

OTTO - VON - GUERICKE - UNIVERSITÄT MAGDEBURG



Vorlesungsskript

Elektrotechnik/Elektronik

Prof. F. Palis

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik



Institut für
Elektrische Energiesysteme

Vorl.2002

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Grundbegriffe der Elektrotechnik	
1.1. Ladung, Strom, Spannung	4
1.2. Widerstand, Ohmsches Gesetz	6
1.3. Energie und Leistung im Gleichstromkreis	7
1.4. Knotenpunktsatz (1. Kirchhoffscher Satz)	8
1.5. Maschensatz (2. Kirchhoffscher Satz)	8
1.6. Grundstromkreis	9
1.7. Leistungsumsatz im Grundstromkreis	10
2. Berechnung elektrischer Gleichstromkreise	
2.1 Vereinfachung von Widerstandsnetzwerken	12
2.1.1. Reihen- und Parallelschaltung	12
2.1.2 Gemischte Schaltung	13
2.1.3 Stern-Dreieck-Umrechnung	13
2.2 Strom- und Spannungsteilerregel	14
2.3 Berechnung verzweigter Netzwerke mit Hilfe der Kirchhoffschen Sätze	15
2.4 Überlagerungsprinzip (Superposition)	18
2.5 Zweipoltheorie	19
3. Das elektrische Feld	
3.1 Definitionen und Grundgrößen des elektrischen Feldes	20
3.2 Kapazität, Kondensatoren	22
3.3 Verschiebungsstrom	23
3.4 Auf- und Entladung von Kondensatoren	24
3.5 Energie und Kräfte im elektrostatischen Feld	25
4. Das magnetische Feld	
4.1 Magnetische Erscheinung	27
4.2 Magnetische Kenngrößen	27
4.2.1 Magnetischer Fluss und magnetische Flussdichte	27
4.2.2 Durchflutung, magnetische Spannung, magnetischer Widerstand	28
4.2.3 Magnetische Feldstärke	29
4.3 Durchflutungsgesetz	29
4.4 Materie im Magnetfeld	30
4.4.1 Permeabilität. Einteilung der Stoffe	30
4.4.2 Hystereseschleife, Magnetisierungskurve	31
4.4.3 Dauermagnetkreis	32
4.5 Induktionsgesetz	33
4.5.1 Induktion der Ruhe	33
4.5.2 Induktion der Bewegung	34
4.5.3 Wirbelströme und Stromverdrängung	34
4.6 Selbst- und Gegeninduktion	36
4.6.1 Selbstinduktion	36
4.6.2 Gegeninduktion	38
4.7 Energie und Kräfte im Magnetfeld	39
4.7.1 Energieinhalt des Magnetfeldes	39
4.7.2 Kraftwirkungen im magnetischen Feld	40
4.7.2.1 Kräfte an Grenzflächen	40
4.7.2.2 Kräfte auf stromdurchflossene Leiter	41
5. Wechselstromtechnik	
5.1 Erzeugung von Wechselstrom. Bestimmungsgrößen	43
5.2 Zeitliche Mittelwerte von Sinusgrößen	43
5.3 Darstellung sinusförmiger Spannungen und Ströme im Zeigerdiagramm	45

5.4	Spannungs- und Stromzeiger bei den Grundschaltelementen (R, L, C). Wechselstromwiderstände	46
5.4.1	Ohmscher Widerstand	46
5.4.2	Kondensator	46
5.4.3	Induktivität	47
5.5	Berechnung von Wechselstromschaltungen	48
5.6	Zeigerbilder	48
5.7	Resonanz	49
5.8	Wechselstromleistung	52
5.9	Drehstrom	54
5.9.1	Erzeugung von Drehstrom	54
5.9.2	Verkettung des Dreiphasensystems	55
5.9.3	Leistung im Drehstromsystem	58
6.	Elektronik	
6.1	Physikalische Größen	59
6.1.1	Mechanismus der Stromleitung in Halbleitern	59
6.1.2	p-n-Übergang	60
6.2	Halbleiterbauelemente	61
6.2.1	Dioden	61
6.2.2	Bipolartransistoren	63
6.2.2.1	Aufbau und Wirkungsweise	63
6.2.2.2	Kennlinienfeld der Emitterschaltung	64
6.2.3	Unipolartransistoren	65
6.2.3.1	Sperrschichtfeldeffekttransistor	65
6.2.3.2	Metal-Oxid-Semiconductor-Feldeffekttransistor (MOSFET)	65
6.2.4	Thyristoren	66
6.2.5	GTO (Gate turn off)	67
6.3	Schaltungen mit elektronischen Bauelementen	67
6.3.1	Ungesteuerte Gleichrichter	67
6.3.1.1	Einpulsleichrichter	67
6.3.1.2	Zweipulsleichrichter	68
6.3.1.3	Dreipulsleichrichter	69
6.3.1.4	Sechspulsleichrichter	69
6.3.2	Gesteuerte Gleichrichter	69
6.3.2.1	Gesteuerter Eimpulsleichrichter	69
6.3.2.2	Gesteuerter Zweipulsleichrichter (Brückenschaltung)	71
6.3.2.3	Gesteuerte Sechspulsbrücke	72
6.3.4	Transistorverstärker	73
6.3.5	Transistorschalter	75
6.3.6	Kippschaltungen	76
6.4	Grundzüge der elektronischen Digitaltechnik	78
6.4.1	Analoge und digitale Signale	78
6.4.2	Logische Verknüpfungen und ihre Realisierung	79
7.	Elektrische Maschine	
7.1	Gleichstrommaschine	82
7.1.1	Aufbau, Wirkungsweise, Maschinengleichungen	82
7.1.2	Ankerrückwirkung. Stromwendung	84
7.1.3	Gleichstrom-Nebenschlußmotor (GNM)	85
7.1.3.1	Schaltung und Ersatzschaltbild des GNM	85
7.1.3.2	Betriebsverhalten des GNM	85
7.1.3.3	Drehzahlstellung des GNM	86
7.1.3.4	Anlassen. Bremsen	88
7.1.4	Gleichstrom-Reihenschlußmotor (GRM)	90
7.1.4.1	Schaltung und Ersatzschaltbild des GRM	90
7.1.4.2	Betriebsverhalten des GRM	90
7.2	Transformator	91
7.2.1	Idealer Transformator	91

7.2.2	Technischer Transformator	92
7.2.3	Betriebsverhalten des Transformators	94
7.2.4	Messwandler	96
7.3	Asynchronmotor	96
7.3.1	Drehfeld	96
7.3.2	Wirkprinzip, Aufbau	97
7.3.3	Betriebsverhalten	97
7.3.4	Drehzahlstellung	100
7.3.5	Anlauf	102
7.4	Grundzüge der Elektroantriebstechnik	103
7.4.1	Allgemeine Gesetzmäßigkeiten von Elektroantriebssystemen	103
7.4.1.1	Struktur elektrischer Antriebe	103
7.4.1.2	Bewegungsgleichungen	103
7.4.1.3	Stabilität des Arbeitspunktes	105
7.4.2	Ein- und Mehrquadrantenbetrieb	105
7.4.3	Auswahl der Typenleistung elektrischer Maschinen	106
7.4.4	Geregelte Elektroantriebe	108

8. Elektrische Messgeräte und Messverfahren

8.1	Grundgesetze	110
8.2	Messgeräte	110
8.2.1	Drehspulinstrumente	110
8.2.2	Drehmagnetinstrument	111
8.2.3	Elektrodynamisches Messinstrument	112
8.2.4	Dreheiseninstrument	112
8.2.5	Elektronenstrahloszillograph	113
8.3	Meßmethoden	113
8.3.1	Strom- und Spannungsmessung	113
8.3.2	Leistungsmessung	114

9. Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen

9.1	Allgemeines	116
9.1.1	Netzformen	117
9.2	Kurzcharakteristika der Schutzmassnahmen	117
9.2.1	Schutzisolierung	118
9.2.2	Schutzkleinspannung und Funktionskleinspannung	118
9.2.3	Schutztrennung	118
9.2.4	Schutzmassnahmen mit Überstromschutzeinrichtungen im TN - Netz	118
9.2.5	Schutzmassnahmen im TT- Netz	120
9.2.6	Schutzmassnahmen im IT – Netz	120
9.2.7	Schutz durch erdfreien örtlichen Potentialausgleich	120

1. Grundbegriffe der Elektrotechnik

1.1. Ladung, Strom, Spannung

Ladung ? Grundgröße der ET, resultiert aus Bohrschem Atommodell

- Elektron – negativ
- Proton – positiv

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As} \quad , \quad 1 \text{ As} = 1 \text{ C}$$

Gesamtladung $Q = N \cdot e$, N : Anzahl der Elektronen

Elektronenüberschuss: negativ geladener Körper

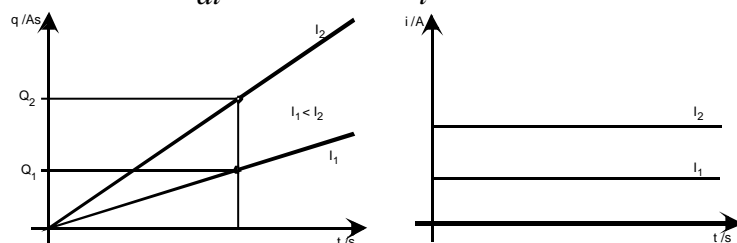
Elektronenmangel: positiv geladener Körper

Bewegung von Ladungsträgern ? elektrischer Strom i

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \Delta q : \text{Ladungsmenge, die in } \Delta t \text{ transportiert wird}$$

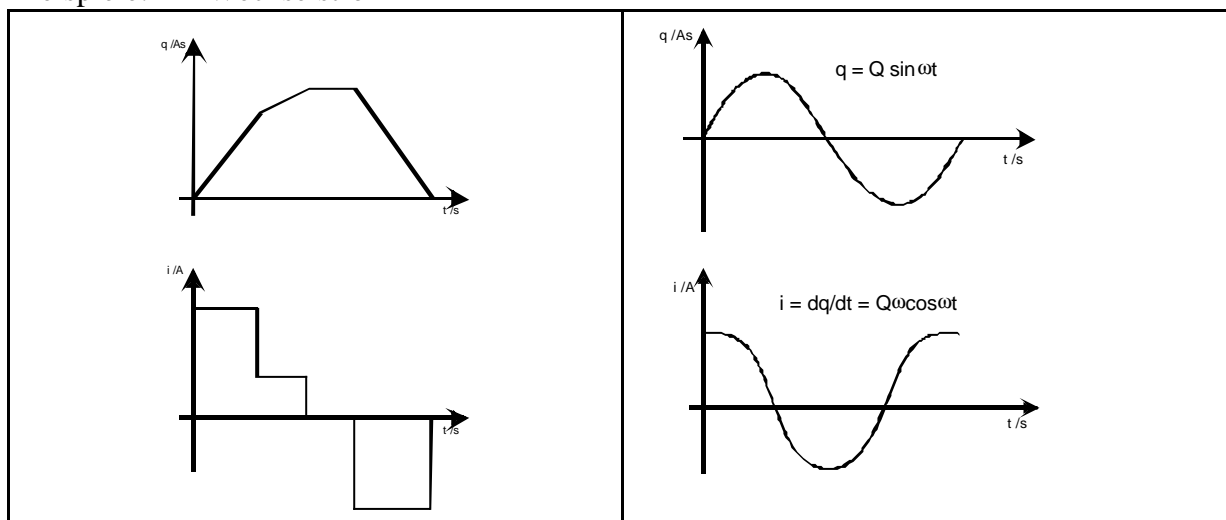
$i = \frac{dq}{dt}$
$q = \int i dt$

Gleichstrom: $\frac{dq}{dt} = \text{const} = I = \frac{Q}{t}$? $Q = I \cdot t$



Einheit des Stromes:
Ampere , A

Beispiele: Wechselstrom



Positive Stromrichtung = Richtung der positiven Ladungsträger



Leiter 1. Klasse: Ladungstransport erfolgt durch freie Elektronen ? Metalle
(etwa 10^{23} e/cm³)

Leiter 2. Klasse: Ladungstransport erfolgt durch Ionen ? Säuren, Basen, Salzlösungen
(Gase, Plasma?)

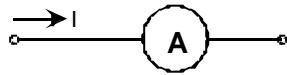
Nichtleiter: Stoffe ohne bewegliche Ladungsträger ? Isolatoren

Halbleiter: Anzahl der freien Ladungsträger ist wesentlich (um Größenordnungen)
geringer als bei Leitern

Größenordnung für Ströme:

Kernmesstechnik	$\approx 10^{-16}$ A
Transistoren	$(10^{-4} \dots 10) A \rightarrow 100 A$
Haushaltsgeräte	$\approx 1 A \dots$ einige A
Metallelektrolyse	≈ 10.000 A
Blitz	$\approx 10^5$ A

Messung: Amperemeter



Messwerk wird vom zu messenden Strom durchflossen

$$\text{Stromdichte: } S = \frac{dI}{dA_{\perp}} \left[\frac{A}{mm^2} \right]$$

Stromfluss ist an Energie gebunden, d. h. Ladungsträger besitzen bestimmte kinetische Energie, die während des Bewegungsvorganges in andere Energieformen umgewandelt wird (Wärme, Licht, chemische Energie, mechanische Energie).

Quelle der kinetischen Energie: Spannungsquelle,
 U_q - Quellspannung
 E - (Urspannung, EMK)
 dW_+ - Energiezuwachs der Ladung dQ

Definition:

$$U_q = \frac{dW_+}{dQ}$$

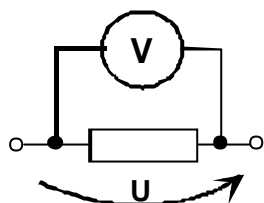
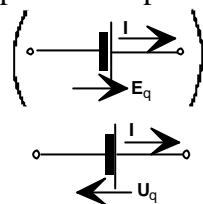
Verbrauch (Umwandlung) der kinetischen Energie: Spannungsabfall U

$$U = \frac{dW_-}{dQ}$$

dW_- : Energieabnahme der Ladung dQ

Einheit: Volt, V

Definition der positiven Spannungsrichtung



Größenordnungen:

Antennenspannungen: einige mV

Thermoelemente: einige mV

Akku (Pb): 2 V

Netz: 220 V

Überlandleitung: 380 kV

Blitz: mehrere Mio Volt

1.2. Widerstand, ohmsches Gesetz

Praxis zeigt, dass in vielen Fällen gilt

$$U \sim I$$

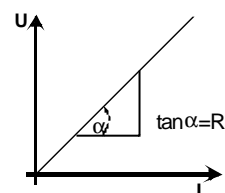
Proportionalitätsfaktor R

Ohmsches

$$U = R \cdot I$$

$$R = U/I$$

Gesetz!



Maßeinheit : $[R] = \frac{V}{A} = \Omega$

oder Leitwert: $G = \frac{1}{R}$

$[G] = \frac{A}{V} = \frac{1}{\Omega} = 1S$, Siemens

Größenordnungen für R

Kontaktübergangswiderstände:

einige mΩ

Autoscheinwerferlampe:

einige Ω

Widerstand des menschlichen Körpers:

$\approx k\Omega = 10^3 \Omega$

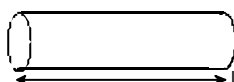
Sperrwiderstand Diode:

$\approx 1M\Omega = 10^6 \Omega$

Glasstab; 10 cm, 10 mm² :

$(10^{14} \dots 10^{20}) \Omega$

Bemessungsgleichung



$$R \sim \frac{l}{A} \quad ?$$

$$R = r \frac{l}{A} = \frac{l}{k \cdot A}$$

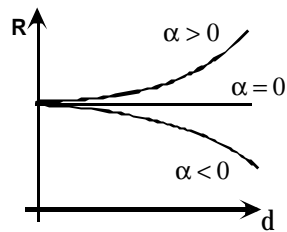
? – spezifischer Widerstand, $\Omega \frac{mm^2}{m}$

? – spezifischer Leitwert, $\frac{m}{\Omega mm^2} = S \frac{m}{mm^2}$

? und ? sind Materialkonstanten

Temperaturabhängigkeit von R bzw. von R_J

$$R_J = R_0 (1 + a\Delta J + b\Delta J^2 + \dots)$$



R_0 – Widerstand bei -20°C

a – Temperaturkoeffizient, K^{-1}

$a \approx 0$ Konstantan, Manganin
(Messwiderstände)

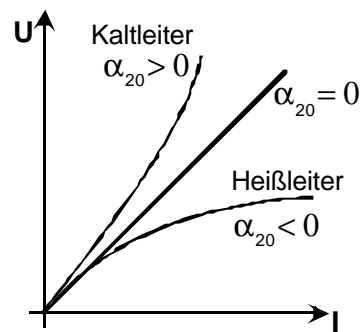
$a > 0$ Metalle

$a < 0$ Halbleiter, Isolatoren, Kohle

	Silber	Kupfer	Aluminium	Eisen
$r \left[\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right]$	0,016	0,0178	0,0286	0,01 ... 0,15
$a_{20} [10^{-3} \text{K}^{-1}]$	3,8	3,93	3,77	4,5 ... 6

sh. Formelsammlung

Strom-Spannungs-Kennlinie temperaturabhängiger Widerstände:



1.3. Energie und Leistung im Gleichstromkreis

Spannungsdefinition

$$U = \frac{dW}{dQ} \rightarrow dW = U dQ$$

$$dQ = Idt$$

$$dW = U \cdot Idt$$

$W = \int U Idt$
oder
$W = UI t$

Maßeinheit der Energie

$$[W] = VAS = WS = 1 \text{ Joule (J)} = 1 \text{ Nm}$$

Leistung = Energieänderung pro Zeit

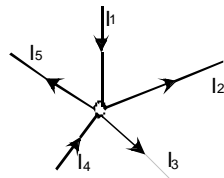
$P = \frac{dW}{dt} = U \cdot I$

$$[P] = VA = W$$

mit ohmschem Gesetz

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

1.4. Knotenpunktsatz (Kirchhoffscher Satz)



Die in den Knoten hineinfließende
Ladungsmenge, die aus ihm abfließt

$$\sum dQ_{hin} = \sum dQ_{ab}$$

Mit $dQ = I \cdot dt$ erhält man $(\sum I_{hin})dt = (\sum I_{ab})dt$

$$\sum I_{hin} = \sum I_{ab}$$

Für obiges Bild gilt

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3 + I_5$$

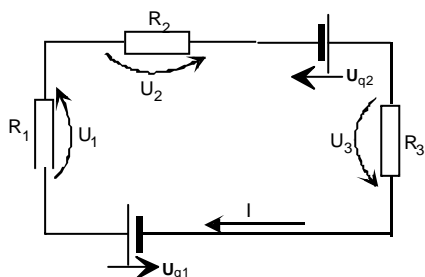
Definition: . in den Knoten hineinfließende Ströme +
. aus dem Knoten herausfließende Ströme –

$$\sum_{J=1}^n I_J = 0$$

I_J - vorzeichenbehafteter Teilstrom des J -ten Zweiges

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

1.5. Maschensatz (2. Kirchhoffscher Satz)



Energieerhaltungssatz: Summe aller Energien
muss verschwinden

$$-U_{q1}dQ + U_1dQ + U_2dQ - U_{q2}dQ + U_3dQ = 0$$

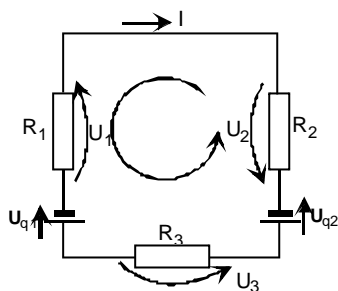
$$-U_{q1} - U_{q2} + U_1 + U_2 + U_3 = 0$$

Im geschlossenen Kreis (Masche) ist die vorzeichenbehaftete Summe aller Spannungen Null.

$$\sum_0 U_{qJ} + \sum_0 U_m = 0$$

Hinweis: Vorzeichen beachten

2. Beispiel:



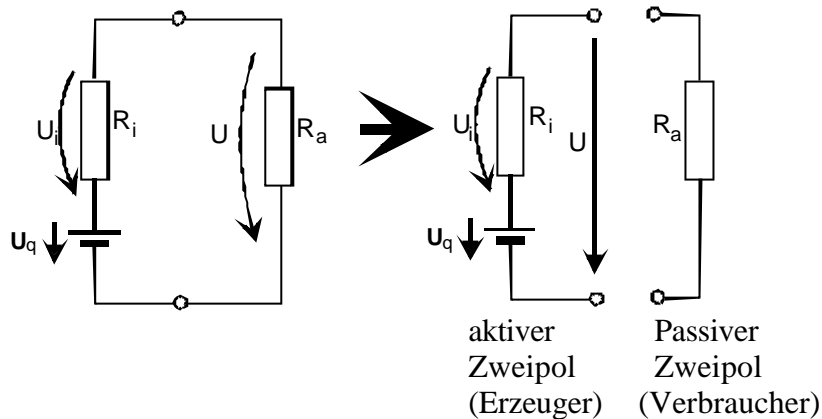
$$0 = -U_{q1} + U_{q2} - U_2 - U_1 - U_3$$

$$-U_{q1} + U_{q2} = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

Umlaufsinn und Stromrichtung (Richtung der Spannungsabfälle) sind beliebig gewählt.

1.6. Grundstromkreis

Komplizierte Netzwerke lassen sich auf Grundstromkreis zurückführen



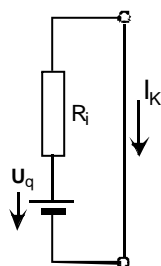
Strom und Spannung des aktiven Zweipols

$$U_q = I \cdot R_i + I \cdot R_a \quad I = \frac{U_q}{R_a + R_i}$$

$$U = I \cdot R_a \quad U = U_q \cdot \frac{R_a}{R_a + R_i}$$

2 charakteristische Betriebsfälle des aktiven Zweipols

a) Kurzschluß

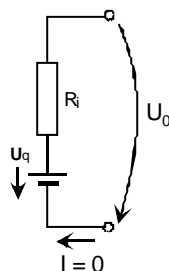


$$R_a = 0$$

$$I_K = \frac{U_q}{R_i} ;$$

$$U = 0$$

b) Leerlauf

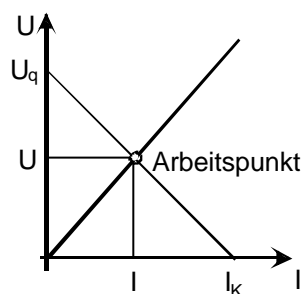
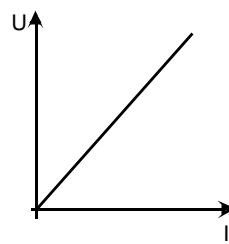
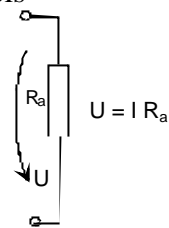
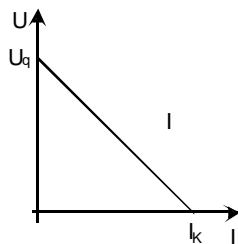
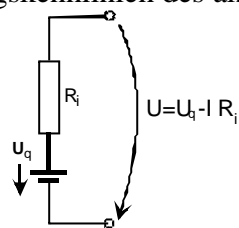


$$R_a = \infty$$

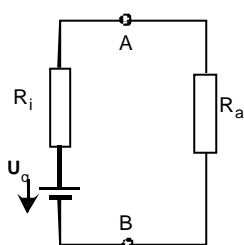
$$I = 0$$

$$U_0 = U_q$$

Stromspannungskennlinien des aktiven und passiven Zweipols



1.7. Leistungsumsatz im Grundstromkreis



Bestimmung von

$$P_a, P_g$$

und

$$h = \frac{P_a}{P_g}!$$

a) Verbraucherleistung

$$P_a = I^2 \cdot R_a \quad ; \quad I = \frac{U_q}{R_a + R_i} \quad P_a = U_q^2 \frac{R_a}{(R_i + R_a)^2}$$

$$P_a = \frac{U_q^2}{R_i} \cdot \frac{\frac{R_a}{R_i}}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right)^2}$$

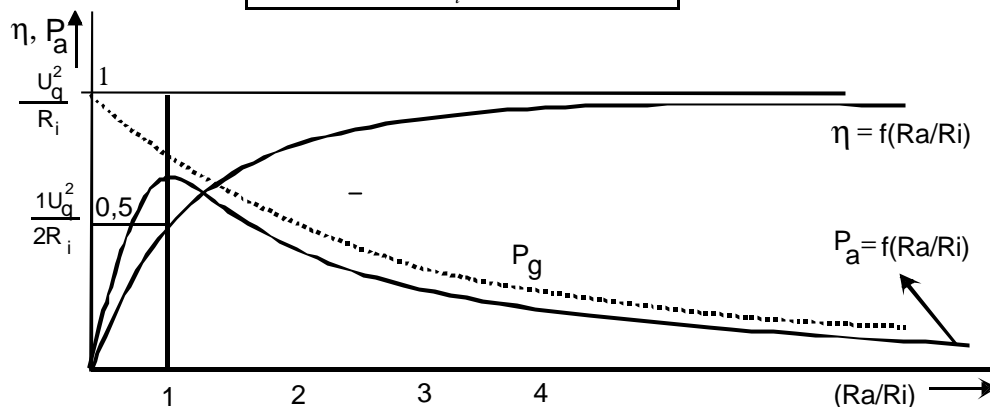
b) Gesamtleistung

$$P_g = \frac{U_q^2}{R_a + R_i}$$

$$P_g = \frac{U_q^2}{R_i} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_a}{R_i}}$$

c) Wirkungsgrad

$$h = \frac{P_a}{P_g} = \frac{\frac{R_a}{R_i}}{1 + \frac{R_a}{R_i}}$$



Leistungsanpassung

 $P_a ? \text{ Max}$

$$P_a = \frac{U_q^2}{R_i} \frac{\frac{R_a}{R_i}}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right)^2}$$

?

$$Y = \frac{x}{(1+x)^2}$$

$$\left| \frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) \right| = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+x)^2 - 2(1+x)}{(1+x)^4} = 0$$

$$1+x-2x=0$$

$$x=1$$

$$P_{a \max} = \frac{1}{4} \frac{U_q^2}{R_i}$$

$$\bullet \frac{R_q}{R_i} = 1$$

$$\bullet P_{a \max} = \frac{1}{4} \frac{U_q^2}{R_i}$$

Schlussfolgerungen:

1. $h ? 1$ bei $\frac{R_a}{R_i} \rightarrow \infty$, Forderung gilt für Starkstromtechnik, aber P_a wird dann sehr klein, deshalb Leistungsübertragung bei höheren Spannungen (z.B. 380 kV).

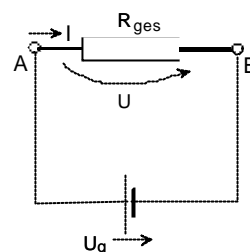
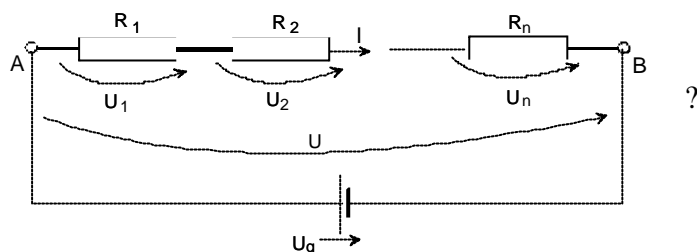
2. Maximum der abgegebenen Leistung bei $R_a = R_i$, wichtig für Schwachstromtechnik.

2. Berechnung elektrischer Gleichstromkreise

2.1. Vereinfachung von Widerstandsnetzwerken

2.1.1 Reihen- und Parallelschaltung

a) Reihenschaltung



Maschensatz

$$U_q = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

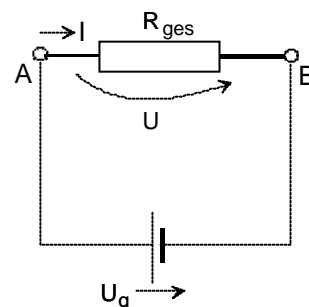
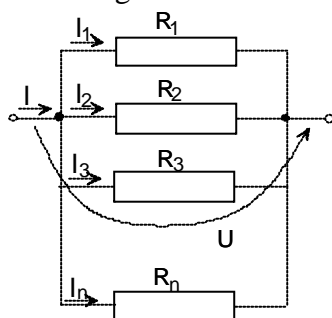
$$= I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + \dots + I \cdot R_n = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n)$$

$$U_q = U = I \cdot R_{ges}$$

$$U_q = U = I \sum_{n=1}^n R_n$$

$$R_{ges} = \sum_{n=1}^n R \cdot n$$

b) Parallelschaltung



Knotenpunktsatz

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n}$$

$$I = \frac{U}{R_{ges}}$$

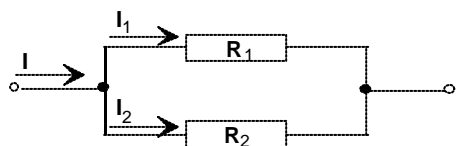
$$I = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) = U \sum_{n=1}^n \frac{1}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{n=1}^n \frac{1}{R_n}$$

oder

$$G_{ges} = \sum_{n=1}^n G_n$$

Sonderfall: 2 Widerstände

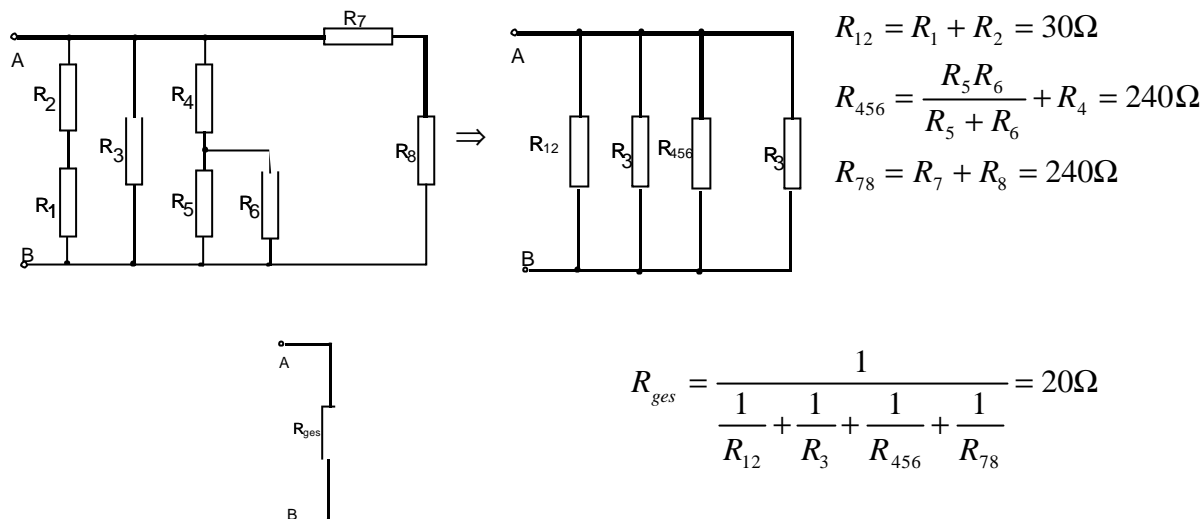


$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow$$

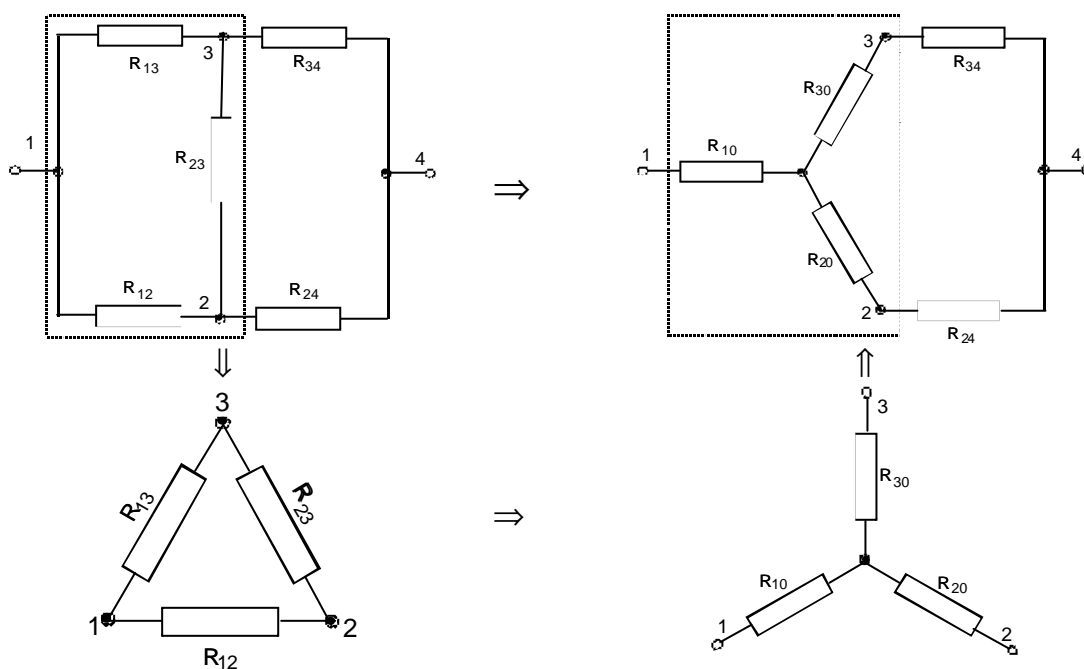
$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

2.1.2. Gemischte Schaltung

Beispiel: $R_1 = 10 \Omega$ $R_7 = 100 \Omega$ $R_5 = 60 \Omega$
 $R_2 = 20 \Omega$ $R_8 = 140 \Omega$ $R_6 = 120 \Omega$
 $R_3 = 120 \Omega$ $R_4 = 200 \Omega$



2.1.3 Stern-Dreieck-Umrechnung



Widerstände zwischen den jeweiligen Klemmen müssen gleich sein, d.h.

$$\text{Klemmen 1 - 3: } R_{13} \parallel (R_{12} + R_{23}) = R_{10} + R_{30}$$

$$1 - 2: R_{12} \parallel (R_{13} + R_{23}) = R_{10} + R_{20}$$

$$2 - 3: R_{23} \parallel (R_{13} + R_{12}) = R_{30} + R_{20}$$

Lösung

$$R_{10} = \frac{R_{12} R_{13}}{\sum R}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12} R_{23}}{\sum R}$$

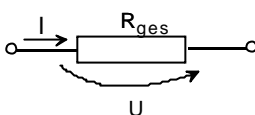
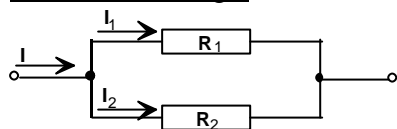
$$R_{30} = \frac{R_{13} R_{23}}{\sum R}$$

$$\sum R = R_{13} + R_{12} + R_{23}$$

Hinweis auf Lösungsmöglichkeit mit Hilfe der Kirchhoff'schen Gesetze!

