig



stromrichtig

Amperemeter misst  $I = I_V + I_R$

?  $I_V$  verursacht Fehler

Forderung:  $I_V \ll I_R$

?  $R_{iV} \gg R$

Fehler bei Widerstandsbestimmung

tatsächlicher Wert  $R = \frac{U_R}{I_R}$

gemessener Wert  $R_m = \frac{U_R}{I_R + I_V}$       $R_m = \frac{U_R + \Delta U}{I_R}$

relativer Fehler  $\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_m - R}{R}$

Voltmeter misst  $U_R + ?U = U$

?  $?U$  verursacht Fehler

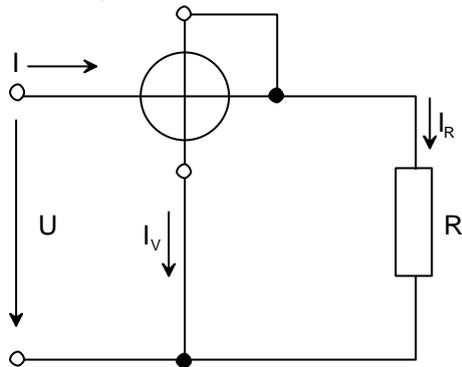
Forderung:  $?U \ll U_R$

?  $R_{iA} \ll R$

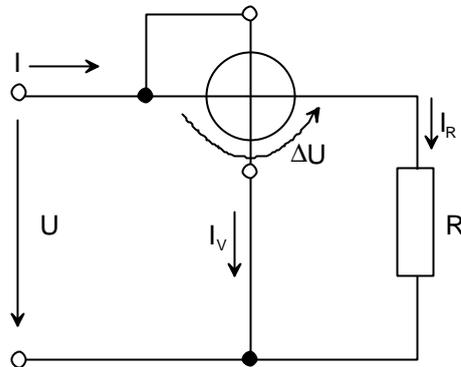
$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{1}{1 + \frac{R_{iV}}{R}} \approx -\frac{R}{R_{iV}}$	$\frac{\Delta R}{R} = +\frac{R_{iA}}{R}$
spannungsrichtig	stromrichtig

### 8.3.2 Leistungsmessung

$$P = U \cdot I \cos \varphi$$



spannungsrichtig

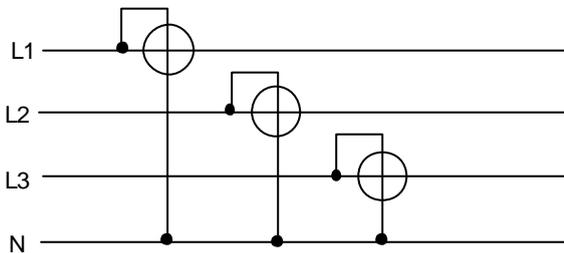


stromrichtig

- Begriffe: Wattmeter  
 Stromspule  
 Spannungsspule  
 Blindleistungsmessung

### Messung im Dreiphasensystem

#### a) 3-Wattmeter-Methode

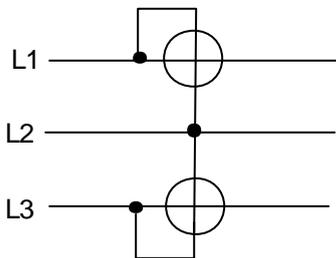


$$P_{\text{ges}} = P_1 + P_2 + P_3$$

Bemerkungen :

- auch bei unsymmetrischer Last
- Nulleiter erforderlich

#### b) 2-Wattmeter-Methode (Aronschtaltung)



Messung von:  $P_1 + P_2$ , d. h.

$$\begin{aligned}
 p(t) &= i_1 (u_1 - u_2) + i_3 (u_3 - u_2) \\
 &= u_1 i_1 + u_3 i_3 + u_2 (-i_1 - i_3) \\
 &\qquad\qquad\qquad \underbrace{-i_1 - i_3}_{i_2} \\
 &\qquad\qquad\qquad i_1 + i_2 + i_3 = 0
 \end{aligned}$$