2.2. Strom- und Spannungsteilerregel

a) Stromteilerregel



$$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Teilströme sind den dazugehörigen Widerständen **umgekehrt** proportional

$$U = I \cdot R_{ges} = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow$$

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_{ges}}{R_1}$$

?
allgemein gültig

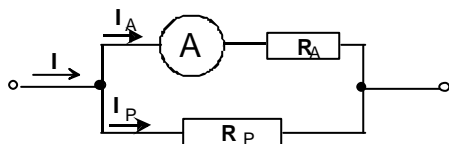
$$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

?
für zwei Widerstände

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Bei zwei parallelgeschalteten Widerständen verhält sich ein Teilstrom zum Gesamtstrom wie der Widerstand, der von diesem Teilstrom **nicht** durchflossen wird zur **Summe** der beiden Widerstände.

Prinzip: Messbereichserweiterung bei Strommessung



R_A – Innenwiderstand des Amperemeters

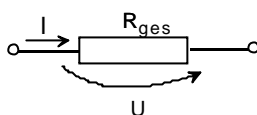
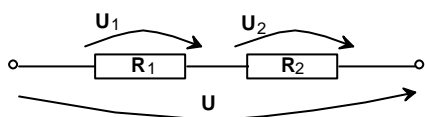
$$\frac{I_A}{I} = \frac{\frac{R_A \cdot R_p}{R_A + R_p}}{R_A} = \frac{R_p}{R_p + R_A}$$

R_p = Shunt

$$I = I_A \cdot \frac{R_p + R_A}{R_p} = I_A \left(1 + \frac{R_A}{R_p} \right)$$

z.B.: $\frac{R_A}{R_p} = 9$, Messbereichserweiterung von 10!

b) Spannungsteilerregel



$$R_{ges} = R_1 + R_2$$

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U}{R_{ges}}$$

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$
$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_{ges}}$

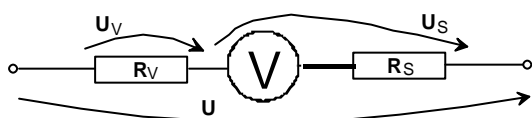
Die Teilspannungen verhalten sich wie die dazugehörigen Widerstände

Eine Teilspannung verhält sich zur Gesamtspannung, wie der dazugehörige Widerstand zum Gesamtwiderstand.

Für zwei Teilwiderstände gilt:

$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Prinzip der Messbereichserweiterung bei Spannungsmessung



$$\frac{U_s}{U} = \frac{R_s}{R_v + R_s}$$

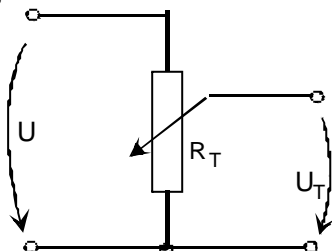
R_v – Vorwiderstand

R_s – Innenwiderstand des Voltmeters

$$U = U_s \frac{R_v + R_s}{R_s} = U_s \left(1 + \frac{R_v}{R_s} \right)$$

z.B.: $\frac{R_v}{R_s} = 9 \rightarrow$ Messbereichserweiterung von 10

Spannungsteiler



$$\frac{U_T}{U} = \frac{R_T}{R_{ges}} \rightarrow U_T = U \frac{R_T}{R_{ges}}$$

$$U_T \sim R_T$$

Schiebewiderstand
Potentiometer

2.3. Berechnung verzweigter Netzwerke mit Hilfe der Kirchhoffschen Sätze

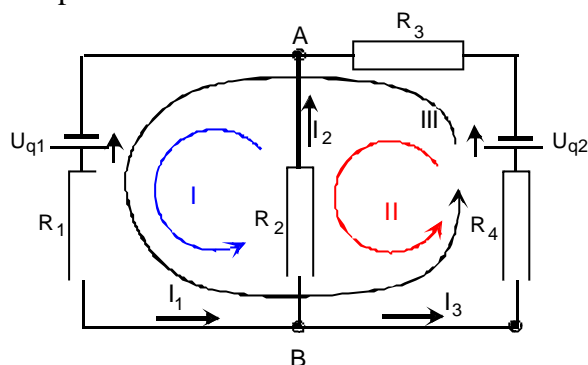
1. Kirchhoffscher Satz

$$\sum_{n=1}^n I_n = 0$$

2. Kirchhoffscher Satz

$$\sum_0 U_n + \sum_0 U_m = 0$$

Beispiel:



Definitionen:

Zweig: Verbindung zweier benachbarter Knoten

Masche: geschlossener Umlauf im Netzwerk

Aufgabenstellung:
gegeben ist ein Netzwerk
gesucht sind die oder ein Teilstrom

Vorgehensweise:

1. Festlegung der positiven Teilströme, willkürlich
2. Festlegung der positiven Maschenumläufe und Bezeichnung der Knoten
3. Aufstellung der Knoten- und Maschengleichungen

Knoten A: $I_2 + I_3 - I_1 = 0$

Knoten B: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Masche I : $U_{q1} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$

Masche II : $-U_{q2} = -I_2 \cdot R_2 + I_3(R_4 + R_3)$

Masche III: $U_{q1} - U_{q2} = I_1 \cdot R_1 + I_3(R_4 + R_3)$

Dabei erweist sich:

(A) (B) ? abhängige Gleichung

(III) = (I) + (II) ? abhängige Gleichung

Zur Berechnung des Netzwerkes sind jeweils eine Knoten- und eine Maschengleichung wegzulassen!

Generelle Vorgehensweise beim Aufstellen der unabhängigen Knoten- und Maschengleichungen.

1. Festlegung der Anzahl der unabhängigen Gleichungen n
 n – Anzahl der Zweige bzw. Zweigströme
2. Festlegung der unabhängigen Knoten
Bei k Knoten sind $(k - 1)$ Knoten unabhängig voneinander. Der k -te Knoten lässt sich aus den übrigen berechnen.
3. Festlegung der unabhängigen Maschen m
Eine Masche ist unabhängig, wenn sie mindestens einen Zweig umfasst, oder **nicht** zu einer anderen Masche gehört ? Einzelmasche bzw. einfache Masche.

Es muss gelten:

$$n = (k - 1) + m$$

Berechnung des obigen Beispiels:

Werte:

$$U_{q1} = U_{q2} = 2V$$

$$R_1 = 5 \Omega$$

$$R_2 = 10 \Omega$$

$$R_3 = 6 \Omega$$

$$R_4 = 3 \Omega$$

gesucht: I_1, I_2, I_3

1. Anzahl der unabhängigen Gleichungen

$$n = 3$$

2. unabhängige Knotengleichungen

$$k = 2 ? \quad (k - 1) = 1 ? \quad \text{eine unabhängige Knotengleichung}$$

$$\text{z.B. Knoten A} \quad I_2 + I_3 - I_1 = 0$$

3. unabhängige Maschen

$$m = n - (k - 1) = 2$$

$$\text{z.B.:} \quad \text{I : } U_{q1} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2$$

$$\text{II: } -U_{q2} = -I_2 \cdot R_2 + I_3(R_4 + R_3)$$

Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rclcl} -I_1 & +I_2 & +I_3 & & = 0 \\ I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 & & & & = U_{q1} \\ & -I_2 \cdot R_2 + I_3(R_4 + R_3) & & & = -U_{q2} \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl} -I_1 & +I_2 & +I_3 & & = 0 \\ 5 \Omega I_1 + 10 \Omega I_2 + 0 & & & & = 2 \text{ V} \\ 0 & -10 \Omega I_2 + 9 \Omega I_3 & & & = 2 \text{ V} \end{array}$$

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 5 \Omega & 10 \Omega & 0 \\ 0 & -10 \Omega & 9 \Omega \end{vmatrix} = -185 \Omega^2$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 \text{ V} & 10 \Omega & 0 \\ -2 \text{ V} & -10 \Omega & 9 \Omega \end{vmatrix} = -18 \text{ V} \Omega \quad I_1 = \frac{-18 \text{ V}}{-185 \Omega} = 0,097 \text{ A}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 \text{ V} & 2 \text{ V} & 0 \\ 0 & -2 \text{ V} & 9 \Omega \end{vmatrix} = -28 \text{ V} \Omega \quad I_2 = \frac{28 \text{ V}}{185 \Omega} = 0,151 \text{ A}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 5 \Omega & 10 \Omega & 2 \text{ V} \\ 0 & -10 \Omega & -2 \text{ V} \end{vmatrix} = +10 \text{ V} \Omega \quad I_3 = -\frac{10 \text{ V}}{185 \Omega} = 0,054 \text{ A}$$

Probe: $I_2 + I_3 - I_1 = 0$
 $(0,151 - 0,054 - 0,097) \text{ A} = 0$

Bemerkung: I_3 negativ, d. h. fließt tatsächlich entgegengesetzt der willkürlich angenommenen Stromrichtung.

Nachteil der Berechnung von Netzwerken mit den Kirchhoffschen Gesetzen:

bei großer Anzahl von Zweigen ebenso große Anzahl von Gleichungen

? Entwicklung von "einfacheren" Methoden, die mit weniger Gleichungen auskommen:

- Maschenstromanalyse
- Überlagerungssatz (Superposition)

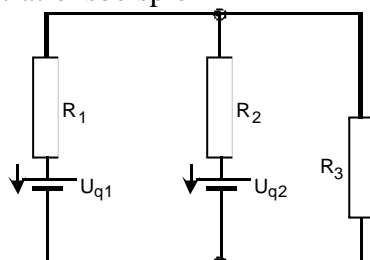
- Knotenpotential (Knotenspannungen)
- Zweipoltheorie

aber: alle Methoden beruhen auf Anwendung der Kirchhoffschen Gesetze und des Ohmschen Gesetzes.

2.4. Überlagerungsprinzip (Superposition)

(Nur behandeln, wenn Zeit ausreicht!)

Demonstrationsbeispiel



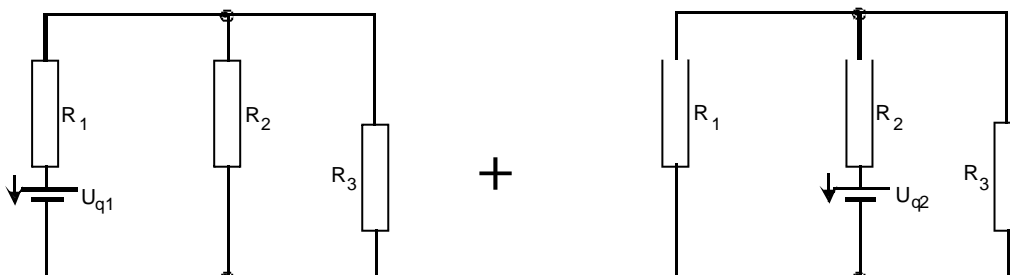
gesucht: I_2

Ausgangspunkt:

Wirken in einem linearen physikalischen System mehrere Ursachen, so ergibt sich die Gesamtwirkung aus der Überlagerung (Summe) der Einzelwirkungen, die von den einzelnen Teilursachen herrühren.

Auf lineare Netzwerke angewandt.

Der Gesamtstrom in einem Zweig ergibt sich aus der Summe der von den einzelnen Spannungsquellen herrührenden Teilströme des betreffenden Zweiges.



$$I_2 = I_2' - I_2''$$

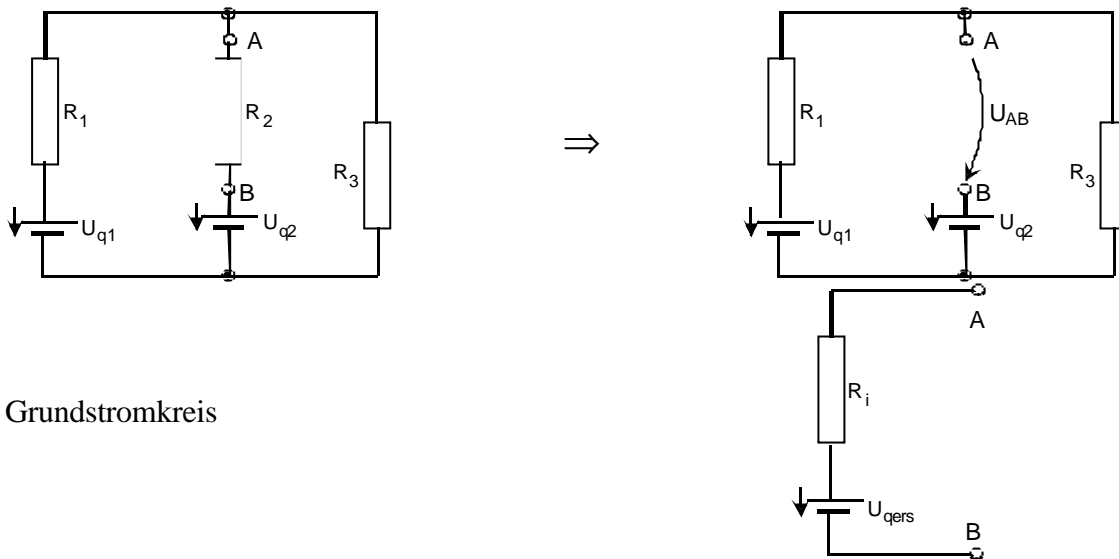
$$\frac{I_2'}{I_1'} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} ; I_1' = \frac{U_{q1}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} \Rightarrow I_2' = U_{q1} \frac{R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

$$I_2'' = \frac{U_{q2}}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{(R_1 + R_3) U_{q2}}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' = \frac{U_{q1} \cdot R_3 - U_{q2} (R_1 + R_3)}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

Bemerkung: Superposition gilt nur für lineare Netzwerke

2.5. Zweipoltheorie



Grundstromkreis

Beide Schaltungen sind elektrisch identisch, wenn

- . sie die gleiche Leerlaufspannung haben
- . zwischen A – B der gleiche Widerstand liegt
- . der gleiche Kurzschlussstrom fließt

? Zwei Bedingungen müssen erfüllt sein. Die dritte Bedingung ergibt sich zwangsläufig.

Grundstromkreis

$$U_{ges} = U_{ABO}$$

Ausgangsschaltung

$$U_{ABO} + U_{q2} - U_{q1} + I_1 \cdot R_1 = 0$$

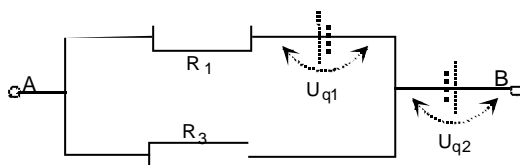
$$I_1 = U_{q1} \frac{1}{R_1 + R_3}$$

$$U_{ABO} = U_{q1} - U_{q2} - U_{q1} \frac{R_1}{R_1 + R_3}$$

Spannungsquellen werden kurzgeschlossen

? ? sind nicht vorhanden

$$U_{ABO} = -U_{q2} + U_{q1} \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$



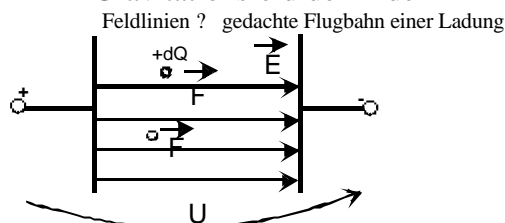
$$R_i = R_{AB} = R_1 \parallel \overline{R_3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_3}$$

$$I_{AB} = \frac{U_{ges}}{R_i + R_2} = \frac{-U_{q2} + U_{q1} \frac{R_3}{R_1 + R_3}}{R_1 \frac{R_3}{R_1 + R_3} + R_2} = \frac{U_{q1} \cdot R_3 - U_{q2} (R_1 + R_3)}{R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}$$

3. Das elektrische Feld

3.1. Definitionen und Grundgrößen des elektrischen Feldes

Felddefinition: Teil des Raumes, in dem einer physikalischen Größe in jedem Punkt nach einer bestimmten Funktion ein bestimmter Wert (skalar oder vektoriell) zugeordnet wird ? z. B. Temperaturfeld oder Höhenlinien einer Karte, Gravitationsfeld der Erde



1. Punktladung dQ zwischen zwei elektrisch geladenen Metallplatten
 2. Experimenteller Nachweis: auf dQ wirkt eine Kraft F
- Jedem Raumpunkt wird eine Kraft zugeordnet ? Kraftfeld

Experiment zeigt

$$|F| \sim dQ$$

Feldlinien geben die Bewegungsbahn der Ladung an.

$\hat{=}$ Tangente des Kraftvektors

Proportionalitätsfaktor \vec{E}

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot dQ$$

elektrische Feldstärke

Als positive Richtung für \vec{E} wird die Richtung der Kraft auf eine positive Ladung definiert!

d. h.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{dQ}$$

Für $dQ = \text{const.}$ gilt

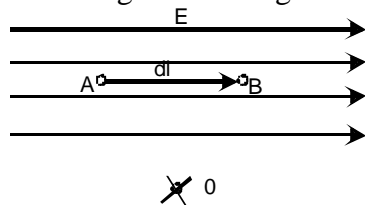
$$\vec{E} \sim \vec{F}$$

Feldstärke ist ein Maß für die auf eine bestimmte Ladung ausgeübte Kraft

Maßeinheit

$$[E] = \frac{1N}{1AS} = \frac{1VA \frac{s}{m}}{1AS} = 1 \frac{V}{m}$$

Eindeutige Beziehung zwischen der **Spannung** und der **Feldstärke**



$$dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad ? \quad \text{skalares Produkt} \quad \vec{F} = \vec{E} \cdot dQ$$

zweier Vektoren $\vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dl \cos \alpha$

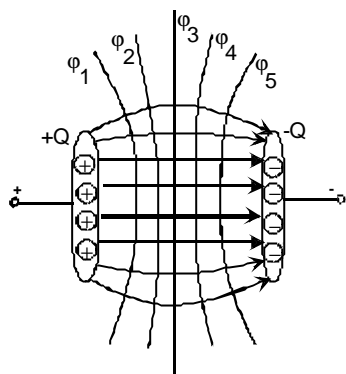
α - \triangleright zwischen $d\vec{l}$ und \vec{F}
bzw. \vec{E}

$$dW = dQ \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Spannungsdefinition

$$U_{AB} = \frac{dW}{dQ} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

b) Elektrostatistisches Feld

Elektrostatistisches Feld ? Nichtleiter- Nichtleiter, $\mathbf{k} = 0 \rightarrow \vec{S} = \mathbf{k} \cdot \vec{E} = 0$ - kein Ladungstransport, aber
Ladungsanhäufung auf den PlattenLadung auf den Platten wird als
Verschiebungsfluss ? definiertTrennung von ungleichen Ladungen $Q = n \cdot q$
Influenz einführen!

$$\Psi = Q = n \cdot q$$

(analog I)

Polarisation : Ladungsschwerpunkte werden im
elektrischen Feld getrennt = Dipol
(orient. Polarisation, Ionen-Polarisation,
Elektronen-Polarisation)Definition der Verschiebungsdichte = dielektrische Verschiebung

$$D = \frac{\Psi}{A} = \frac{Q}{A} \quad \text{analog zur Stromdichte } S$$

Es gilt

$$D \sim E \text{ oder vektoriell } \vec{D} \sim \vec{E}$$

$$\boxed{\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}} \quad \epsilon - \text{Dielektrizitätskonstante}$$

Physikalische Interpretation: Je stärker die Feldstärke, umso größer die Ladungsdichte
auf den Platten. ϵ - Materialkonstante des Nichtleiters zwischen den Platten
Begriff: Dielektrikum

$$\boxed{\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}} \quad \text{Vakuum}$$

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \text{relative Dielektrizitätskonstante}$$

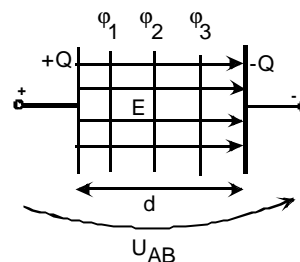
$$\boxed{\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E}}$$

3.2. Kapazität, KondensatorenFeststellung: Die Ladung auf den Platten eines Kondensators ist der Spannung proportional
 $Q \sim U$

$$\boxed{Q = C \cdot U} \quad \text{Proportionalitätsfaktor } C = \text{Kapazität}$$

$$C = \frac{Q}{U} \quad Q = D \cdot A$$

$$U = E \cdot d \rightarrow C = \frac{D}{E} \cdot \frac{A}{d} \rightarrow D = \epsilon \cdot E$$



?

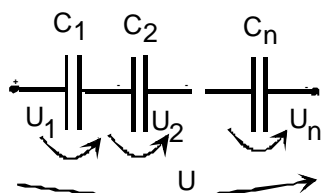
$$C = \epsilon \cdot \frac{A}{d}$$

oder

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

Dimensionierungsgleichung eines Kondensators

Reihenschaltung von Kondensatoren



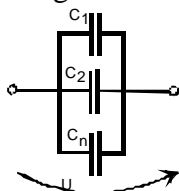
Q auf jedem Kondensator gleich

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n}$$

$$U = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) = Q \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

$$\frac{1}{C_{ers}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Parallelschaltung von Kondensatoren



$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + \dots + C_n \cdot U$$

$$Q = \left(\sum_{i=1}^n C_i \right) \cdot U$$

$$C_{ers} = \sum_{i=1}^n C_i$$

3.3. Verschiebungsstrom

Spannungsänderung am Kondensator ruft nach

$$Q = C \cdot U$$

auch eine Ladungsänderung auf den Platten hervor, d. h. Stromfluss

$$i_c = \frac{dQ}{dt} \text{ oder}$$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt}$$

Verschiebungsstrom

bzw.

$$u_c = \frac{1}{C} \int i_c dt$$

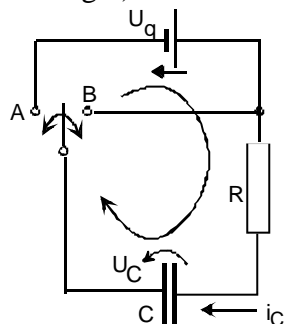
Schlussfolgerungen:

1. Nur bei Spannungsänderung fließt ein Strom in den Zuleitungen i_c
2. Strom i_c fließt so lange, bis der Kondensator die Ladung $Q = C \cdot U$ gespeichert hat (Laden oder entladen)
3. Im Dielektrikum fließt kein Strom. i_c setzt sich im Dielektrikum in Form des Verschiebungsflusses fort
4. Im Kondensatorzweig kann kein Gleichstrom fließen, wegen $U = \text{const.}$

bzw. $\frac{du_c}{dt} = 0$

3.4.Auf- und Entladung von Kondensatoren

a) Laden (Stellung 1)



$$u_c + i_c R = U_q$$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt}$$

$$R \cdot C \frac{du_c}{dt} + u_c = U_q$$

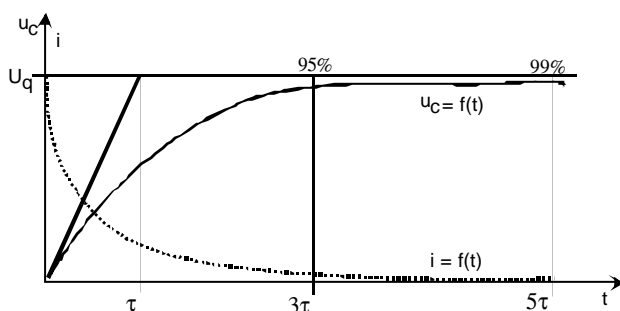
Trennung der Variablen

$$U_q - u_c = RC \frac{du_c}{dt}$$

$$\frac{dt}{RC} = \frac{du_c}{U_q - u_c}$$

$$U_q = u_c + t \cdot \frac{du_c}{dt} \quad \text{mit} \quad RC = \tau$$

$$\int \frac{1}{U_q - u_c} du_c = \int \frac{1}{t} dt$$



$$\ln(U_q - u_c) = -\frac{t}{\tau} + K_1$$

$$u_{c(t=0)} = 0V \quad \text{folgt:} \quad K_1 = \ln U_q$$

$$\ln \frac{U_q - u_c}{U_q} = -\frac{t}{\tau} \quad \text{folglich:} \quad \frac{U_q - u_c}{U_q} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Randbedingung

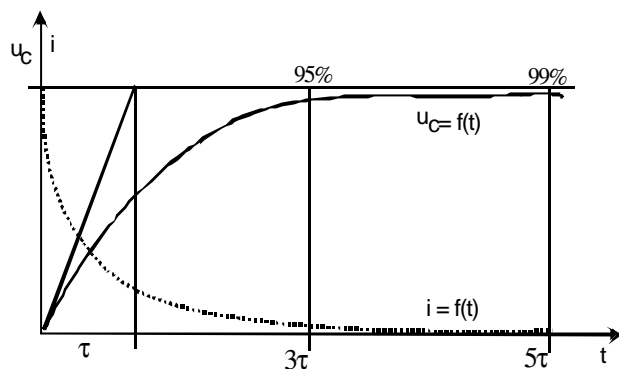
$$u_{c(t=0)} = 0 \rightarrow 0 = K - U_q$$

$$K = U_q$$

$$u_{c(t=3\tau)} = U_q (1 - e^{-3}) = 0,95 U_q$$

$$u_{c(t=5\tau)} = U_q (1 - e^{-5}) = 0,99 U_q$$

$$u_c = U_q \left(e^{\frac{t}{\tau}} - 1 \right)$$



$$i = C \frac{du_c}{dt}$$

$$i = C \cdot \frac{d}{dt} \cdot (U_q (e^{-t/\tau} - 1))$$

$$i = U_q \cdot C \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$i = \frac{U_q}{R} \cdot e^{-t/\tau} \quad i = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

$$\text{Da } i_{(t=0)} = \frac{-U_q}{R}$$

b) Entladen (Stellung 2)

$$u_c + iR = 0$$

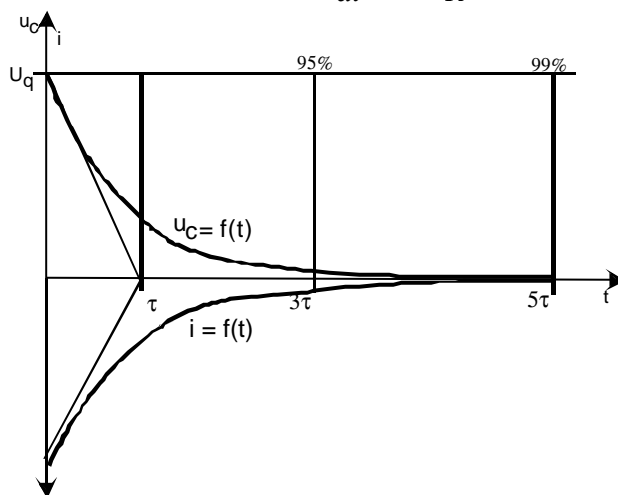
allgemeine Lösung wie a), aber $U_q = 0$

$$u_c = \frac{1}{K} \cdot e^{-t/\tau}$$

Randbedingung

$$U_c(0) = U_q \rightarrow U_q = \frac{1}{K} \quad u_c = U_q \cdot e^{-t/\tau}$$

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = -\frac{U_q}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$



3.5. Energie und Kräfte im elektrostatischen Feld

Kondensator kann **Energie** speichern

$$W = \int u_c \cdot i \cdot dt$$

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

$$W = \frac{1}{C} \int Q \cdot dQ = \frac{Q^2}{2C}$$

$$u_c = \frac{Q}{C}$$

oder

$$\boxed{W = \frac{C}{2} \cdot U_c^2} \quad \text{Energie ist im Dielektrikum gespeichert!}$$

Kräfte:

a) auf Punktladung Q

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} \quad \text{Kraft in Feldrichtung bei positivem Q}$$

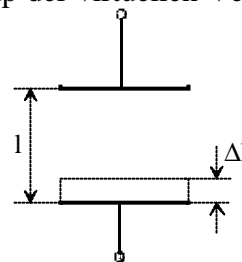
b) zwischen zwei Punktladungen Q_1 und Q_2

$$\begin{array}{llll}
 Q_1 & Q_2 & F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \epsilon \cdot a^2} & \text{Coulombsches Gesetz} \\
 \begin{array}{c} \circ \quad \quad \circ \\ | \quad ? \quad ? \quad -? \quad ? \quad | \end{array} & & & \\
 & & (sh. Gravitationsgesetz) & \\
 & & F = f \frac{m_1 \cdot m_2}{n^2} & \\
 & & & F_1 = Q_1 \cdot E_2 \quad D_2 = \frac{Q_2}{A} = \epsilon \cdot E_2 \\
 & & & E_2 = \frac{Q_2}{\epsilon \cdot A} \\
 & & & F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\epsilon \cdot A} \quad \text{Kugelfläche} \\
 & & & A = 4 \pi a^2 \\
 & & & F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \epsilon \cdot a^2}
 \end{array}$$

c) zwischen den Kondensatorenplatten

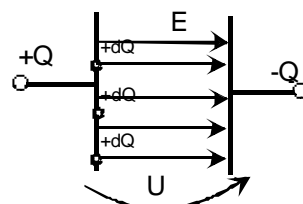
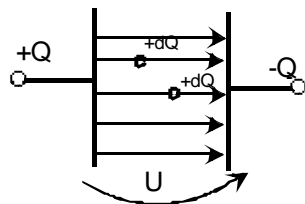
$$\begin{aligned}
 F &= \frac{Q^2}{2\epsilon \cdot A} = \frac{D \cdot E}{2} \cdot A & W &= \frac{Q \cdot 2}{2\epsilon} = \frac{Q^2}{2\epsilon \frac{A}{x}} \\
 F &= \frac{dW}{dx} = \frac{Q^2}{2 \cdot \epsilon \cdot A}
 \end{aligned}$$

Prinzip der virtuellen Verrückung



Kraft zwischen zwei Kondensatorplatten
Berechnung aus der Felddefinitions-gleichung

$$F = E \cdot dQ$$

Punktladung dQ

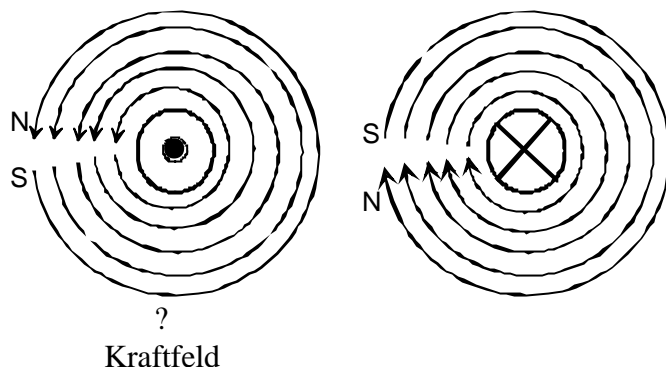
$$dF = E \cdot dQ \quad E = \frac{Q}{\epsilon A}$$

$$dF = \frac{1}{\epsilon A} Q \cdot dQ \quad F = \frac{1}{\epsilon A} \int Q \cdot dQ = \frac{1}{2\epsilon A} Q^2$$

4. Das Magnetische Feld

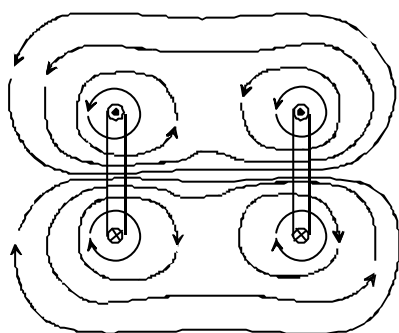
4.1. Magnetische Erscheinung

stromdurchflossener Leiter ? Magnetfeld ? Kraftwirkung auf Eisenspäne oder Magnetrudel



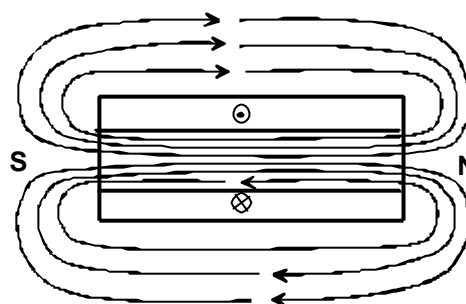
Richtung der Feldlinien nach: Korkenzieherregel oder Rechte-Hand-Regel

zwei Windungen



positive Flussrichtung N ? S

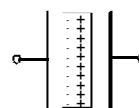
Zylinderspule



4.2. Magnetische Kenngrößen

Analogon mit den elektrischen Erscheinungen
im elektrischen Feld herstellen

$$\Psi = Q \rightarrow \Phi$$



4.2.1. Magnetischer Fluss und magnetische Flussdichte

Gesamtheit der Feldlinien wird als magnetischer Fluss Φ definiert ? reine Rechengröße, stellt ein Maß für die von einem Magnet ausgehende Kraftwirkung dar

- Φ lässt sich als Analogon zu I oder Y betrachten
- Φ lässt sich als Gesamtzahl der magnetischen Feldlinien interpretieren

$$[\Phi] = 1 \cdot V_S = 1 \cdot Wb \text{ (Weber)}$$

Magnetische Flussdichte B

$$\vec{B} = \frac{d\Phi}{dA \perp}$$



B - Vektor, der senkrecht auf dA steht, d.h. in Feldlinienrichtung

4.2.2. Durchflutung, magnetische Spannung, magnetischer Widerstand

Elektrischer Strom I ist Ursache für magnetisches Feld, bei mehreren Leitern überlagern sich die Felder.

Definition einer magnetomotorischen, die Φ antreibt

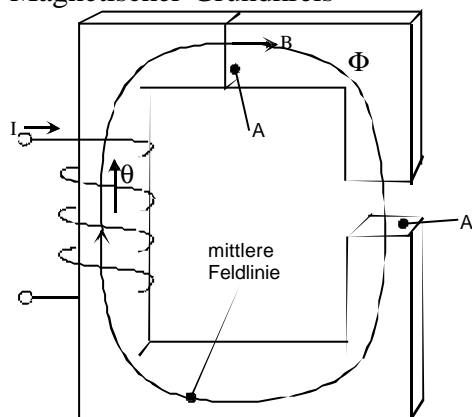
$\Theta = \sum_{n=1}^n I_n$ oder	$\Theta = I \cdot N$
----------------------------------	----------------------

MMK, **Durchflutung**, „magnetische
Urspannung“
Analogon: EMK

N : Windungszahl:

$$[\Theta] = A$$

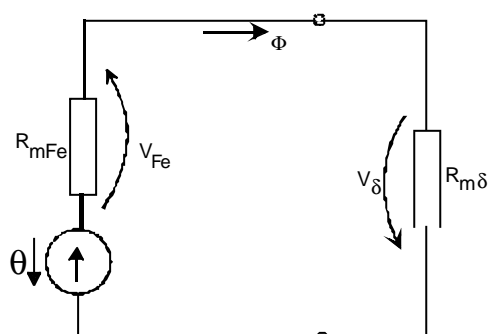
Magnetischer Grundkreis



1. Ursache des Magnetflusses, $\Theta = I N$

2. Fortleitung des Magnetflusses in Fe ? R_{mFe}

3. Nutzer, Verbraucher des Magnetflusses, im Luftspalt ? $R_{m\delta}$



Definitionen:

$$V = \Phi \cdot R_m \quad [A] \quad \Rightarrow \quad R_m = \frac{V}{\Phi} = \left[\frac{A}{Vs} \right]$$

$$R_m = \frac{l}{m \cdot A} \quad \left[\frac{A/Vs}{m} \right] = \left[\frac{1}{\Omega \cdot s} \right]$$

$$\mu - \text{Permeabilität} \quad \left[\frac{\Omega s}{m} \right] \quad m_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\Omega s}{Am}$$

Maschensatz:

$$\sum_n V_n = \Theta \quad \text{oder:} \quad \sum_o \Theta + \sum_o V_n = 0$$

Analogien:

$$I = [A]$$

$$U_q = [V]$$

$$U = R \cdot I \quad [V]$$

$$R = [\Omega]$$

$$k = \left[\frac{m}{\Omega m m^2} \right]$$

$$R = \frac{l}{kA} [\Omega]$$

$$0 = \sum U_n + \sum U_{qi}$$

$$F = [Vs]$$

$$T = [A]$$

$$V = R_m \cdot F \quad [A]$$

$$R_m = \left[\frac{A}{Vs} \right] = \left[\frac{1}{\Omega s} \right]$$

$$m = \frac{\Omega s}{m}$$

$$R_m = \frac{l}{mA} \cdot \left[\frac{1}{\Omega s} \right]$$

$$\sum_n V_n + \sum_m \Theta_m = 0$$

4.2.3. Magnetische Feldstärke

Definition: H = magnetischer Spannungsabfall pro Streckeneinhalt

$$H = \frac{dV}{ds}$$

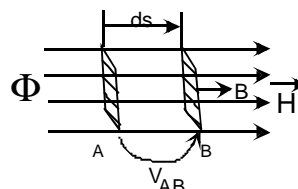
vergl. $E = \frac{dU}{ds}$

$$[H] = 1 \frac{A}{m}$$

H ist ebenso wie E ein Vektor

Für magnetische Spannung zwischen A und B muss gelten:

$$V_{AB} = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{s}$$



4.3. Durchflutungsgesetz

Ausgangspunkt: Maschensatz des magnetischen Kreises

$$\sum V_n = \Theta$$

$$\sum V_n = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

? Diskontinuum

? Kontinuum

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta$$

? Umlauf integral erklären
Integrationsweg Zuordnung \vec{H}

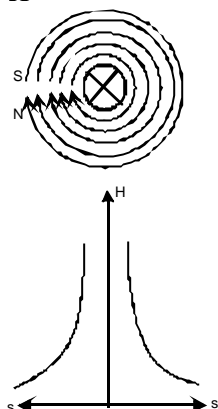
bzw.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_{n=1}^n I_n$$

I_7 : vom Magnetfeld umfasste Ströme, **vorzeichenbehaftet**

Durchflutungsgesetz stellt Verbindung zwischen elektrischen und magnetischen Größen dar!

Beispiel: \vec{H}



Gesucht: Feldstärke H um den Leiter!

$$I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} \quad s = r \varphi \quad ds = r d\varphi$$

$$I = H \cdot \oint ds = r \cdot H \int_0^{2\pi} d\varphi = 2 \cdot \pi \cdot H \cdot r$$

$$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

4.4. Materie im Magnetfeld

4.4.1 Permeabilität, Einteilung der Stoffe

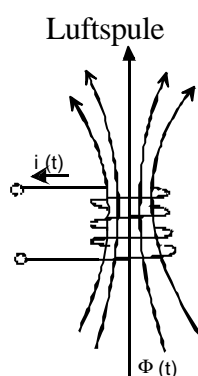
magnetischer Widerstand

$$R_m = \frac{l}{\vec{m} \cdot A}$$

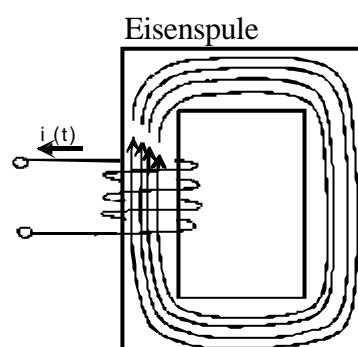
hängt von der Materie des Magnetleiters ab ? Permeabilität μ

häufigste Magnetleiter: Fe und Luft

es gilt: $R_{m \text{ Fe}} \ll R_{m0}$



$$\vec{m}_0 \ll \vec{m}_{Fe}$$



$$\vec{m}_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{Vs}{Am} = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{Vs}{Am}$$

Induktionskonstante

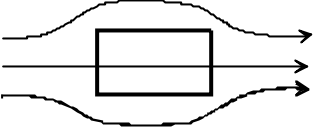
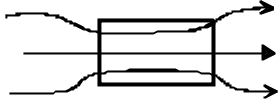
relative Permeabilität

$$\vec{m}_h = \frac{\vec{m}}{\vec{m}_0} \quad ? \quad \vec{m} = \vec{m}_0 \cdot \vec{m}_h$$

Grobeinteilung der Stoffe

unmagnetische Stoffe: $\mu_r \approx 1 \rightarrow \mu \approx \mu_0$
 magnetische Stoffe: $\mu_r \gg 1 \rightarrow \mu \gg \mu_0$

präzise Einteilung

	Stoffe	
diamagnetisch $\mu_r < 1$ Gold, Silber, Cu, H ₂ O	paramagnetisch $\mu_r > 1$ Al, Platin, Luft, O	ferromagnetisch $\mu_r \gg 1$ Fe, Kobalt, Ni

Bei Erhitzung wird μ kleiner. Beim Curiepunkt verlieren Fe, Co, Ni ferromagnetische Eigenschaften schlagartig und werden unmagnetisch (paramagnetisch).

$$T_{C\text{Fe}} \approx 769^0 \text{ C}$$

$$T_{C\text{Ni}} \approx 360^0 \text{ C}$$

Pierre Curie
1867 - 1934

4.4.2 Hystereseschleife, Magnetisierungskurve

Abhängigkeit $B(H)$ von Ferromagneten

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m} = \mathbf{m} \cdot A \frac{\Theta}{l} = \mathbf{m} \cdot A \cdot H$$

$$R_m = \frac{l}{\mathbf{m}a}, \quad H = \frac{\Theta}{l}$$

Durchflutungsgesetz

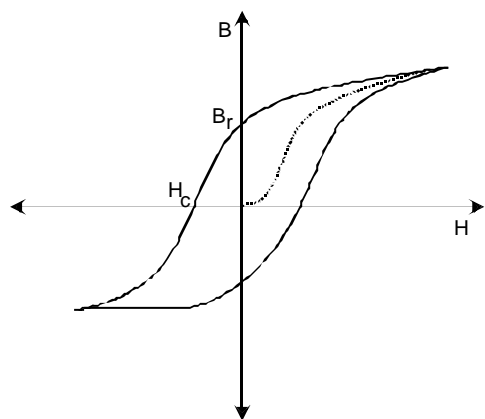
$$B = \frac{\Phi}{A} = \mathbf{m} \cdot H$$

$$\Theta = \oint H \cdot ds = H \cdot l$$

$B = \mathbf{m} \cdot H$	$\vec{B} = \mathbf{m} \cdot \vec{H}$
--------------------------	--------------------------------------

aber

μ ist nicht konstant!! $\mathbf{m} = \mathbf{f}(H)$



Begriffe:

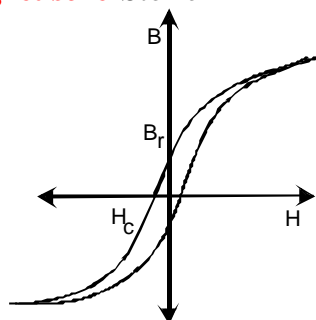
- Neukurve
- Sättigung
- Remanenzinduktion B_r
- Entmagnetisierung
- Koerzitivfeldstärke H_c
- Dynamische Permeabilität

$$\mathbf{m}_{dyn} = \frac{dB}{dH}$$

coergere
remanere

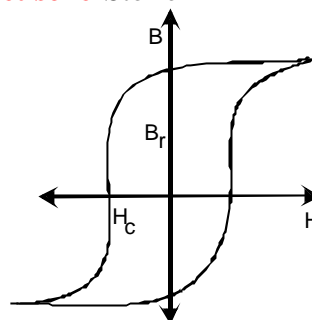
ferromagnetische Stoffe

weichmagnetische Stoffe



leicht ummagnetisierbar
? elektrische Maschinen
 $H_c \sim (0,05 \dots 1,0) \text{ A cm}^{-1}$

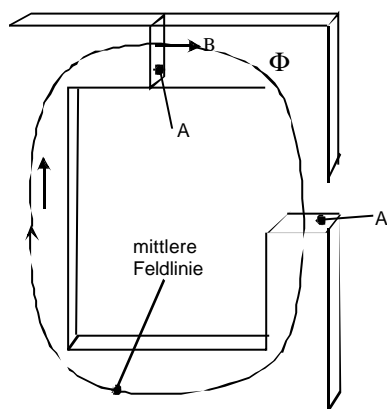
hartmagnetische Stoffe



schwer ummagnetisierbar
? Dauermagnete
 $H_c \sim (5 \dots 1000) \text{ A cm}^{-1}$

4.4.3. Dauermagnetkreis

Gesucht: Luftspaltinduktion B_0

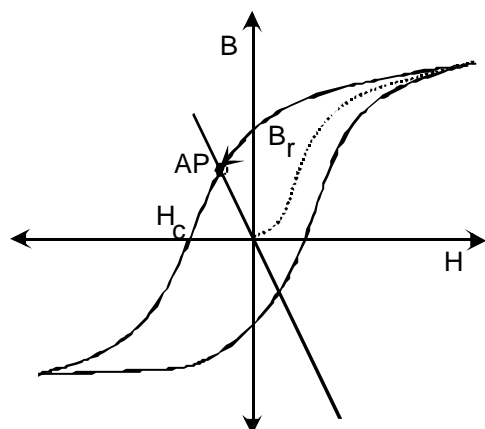


$$\oint H \cdot ds = \Theta = 0 \quad (IN = 0)$$

$$H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_o \cdot l_o = 0 \quad H_o = -\frac{l_{Fe}}{l_o} \cdot H_{Fe}$$

$$B_o = \mu_0 \cdot H_o = -\mu_0 \cdot \frac{l_{Fe}}{l_o} \cdot H_{Fe} = (H_{Fe}) \text{ Geradengleichung}$$

$$B_{Fe} = f(H_{Fe}) \quad B_o = B_{Fe}$$



1. Arbeitspunkt ohne Luftspalt $B_r, H = 0$

2. Luftspalt vergrößert $R_m \rightarrow B$ sinkt \rightarrow Arbeitspunkt wandert in den 2. Quadranten

3. Neuer Arbeitspunkt muss auf Hysterese liegen und die

$$\text{Geradengleichung } B_o = -\mu_0 \cdot \frac{l_{Fe}}{l_o} \cdot H_{Fe} \text{ erfüllen.}$$

- Begriff Scherung

- mit wachsendem Luftspalt verringert sich Restmagnetismus B_r

4.5. Induktionsgesetz

Faraday 1831: Immer wenn ein Leiter einer Flussänderung ausgesetzt ist, entsteht in ihm eine elektrische Spannung ? wird eine Spannung induziert

Michael Faraday
1791 - 1867

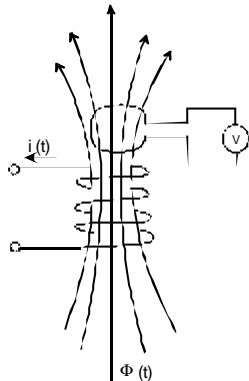
2 Arten der Induktion

- Induktion der Ruhe ? ruhender Leiter, veränderliches Magnetfeld
- Induktion der Bewegung ? Leiter bewegt sich, Magnetfeld konstant und ruhend

Beide Arten können sich überlagern.

4.5.1 Induktion der Ruhe

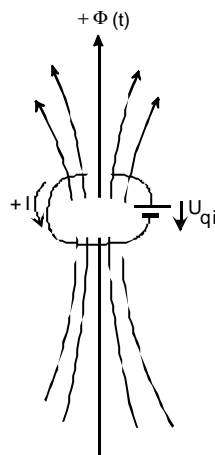
? ruhender Leiter im zeitlich veränderlichen Magnetfeld



Praxis zeigt:

$$|U_{qi}| = \frac{d\Phi}{dt}$$

Vorzeichen der induzierten Spannung:
allgemein:

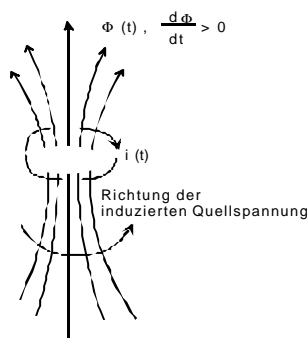


Zuordnung der positiven Richtung von
 \oint und I

bzw. U_q nach der Rechten-Hand-Regel



Lenz'sche Regel: Der durch die induzierte Spannung angetriebene Strom ist so gerichtet, dass sein Magnetfeld dem die Induktion erzeugenden (äußeren) Magnetfeld entgegen gerichtet ist, d. h. der induzierte Strom wirkt seiner Ursache entgegen.



$$U_{qi} = + \frac{d\Phi}{dt}$$

Induktionsgesetz

Induzierte Spannung U_q ist der oben definierten positiven Spannungsrichtung entgegengerichtet, deswegen gilt

Werden N Windungen von der gleichen Flussänderung erfasst, addieren sich die Spannungen, d. h.

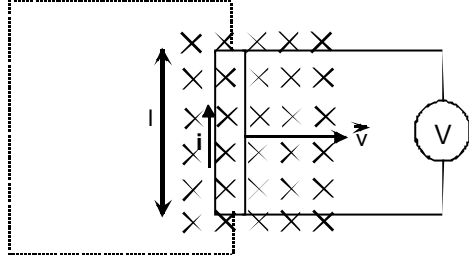
$$U_{qi} = + N \frac{d\Phi}{dt}$$

Umfasster Fluß

Flussverketzung $\Psi = N \cdot \Phi \Rightarrow U_{qi} + \frac{d\Psi}{dt}$

4.5.2. Induktion der Bewegung

Gedankenexperiment:



$$|U_{qi}| = l \frac{d\Phi}{dt}$$

$$d\Phi = B \cdot dA$$

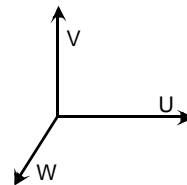
$$dA = l \cdot dx$$

$$U_{qi} = B l \frac{dx}{dt}$$

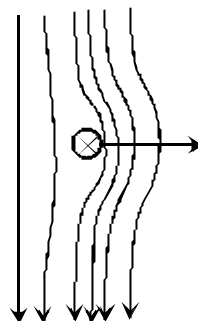
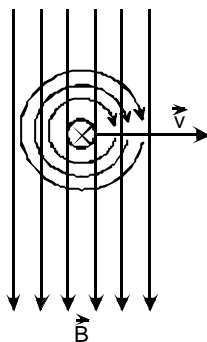
$$U_{qi} = B l v$$

Ursache
Vermittlung
Wirkung

= Bewegung
= Feldlinien
= Stromfluss



Strom im Leiter fließt so, dass das Magnetfeld vor dem Leiter verstärkt wird und hinter ihm geschwächt wird.

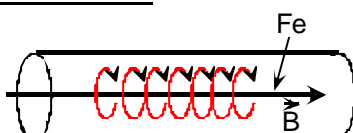


Zusammendrängen der Feldlinien auf der einen Seite und ihre Schwächung auf der anderen bewirkt eine Gegenkraft, die der Bewegung entgegenwirkt? Lorentzkraft.

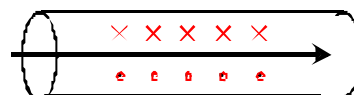
Hinweis: Maßgebend für die Induktion ist die zeitliche Änderung des den Leiter durchsetzenden Flusses.

4.5.3. Wirbelströme und Stromverdrängung

Wirbelströme

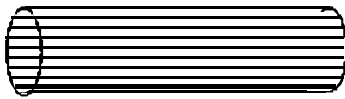


$$\Phi \frac{d\Phi}{dt} > 0 \Rightarrow$$



Wirbelströme verursachen Stromwäeverluste ?

1. Unterbrechung der Strombahnen durch Lamellierung



Starkstromtechnik,
el. Maschinen

2. Einsatz von Ferriten

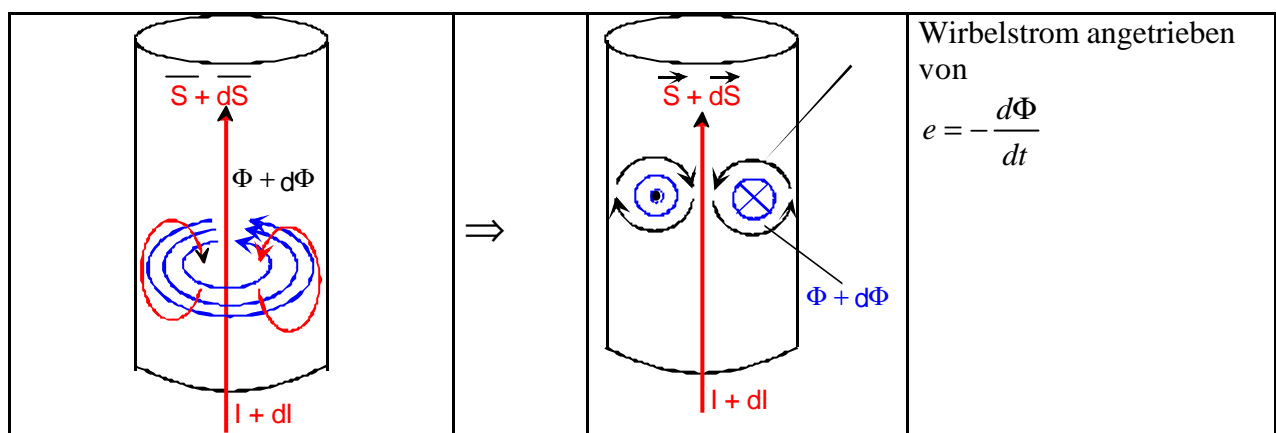
? gute magnetische Leitfähigkeit, aber hohen spezifischen Widerstand

z.B. Mn Zn – Ferrite (MnO, ZnO + Fe₂O₃)

Ni Zn – Ferrite (NiO, ZnO + Fe₂O₃)

Schwachstromtechnik für Spulen und Übertrager

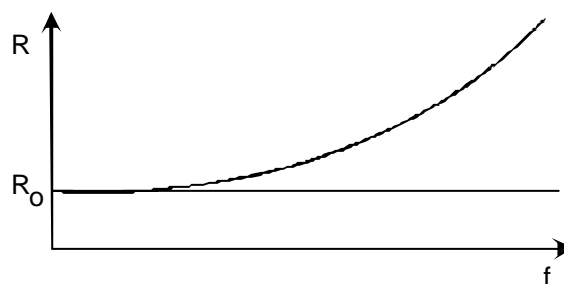
Stromverdrängung



Wirbelstrom schwächt den Strom im Inneren des Leiters und verstärkt ihn in seinem Äußeren ?
Verdrängung des Stromes an die Leiteroberfläche ? Skin- oder Hauteffekt.

Folgen des Skineffektes:

- Stromverteilung im Leiterquerschnitt ist nicht gleichmäßig ? effektiver Leiterquerschnitt sinkt ? Widerstandserhöhung
- Stromverdrängung wird durch die $\frac{d\Phi}{dt}$ hervorgerufen,
? Frequenz beeinflusst entscheidend den Skineffekt .



- bei Gleichstrom gleichmäßige Stromverteilung und kein Skineffekt.

4.6. Selbst- und Gegeninduktion

4.6.1. Selbstinduktion

Wird eine Spule von einem sich zeitlich ändernden Strom durchflossen, dann wird die Spule von einem sich zeitlich änderndem Fluß durchsetzt. Dieser Fluß induziert nach dem Induktionsgesetz in der Spule eine Spannung. Dieser Vorgang heißt Selbstinduktion, da die Spannung durch das eigene Magnetfeld der Spule induziert wird.

$$U_{qi} = +N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m} = \frac{iN}{R_m}$$

$$U_{qi} = + \frac{N^2}{R_m} \frac{di}{dt}$$

Induktivität

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

$$U_{qi} = +L \frac{di}{dt}$$

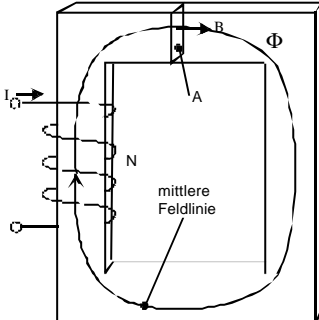
2. Form des
Induktionsgesetzes

Maßeinheit:

$$[L] = \frac{\left[\frac{e}{dt} \right]}{\left[\frac{di}{dt} \right]} = \frac{V_s}{A} = \Omega s = H$$

**Joseph Henry
1797 – 1878
am. Physiker**

Berechnungsbeispiel:

	$L = \frac{N^2}{R_m} \quad R_m = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_r A}$ $L = \frac{\mu_0 \mu_r A \cdot N^2}{l_m}$
---	---

Diskussion der Einflußparameter

Definitionsgleichung der Selbstinduktivität

$$\int L \frac{di}{dt} = \int N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$L \cdot i = N \cdot \Phi = y$$

$$y = Li$$

Schaltzeichen

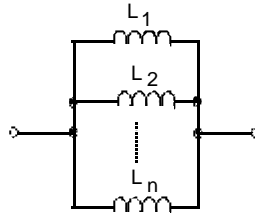


Schaltung von Induktivitäten

Reihenschaltung



Parallelschaltung

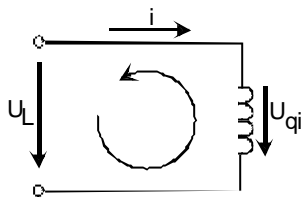


$$L_{ges} = \sum_1^n L_r$$

$$\frac{1}{L_{ges}} = \sum_1^n \frac{1}{L_g}$$

analog R

Induktion einer **Quellspannung** in L, die an den Klemmen als Spannungsabfall U_L aufgefasst werden kann.



Maschensatz:

$$U_L - U_{qi} = 0$$

$$U_L = +U_{qi}$$

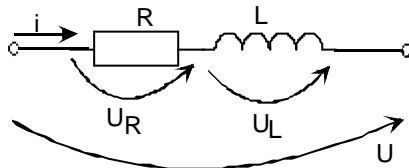
\Rightarrow

$$U_L = L \frac{di}{dt}$$

vgl. Kapazität

$$(U_c = \frac{1}{C} \int i dt)$$

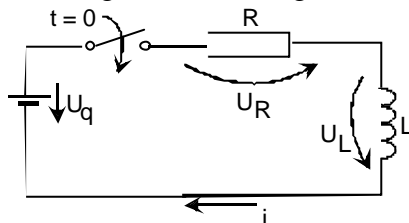
Ersatzschaltbild einer technischen Induktivität



$$U = U_R + U_L$$

$$U = iR + L \frac{di}{dt} \quad \text{DGL}$$

Stromverzögernde Wirkung der Induktivität



$$U_q = -L \frac{di}{dt} + iR$$

Trennung der Variablen

$$dt = \frac{L}{U_q - iR} di = -\frac{L}{R} \frac{di}{i - \frac{U_q}{R}}$$

$$t = \frac{L}{R} \ln \left(i - \frac{U_q}{R} \right) + \ln K \quad \frac{L}{R} = \tau$$

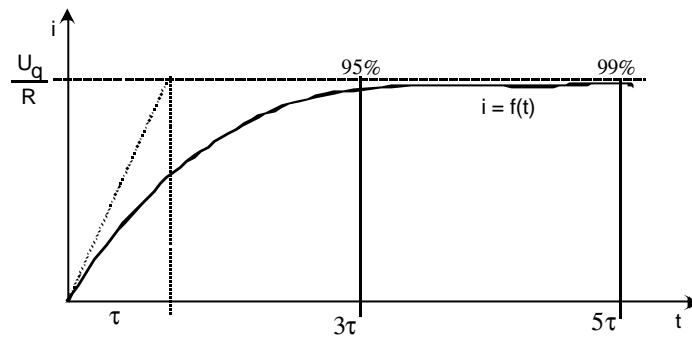
$$-\frac{t}{\tau} = \ln \frac{1}{K} \left(i - \frac{U_q}{R} \right)$$

$$e^{-t/\tau} = \frac{1}{K} \left(i - \frac{U_q}{R} \right) \Rightarrow i = \frac{U_q}{R} \left(1 + K e^{-t/\tau} \right)$$

Anfangswert:

$$t = 0, i = 0 \Rightarrow 1 + K = 0 \Rightarrow K = -1$$

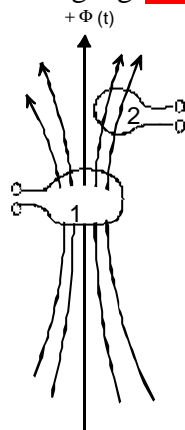
$$i = \frac{U_q}{R} \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$



Diskussion der e-Funktion!