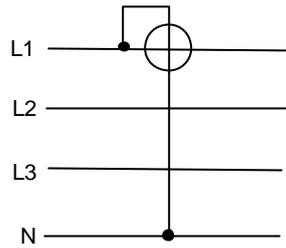
$$p(t) = u_1 i_1 + u_3 i_3 + u_2 i_2$$

?

$$P_{\text{ges}} = P_1 + P_2$$

Hinweis: Aronschtaltung geht nur bei  $i_0 = 0$ , d. h. symmetrische Last oder System ohne Nulleiter

c) 1-Wattmeter-Methode

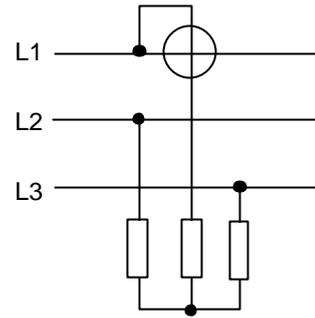


$$P = 3 P_1$$

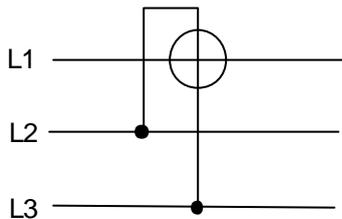
Hinweis:

geht nur bei symmetrischer Last und Nulleiter

Symmetrischer Verbraucher ohne Nulleiter  
? Schaffung eines künstlichen Nullpunktes



d) Messung von Blindleistung



gemessener Wert:

$$a = 2 \cdot |I_1| \cdot |U_2 - U_3| \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$$

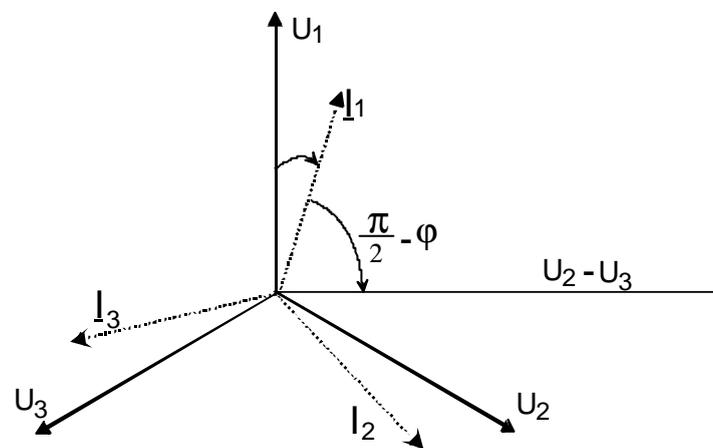
$$|U_2 - U_3| = \sqrt{3} \cdot U_1$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin \varphi$$

$$= I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot U_1 \sin \varphi$$

$$a = \sqrt{3} Q$$

symmetrisches System  
 $Q = 3 U_1 I_1 \sin \varphi$



## 9. Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen

### 9.1. Allgemeines

Als Maß für die Wirkungen der Elektrizität ist primär der Strom maßgeblich, erst sekundär die eigentlich auslösende Größe, die elektrische Spannung. Diese ist mit dem Strom über den Widerstand (Übergangswiderstände an Stromeintritts- und -Austrittsstelle, Körperinnenwiderstand) verknüpft. Hauptsächlich treten vier Erscheinungsformen als Folge von elektrischer Durchströmung auf [5]:

- Reizwirkung (Schmerz),
- Kontraktion von Muskeln,
- Fehlersteuerungen (Herzkammerflimmern, Lungenstillstand),
- elektrolytische Wirkungen (Verbrennungen).

Für die Gefährdung durch elektrischen Strom können drei Grenzen festgestellt [5] werden:

- Spürbarkeitsgrenze (Anfang der Reizwirkung),
- Loslassgrenze (z.B. Starrkrampf in den Armen),
- Schwellwert für den Einsatz des Herzkammerflimmerns.

ca. 1 mA kann Mensch noch wahrnehmen  
 über 20 mA sind für den Menschen unzulässig  
 über 50 mA sind für den Menschen gefährlich  
 über 100 mA sind für den Menschen tödlich

Stichwort: Herzflimmern

Diese Gefährdungsgrenzen sind von den Einflussgrößen Frequenz, Weg des Stromes, Betrag des Stromes, Einwirkungsdauer und Stromform abhängig. Gefährdung nimmt mit der Frequenz ab ? Heilbehandlung

Nach [6] kann Herzkammerflimmern schon bei Stromstärken von:

**80 mA Wechselstrom**  
 bzw. **300 mA Gleichstrom**

auftreten. Es werden daher Stromgrenzwerte festgelegt, deren Überschreitung in elektrischen Anlagen/Geräten zwingend die Anwendung von geeigneten Schutzmaßnahmen gegen gefährliche Durchströmungen fordert: z.B.

**50 V Wechselspannung**  
**120 V Gleichspannung (Welligkeit < 10%)**

oder

**3 mA Wechselstrom eff.**  
**12 mA Gleichstrom (Welligkeit < 10%)**  
 (als Maximalströme bei 2 k $\Omega$  induktionsfreien Widerstand)

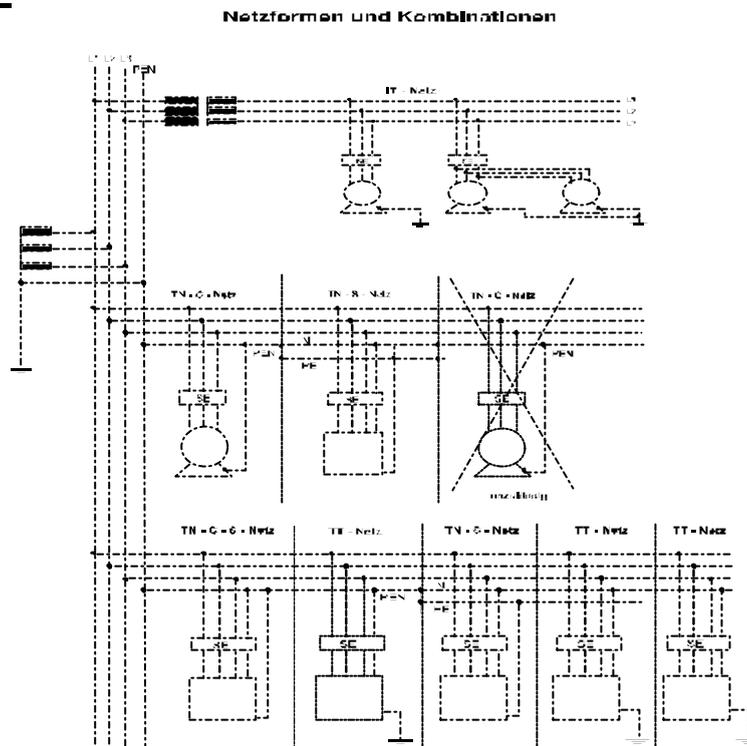
Da bei einer Spannung von 220V~ { $R_{\bar{U}} \leq 100 \Omega$  bis 100 k $\Omega$ ;  $R_k = 300\Omega$  bis 1300 $\Omega$ } schon Ströme von ca. 440 mA auftreten können sind in allen Niederspannungsanlagen (Nennspannung  $\leq 1000$  V) grundsätzlich Schutzmaßnahmen anzuwenden.

**Die anzuwendenden Schutzmaßnahmen sind:**

**Schutzkleinspannung**  
**Schutzerdung**  
**Überstromschutzeinrichtungen (Nullung)**  
**Schutzleitungssystem**  
**Fehlerspannungs (FU) - Schutzschaltung**  
**Fehlerstrom (FI) - Schutzschaltung**  
**Schutztrennung**  
**Schutzisolierung**

Die anzuwendenden Schutzmaßnahmen werden von der jeweils vorliegenden Netzkonfiguration bestimmt.