4.6.2. Gegeninduktion

Wird in einer Spule eine Spannung durch Flussänderungen einer anderen Spule induziert, so heißt dieser Vorgang **Gegeninduktion**.



$$\Phi_{12} = k_1 \Phi_1$$

k_1 – Kopplungsfaktor

$$U_{qi} = +N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$U_{qi2} = +N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

$$\Phi_{12} = k_1 \Phi_1$$

$$\Phi_1 = \frac{i_1 N_1}{R_{m1}}$$

$$U_{qi2} = U_{qi1} \frac{k_1 \cdot N_1 \cdot N_2}{R_{m1}} \frac{di_1}{dt} = M_{12} \frac{di_1}{dt}$$

umgekehrt gilt:

$$U_{qi1} = +M_{21} \frac{di_2}{dt}$$

$$M_{12} = \frac{k_1 \cdot N_1 \cdot N_2}{R_{m1}}$$

Gegeninduktivität

$$[M] = H$$

Es lässt sich beweisen, dass gilt

$$M_{12} = M_{21} = M$$

$$U_{qi2} = +M \frac{di_1}{dt}$$

$$U_{qi1} = +M \frac{di_2}{dt}$$

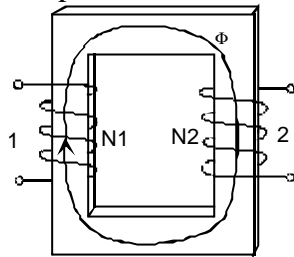
Gegeninduktivität M lässt sich aus der Selbstinduktivität beider Spulen berechnen.

$$M = k \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad k = \sqrt{k_1 \cdot k_2} \quad \text{Kopplungsfaktor}$$

$$M = \sqrt{M_{12} \cdot M_{21}} = \sqrt{k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{N_1^2}{R_{m1}} \cdot \frac{N_2^2}{R_{m2}}}$$

$$M = \sqrt{k_1 \cdot K_2} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

Wichtigstes Beispiel: Trafo



$$k \approx 1 \quad M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

4.7. Energie und Kräfte im Magnetfeld

4.7.1 Energieinhalt des Magnetfeldes

$$W = \int_0^\infty i u_L dt = L \int_0^\infty i \frac{di}{dt} dt = L \int_0^I i di = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

$W = \frac{L \cdot I^2}{2}$	Analogie zur kinetischen Energie $W_{kin} = \frac{mv^2}{2}$
-----------------------------	---

Energie ist im Magnetfeld der Spule gespeichert.

Energie lässt sich auch durch magnetische Größen ausdrücken

$$? \quad \begin{cases} I = \frac{\Theta}{N}; \Theta = H \cdot l; H = \frac{1}{\mu} B \\ L = \frac{N^2}{R_m}; R_m = \frac{l}{\mu A} \end{cases}$$

A, l – Querschnitt und Länge des Magnetleiters

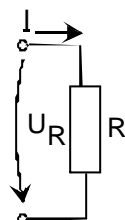
V = A · l – Volumen des Magnetleiters

$$W = \frac{B \cdot H}{2} \cdot A \cdot l$$

$W^* = \frac{W}{V} = \frac{B \cdot H}{2}$

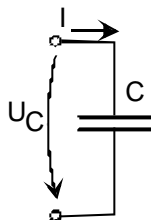
W^* - pro Volumen V gespeicherte magnetische Energie

Allgemeine Schlussfolgerung: In passiven Zweipolen können **drei** verschiedene Energieformen auftreten:




$$W_R = \int I^2 \cdot R \cdot dt$$

Umwandlung in Wärme



$$W_{el} = \frac{CU^2}{2}$$

Speicherung im elektrischen Feld



$$W_{magn.} = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

Speicherung im magnetischen Feld

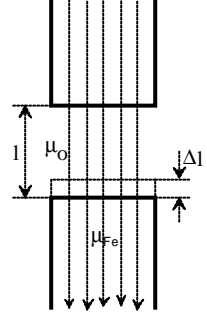
4.7.2. Kraftwirkungen im magnetischen Feld

4.7.2.1. Kräfte an Grenzflächen

Grenzfläche = Fläche, an der Materialien mit verschiedener Permeabilität zusammenstoßen

Beispiel: Hubmagnet (Elektromagnet)

Prinzip der virtuellen Verschiebung (virtuell = scheinbar)

	<p>Energie im Luftspalt vor dem Hub</p> $W_{mL1} = \frac{BH}{2} l \cdot A$ <p>Energie im Luftspalt nach dem Hub</p> $W_{mL2} = \frac{BH}{2} (l - \Delta l) \cdot A$ <p>Energiedifferenz</p> $\Delta W_{mL} = \Delta W_{mL1} - \Delta W_{mL2} = \frac{BH}{2} A \cdot \Delta l$
<p>Annahme: Wegen $H_{Fe} \ll H_L$ kann die im Eisen gespeicherte Energie vernachlässigt werden</p>	

Die Energiedifferenz muß gleich der geleisteten mechanischen Arbeit sein.

$$\Delta W_{mech} = F \cdot \Delta l = \frac{BH}{2} A \cdot \Delta l$$

$$F = \frac{BH}{2} A = \frac{B^2 \cdot A}{2 \mu_0}$$

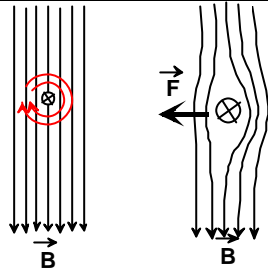
Hubkraft eines Magneten

n.B: Für große Hubkräfte (Lasten) muß auch **B** groß gewählt werden ? Bereich der Sättigung

Achtung: B_g muß so klein gewählt werden, dass die Last wieder abgesetzt werden kann.

4.7.2.2. Kräfte auf stromdurchflossene Leiter

a) Stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld



Leiter wird in das Gebiet geringer Feldstärke abgedrängt

U V W Regel

Berechnung von $|\vec{F}|$:

Kraft \vec{F} bewegt den Leiter mit \vec{v} aus dem Magnetfeld heraus ? beweger Leiter im Magnetfeld
 ? Spannungsinduktion $U_{qi} = B \cdot l \cdot v$? elektrische Leistung $U_{qi} \cdot I$

Elektrische Leistung $U_{qi} \cdot I = \text{mechanische Leistung } F \cdot v$

mit $U_{qi} = B \cdot l \cdot v$

$$F = IBl$$

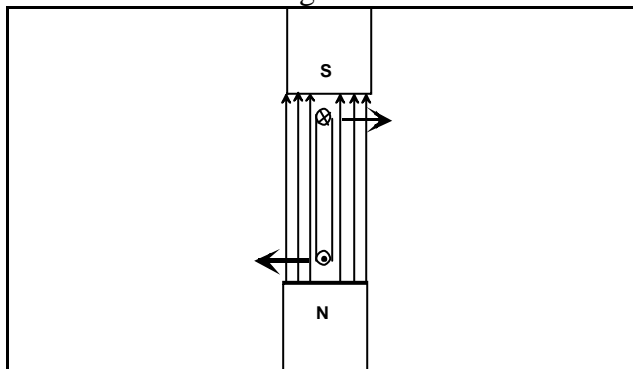
oder in vektorieller Form

Elektrodynamisches Kraftgesetz

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

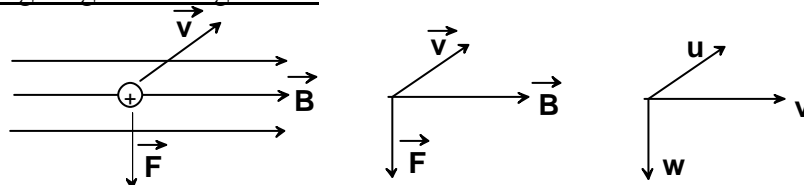
? Hinweis auf
Rechtssystem beim
Vektorprodukt

Praktische Anwendung: Gleichstrommotor



Motorprinzip

b) bewegte Ladungsträger im Magnetfeld



Elektrodynamisches Kraftgesetz

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

„Δ“ durch „d“, ersetzen

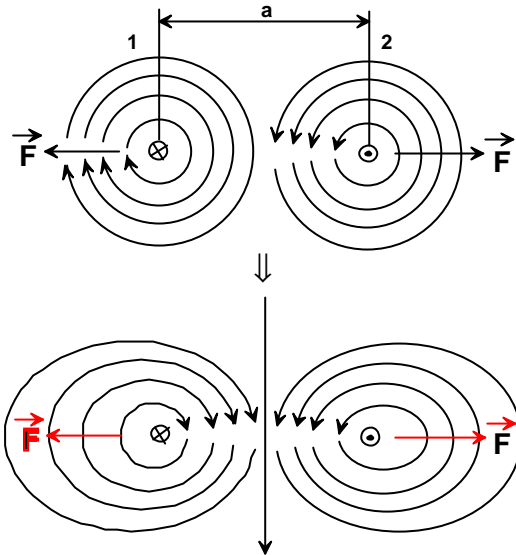
$$i = \frac{dQ}{dt}$$

$$dF = \frac{dQ}{dt} (d\vec{l} \times \vec{B})$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

$$\vec{F} = Q(\vec{V} \times \vec{B})$$

c) zwei stromdurchflossene Leiter



Feldverstärkung zwischen den Leitern ?
Abstoßung

Elektrodynamisches Kraftgesetz

$$F_1 = I_1 l \cdot B_2$$

$$B_2 = \mu H_2$$

$$H_2 = \frac{\Theta_2}{2\mu a} = \frac{I_2}{2\mu \cdot a}$$

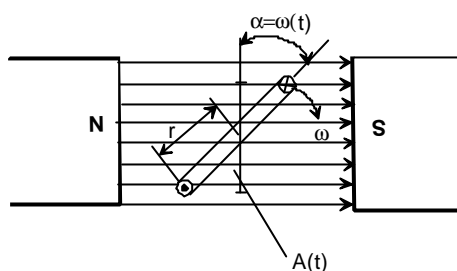
$$F_1 = I_1 \cdot I_2 \frac{\mu l}{2\mu \cdot a}$$

$$F_1 = F_2 = F$$

$$F = \frac{\mu l}{2 \cdot \mu \cdot a} I_1 \cdot I_2$$

5. Wechselstromtechnik

5.1. Erzeugung von Wechselstrom, Bestimmungsgrößen



l = Länge der Leiterschleife

$$A(t) = 2 \cdot r \cdot l \cdot \cos \omega t$$

$B = \text{konst.}$

ω – Kreisfrequenz

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

induktionswirksamer Fluß ?

$$\Phi(t) = B \cdot A(t) = 2 \cdot B \cdot r \cdot l \cdot \cos \omega t$$

$$= \hat{\Phi} \cos \omega t$$

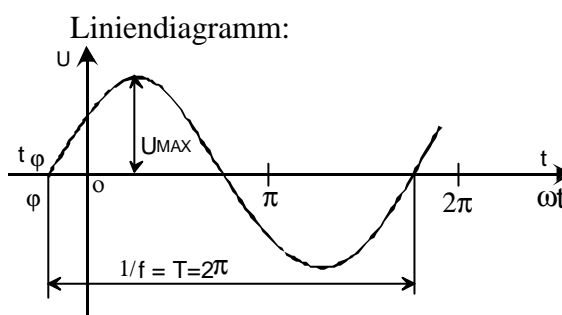
$$\hat{\Phi} = 2 B \cdot r \cdot l$$

$$U_{qi} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N(-\hat{\Phi} \omega \sin \omega t)$$

$$U_{qi} = N \hat{\Phi} \omega \sin \omega t = \hat{E} \sin \omega t, \quad U_{qi} = N \omega \hat{\Phi}$$

Generatorprinzip F

Zeitlicher Verlauf

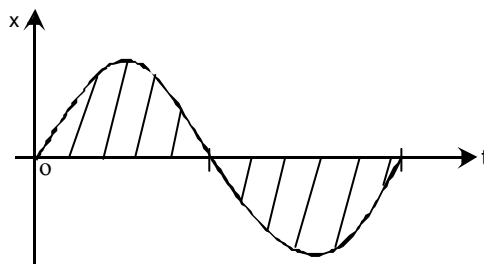


5.2. Zeitliche Mittelwerte von Sinusgrößen

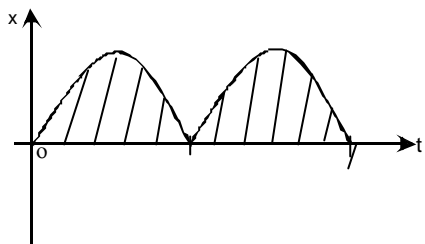
a) Arithmetischer Mittelwert

allgemein: $\bar{X} = \frac{1}{T} \int_0^T x \cdot dt$

geometrische Interpretation



Für sinusförmige Spannung ergäbe sich $\bar{U} = 0$, deswegen Bezug auf gleichgerichtete Spannung.



$$\begin{aligned}\bar{U} &= \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U} \sin \omega t \cdot dt \\ &= \frac{2\hat{U}}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t \cdot dt\end{aligned}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$\bar{U} = -\frac{2\hat{U}}{\omega T} \cos \omega t \Big|_0^{\frac{T}{2}}$$

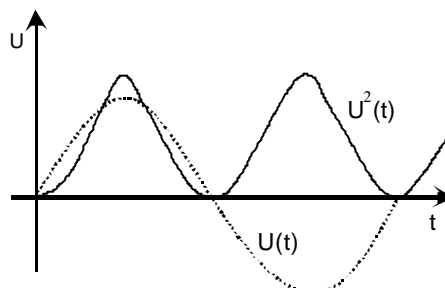
$$\bar{U} = -\frac{2\hat{U}}{2\pi} \cos \Big|_0^{\frac{1}{2}} = -\frac{\hat{U}}{\pi} (-1 - 1)$$

$$\bar{U} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{U} = 0,64 \hat{U}$$

b) Effektivwert (quadratischer Mittelwert)

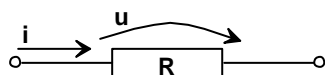
$$U = U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2 dt}$$

geometrische Interpretation
für sinusförmige Größen (Wechselspannung)



$$U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \hat{U} = 0,707 \hat{U}$$

Physikalische Bedeutung des Effektivwertes
z.B. Wärmeenergie



$$P = u \cdot i$$

$$u = i \cdot R$$

$$P = R \cdot i^2$$

$$\bar{P} = \frac{R}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt = I^2 \cdot R \quad \text{Mittelwert des}$$

Leistungsumsatzes

Ein Wechselstrom mit Effektivwert I_{eff} erzeugt in R die gleiche Wärmemenge, wie ein Gleichstrom der selben Größe.

? Effektivwert ist ein Maß für den Mittelwert der umgesetzten Leistung.

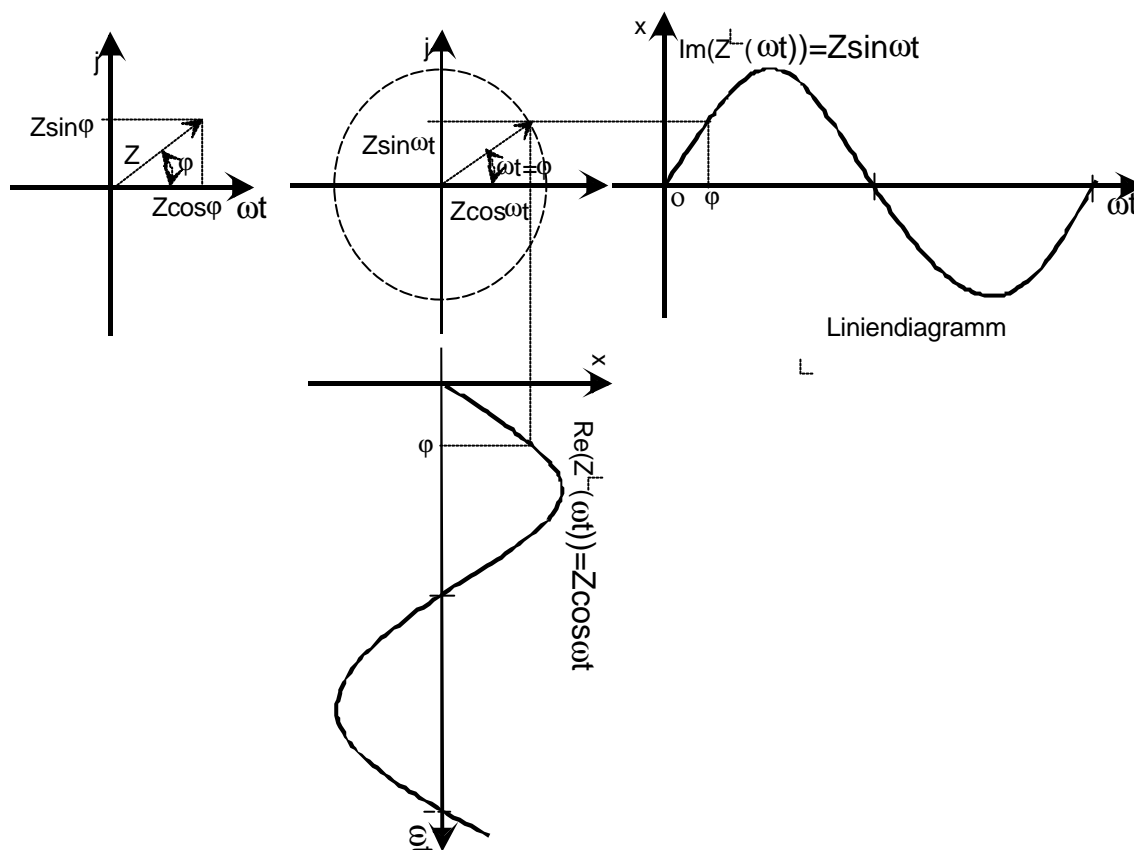
5.3. Darstellung sinusförmiger Spannungen und Ströme im Zeigerdiagramm

Ziel: Abbildung der Sinusfunktion in der komplexen Ebene

$$Z^L = a + jb$$

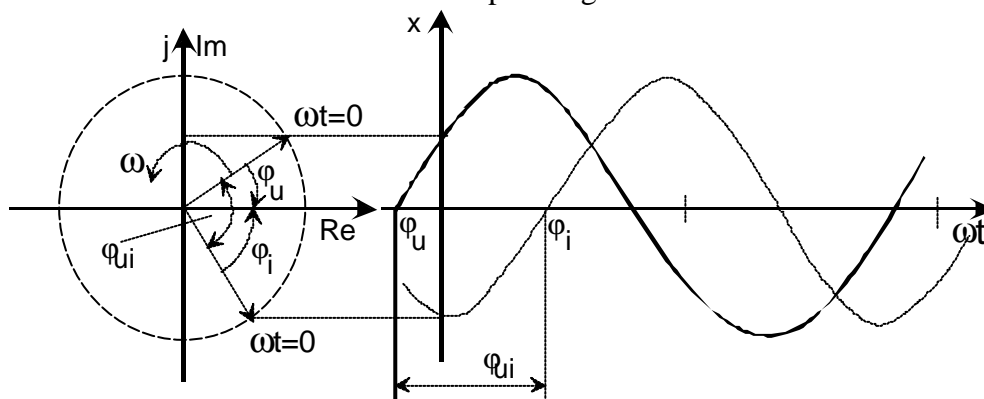
$$Z^L = Z (\cos \omega t + j \sin \omega t) \quad ? \quad Z^L = Z (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

$$Z^L = Z e^{j\omega t}$$



Zwei phasenverschobene Sinusfunktionen mit gleicher Frequenz $\omega = 2\pi f$

Spannung eilt dem Strom voraus um 90° el.



Beide Zeiger rotieren mit ω , wobei ihre Lage zueinander erhalten bleibt (Phasenverschiebung φ_{ui}).

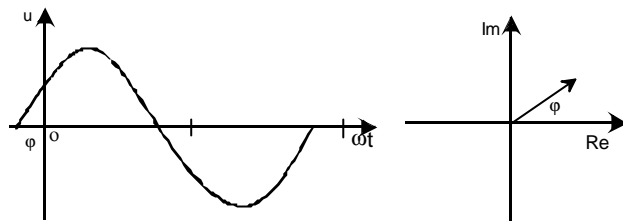
Vereinbarung: - Das System der mit gleicher Frequenz rotierenden Zeiger wird zum Zeitpunkt

$t = 0$ betrachtet und dargestellt ? Übergang zu ruhenden Zeigern

- Länge der Zeiger entspricht dem Effektivwert der dargestellten Größe ?
Effektivwertzeiger

Beispiel:

$$u = \hat{U} \sin(\omega t + \mathbf{j}) \quad ? \quad \underline{U} = U(\cos \mathbf{j} + j \sin \mathbf{j}) = U e^{j \mathbf{j}}$$

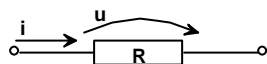


$$|\underline{U}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U} = U$$

Symbolik \underline{U} = U-Zeiger

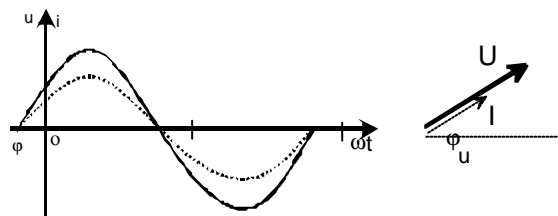
5.4. Spannungs- und Stromzeiger bei den Grundschaltelementen (R, L, C), Wechselstromwiderstände

5.4.1. Ohmscher Widerstand



$$u = \hat{U} \sin(\omega t + \mathbf{j}_u) \quad ? \quad \underline{U} = U e^{j \mathbf{j}_u}$$

$$i = \frac{u}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \sin(\omega t + \mathbf{j}_u) \quad ? \quad \underline{I} = I e^{j \mathbf{j}_u}$$



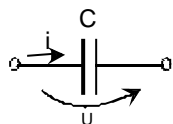
$$U = |\underline{U}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U}$$

$$I = |\underline{I}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{I}$$

$$Z^L = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} = R$$

Wechselstromwiderstand (komplexe Größe, aber Imaginärteil ist Null)

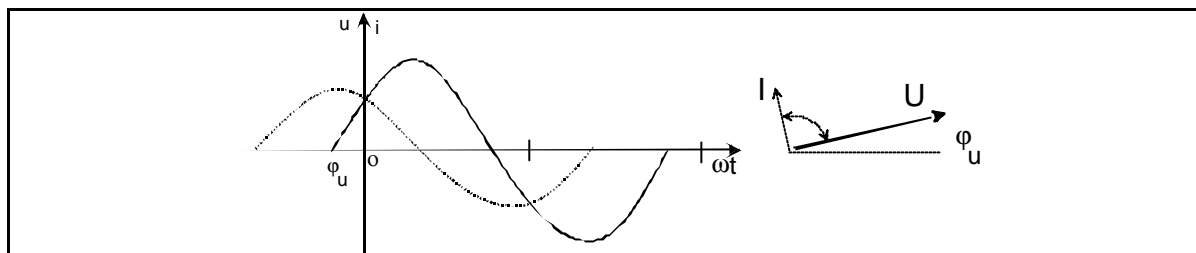
5.4.2. Kondensator



$$u = \hat{U} \sin(\omega t + \mathbf{j}_u) \quad ? \quad \underline{U} = U \cdot e^{j \mathbf{j}_u}$$

$$i = C \frac{du}{dt} = \hat{U} \cdot \omega C \cos(\omega t + \mathbf{j}_u)$$

$$= \hat{U} \cdot \omega C \sin\left(\omega t + \mathbf{j}_u + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \underline{I} = U \cdot \omega C \cdot e^{j(\mathbf{j}_u + \frac{\pi}{2})}$$



$$Z^L = \frac{U}{I} = \frac{e^{j\omega t}}{\omega \cdot C \cdot e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}} = \frac{1}{\omega \cdot C} e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j \quad ?$$

$$e^{-j\frac{\pi}{2}} = 1 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - j \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right)$$

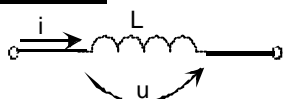
$$\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$Z^L = j \cdot X_C$$

$$X_C = -\frac{1}{\omega \cdot C}$$

kapazitiver Wechselstromwiderstand

5.4.3. Induktivität

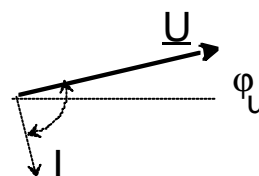
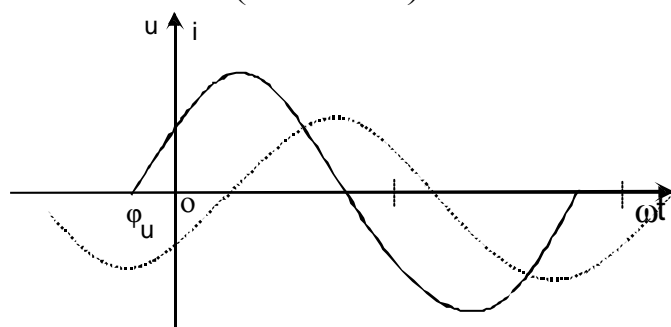


$$u = \hat{U} \sin(\omega t + j_u)$$

$$? \quad \underline{U} = U \cdot e^{j\omega t}$$

$$i = \frac{1}{L} \int u \cdot dt = \frac{-\hat{U}}{\omega L} \cos(\omega t + j_u)$$

$$= \frac{\hat{U}}{\omega L} \sin\left(\omega t + j_u - \frac{\pi}{2}\right) \quad ? \quad \underline{I} = \frac{U}{\omega \cdot L} e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$



$$Z^L = \frac{U}{I} = \frac{U \cdot e^{j\omega t}}{\frac{U}{\omega L} \cdot e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}} = \omega \cdot L \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \quad e^{j\frac{\pi}{2}} = j$$

$$Z^L = j \cdot X_L$$

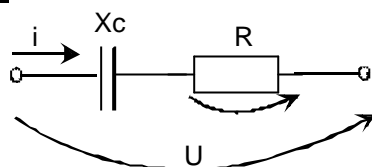
$$X_L = \omega \cdot L$$

induktiver Wechselstromwiderstand,
Induktanz

5.5. Berechnung von Wechselstromschaltungen

- Berechnung von Wechselstromschaltungen im Zeitbereich erfordert das Lösen von DGL ? kompliziert und aufwändig
- DGL kann umgangen werden, wenn in Zeigerdarstellung (komplexe Ebene) gerechnet wird
- Anwendung der komplexen Darstellung nur für eingeschwungene Vorgänge möglich

Beispiel:



gegeben: $u(t) = \sqrt{2} \cdot 10V \sin wt$
 $X_C = -30 \Omega$, $R = 40 \Omega$

gesucht: $i(t)$

1. Übergang: Zeitbereich ? Zeigerdarstellung

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 10 V \sin \cdot wt \quad ? \quad \underline{U} = 10 V \cdot e^{j0}$$

2. Bestimmung des Wechselstromwiderstandes
 ?—? ? ? ? ? ? ? —?

$$Z^L = (40 - 30j) \Omega = R + j \cdot X_C$$

?

$$Z^L = Z e^{j\varphi_Z} = Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} \Omega = 50 \Omega$$

$$\varphi_Z = \arctan \frac{X_C}{R} = \arctan \frac{-30}{40} = -36,9^\circ$$

$$Z^L = 50 \Omega \cdot e^{-j36,9^\circ}$$

3. Berechnung des Stromzeigers

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{Z^L} = \frac{10V \cdot e^{j0}}{50 \Omega \cdot e^{-j36,9^\circ}} = 0,2 A \cdot e^{j36,9^\circ}$$

4. Rücktransformation in den Zeitbereich

$$\underline{I} = 0,2 A \cdot e^{j36,9^\circ} \quad ? \quad i(t) = \sqrt{2} \cdot 0,2 A \sin (wt + 36,9^\circ)$$

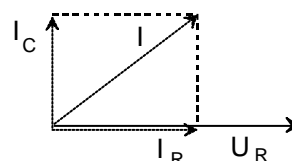
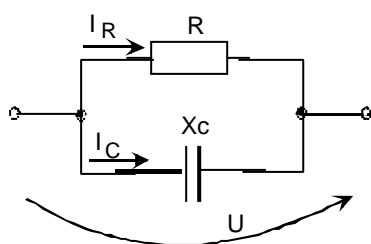
5.6. Zeigerbilder

Zeigerbild = Darstellung der Zeiger aller Teilströme und Teilerspannungen einer Schaltung

Beispiele:

$$U = \hat{U} \sin wt$$

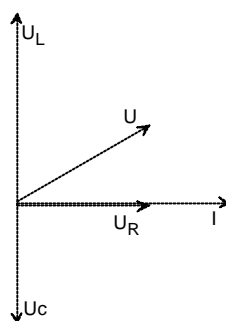
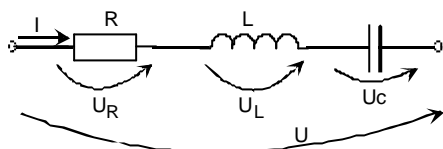
a)



$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{j \cdot X_C}$$

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{R}$$

b)



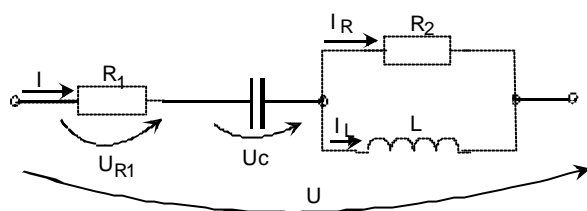
$$i = \hat{i} \sin \omega t$$

$$\underline{U}_R = \underline{I} \cdot R$$

$$\underline{U}_L = \underline{I} \cdot j \cdot X_L$$

$$\underline{U}_C = \underline{I} \cdot j \cdot X_C$$

c) quantitatives Zeigerbild



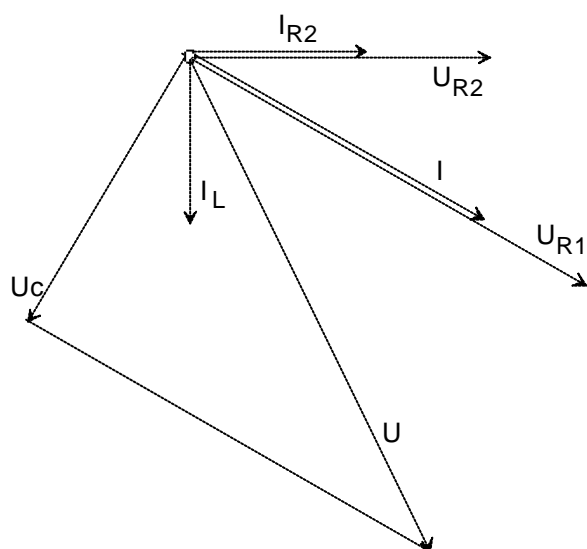
$$R_1 = 50 \, \Omega$$

$$R_2 = 50 \, \Omega$$

$$X_L = 50 \, \Omega$$

$$X_C = -50 \, \Omega$$

$$I_R = 1 \, \text{A}$$

Maßstäbe: 10 V $\hat{=}$ 1 cm1 A $\hat{=}$ 3 cm

$$U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 50 \, \text{V}$$

$$I_L = \frac{U_{R2}}{X_L} = 1 \, \text{A}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_{R2}$$

$$I = \sqrt{2} \, \text{A}$$

$$U_C = I \cdot X_C = 50\sqrt{2} \, \text{V} = 70,7 \, \text{V}$$

$$U_{R1} = I \cdot R_1 = 70,7 \, \text{V}$$

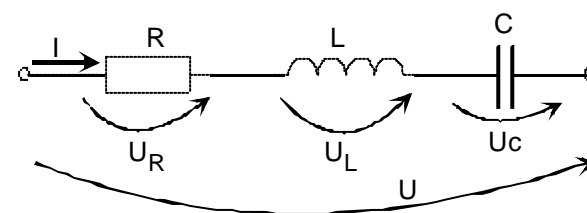
$$U = 112 \, \text{V}$$

5.7. Resonanz

Sonderfall in Wechselstromkreisen, in dem der imaginäre Teil des Scheinwiderstandes verschwindet.

$$\text{Im}\{Z^L\} = 0 \quad \text{oder} \quad Z^L = R$$

a) Reihenresonanz



$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{Z^L}$$

$$Z^L = R + j(X_C + X_L)$$

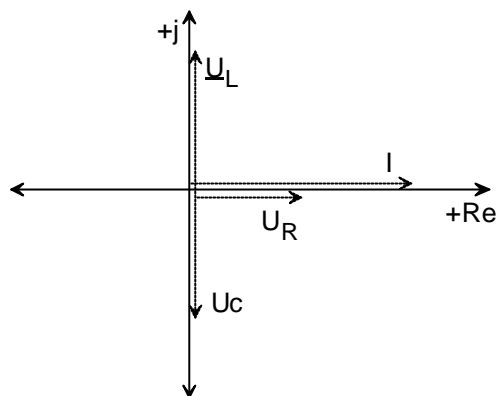
$$Z^L = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Resonanzbedingung

$$\omega \cdot L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad ? \quad \omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

 ω_r - Resonanzfrequenz

Spannungszeiger
kompensieren sich ?
Spannungsresonanz



$$\underline{U}_R = \underline{I} \cdot R$$

$$\underline{U}_L = j\omega \cdot L \cdot \underline{I}$$

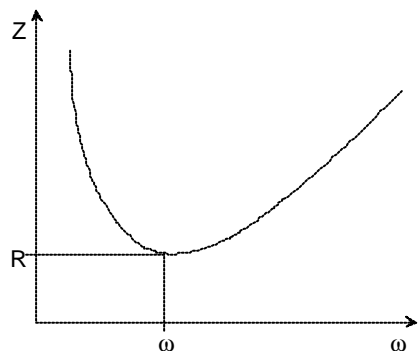
$$|\underline{U}_L| = |\underline{U}_C|$$

$$\underline{U}_C = -j \frac{1}{\omega C} \cdot \underline{I}$$

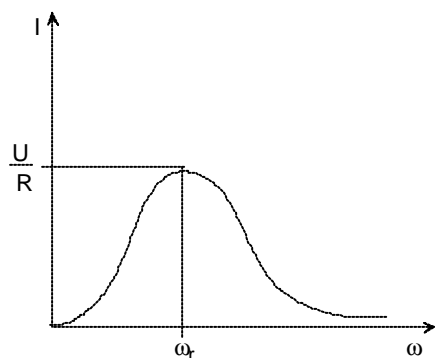
Hinweis: Die Spannungen über den Blindelementen können wesentlich größer werden als die Gesamtspannung ? Überspannung

$$|Z^L| = f(\omega)$$

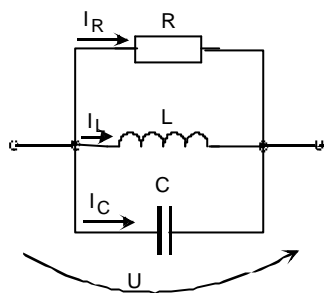
$$|Z^L| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$



$$I = \frac{U}{|Z^L|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$



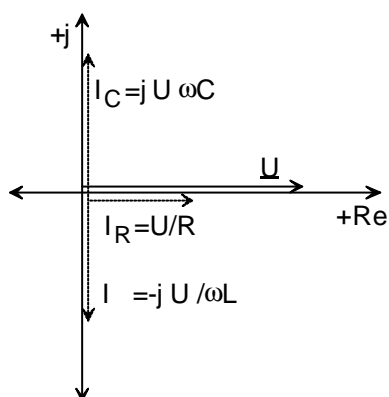
b) Parallelresonanz



$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} + \frac{\underline{U}}{j\omega L} - \frac{\underline{U}}{j\omega C}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} - j\frac{\underline{U}}{\omega L} + j\omega C \underline{U}$$



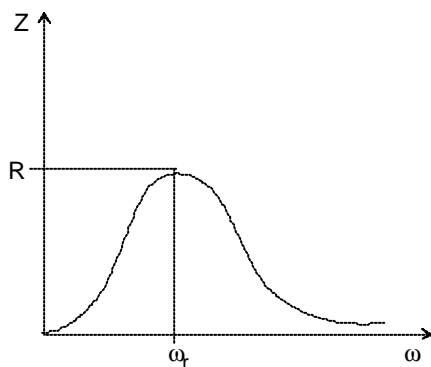
$|\underline{I}_C| = |\underline{I}_L|$ bei Resonanz, d. h. die Blindanteile der Ströme heben sich auf ? Stromresonanz

Hinweis: Die Teilströme in den Blindelementen können wesentlich größer werden als der Gesamtstrom

$$|Z^L| = f(\omega)$$

$$\frac{1}{Z^L} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} - \frac{1}{j\omega C}$$

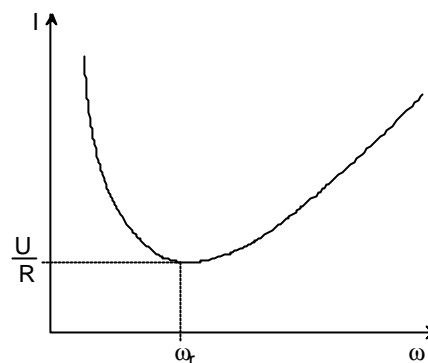
$$|Z^L| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$



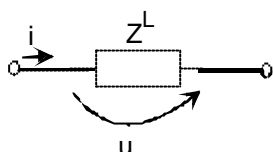
$$I = f(\omega)$$

$$\underline{I} = \frac{U}{Z^L} = U \left(\frac{1}{R} + j \left[\omega C - \frac{1}{\omega L} \right] \right)$$

$$I = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}$$



5.8. Wechselstromleistung



$$u = \hat{u} \sin \omega t$$

$$i = \hat{i} \sin(\omega t + \mathbf{j}_i)$$

$$p = \hat{u} \hat{i} \left[\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \cos \mathbf{j}_i + \frac{\sin 2\omega t}{2} \sin \mathbf{j}_i \right]$$

$$* p = \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} [\cos \mathbf{j}_i + (\sin 2\omega t \cdot \sin \mathbf{j}_i - \cos 2\omega t \cdot \cos \mathbf{j}_i)]$$

$$\text{Mittelwert } \bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{\hat{u} \hat{i}}{2} \cos \mathbf{j}_i$$

$$\hat{u} = \sqrt{2} U$$

$$\hat{i} = \sqrt{2} I$$

$$Z^L = R + jX$$

$$p = u \cdot i = \hat{u} \cdot \hat{i} \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \mathbf{j}_i) *$$

Additionstheorem

$$* \sin(\omega t + \mathbf{j}_i) = \cos \mathbf{j}_i \cdot \sin \omega t + \sin \mathbf{j}_i \cdot \cos \omega t$$

$$p = \hat{u} \hat{i} [\sin^2 \omega t \cdot \cos \mathbf{j}_i + \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot \sin \mathbf{j}_i]$$

$$* \sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$$

$$* \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{\sin 2\omega t}{2}$$

Wechselstromleistung besitzt einen Zeit unabhängigen Anteil ?

Mittelwert \bar{P}
und einen periodischen Anteil, dessen Mittelwert Null ist

$$P = U \cdot I \cos \mathbf{j}_i$$

Wirkleistung $P_w(t)$

$$S = U \cdot I$$

Scheinleistung

$$P = S \cos \mathbf{j}_i$$

$$\cos \mathbf{j}_i = \frac{P}{S}$$

Leistungsfaktor

$$P_w(t) = S (\sin 2\omega t \cdot \sin \mathbf{j}_i - \cos 2\omega t \cdot \cos \mathbf{j}_i) \quad \text{nur Wechselanteil}$$

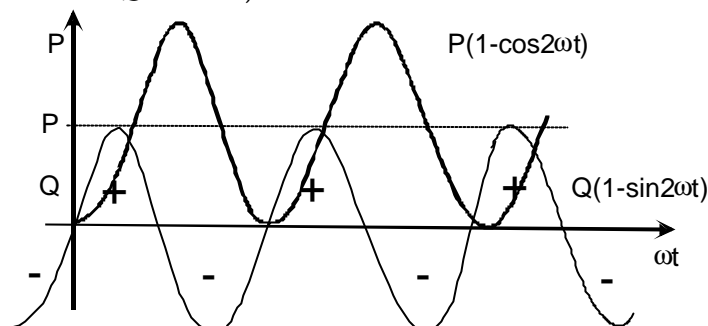
$$= \underbrace{S \sin \mathbf{j}_i}_{Q} \cdot \sin 2\omega t - \underbrace{S \cos \mathbf{j}_i}_{P} \cdot \cos 2\omega t$$

$$Q = S \sin \mathbf{j}_i$$

Blindleistung

$$p(t) = P + p_w(t)$$

$$p(t) = P(1 - \cos 2\omega t) + Q \sin 2\omega t$$



Interpretation:

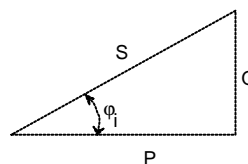
- Komponente $Q \sin 2\omega t$ ist die Leistung, die zwischen Erzeuger und Verbraucher „hin und her geschoben“ wird, ohne dass es im Mittel zu einem Leistungsumsatz kommt. Der Transport der Leistung ruft aber in den Zuleitungen Stromwärmeverluste hervor und belastet das Netz? Bestreben, Q klein zu halten? Leistungsfaktor $\cos \varphi \rightarrow 1$
- $P(1 - \cos 2\omega t)$ ist stets positiv (Spannungsquelle? Verbraucher), d. h. die gesamte Leistung wird im Verbraucher umgesetzt.

$$\frac{1}{T} \int_0^T P(1 - \cos 2\omega t) dt = P = \bar{P}$$

Leistungsdreieck

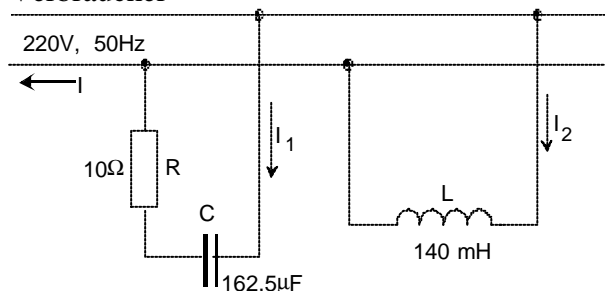
$$\left. \begin{aligned} S &= UI \\ P &= S \cos \varphi_i \\ Q &= S \sin \varphi_i \end{aligned} \right\}$$

$$S^2 = P^2 + Q^2$$



keine Vektoren!!!

Betrachtungen an einem komplexen Verbraucher



$$\begin{aligned} R &= 10 \, \Omega \\ C &= 162,5 \, \mu\text{F} \\ L &= 140 \, \text{mH} \end{aligned}$$

gesucht:
Gesamtleistung
 $S, P, Q, \cos \varphi, I$

- Berechnen Sie für die Gesamtschaltung P, Q, S und den Phasenwinkel φ !
- Welcher Gesamtstrom I stellt sich ein?

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 162,5} \, \Omega = -19,6 \, \Omega$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f \cdot 140 \cdot 10^{-3} \, \Omega = 44 \, \Omega$$

$$P = I_1^2 \cdot R$$

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \bar{X}_c^2}} = \frac{220}{22} A = 10 A$$

$$\underline{P} = 1000 \text{ W}$$

$$Q_C = I_1^2 \cdot X_C = -1960 \text{ VAr}$$

$$Q_L = \frac{U^2}{X_L} = 1100 \text{ VAr}$$

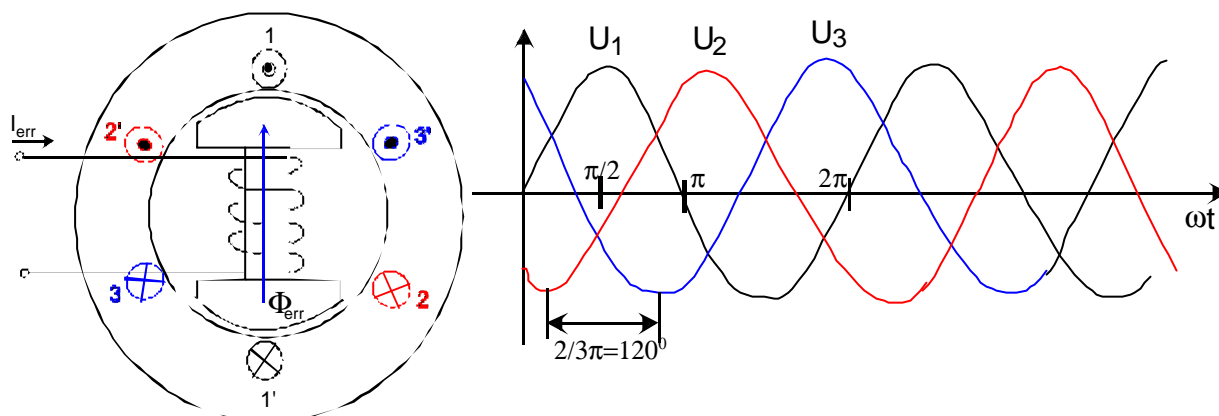
$$Q = Q_L + Q_C = \underline{-860 \text{ VAr}}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \underline{1319 \text{ VA}}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \underline{0,76} \quad I = \frac{S}{U} = \underline{6A}$$

5.9. Drehstrom (Dreiphasenwechselstrom)

5.9.1 Erzeugung von Drehstrom

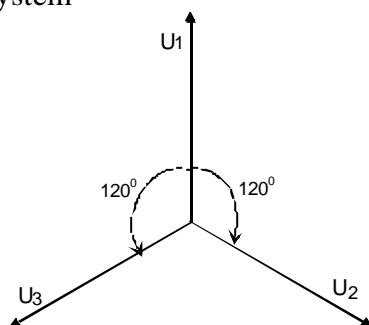


$$U_1 = \hat{U} \sin \omega t$$

$$U_2 = \hat{U} \sin \left(\omega t - \frac{2}{3}p \right)$$

$$U_3 = \hat{U} \sin \left(\omega t - \frac{4}{3}p \right)$$

Zeigerdiagramm aus dem Liniendiagramm
Rechtssystem

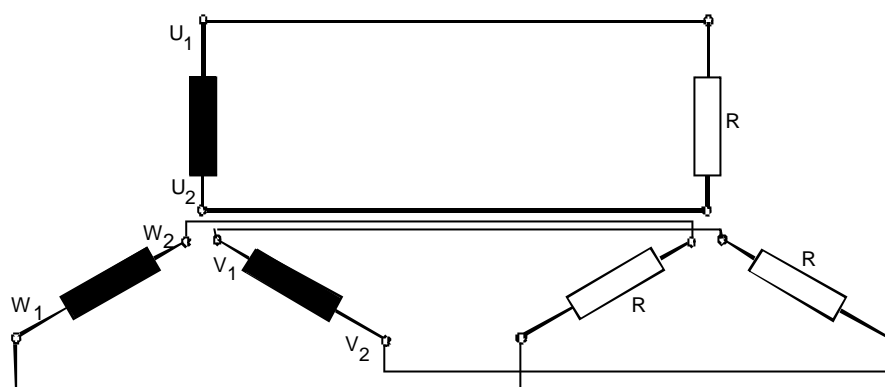


Dreiphasensystem ist ein System von drei gleichgroßen Spannungen mit gleicher Frequenz, die zueinander um je 120° phasenverschoben sind

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0$$

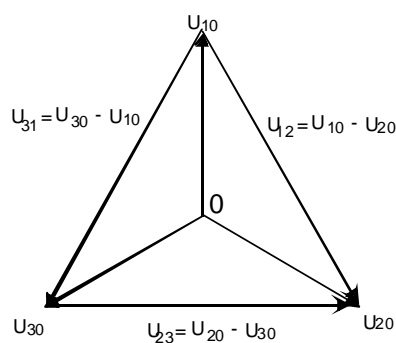
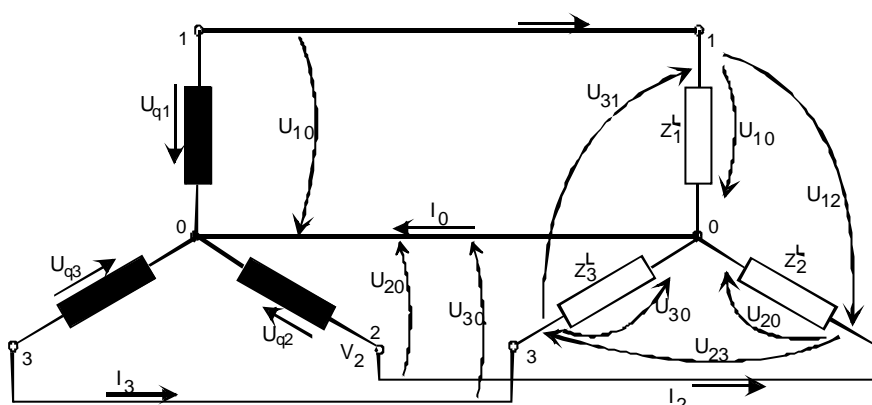
$$\underline{U}_1 = U e^{j0} \quad ; \quad \underline{U}_2 = U e^{-j\frac{2}{3}p} \quad ; \quad \underline{U}_3 = U e^{-j\frac{4}{3}p}$$

5.9.2 Verkettung des Dreiphasensystems



Das unverkettete Dreiphasensystem benötigt **sechs** Zuleitungen und stellt dem dreiphasigen Verbraucher **drei** Spannungen mit **der selben** Amplitude zur Verfügung ? Nachteil

a) Sternschaltung (\star)



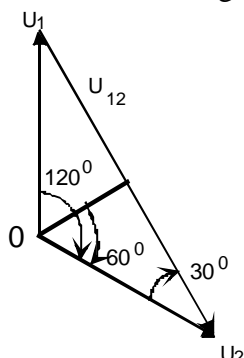
$$\underline{U}_{10} + \underline{U}_{20} + \underline{U}_{30} = 0$$

$$\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0$$

Definition der Strangspannung und der Leiterspannung; $U_{\text{str.}}$, U_L

Index 0 wird in Zukunft weggelassen.

Beziehung zwischen der Strang- und Leiterspannung:



$$\sin 60^\circ = \frac{U_{12}}{2U_2}$$

$$U_{12} = U_2 \cdot 2 \sin 60^\circ ; \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$U_{12} = \sqrt{3} \cdot U_2$$

oder allgemein:

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_{str.}$$

Bei der Δ -Schaltung verhalten sich die Strangspannungen zu den Leiterspannungen wie
 $1 : \sqrt{3}$

1.) $U_{str.} = 230 \text{ V}$ (220V)

2.) $U_L = 400 \text{ V}$ (380V)

d. h. es stehen prinzipiell stets zwei Spannungen zur Verfügung, wobei bei der Δ -Schaltung die Strangspannung (Spannung am Verbraucher) 220 V beträgt

Die Ströme in den Strängen und Leitern sind dieselben

$$I_L = I_{str.}$$

Für einen symmetrischen Verbraucher ($Z_1^L = Z_2^L = Z_3^L = Z^L$) gilt

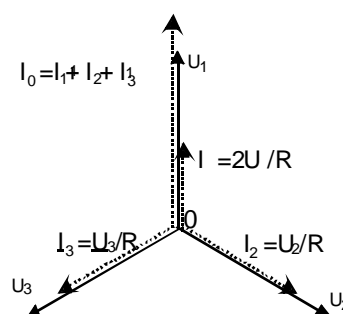
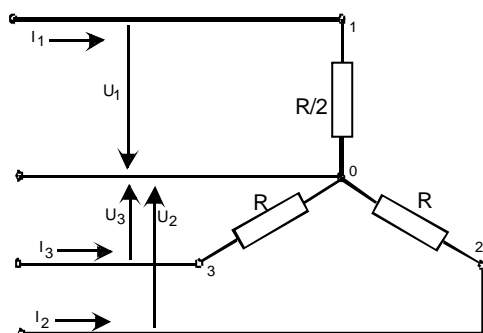
$$I_O = 0$$

denn

$$I_O = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U_1}{Z_1^L} + \frac{U_2}{Z_2^L} + \frac{U_3}{Z_3^L} = \frac{1}{Z^L} (\underbrace{U_1 + U_2 + U_3}_0) = 0$$

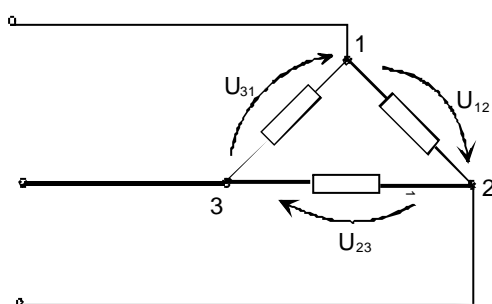
Sind die Verbraucher unterschiedlich, (unsymmetrische Last; $Z_1^L \neq Z_2^L \neq Z_3^L$), fließt ein Strom im Nulleiter $I_O \neq 0$.

Z. B.:



Begründung der Rolle des Nulleiters

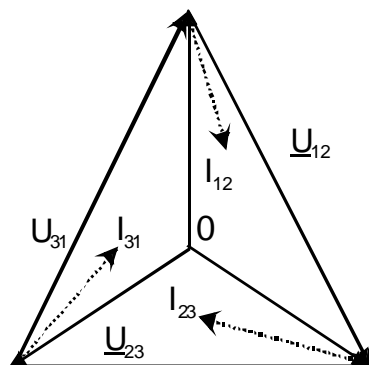
b) Dreieckschaltung (?)



$$Z_{12}^L = Z_{23}^L = Z_{31}^L = Z^L$$

Es gibt keinen Nulleiter!

Zeigerdiagramm
für induktive Last



$$1. \underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$$

$$2. \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$$

$$3. \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$

Es gilt: $\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23} + \underline{I}_{31} = 0$? wegen $\frac{U_{12}}{Z^L} + \frac{U_{23}}{Z^L} + \frac{U_{31}}{Z^L} = 0$

In der Δ -Schaltung ist die Summe der Strangströme und die Summe der Leiterströme stets Null!

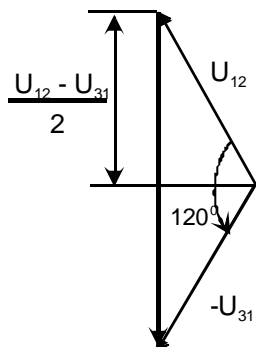
Beziehung zwischen den Strang- und Leiterströmen

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = \frac{1}{Z^L} (\underline{U}_{12} - \underline{U}_{31})$$

$$\left(\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{Z^L} \quad ; \quad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{Z^L} \right)$$

$$\frac{I_1}{I_{12}} = \frac{|\underline{U}_{12} - \underline{U}_{31}|}{U_{12}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{|\underline{U}_{12} - \underline{U}_{31}|}{U_{12}} = \sqrt{3}$$



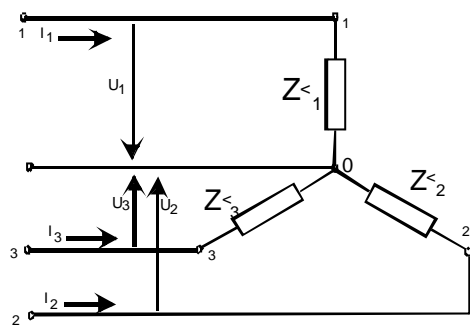
allgemein

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_{str.}$$

und

$$U_L = U_{str.}$$

5.9.3 Leistung im Drehstromsystem



$$P_{\text{ges}} = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cos \varphi_1$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cos \varphi_2$$

$$P_3 = U_3 \cdot I_3 \cos \varphi_3$$

bei

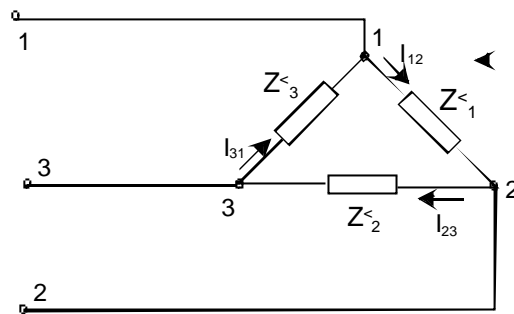
$$Z_1^L = Z_2^L = Z_3^L = Z^L$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = U_{\text{str.}} \cdot I_L \cos \varphi$$

$$P_{\text{ges}} = 3 U_{\text{str.}} \cdot I_L \cos \varphi$$

$$U_{\text{str.}} = \frac{1}{\sqrt{3}} U_L$$

+ ?



$$P_{\text{ges}} = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_1 = U_{12} \cdot I_{12} \cos \varphi_1$$

$$P_2 = U_{23} \cdot I_{23} \cos \varphi_2$$

$$P_3 = U_{31} \cdot I_{31} \cos \varphi_3$$

bei

$$Z_1^L = Z_2^L = Z_3^L = Z^L$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = U_L \cdot I_{\text{str.}} \cos \varphi$$

$$P_{\text{ges}} = 3 U_L \cdot I_{\text{str.}} \cos \varphi$$

$$I_{\text{str.}} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_L$$

+ ?

$P_{\text{ges}} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$
$S_{\text{ges}} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$
$Q_{\text{ges}} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \sin \varphi$

6. Elektronik

6.1. Physikalische Grundlagen

6.1.1 Mechanismus der Stromleitung in Halbleitern

Siliziumkristallgitter

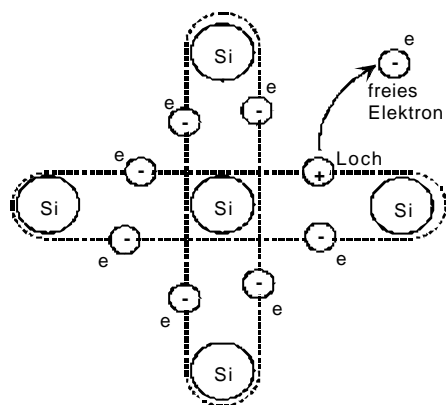
W Bändermodell

?

+ Leistungsband

+ Verbotenes Band

+ Valenzband



freies Elektron

Θ_e

?

Kräftegleichgewicht

$$\frac{mv^2}{R} = F_{Coulomb}$$

gestört ?

$$\left(F_c = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \cdot \epsilon \cdot R^2} \right)$$

+ ? 4. Hauptgruppe

Jedes Atom ist über je 2

Valenzelektronen

mit den 4 benachbarten Atomen verbunden

? kovalente Bindung

Normalzustand: Elektronen sind fest an Kristallgitter gebunden ?

keine freien Elektronen ?

Nichtleiter

Energieeinwirkung (Wärme, Strahlung el. Feld): Herauslösung von Valenzelektronen aus dem Kristallverband

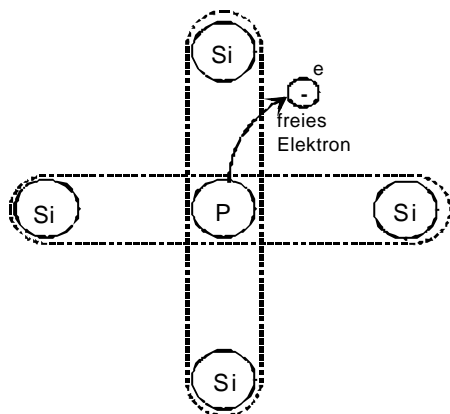
Entstehung eines Loches ? wirkt nach außen hin wie positiver Ladungsträger

Loch kann wandern ? wegfangen eines Nachbarlektron ? neues Loch entsteht u.s.w. ?
Ladungstransport ? elektrischer Strom.

Ladungstransport in reinen Halbleitern sehr gering.