### 9.1.1 Netzformen



#### Kennzeichnung :

- erster Buchstabe: - *Erdungsverhältnisse der Stromquelle*
- T direkte Erdung eines Punktes
  - I entweder Isolierung aller aktiven Teile von Erde oder Verbindung eines Punktes mit Erde über eine Impedanz
- zweiter Buchstabe: - *Erdungsverhältnisse der Körper der elektrischen Anlage*
- T Körper direkt geerdet
  - N Körper direkt mit dem Betriebserder verbunden (meist Sternpunkt)
- weitere Buchstaben: - *Anordnung des Neutralleiters und des Schutzleiters im TN-Netz*
- S Neutralleiter- u. Schutzleiterfunktion durch getrennte Leiter
  - C Neutralleiter- u. Schutzleiterfunktionen kombiniert in einem Leiter (PEN - Leiter)

### 9.2. Kurzcharakteristika der Schutzmaßnahmen

Elektrische Anlagen und Geräte müssen grundsätzlich **zwei** Schutzfunktionen gewährleisten. Der **Grund- oder Basischutz** sichert gegen **direktes Berühren** (DIN VDE 0100 Teil 410), der **Fehlerschutz** sichert gegen gefährliche Spannungen an Teilen die normalerweise nicht unter Spannung stehen (Schutz bei **indirektem Berühren**).

#### Schutz bei indirektem Berühren

Hierzu sind Schutzmaßnahmen allgemein notwendig und sollten in jeder elektrischen Anlage vorgesehen werden. Wird der Schutz durch "Abschaltung oder Meldung" gewährleistet, so ist stets eine Koordinierung zwischen Netzform und Schutzeinrichtung notwendig. Basis dafür sind die typischen Netzformen nach DIN 57 100 Teil 310/ VDE 0100 Teil 310. Aufgabe dieser

Schutzeinrichtungen ist es ." Durch automatisches Abschalten nach Auftreten von Fehlern soll verhindert werden, dass eine Berührungsspannung solange fortbesteht, dass sich hieraus eine Gefahr ergeben könnte."

### 9.2.1 Schutzisolierung

Die Schutzisolierung soll das Überbrücken zu hoher Berührungsspannungen gegen mit Erde in Verbindung stehenden leitfähigen Teilen oder gegen den Standort verhindern.

Die Körper dieser Betriebsmittel sind mit Isolierstoff zusätzlich zur Basisisolierung zu umgeben, der an keiner Stelle durch leitende Medien durchbrochen werden darf. Diese Isolierstoffumhüllung muss den mechanischen, elektrischen und thermischen Beanspruchungen standhalten, die üblicherweise auftreten können. An die Körper dieser Betriebsmittel dürfen keine Schutzleiter angeschlossen werden. Kennzeichnung: (nach DIN 30600)

### 9.2.2 Schutzkleinspannung und Funktionskleinspannung

Man unterscheidet hier "Funktionskleinspannung mit sicherer Trennung" (entspr. Sicherheitskleinspannung) und "Funktionskleinspannung ohne sichere Trennung".

Die Nennspannung dieser Anlagen darf 50V Wechselspannung oder 120V Gleichspannung nicht überschreiten und die Speisung muss aus einer speziellen Stromquelle erfolgen (z.B. Sicherheitstransformatoren nach VDE 0551). Wenn die Nennspannung 25V<sub>~</sub> oder 60V<sub>=</sub> überschreitet muss ein Schutz gegen direktes Berühren sichergestellt werden (z.B.: Isolierung die einer Prüfspannung von 500V Wechselspannung 1 min. standhält!) Aktive Teile von Schutzkleinspannungsstromkreise dürfen weder mit Erde noch mit Schutzleitern oder mit aktiven Teilen anderer Stromkreise verbunden werden. Körper dürfen nicht absichtlich verbunden werden, weder mit Erde noch mit Schutzleitern oder Körpern von Stromkreisen anderer Spannungen. Wenn Funktionskleinspannung ohne sichere Trennung vorliegt, werden erhebliche schärfere Forderungen (z.B. Prüfspannung 1500V) an die eingesetzten Betriebsmittel gestellt.

### 9.2.3 Schutztrennung

Durch Schutztrennung eines einzelnen Stromkreises werden Gefahren beim Berühren von Körpern vermieden, die durch einen Fehler in der Basisisolierung des Stromkreises Spannung annehmen können. Trennmittel sind z.B. Trenntransformatoren nach VDE 0550, Motorgeneratoren nach VDE 0530. Diese Geräte sollten meist in "Schutzisoliert" ausgeführt sein. Die aktiven Teile des Sekundärstromkreises dürfen weder mit einem anderen Stromkreis noch mit Erde verbunden werden. Wenn die Schutzmaßnahme Schutztrennung im Hinblick auf eine besondere Gefährdung zwingend vorgeschrieben ist, darf an die Stromquelle nur ein einzelnes Verbrauchsmittel angeschlossen werden.

### 9.2.4 Schutzmaßnahmen mit Überstrom-Schutzeinrichtungen im TN-Netz

(Nullung und Schutzerdung)

Alle Körper müssen mit dem geerdeten Punkt des speisenden Netzes durch Schutzleiter bzw. PEN-Leiter verbunden werden. Im Fehlerfall spricht dann die Überstromschutzeinrichtung an. Die Ansprechzeit muss:

in Stromkreisen mit Steckdosen bis 35 A Nennstrom  $\leq 0,2$  s  
in anderen Stromkreisen  $\leq 5$  s betragen.

Die Impedanz der Fehlerschleife muss so gering sein, dass die o.g. Ansprechzeiten sicher eingehalten werden.

$$Z_S * I_a \leq U_0$$

$Z_S$  Fehlerschleifenimpedanz

$I_a$  Abschaltstrom (Bei FI-Schaltereinsatz = Nennfehlerstrom des FI Schalters)

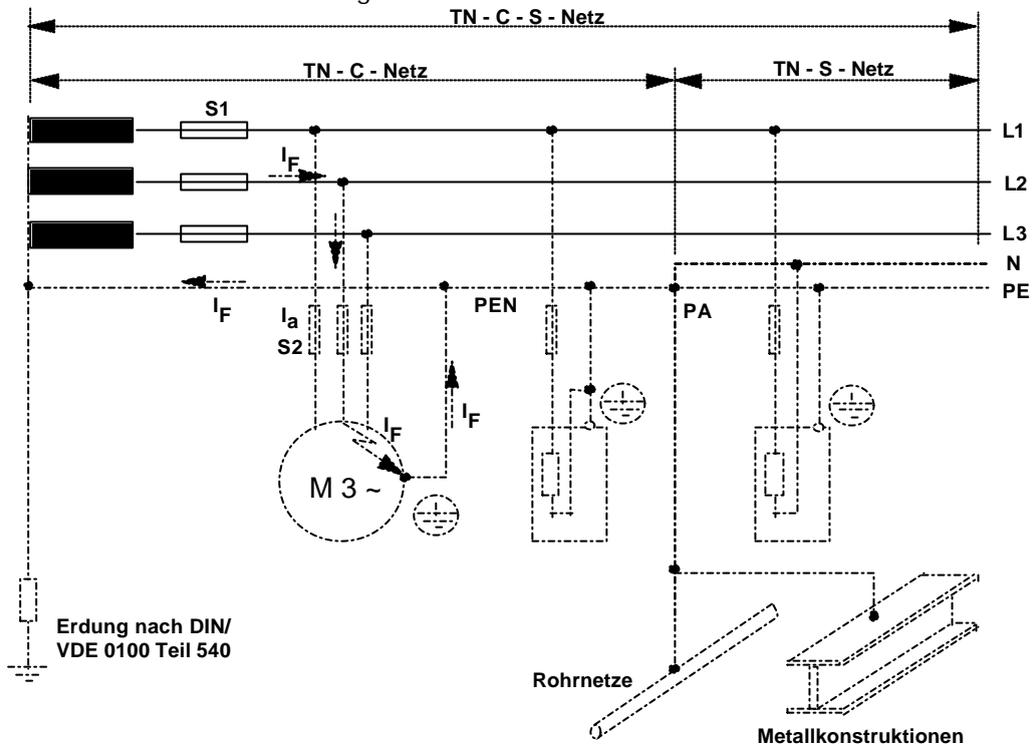
$U_0$  Nennspannung gegen geerdeten Leiter