Vergrößerung der Anzahl der freien Ladungsträger durch Fremdatome (Störstellenleitung)

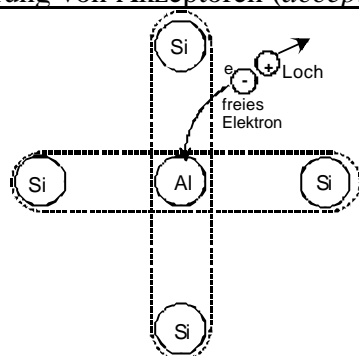
a) Dotierung (*dotare*) von Donatoren (*donare*)



Ersetzung eines Si-Atoms durch ein Atom der 5. Hauptgruppe ? 4 Valenzelektronen des Fremdatoms werden durch die kovalenten Bindungen im Kristallgitter gebunden ? 5-tes Valenzelektron ist frei beweglich ? Ladungstransport ? n-Leitung (n = negativ)

Donatoren für Si: P und Sb (Antimon)

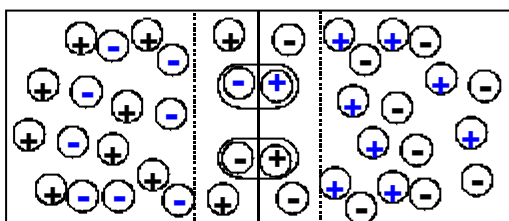
b) Dotierung von Akzeptoren (*acceptare*)



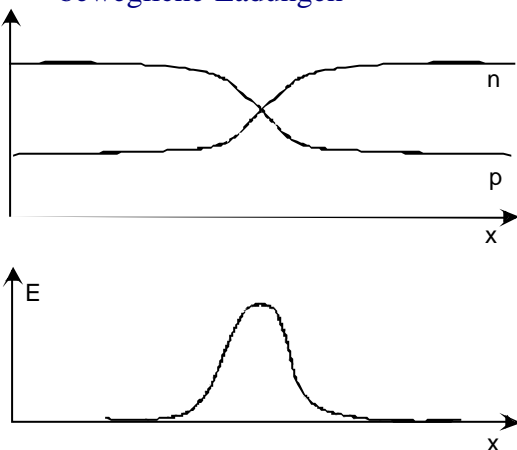
Ersetzung eines Si-Atoms durch ein Atom der 3. Hauptgruppe (Al, B, Ga). Fremdatom kann 3 kovalente Bindungen aufbauen ?
wegfangen eines benachbarten Atoms für die 4. kovalente Bindung ? Entstehung eines Lochs ? p-Leitung (p = positiv)

6.1.2 p - n - Übergang

Raumladung
+ ? -
n-Gebiet p-Gebiet



- feste Ladungen
- bewegliche Ladungen



$$F_{dif} = F_{Feld} = \vec{E}_e$$

Ausbildung einer Grenzschicht in der:
- freie Elektronen des n-Gebietes in das p-Gebiet diffundieren und mit den

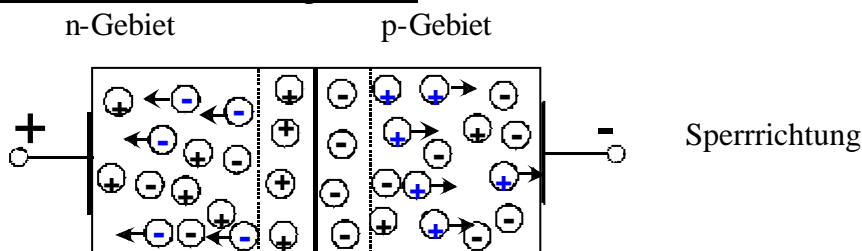
- beweglichen Löchern rekombinieren
- freibewegliche Löcher in das n-Gebiet diffundieren und mit den freien Elektronen rekombinieren

Ergebnis:

1. Verarmung der Grenzschicht an freien Ladungsträgern ? Leitfähigkeit sinkt
2. Überschuss an negativen Ladungsträgern auf der p-Seite und an Löchern auf der n-Seite
? Ausbildung eines elektrischen Feldes
? Kraftwirkung auf die Ladungsträger die der Diffusion entgegenwirkt
? Ausbildung eines Gleichgewichtszustandes

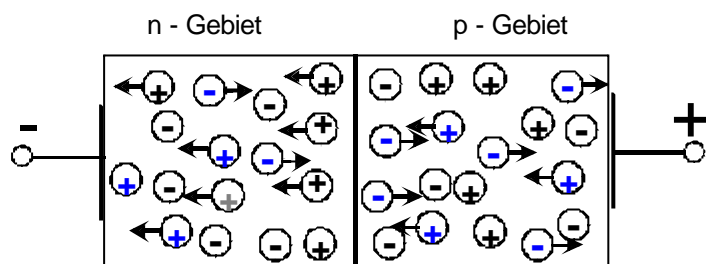
Anlegen einer äußeren Spannung an den p-n-Halbleiter

a) + an n-Gebiet und - an p-Gebiet



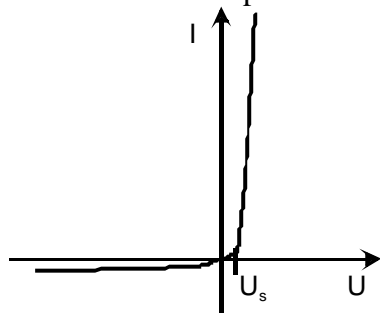
Negative Ladungsträger des n-Gebietes wandern zum Pluspol und positive Ladungsträger des p-Gebietes wandern zum Minuspol ? Halbleiter verarmt an freien Ladungsträgern ? Grenzschicht verbreitert sich ? Verringerung der Leitfähigkeit ? sperren

b) + an p-Gebiet und – an n-Gebiet



negative Ladungsträger werden durch die Kathode in das p-Gebiet „gedrückt“, während die Löcher durch die Anode in das n-Gebiet gedrückt werden
 ? Grenzschicht verschwindet
 ? Löcher und Elektronen rekombinieren
 ? Stromfluss
 ? Erhöhung der Leitfähigkeit
 Begriff: Rekombinationsstrom

Stationäre Kennlinie eines p-n-dotierten Halbleiters

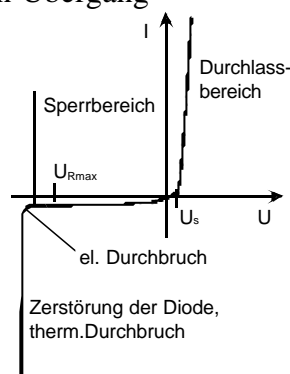
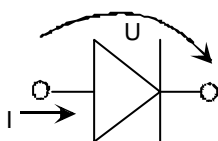


U_s -Schleusenspannung ? ist notwendig, um das elektrische Feld der Grenzschicht zu überwinden
 $U_s \approx 0,6 \dots 0,8 \text{ V}$

6.2. Halbleiterbauelemente

6.2.1 Dioden

Diode = p-n-Übergang



Auslegung der Diode nach

maximalem Durchlass-Strom I_{\max} und
 maximaler Sperrspannung $U_{R \max}$

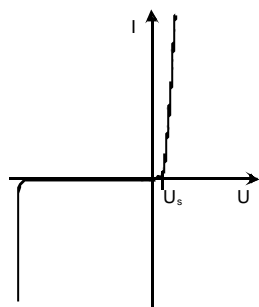
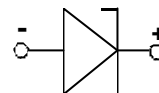
$I_{D \max} = \text{einige mA} \dots 1\,000 \text{ A (Leistungsdiode) und darüber}$

$U_{R \max} = \dots\dots\dots 1\,000 \text{ V und darüber}$

Einsatz : zur Gleichrichtung

Spezialdiode:

Zenerdiode (Z-Diode)



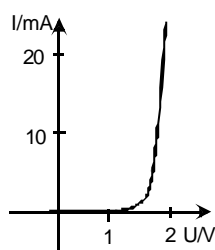
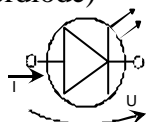
ZU – Zenerspannung

- Zenerdioden arbeiten in Sperrrichtung
- Zenerdurchbruch zerstört **nicht** die Diode!
- ? elektrischer Durchbruch (reversibel)

Verwendung: Spannungsstabilisierung

Ursachen: - Lawineneffekt (Avalanche-Effekt) ? durch starke Dotierung sehr dünne Grenzschicht ? schicht mit sehr hoher Feldstärke ? Ladungen werden sehr stark zurück gestoßen ? schlagen andere Ladungen heraus – Zenereffekt ?
 ca. $0,03 \text{ mm} \mid 2 \cdot 10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ hohe Feldstärke bewirkt Herauslösung von Ladung aus dem Kristallverband

Leuchtdiode (LED – light-emitting diode) (Lichtemitterdiode)



Leuchteffekt bei:

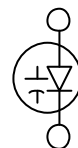
Flussströme. 2 ... 20 mA

Flussspannung: ca. 1,5 ... 3 V

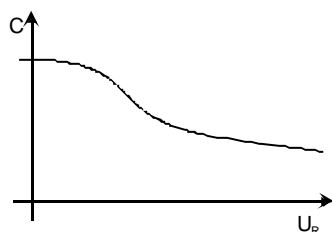
Aussendung von Lichtquanten bei Rekombination

Anwendung: Signalanzeige ? kein Verschleiß wie Glühlampe

Varaktordioden



Si-Dioden, die in Sperrrichtung betrieben werden, und deren Sperrschicht als Kondensator mit spannungsabhängiger Kapazität wirkt



U_R – Sperrspannung

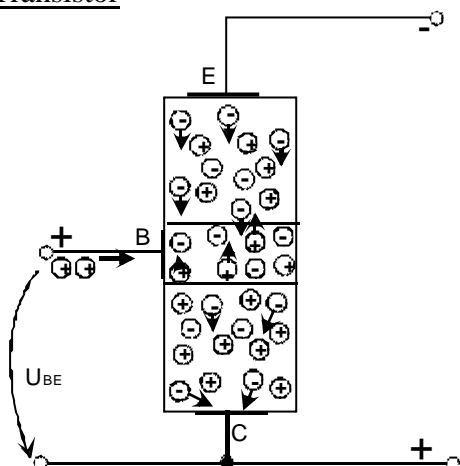
Anwendung: elektronische Abstimmung von Schwingkreisen

6.2.2 Bipolartransistoren

6.2.2.1 Aufbau und Wirkungsweise

Transistor = pnp oder npn-Anordnung

nnp-Transistor

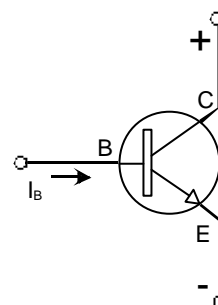
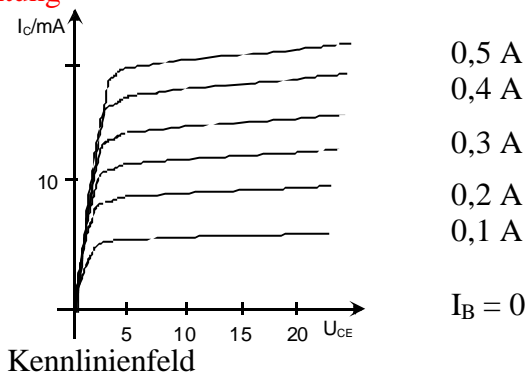


Begriff: Bipolartransistor

Emitter-Basis-Übergang ist in Durchlassrichtung gepolt. Je größer das Basispotential, umso mehr Elektronen gelangen vom Emitter in die Basiszone. Nur ein geringer Teil von ihnen [(1...5)%] - da die Basis nur schwach dotiert ist - fließt als Basisstrom I_B ab. Der größte Teil wird sofort vom Kollektor „abgesaugt“, d. h. es besteht ein funktionaler Zusammenhang zwischen dem Basispotential bzw. Basisstrom und dem Emitter-Kollektorstrom I_{CE} ?

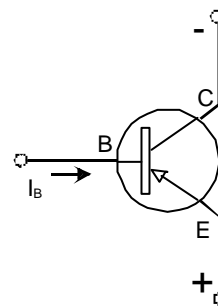
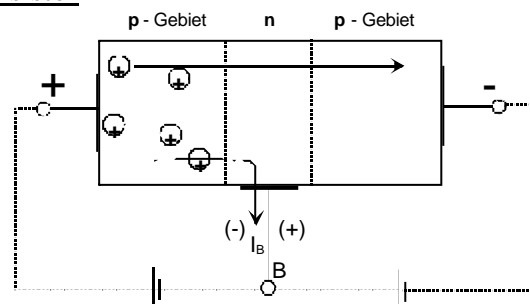
Verstärkerwirkung

Achtung

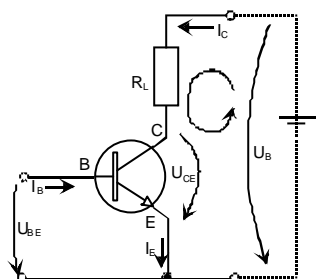


Schaltbild, npn-Transistor

pnp-Transistor



6.2.2.2 Kennlinienfeld der Emitterschaltung

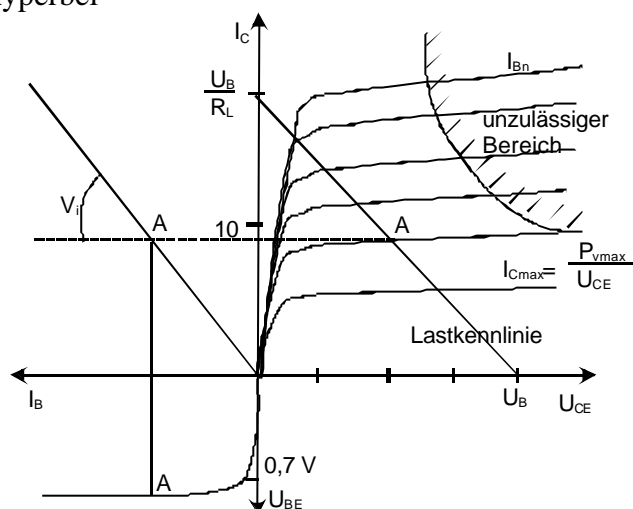
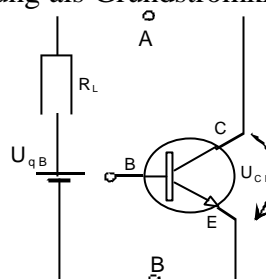


$$I_E = I_C + I_B$$

Stromverstärkung $V_i = \frac{I_C}{I_B} = 20 \dots 300$

Arbeitsgerade, Verlusthyperbel

Darstellung als Grundstromkreis



$$U_{CE} = U_B - I_C \cdot R_L$$

Lastkennlinie, Arbeitsgerade

Verlust im Transistor (Wärme)

$$P_V = U_{CE} \cdot I_C$$

$$P_{Vmax} = U_{CE} \cdot I_{Cmax}$$

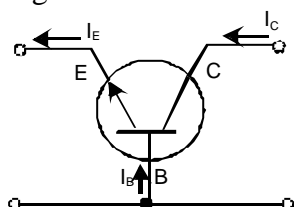
maximal zulässige Verlustleistung

$$I_{Cmax} = \frac{P_{Vmax}}{U_{CE}}$$

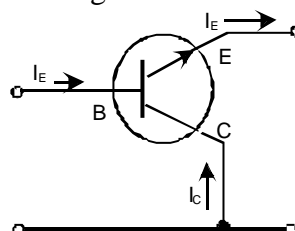
Verlusthyperbel

andere Grundschaltungen:

Basisschaltung



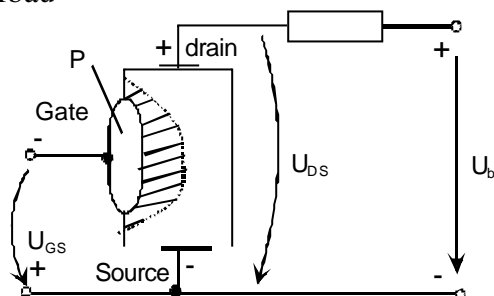
Kollektorschaltung



6.2.3 Unipolartransistoren

2.2.3.1 Sperrschichtfeldeffekttransistor

Aufbau



Begriff: Unipolartransistor

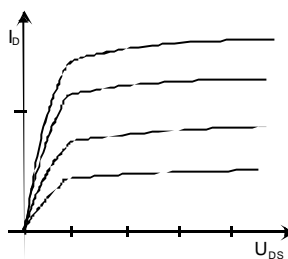
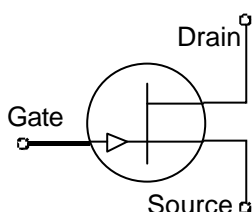
Gate und Kanal sind in Sperrichtung gepolt ? Verarmung des umgebenden Gebietes an freien Ladungsträgern

Wirkungsweise:

Laststrom fließt durch gleichartig dotierten Halbleiter ? Kanal. Querschnitt des Kanals wird durch das andersartig dotierte „Gate“ beeinflusst ? steuerbar durch U_G .

Vorteil der Feldtransistoren:

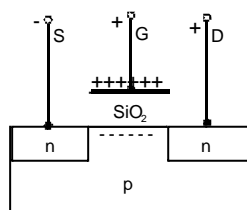
Eingangswiderstand ist sehr hochohmig ? Gatestrom ist verschwindend gering



$U_{GS} = 0$

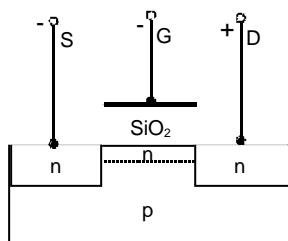
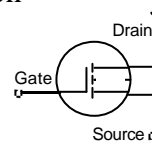
? U_{GS}

6.2.3.2 MOSFET (Metal-Oxid-Semiconductor - *field effect* - Feldeffekt-transistor)



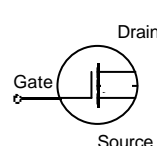
Anreicherungstyp
(Enhancementstyp)
[in`ha : nsmant]

- positive Gatespannung beeinflusst negative Ladung an Halbleiteroberfläche
- Ausbildung eines n-leitenden Kanals zwischen Source und Drain
- Querschnitt des n-leitenden Kanals kann über G variiert werden



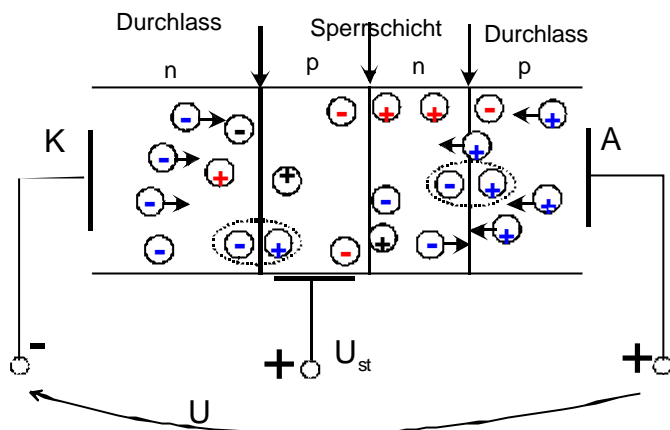
Verarmungstyp
(Depletionstyp)
[di`pli : ∫ n]

- negative Gatespannung baut den leitenden n-Kanal ab ? p-Gebiet wird die beeinflussten positiven Ladungen vergrößert ? Einschnürung des Kanals ? Verringerung der Leitfähigkeit



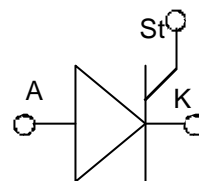
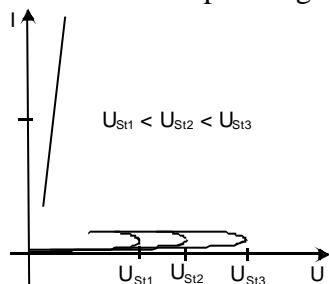
6.2.4. Thyristoren

Thyristor = npnp- oder pnnp-Anordnung



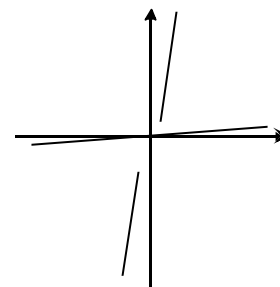
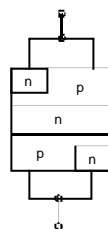
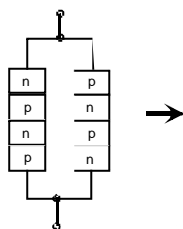
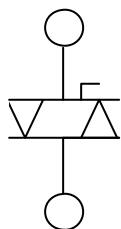
- Übergang 1 – 2 in Durchlassrichtung für Elektronen der Kathode
- Übergang 4 – 3 in Durchlassrichtung für Löcher der Anode
- Übergang 2 – 3 für beide Ladungsträger gesperrt
- Schicht 2 und 3 ist hier schwach dotiert ?
Durchbruch bei bestimmter Spannung an der Trennfläche
? Thyristor wird leitend
? Zündung

- Höhe der Durchbruchspannung kann durch U_{st} beeinflusst werden
- Verschwindet die Steuerspannung des gezündeten Thyristors, bleibt er so lange leitend, bis sich die Anoden-Kathoden-Spannung umkehrt

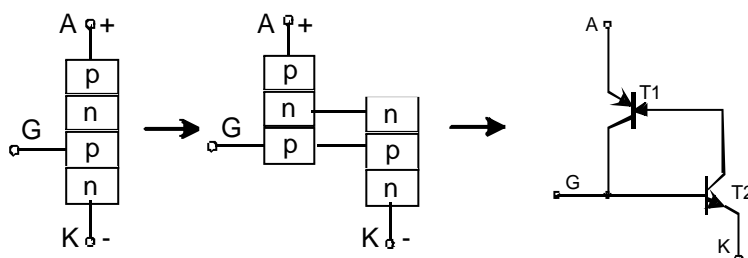


Anwendung: Leistungsschalter; gesteuerte Gleichrichter

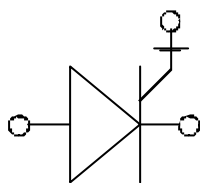
Triac (Symistor) : bidirektionaler Thyristor



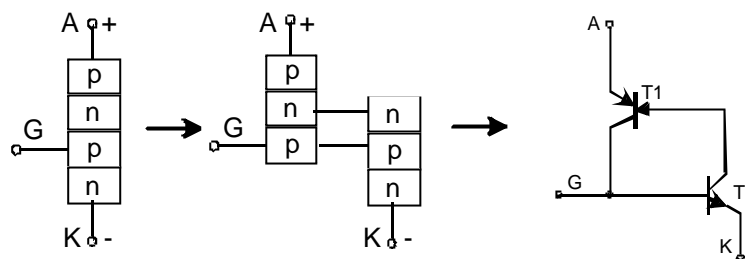
Darstellung der Wirkungsweise an Hand des Ersatzschaltbildes zweier Komplementärtransistoren (pnp- und npn – Transistor)



6.2.5 GTO (Gate turn off)



GTO hat prinzipiell den gleichen Aufbau wie ein normaler Thyristor



Darstellung des GTO als Anordnung zweier Komplementärtransistoren (pnp- und npn-Transistor)

Abschalten möglich durch negativen Steuerimpuls **aber** abschaltbarer Strom wäre bei normalen Thyristoren sehr gering. Erhöhung des abschaltbaren Stromes durch

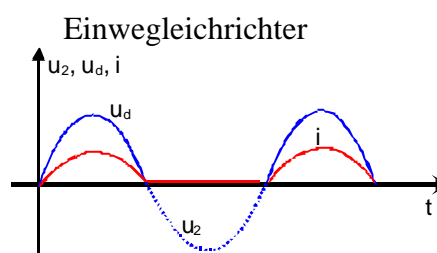
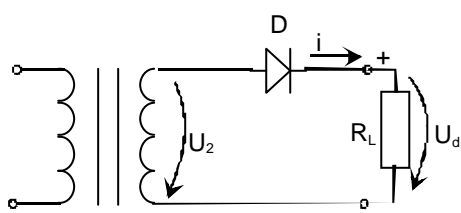
- Verzahnung von Gate und Kathode, um Absaugeffekt zu vergrößern
- Verringerung der Stromverstärkung von T1 durch entsprechende Dotierung

Probleme: hohe Steuerleistung notwendig ? kurzzeitige Löschimpulse von (20 ...30)% des auszuschaltenden Stromes

6.3. Schaltungen mit elektronischen Bauelementen

6.3.1 Ungesteuerte Gleichrichter

6.3.1.1 Ein-Pulsleichrichter



arithmetischer Mittelwert der Gleichspannung U_d

$$U_d = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \sqrt{2} U_2 \sin \omega t \cdot dt = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot U_2 = 0,45 U_2$$

U_2 = Effektivwert der Trafosekundärspannung

Definition:

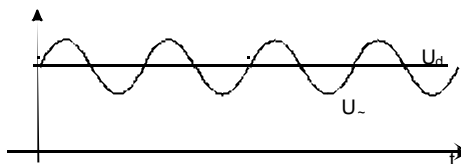
$$\text{Formfaktor: } k_f = \frac{U}{U_d}$$

U – Effektivwert der Gleichspannung

U_d – arithmetischer Mittelwert der Gleichspannung

Welligkeit: $W = \frac{U_{\sim}}{U_d}$ U_{\sim} - Effektivwert der überlagerten Wechselspannung

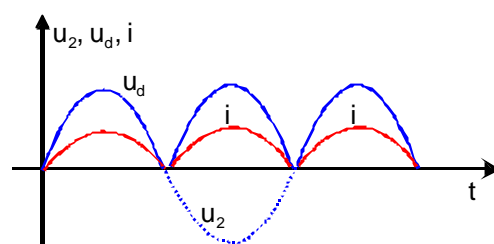
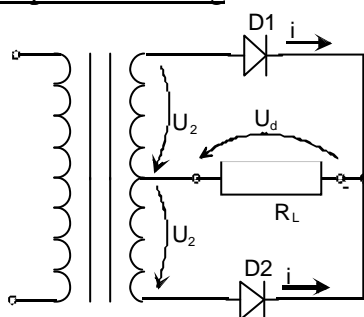
$$W = \sqrt{k_f^2 - 1}$$



für die Einpulschaltung: $k_f = 1,57$
 $W = 1,21$

6.3.1.2 Zweipulsgleichrichter

a) Mittelpunktschaltung



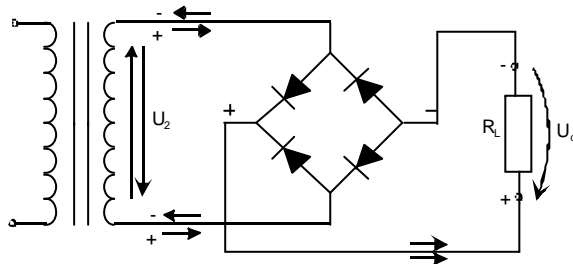
Einweggleichrichter $U_d = 0,9 U_2$
 $k_f = 1,11$

? doppelt so groß wie bei der Einpulschaltung

Vorteil: - geringere Welligkeit als die Einpulschaltung, $W = 0,48$
 - 2 Dioden

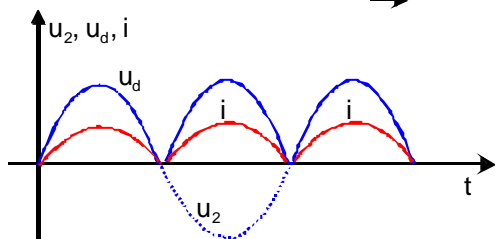
Nachteil: - Trafo muss zwei Wicklungen haben, die nur die Hälfte der Gesamtspannung abgeben

b) Brückenschaltung (Graetzbrücke)



Wechselstrombrücke

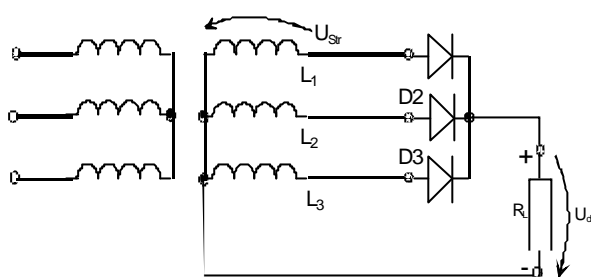
B2
 andere Darstellung wählen!



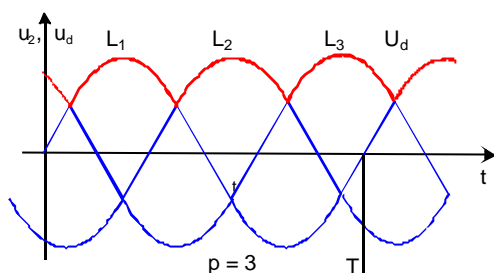
$U_d = 0,9 U_2$
 $k_f = 1,11$
 $W = 0,48$

Vorteil: - Schaltung nutzt die gesamte Trafoausgangsspannung
 Nachteil: - 4 Dioden

6.3.1.3 Dreipulsgleichrichter



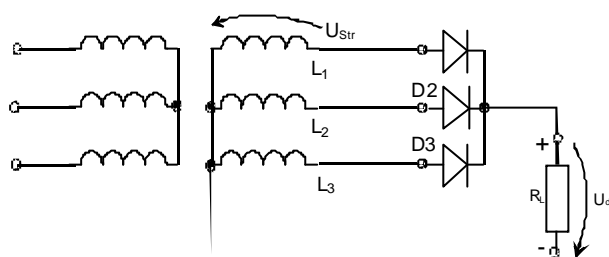
Drehstromeinweggleichrichter



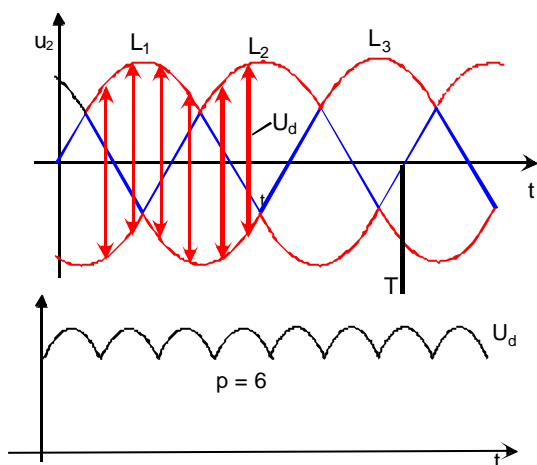
$$U_d = 1,16 U_{Str.}$$

$$W = 0,183$$

6.3.1.4 Sechspulsleichrichter



B6
Drehstrombrückenschaltung

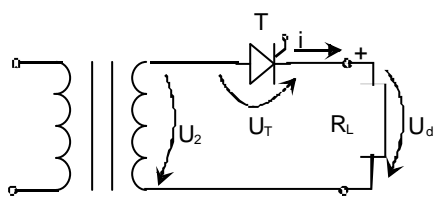


$$U_d = 2,34 U_{Str.}$$

$$W = 0,042$$

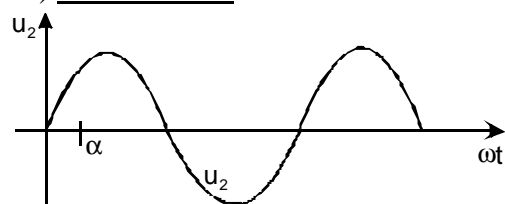
6.3.2. Gesteuerte Gleichrichter

6.3.2.1 Gesteuerte Einpulsleichrichter



Begriffe: - Steuerwinkel α

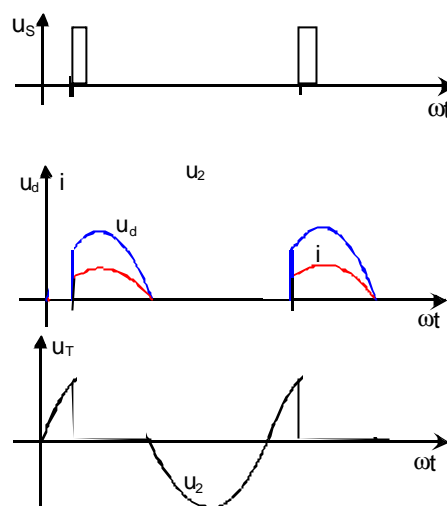
a) ohmsche Last



- Selbstlöschung
netzgeführt, netzgelöscht
- Phasenanschnittsteuerung
- Stromflussdauer

$$U_d = f(\mathbf{a}) = U_{da}$$

$$U_{da} = \frac{1}{2p} \int_a^p U_d d(\omega t)$$



$$U_{da} = U_{dO} \frac{1}{2} (1 + \cos \mathbf{a})$$

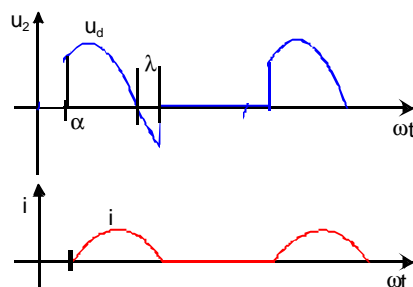
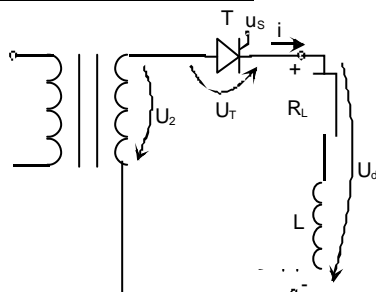
U_{dO} – Spannungsmittelwert bei $\mathbf{a} = 0$

$$U_{dO} = \frac{1}{2p} \int_0^p U_d \cdot d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}}{p} \cdot U_2 = 0,45 U_2$$

c ?

$U_{dO} = 0,45 U_2$? ungesteuerte Einpulsbrücke

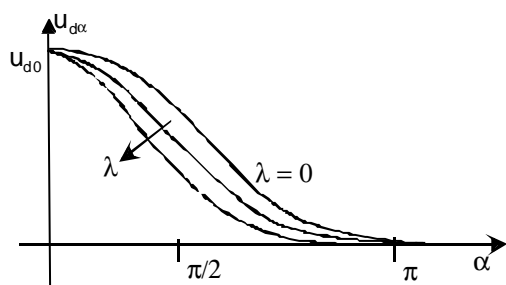
b) ohmsch-induktive Last



- Stromflusswinkel \mathbf{I}

- Energie der Induktivität $W = \frac{L}{2} i^2$

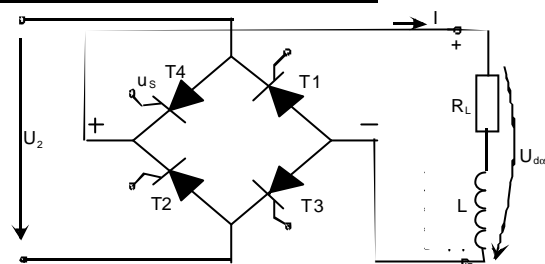
$$U_d = \frac{U_{dO}}{2} (\cos \mathbf{I} + \cos \mathbf{a})$$



$\lambda = 0$ (ohmsche Last)

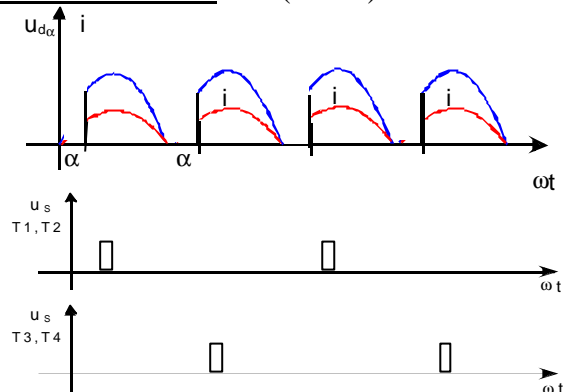
6.3.2.2 Gesteuerter Zweipulsgleichrichter (Brückenschaltung)

a) Vollgesteuerte Zweipulsbrücke



andere Darstellung wählen!

1. rein ohmsche Last ($L = 0$)

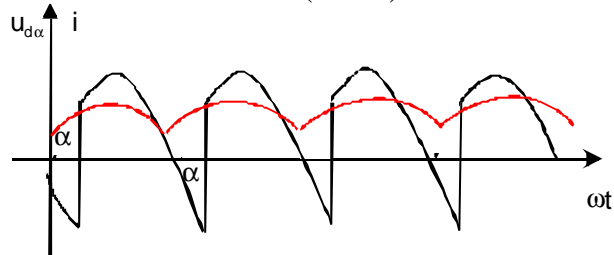


$$U_{da} = \frac{U_{dO}}{2} (1 + \cos a)$$

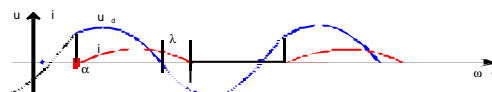
$$U_{dO} = 0,9 U_2$$

$$C = 0,9$$

2. ohmsche induktive Last ($L \neq 0$)



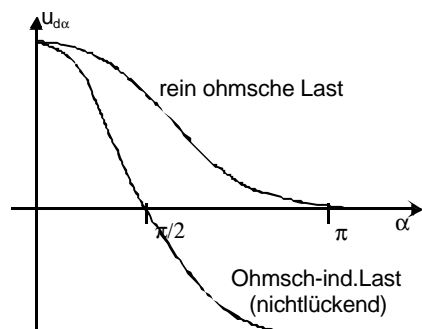
Begriffe: - nichtlückender Strom $\lambda = a$
- lückender Strom $\lambda < a$



$$U_{da} = U_{dO} \cdot \cos a$$

nicht lückender Strom $U_{dO} = 0,9 U_2$

?



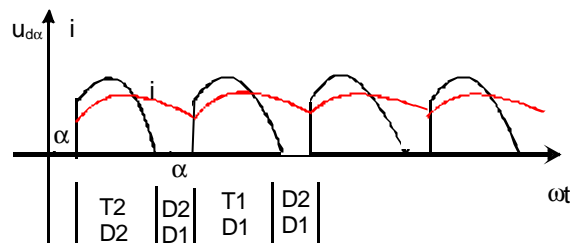
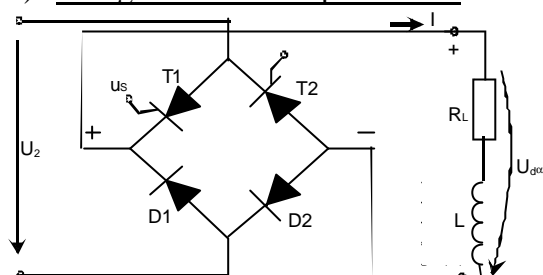
$$\text{rein ohmsche Last, } U_{da} = \frac{U_{dO}}{2} (1 + \cos a)$$

$$U_{da} = U_{dO} \cos a$$

- Spannung kann negativ werden ? $a > \frac{\pi}{2}$? Wechselrichterbetrieb

- im Wechselrichterbetrieb: $U_{da} < 0$, $I_d > 0$
 $P_{\text{last.}} = U_{da} I_d < 0$? Energieerzeugung
d. h. Wechselrichterbetrieb ist nur möglich, wenn von der Last Energie in das Netz geliefert wird ? setzt das Vorhandensein von Energiespeichern oder Energieerzeugern (Generator) voraus
- Vollgesteuerte Wechselstrombrücke kann positive und negative Ausgangsspannungen liefern, lässt aber nur positive Ströme zu!

b) Halbgesteuerte Zweipulsbrücke

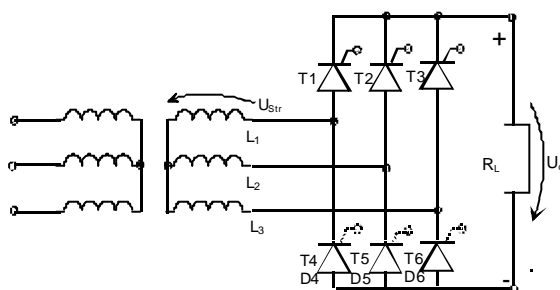


- Freilaufzweig D1, D2
- Steuergesetz ist unabhängig von der Last
- Spannung kann nicht negativ werden
? kein Wechselrichterbetrieb

$$U_{da} = \frac{1}{2} U_{dO} (1 + \cos \alpha)$$

$$U_{dO} = 0,9 U_2$$

6.3.2.3 Gesteuerte Sechspulsbrücke



Thyristoren: voll gesteuert
Dioden : halbgesteuert

Steuergesetze:
vollgesteuert
(ind. Last)
halbgesteuert
(beliebige Last)

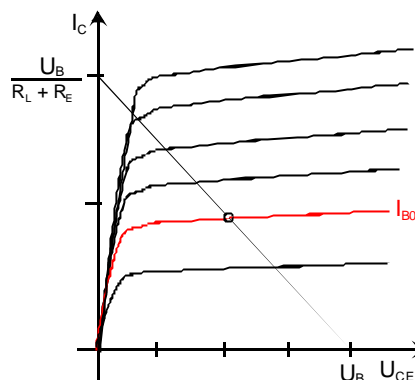
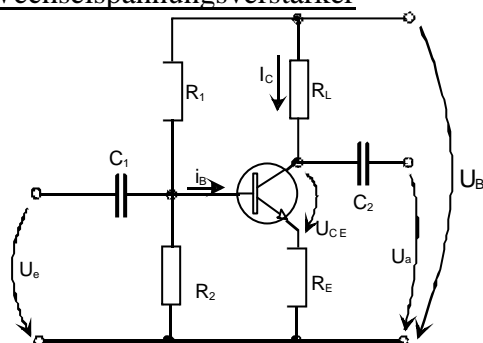
$$U_{da} = U_{dO} \cos \alpha$$

$$U_{da} = \frac{1}{2} U_{dO} (1 + \cos \alpha)$$

$$U_{dO} = 2,34 U_{str.}$$

6.3.4 Transistorverstärker

a) Wechselspannungsverstärker



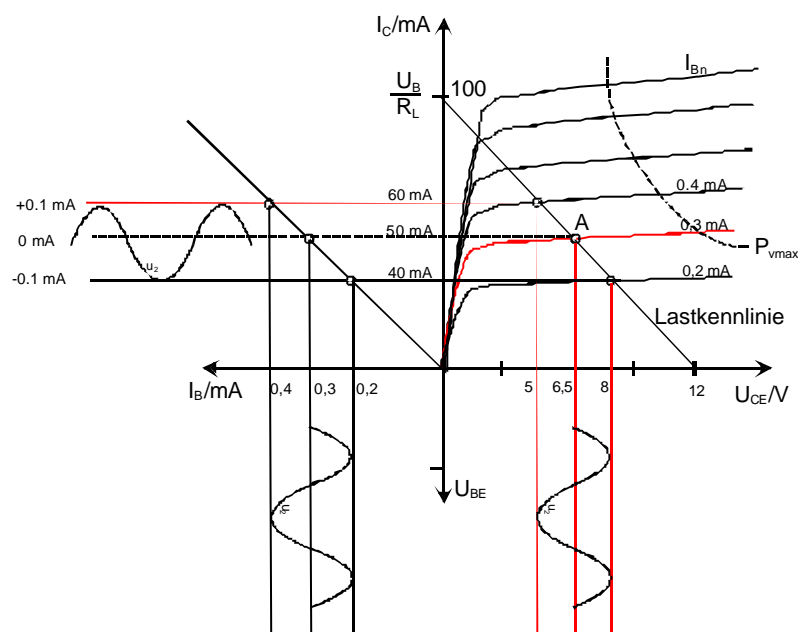
1. $U_e = 0$? $I_B = f(R_1, R_2)$? Festlegung des Arbeitspunktes
? rote Kennlinie

2. Arbeitsgerade

$$U_b = I_C \cdot R_L + U_{CE} = I_E \cdot R_E \quad , \quad I_E \approx I_C$$

$$U_b = I_C \cdot (R_L + R_E) + U_{CE}$$

3. Sinusförmige Eingangsgröße (Basisstrom)



$$i_B = \hat{I}_B \sin \omega t$$

$$\hat{I}_B = 0,1 \text{ mA}$$

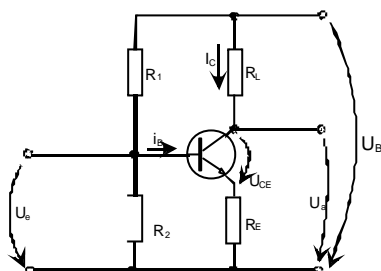
Stabilisierung des Arbeitspunktes

1. Spannungsteiler $R_1 - R_2$ hält AP bei Temperaturschwankungen stabil.
2. R_E kompensiert Temperaturabhängigkeit des Kollektorstromes ? Stromgegenkopplung

Rolle der Kapazitäten: Trennung der Gleichspannungsversorgung vom Wechselspannungsein- und -ausgang.

Begriff: Kaskadenschaltung

b) Gleichspannungsverstärker



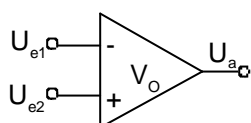
analoger Aufbau wie Wechselspannungsverstärker, **aber** keine Kapazitäten

Nachteil: Änderungen des Arbeitspunktes übertragen sich ? Nullpunktdrift

c) Operationsverstärker

OP sind integrierte Gleichspannungsverstärker mit sehr hoher Verstärkung ($V \rightarrow \infty$)

Begriff: Integration, Schaltkreis A109

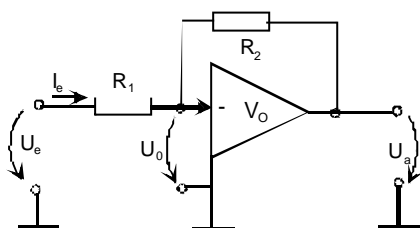


1 nichtinvertierender Eingang

2 invertierender Eingang

$$U_a = -V_0 U_{e1}$$

Variation des notwendigen Verstärkungsfaktors durch äußere Beschaltung



$$I_0 = I_1 + I_2$$

Annahme: $V_0 \rightarrow \infty$

U_a endlich

dann $U_0 \rightarrow 0$ fiktive Masse

$I_0 \rightarrow 0$

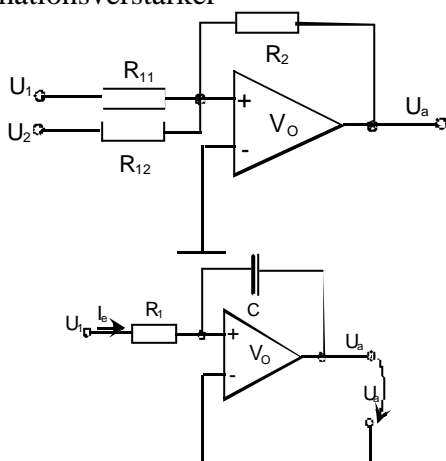
$$I_1 = -I_2$$

$$\frac{U_e}{R_1} = -\frac{U_a}{R_2} \quad ?$$

$$V = \frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Anwendung als Integrierer

Summationsverstärker



$$U_a = U_1 \frac{R_2}{R_{11}} + U_2 \frac{R_2}{R_{12}}$$

$$R_{11} = R_{12} = R_1$$

$$U_a = \frac{R_2}{R_1} (U_1 + U_2)$$

$$I_1 = -I_2$$

$$\frac{U_e}{R_1} = -C \cdot \frac{d \cdot U_a}{dt}$$

$$U_a = -1 \frac{1}{C \cdot R_1} \int U_e dt$$

Verwendung in der Rechentechnik als

Summationsverstärker

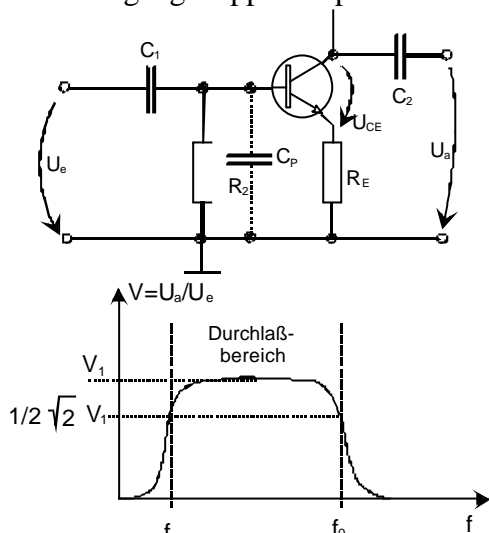
Integrierer

Differenzierer

Verwendung in der Automatisierungstechnik als Regler

d) Dynamisches Verhalten von Wechselspannungsverstärkern

Ein- und Ausgangskoppelvierpol



C_p – parasitäres C des Transistors

Niederfrequenz U_e :

C_1 stellt nach $X_C = -\frac{1}{\omega C_1}$ hohen Widerstand

dar ? i_B fällt ? U_a fällt

Hochfrequente U_e :

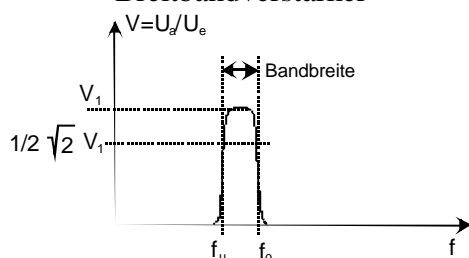
C_p stellt Kurzschluss dar

? i_O fällt ? U_a fällt

f_U – untere Grenzfrequenz

f_0 – obere Grenzfrequenz

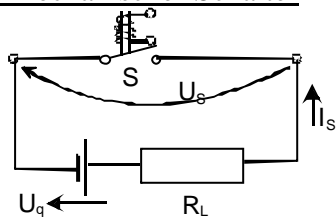
Breitbandverstärker



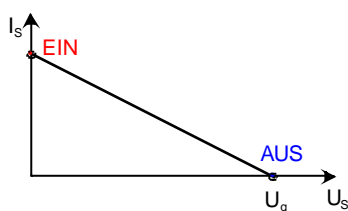
Selektiv- oder Resonanzverstärker

6.3.5 Transistorschalter

a) mechanischer Schalter



Nur zwei Zustände möglich:



Akt. Zweipol

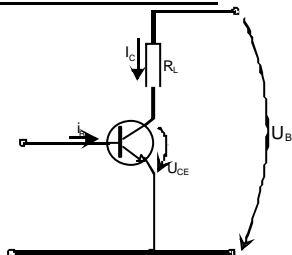
?

$$U_S = U_q - I_S \cdot R_L$$

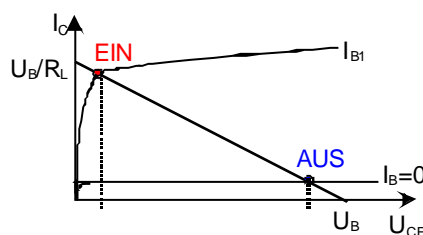
Aus: $U_S = U_q$, $I_S = 0$

Ein: $U_S = 0$, $I_S = U_q / R_L$

b) Transistorschalter



kein idealer Schalter, da Achsen nicht erreicht werden



Restspannung

? TTL – Pegel

bei $U_B = 5 \text{ V}$

aus: (2,4 ... 5) V

ein: (0 ... 0,4) V

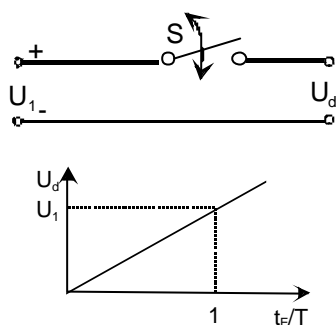
c) Gegenüberstellung

Relais, mechanische Schalter	Transistorschalter
Schaltverhältnis: $\frac{R_{AUS}}{R_{EIN}} \approx 10^{16}$	10^8
Schaltzeit: 1 ... 100 ms	... 10^{-9} s
(Kosten) niedrig	relativ hoch

nicht bringen!

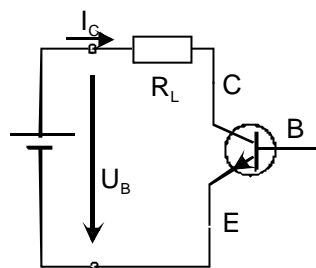
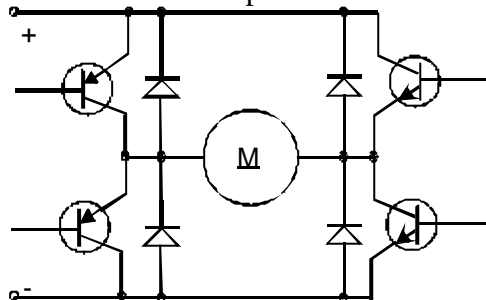
c) Pulssteller

- Wirkprinzip



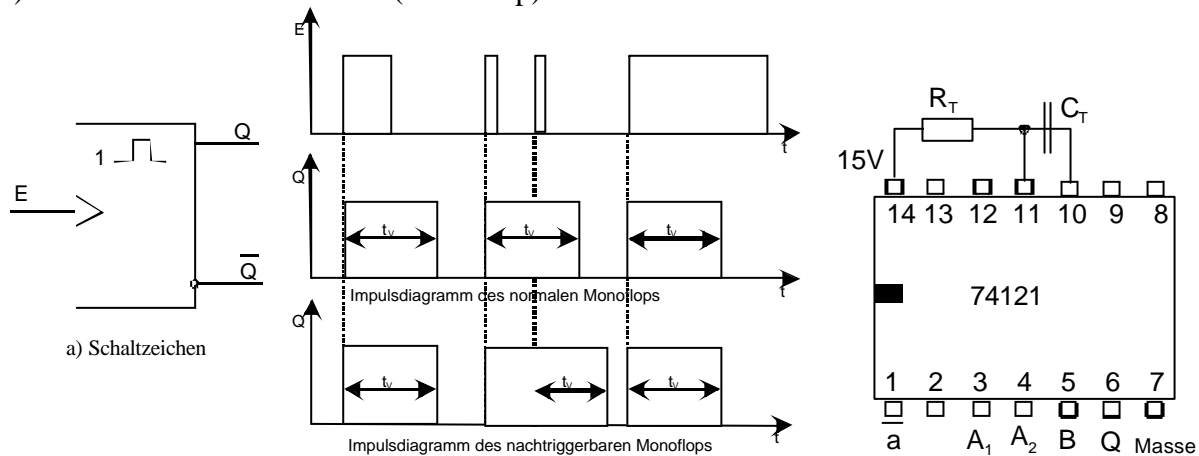
$$U_d = \frac{1}{T} \int_0^{t_E} U_1 \cdot dt = \frac{t_E}{T} \cdot U_1$$

Hinweis auf Transistorpulssteller

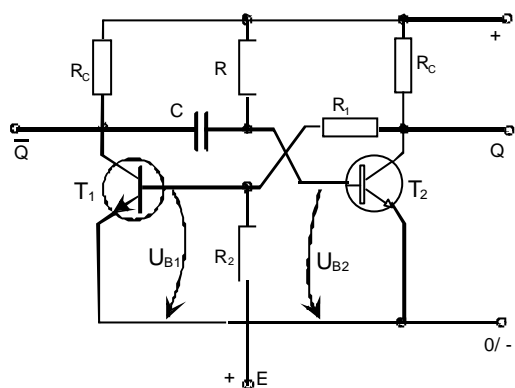


6.3.6 Kippschaltungen

a) Monostabiler Multivibrator (Monoflop)



TTL-Monoflop 74121

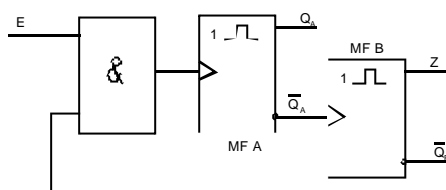


Verwendung: Impulsformer

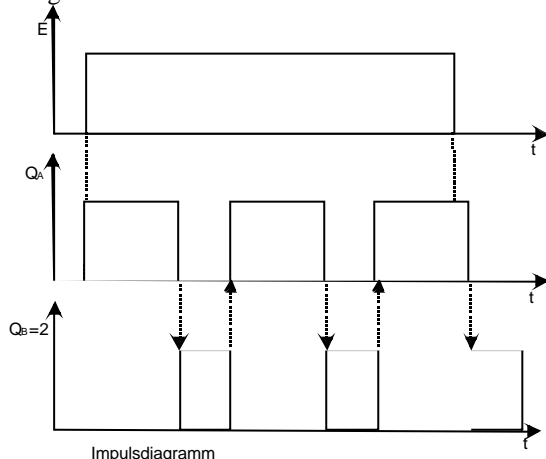
Funktionsweise

1. C habe keine Ladung ? U_{B2} pos. ? T2 leitend ? $Q = 0$
 U_{B1} neg. ? T1 nichtleitend ? $\bar{Q} = +U_b$
2. Impuls auf E ? U_{B1} pos ? T1 leitend ?
 $\bar{Q} = 0$
 U_{B2} neg. ? T2 nichtleitend ? $Q = +U_b$
3. C lädt sich über R und R_C ? U_{B2} wird wieder positiv ? zurückschalten auf Zustand 1

b) Astabiler Multivibrator

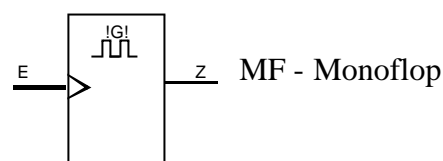


a) Schaltung



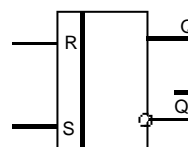
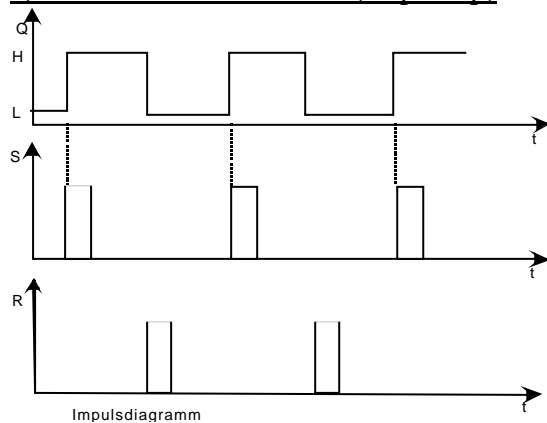
c) Impulsdiagramm

Verwendung: Rechteckgenerator



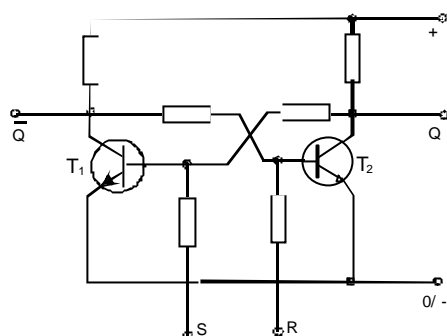
b) Schaltzeichen

c) Bistabiler Multivibrator (Flip-Flop)



S – Setzen, $Q = 1$
 R – Rücksetzen, $Q = 0$

Anwendung:
Frequenzteiler
Speicher für 1 Bit

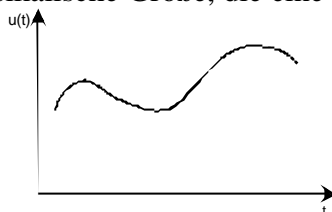


6.4. Grundzüge der elektronischen Digitaltechnik

6.4.1. Analoge und digitale Signale

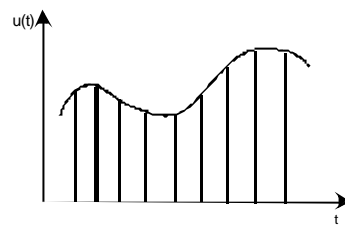
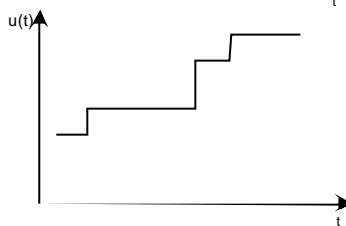
Signal: Zeitlich veränderliche physikalische Größe, die eine Information erhält.

analoges Signal:
stetige Funktion

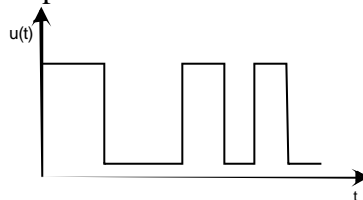


diskretes Signal:

nur bestimmte Werte möglich,
bzw. nur zu bestimmten Zeit-
punkten stehen Werte zur Ver-
fügung



amplitudendiskret



zeitdiskret; Abtastfunktion

Interpretation z. B. als Dualzahl

| 0 | | ≙ 11

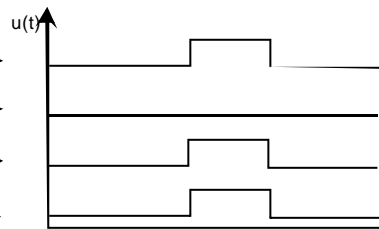
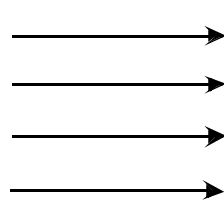
binäres Signal:

nur zwei Zustände möglich
pos. Logik ein – 1 – high
aus – 0 – low

neg. Logik ein – 0 – high
aus – 1 – low

paralleles
digitales
Signal

1
0
1
1



Leitung 1 . 4 Leitungen

2

3 . kurze Übertragungszeit

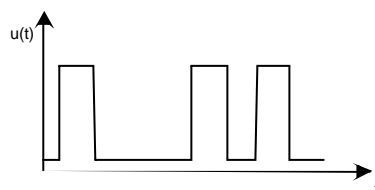
4

. Bit-Parallelübertragung

serielles
digitales
Signal

gemeinsame Leitung

_____?



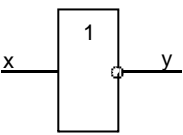
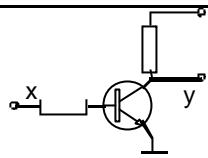
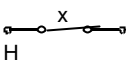
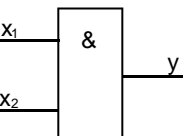
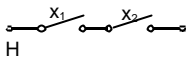
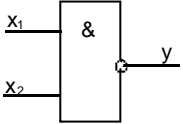
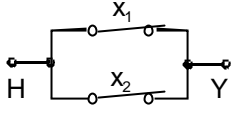
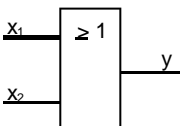
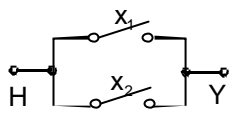
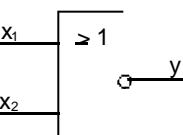
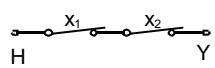
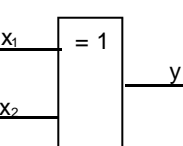
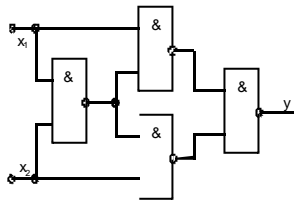
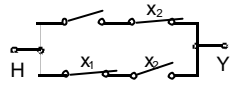
. 1 Leitung

. Lange Übertragungszeit

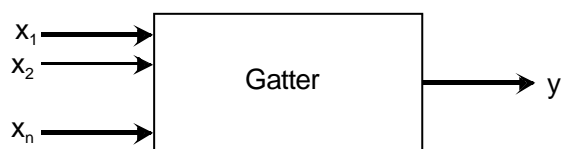
. Bit-serielle Übertragung

6.4.2 Logische Verknüpfungen und ihre Realisierung

Grundgatter (sh. Folie)

Funktion	Wahrheitstabelle	Gleichung	Logiksymbol	Realisierungsbeispiel	
				kontaktlos	mit Kontakten
Negation	$\begin{array}{cc} x & y \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}$	$y = \bar{x}$			
UND Konjunktion	$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & y \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$	$y = x_1 \cdot x_2$ oder $y = x_1 \wedge x_2$			
NAND	$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & y \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$	$y = \overline{x_1 \cdot x_2}$ $= \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$			
ODER Disjunktion	$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & y \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$	$y = x_1 \vee x_2$ $y = x_1 + x_2$			
NOR	$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & y \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$	$y = \overline{x_1 \vee x_2}$ $= \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$			
Antivalenz Exklusiv-ODER EXOR	$\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & y \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$	$y = x_1 \cdot \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2$ $y = x_1 \neq x_2$			

Binäre Signale lassen sich durch logische Funktionen miteinander verknüpfen

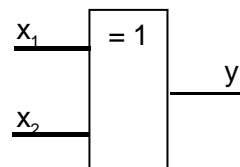


x_i – Eingangssignale
 y – Ausgangssignal

Gatter: Schaltung, die logische Verknüpfung realisiert

Antivalenz = Exklusiv – ODER

$$y = x_1 \neq x_2$$



Ausgang ist high, wenn alle Eingänge verschieden sind

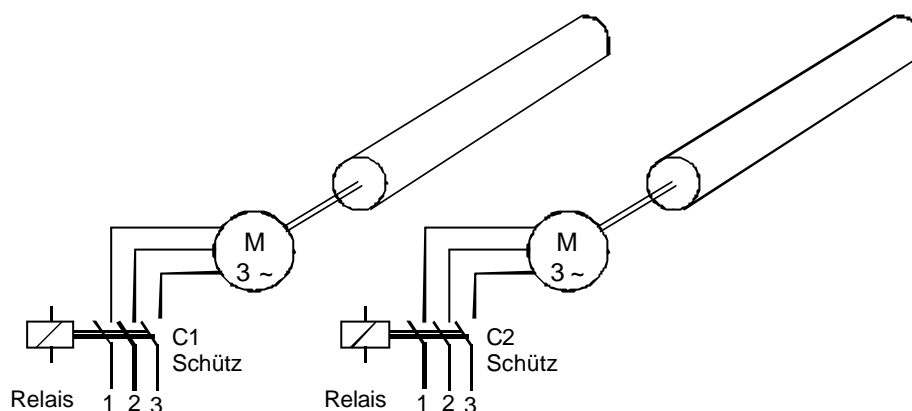
x_1	x_2	y
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$$y = x_1 \cdot \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2$$

Rechnen mit logischen Größen = Schaltalgebra = Boolesches Algebra

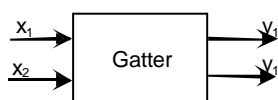
Aufstellung der logischen Funktion über die Schalttable

Beispiel: Einschaltverriegelung zweier Transportbänder



- Maschine 2 kann immer arbeiten
- Maschine 1 darf nur eingeschaltet werden, wenn Maschine 2 läuft

Zuordnung:



x_1 Zustand, bzw. Schaltsignal der Maschine 1
 x_2 Zustand, bzw. Schaltsignal der Maschine 2
 y_1 Freigabesignal der Maschine 1
 y_2 Freigabesignal der Maschine 2

x_1	x_2	y_1	y_2
1	0	0	0
1	1	1	1
0	0	0	0
0	1	0	1

Zeilen mit Ausgang high werden als algebraische Funktion geschrieben, d. h.