Es dürfen im TN - Netz: Überstrom-Schutzeinrichtungen  
Fehlerstrom-Schutzeinrichtungen

angewandt werden. (Im TN-C-Netz muss der Schutz durch Überstromschutzeinrichtungen erfolgen.) Bei **zusätzlichem Einsatz** von Fehlerstromschutzeinrichtungen muss der Anschluss der Körper an den Schutzleiter des Netzes vor der Fehlerstromschutzeinrichtung erfolgen.

Überstromschutzrichtungen im PEN - Leiter sind unzulässig! Ist der PEN - Leiter schaltbar, so muss das Schaltstück beim Einschalten vor- und beim Ausschalten nachheilen!

Beispiel: Überstromschutzrichtung

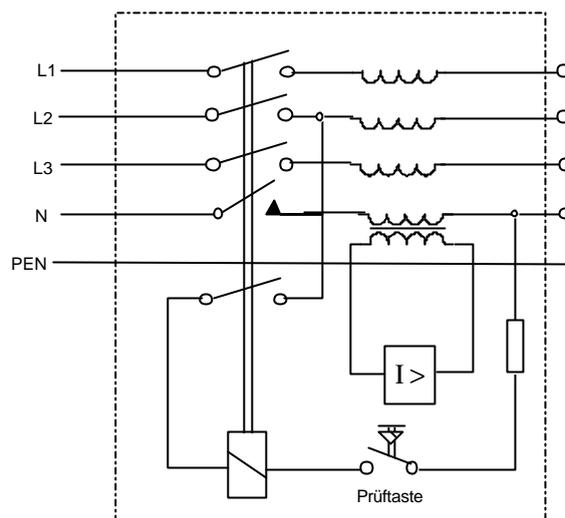


N	- Neutralleiter	L <sub>2</sub> , L <sub>3</sub>	- Außenleiter
PE	- Schutzleiter	$I_F$	- Fehlerstrom
PA	- Potentialausgleich	$I_a$	- Abschaltstrom d. Überstromschutzrichtung
PEN	- Schutzleiter mit Neutralleiterfunktion		

#### Wirkprinzip:

Wenn z.B. am Motor von L<sub>2</sub> zu dem Gehäuse (Körper) ein Fehlerstrom  $I_F$  auftritt, so fließt dieser Strom über die Erdklemme am Gehäuse, über den Schutzleiter mit Neutralleiterfunktion (PEN) zum Außenleiter L<sub>2</sub>. Der Widerstand dieser Fehlerstrombahn muss so klein sein, dass mit Sicherheit der Abschaltstrom  $I_a$  der Überstromschutzrichtung (Sicherung) innerhalb von  $\leq 0,2$  Sekunden (bzw.  $\leq 5$ s bei Kreisläufen ohne Steckvorrichtungen) erreicht wird und durch Ansprechen der Sicherung (Überstromschutzrichtung) der fehlerhafte Stromkreislauf abgeschaltet wird.

Beispiel Fehlerstromschutzrichtung:



### 9.2.5 Schutzmaßnahmen im TT-Netz

Alle Körper, die durch eine Schutzeinrichtung gemeinsam geschützt sind, müssen durch Schutzleiter an einen gemeinsamen Erder angeschlossen werden. Gleichzeitig berührbare Körper müssen an denselben Erder angeschlossen werden. Im TT-Netz muss der Sternpunkt oder ein Außenleiter geerdet werden.

An den Erdübergangswiderstand wird folgende Forderung gestellt:

$$R_A * I_a \leq U_L$$

$R_A$  = Erdungswiderstand der Erder der Körper

$I_a$  = Strom der das automatische Abschalten innerhalb 5s bewirkt.

$U_L$  = Vereinbarte Grenze der dauernd zulässigen Berührungsspannungen

Bei Verwendung von Fehlerstrom-Schutzeinrichtung ist  $I_a$  der Nennfehlerstrom. Bei Anwendung von Überstromschutzeinrichtungen muss auch im Neutralleiter eine Überstromschutzeinrichtung vorgesehen werden, die so beschaffen sein muss, dass in keinem Fall der Neutralleiter vor dem Außenleiter abgeschaltet wird. Die Überstromschutzeinrichtungen müssen dann innerhalb von 0,2 s ansprechen. Bei Anwendung von Fehlerstromschutzeinrichtungen sollte  $R_A \leq 200 \Omega$  sein.

Es dürfen  
 Überstromschutzeinrichtungen  
 Fehlerstromschutzeinrichtungen  
 Fehlerstromschutzeinrichtungen (in Sonderfällen)  
 angewandt werden.

### 9.2.6 Schutzmaßnahmen im IT-Netz

IT-Netze müssen entweder gegen Erde isoliert oder über eine ausreichende hohe Impedanz geerdet werden. Der Fehlerstrom bei Auftreten nur eines Körper- oder Erdschlusses ist niedrig, eine Abschaltung ist nicht erforderlich. Es müssen jedoch Maßnahmen getroffen werden, um bei Auftreten eines weiteren Fehlers Gefahren zu vermeiden.

Die Körper müssen einzeln, gruppenweise oder in ihrer Gesamtheit mit einem Schutzleiter verbunden werden.

$$R_A * I_d \leq U_L$$

$R_A$  = Erdungswiderstand aller mit einem Erder verbundenen Körper

$I_d$  = Fehlerstrom im Falle des ersten Fehlers (unter Berücksichtigung der Gesamtimpedanz der Anlage gegen Erde!)

$U_L$  = vereinbarte Grenze der dauernd zulässigen Berührungsspannung

In diesen Anlagen dürfen:  
 Überstromschutzeinrichtungen  
 Fehlerstromschutzeinrichtungen  
 Isolationsüberwachungseinrichtungen  
 Fehlerstromschutzeinrichtungen (in Sonderfällen)  
 angewandt werden.

### 9.2.7 Schutz durch erdfreien, örtlichen Potentialausgleich

Ein erdfreier, örtlicher Potentialausgleich verhindert das Auftreten einer gefährlichen Berührungsspannung. Alle gleichzeitig berührbaren Körper müssen durch Potentialausgleichsleiter nach DIN 57 100 Teil 540/VDE 0100 Teil 540 miteinander verbunden werden. Dieses örtliche Potentialausgleichssystem darf weder über Körper noch über fremde leitfähige Teile mit Erde verbunden werden.

(Es muss sichergestellt werden, dass beim Betreten eines erdpotentialfreien Raumes keine gefährlichen Berührungsspannungen auftreten.)

relevante DIN/VDE Vorschriften

- |                             |   |
|-----------------------------|---|
| [1] DIN 31 000/<br>VDE 1000 | Allgemeine Leitsätze für das sicherheitsgerechte Gestalten technischer Erzeugnisse                        |
| [2] DIN 57 100<br>VDE 0100  | Errichten von Starkstromanlagen mit Nennspannungen bis 1000 V (Unterrichtsräume mit Experimentierständen) |
| [3] DIN 57 105 Teil 1       | Betrieb von Starkstromanlagen "Allgemeine Festlegungen"   |