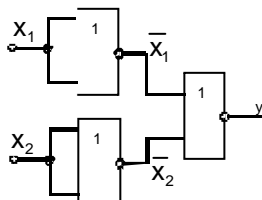
$$y_1 = x_1 \cdot x_2$$

$$y_2 = x_1 \cdot x_2 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 = x_2 (x_1 \vee \bar{x}_1) = x_2$$

$$y = x_1 \cdot x_2$$

$$\bar{y} = \overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$$

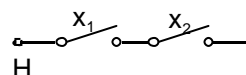
$$y = \overline{\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2}$$

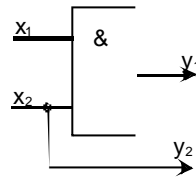


$$\overline{\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2} = y$$

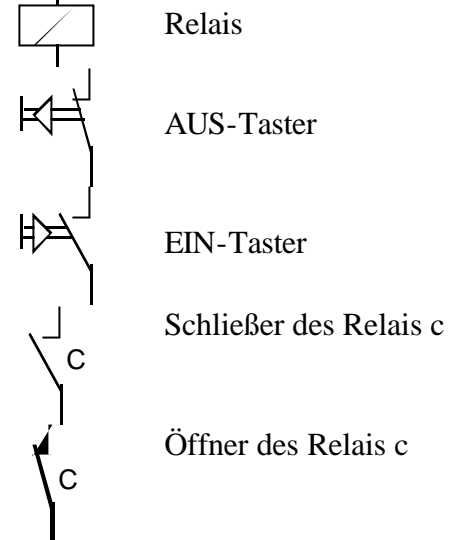
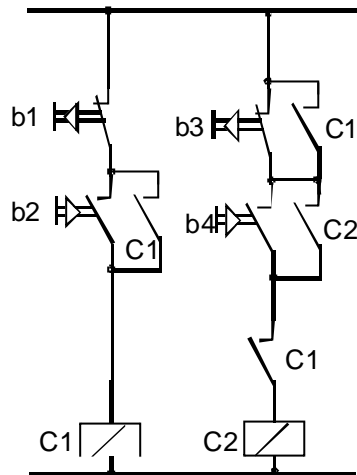
ODER – Funktion kann mathematisch als Strichoperation (+ und -) behandelt werden.

$$y_1 = x_1 \cdot x_2$$





Realisierung der Verriegelung über kontaktbehaftete Steuerung (Relais)



Begriff: Ablaufsteuerung, Folgesteuerung

Jede logische Verknüpfung kann aus

- nur NAND – Gliedern
 - nur NOR – Gliedern
- oder
- UND, ODER und NOT – Gliedern aufgebaut sein

Beispiel: Realisierung der UND – Verknüpfung durch NOR – Glieder

Regel: $y = \overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$

x_1	x_2	y	x_1	x_2	y
1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1

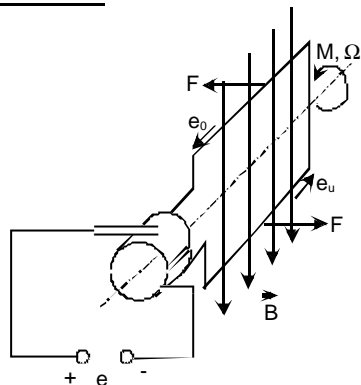
7. Elektrische Maschinen

7.1. Gleichstrommaschine

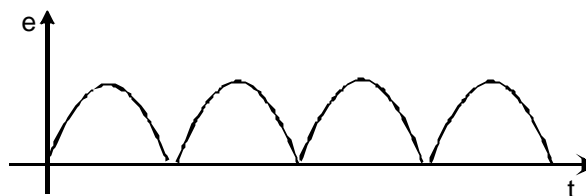
7.1.1 Aufbau, Wirkungsweise, Maschinengleichungen

a) Wirkungsweise

Leiterschleife:



(Folie)



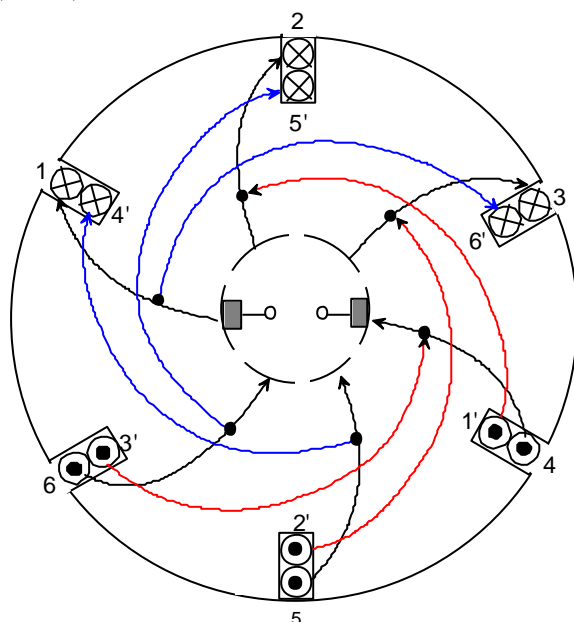
Generatorprinzip $e = B l v$
Motorprinzip $F = B I l$

Begriffe: mechanischer Gleichrichter, Kommutator

aber: induzierte Spannung **einer** Leiterschleife sehr gering und das auf **eine** Leiterschleife wirkende Drehmoment ist sehr klein

deshalb: Reihen- oder/und Parallelschaltung einer Vielzahl von Leiterschleifen
 ? Gleichstromwicklung

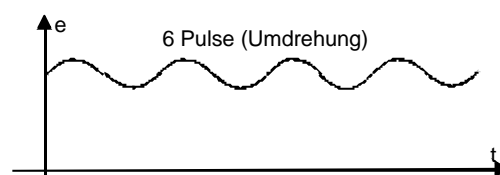
(Folie)



Beispiel: sechspulsiger Anker

Reihenschaltung: 1 – 2 – 3 u. 4 – 5 – 6

Parallelschaltung: (1 – 2 – 3) | (4 – 5 – 6)



e_n - induzierte Spannung
der ?-ten Wicklung

$$e = \sum_{n=1}^n e_n$$

n - Anzahl der in Reihe
geschalteten Wick-
lungen

b) Maschinengleichungen

$$e_n = 2 \cdot B \cdot l \cdot v_n \quad ? \quad E_n \sim \Phi \cdot \Omega \quad ? \quad \text{Mittelwert von } e_n$$

gilt auch für die Gesamtspannung $E \sim \Phi \cdot \Omega$

bzw. als Gleichung

$$E = c \cdot \Phi \cdot \Omega$$

1. Maschinengleichung der GS-Maschinen

c – Maschinenkonstante, $c = f$ (geometrische Abmessungen, Anzahl der Wicklungen und deren Anordnung)

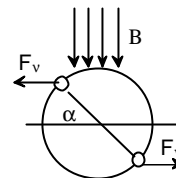
elektrodynamisches Kraftgesetz

$$F_n = B \cdot I_n \cdot l \rightarrow m_n = 2B \cdot I \cdot l \cdot r \cdot \sin a$$

r – Radius der Leiterschleife

a –

$$m = \sum_{n=1} m_n$$



$$Mn \sim \Phi \cdot I_n$$

Mittelwert von m_n

Gesamtmoment

$$M \sim \Phi \cdot I$$

bzw.

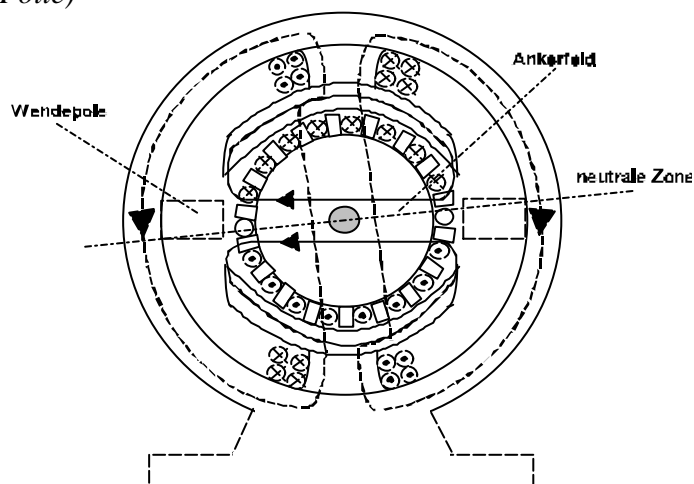
$$M = c \cdot \Phi \cdot I$$

2. Maschinengleichung der GS-Maschine

Hinweis: Maschinenkonstante c ist in beiden Maschinengleichungen gleich!

c) Aufbau

(Folie)



Begriffe:

Ständer,

Anker, Läufer

Erregung, Feld, Pole

Gehäuse,

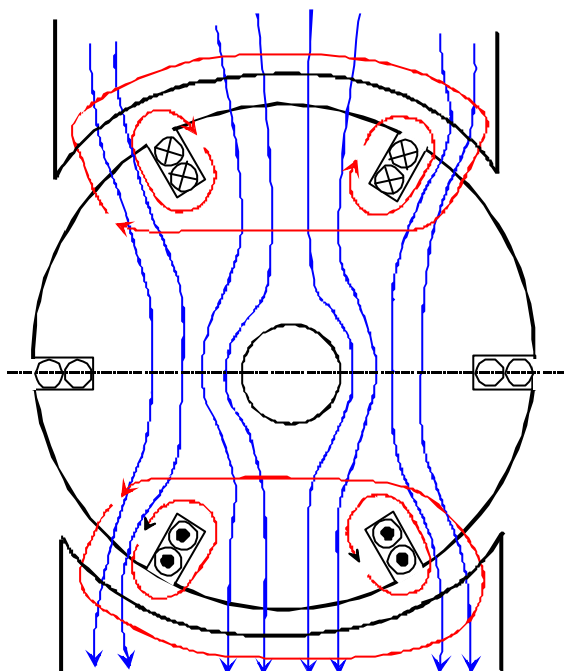
Kommutator, Kollektor

Bürsten

Luftspalt

7.1.2. Ankerrückwirkung, Stromwendung

(Folie)



- **Erregerfeld**

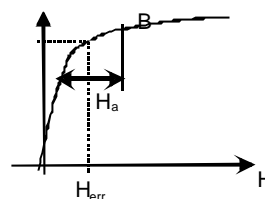
- **Ankerfeld**

Begriff: neutrale Zone

- Ankerfeld bewirkt gleichzeitig Schwächung und Verstärkung des resultierenden Flusses

- **aber:** Verstärkung ist nur unwesentlich ? Sättigung ? Magnetisierungskennlinie, während Schwächung voll wirksam wird

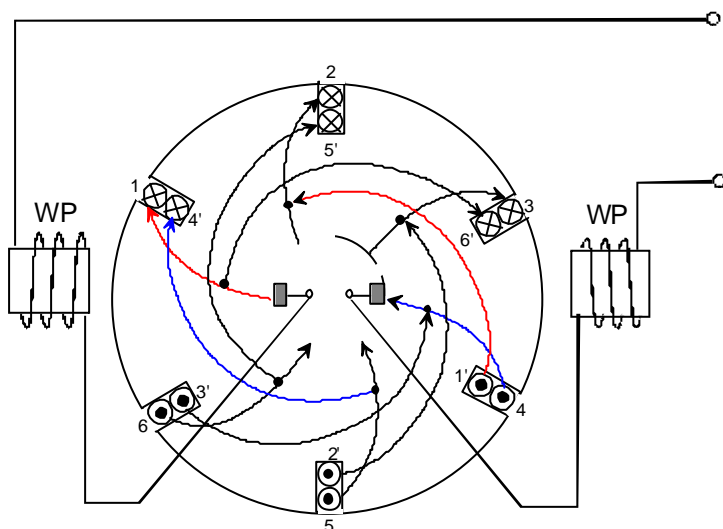
Resultat: Resultierendes Feld wird auf Grund der ARW geschwächt



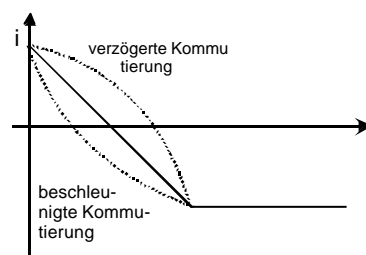
- Hinweis: Kompensationswirkung
- Hinweis: neutrale Zone ist nicht mehr feldfrei ? Verdrehung

b) Stromwendung

? *commutare* - verändern

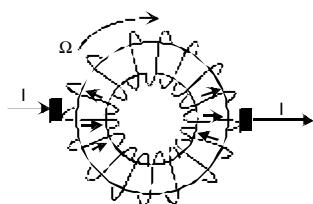


Bei der Kommutierung muss sich in einer Wicklung der Strom umkehren
? sh. Folie sechspulsiger Anker



Prinzip der Stromwendung

Stromwendung, Stromverlauf in den Wicklungen 1 und 4



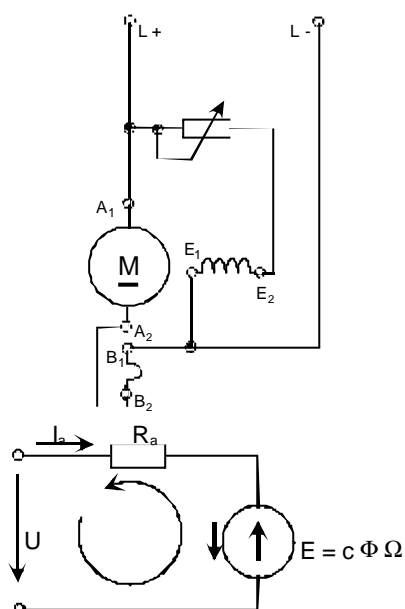
Probleme:

1. Schnelle Stromänderungen in den kommutierenden Wicklungen führen zu hohen Spannungsinduktionen $e_i = -L \frac{di}{dt}$? Bürstenfeuer, tritt insbesondere bei hohen Drehzahlen auf
2. Kurzschluss zweier Windungen
Resultierendes Feld in der Kommutierungszone ist auf Grund der ARW nicht Null ?
Induktion einer Spannung durch Drehbewegung ? Spannung ist über Bürsten kurzgeschlossen ? hoher Strom ? Bürstenfeuer

Maßnahme: Feld muss in Kommutierungszone zu Null gemacht werden ?
Wendepole, die vom **Ankerstrom** durchflossen werden

7.1.3. Gleichstrom – Nebenschlussmotor (GNM)

7.1.3.1 Schaltung und Ersatzschaltbild des GNM



A₁ – A₂ - Ankerklemmen
B₁ – B₂ - Klemmen der Wendepole
E₁ – E₂ - Erregerklemmen

Schaltung des GNM

Ersatzschaltbild (ESB) des GNM

7.1.3.2 Betriebsverhalten des GNM

a) Drehzahl- Drehmomentenkennlinie

Maschensatz des ESB $E = U - R_a \cdot I_a$

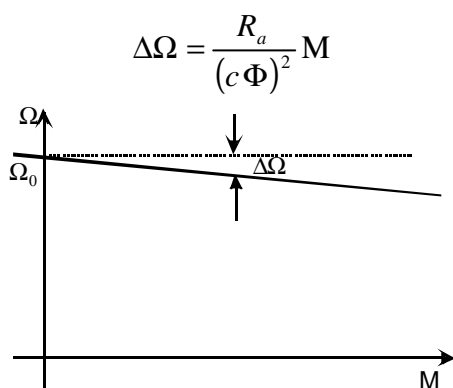
Maschinengleichungen $E = c \cdot \Phi \cdot \Omega$

$M = c \cdot \Phi \cdot I_a$

$$c \cdot \Phi \cdot \Omega = U - \frac{R_a}{c \Phi} M$$

?

$$\Omega = \frac{U}{c \Phi} - \frac{R_a}{(c \Phi)^2} M$$



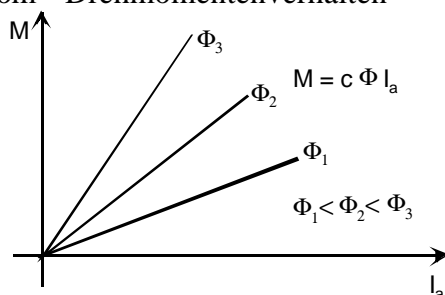
Leerlaufdrehzahl:

$$\Omega_0 = \frac{U}{c \cdot \Phi}$$

Stillstandsmoment, $M (O = 0)$

$$M_{st} = \frac{c \cdot \Phi \cdot U}{R_a}$$

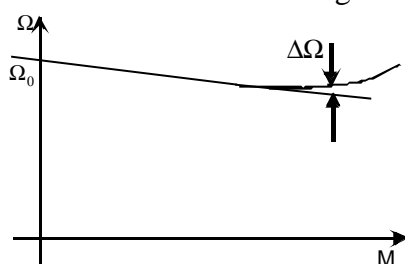
b) Strom - Drehmomentverhalten



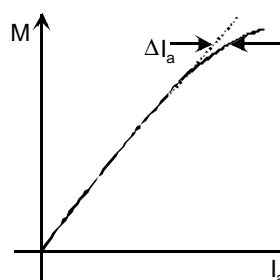
$$M = c \cdot \Phi \cdot I_a$$

$$\Phi_1 < \Phi_2 < \Phi_3$$

c) Einfluss der Ankerrückwirkung



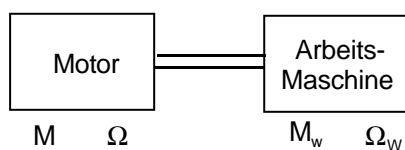
Drehzahlerhöhung bei hohen Strömen (Momenten) durch Feldschwächung



Stromanstieg durch Feldschwächung

7.1.3.3 Drehzahlstellung des GNM

Betrachtung der Einheit: Motor – Arbeitsmaschine

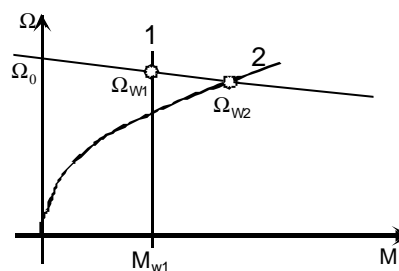


Starre Kupplung ? $M = M_w$
 $O = O_w$

Leistungsbeziehung

$$P_{mech} = M \cdot \Omega =$$

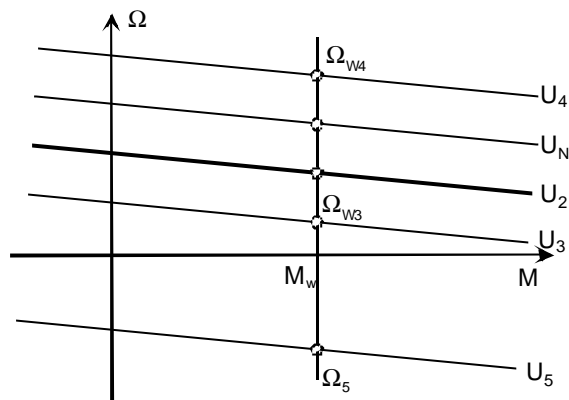
$$P_{mech/w} = 0,105 \frac{M}{N_m} \cdot \frac{n}{\text{min}}^{-1}$$



1. durchziehende Last, Kran
2. Ventilator, Pumpe

Im folgenden Betrachtungen am Beispiel der Krancharakteristik $M_w = \text{konst.}$

a) Spannungsstellung



$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{R_a}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M$$

$$U_4 > U_N > U_1 > U_2 > U_3$$

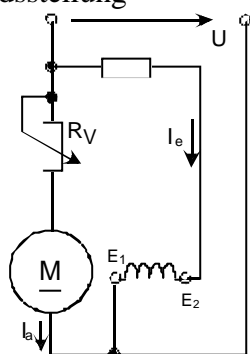
Vorteil: verlustarm, da keine weiteren Verbraucher in das Netz geschaltet werden

$$\Omega_o = \frac{U}{c \cdot \Phi} \sim U$$

$$\Delta\Omega = \frac{R_a}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M \neq f(U)$$

Parallelverschiebung der Kennlinie

b) Widerstandsstellung



Vorteil: einfach zu realisieren

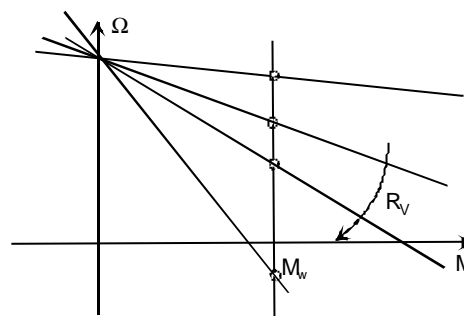
Nachteil: verlustbehaftet wegen

$$P_V = I_a^2 \cdot R_V$$

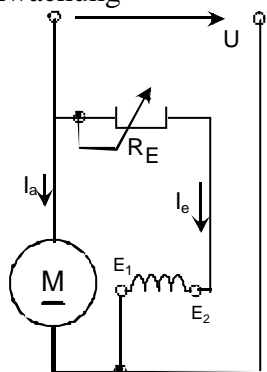
Wendepole weglassen!

Variation von R_V

$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{R_a + R_V}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M$$



b) Flussschwächung

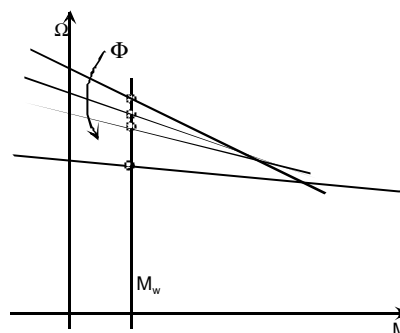


Vergrößerung von R_E ? Verringerung von I_E ?
Erregerfluss sinkt

Flussverstärkung ist wegen der Sättigung praktisch unmöglich!

$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi} - \frac{R_a}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M$$

Drehzahlerhöhung



Nachteil: bei gleichem Moment $M = c \cdot \Phi \cdot I_a$ muss geringerer Fluss durch höheren Strom I_a kompensiert werden ? Erwärmung, Verluste

7.1.3.4 Anlassen, Bremsen

a) Anlassen

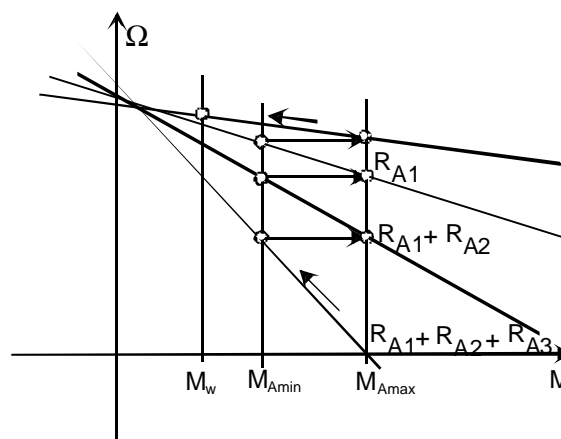
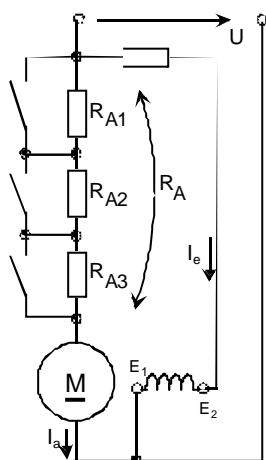
Stillstand ? $= 0$? $E = 0$,

$$I_{aA} = \frac{U}{R_a}$$

R_a klein ? I_{aA} groß ? Gefährdung der Maschine

Maßnahme: Anlassen über Anlasswiderstände R_a

$$? \quad I_{aA} = \frac{U}{R_a + R_A}$$

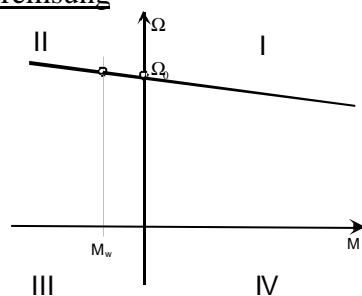


Stufenweiser Hochlauf, kann sowohl drehzahl- als auch stromabhängig erfolgen.

Hinweis auf Spannungshochlauf

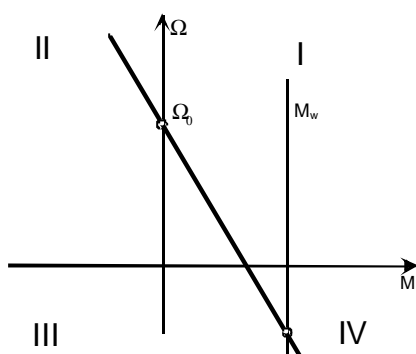
b) Bremsen

1. Nutzbremsung



- Betriebsart im 2. Quadranten
- Generatorbetrieb: $M \cdot \Omega < 0$
- Motor wird von AM über Ω_0 angetrieben ? Energie wird ins Netz zurückgespeist

2. Gegenstrombremsung (*Reihenfolge vertauschen!!!*)



Senkbremsung

Anwendung: Hubmotore

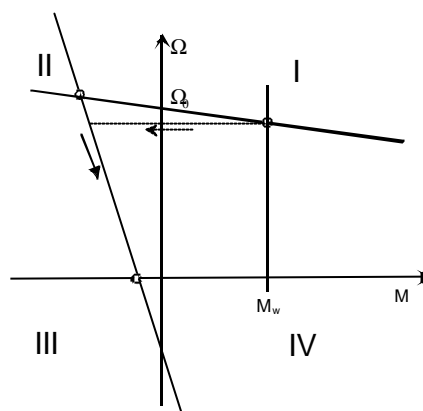
Anwendung auch im nichtstationären Betrieb zum Stillsetzen des GNM

Maßnahme:

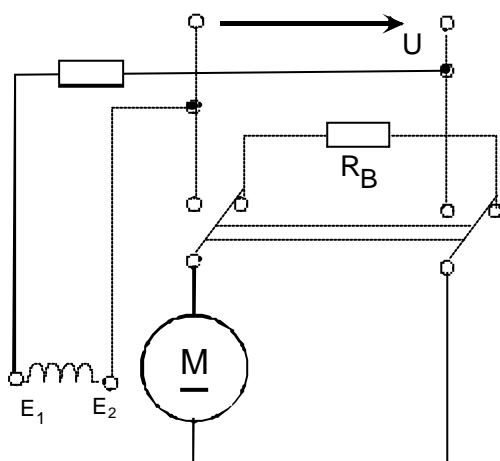
- Umpolung und Einschalten von R_V
- Abschalten des Antriebs bei $\Omega = 0$

- Betriebsart im 4. Quadranten
- Motor wird von AM entgegen seiner Drehzahl angetrieben
- nur mit Vorwiderständen möglich, da sonst Ströme zu groß werden, denn

$$I_a = \frac{U + E}{R_a + R_V}$$
- keine Nutzbremung, denn:
 Netz **liefert** Energie: $U \cdot I > 0$
 AM liefert Energie: $M \cdot \Omega < 0$
 beides wird in $(R_a + R_V)$ in Wärme umgewandelt? Nachteil

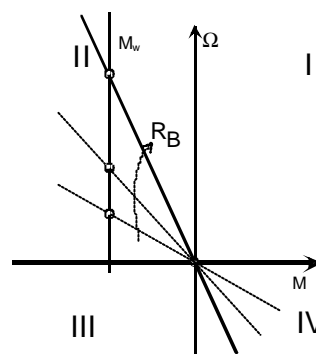


3. Widerstandsbremung



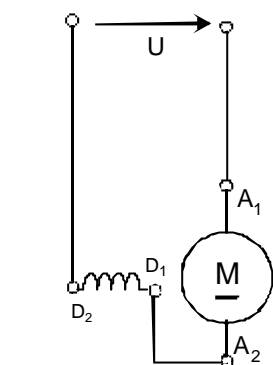
$$E = c \cdot \Phi \cdot \Omega = I_a (R_a + R_B)$$

$$\Omega = I_a \cdot \frac{R_a + R_B}{c \cdot \Phi} = \frac{R_a + R_B}{(c \cdot \Phi)^2} \cdot M$$

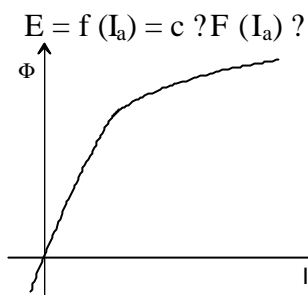
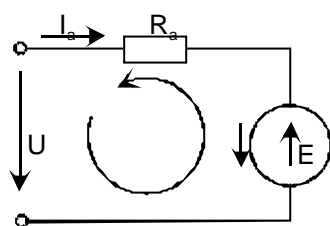


7.1.4 Gleichstrom – Reihenschlussmotor (GRM)

7.1.4.1 Schaltung und Ersatzschaltbild des GRM



F – E - Reihenschlusserregerwicklung

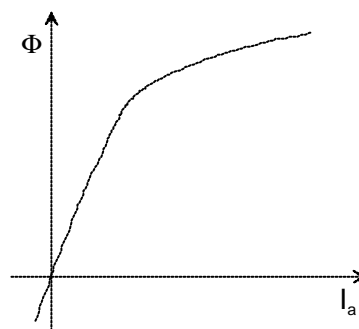
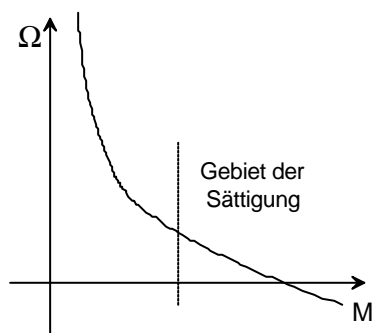


Magnetisierungs-
kennlinie

7.1.4.2 Betriebsverhalten des GRM

$$\Omega = \frac{U}{c \cdot \Phi(I_a)} - \frac{R_a}{[c \cdot \Phi(I_a)]^2} M$$

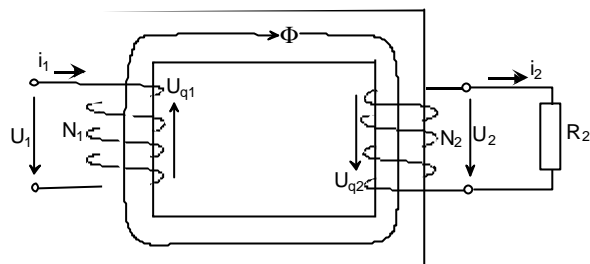
$$M = c \cdot \Phi(I_a) I_a$$



Diskussion der Kennlinie
Anwendung

7.2. Transformator

7.2.1 Idealer Transformator



Bedingungen:

- keine Verluste im Eisen und in den Wicklungen
- gesamter Fluss durchsetzt Primär- und Sekundärwicklung ($k_{12} = 1$)

$$u_1 = \hat{u}_1 \sin \omega t$$

Induktionsgesetz

- Primärkreis

$$-U_{q1} = U_1 = \hat{u}_1 \sin \omega t = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad ? \quad \Phi = \frac{\hat{U}_1}{N_1} \int \sin \omega t \, dt$$

$$\Phi = \frac{\hat{U}_1}{\underbrace{N_1 \omega}_{\hat{\Phi}}} \cos \omega t$$

$$\hat{\Phi} = \frac{\hat{U}_1}{N_1 \omega} = \frac{\sqrt{2}}{N_1 \cdot 2\pi f} U_1$$

? U_1 – Effektivwert

$$U_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_1 \cdot f \hat{\Phi}$$

$$-U_{q1} = U_1 = 4,44 N_1 \cdot f \hat{\Phi}$$

-Sekundärkreis

$$-U_{q2} = U_2 = 4,44 N_2 \cdot f \hat{\Phi}$$

Spannungsverhältnis

$$\frac{U_{q1}}{U_{q2}} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{U}$$

$$\ddot{U} = \frac{N_1}{N_2} \quad - \text{ Übersetzungsverhältnis}$$

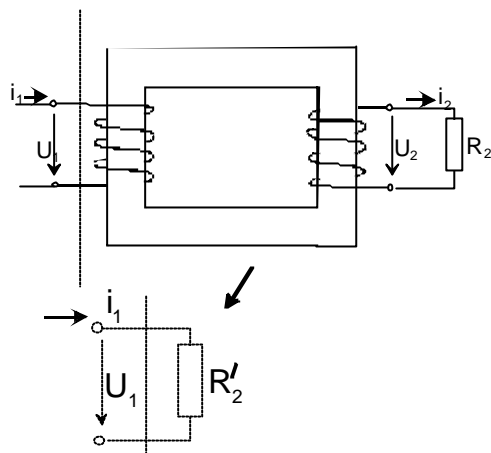
Verluste = 0 ? zugeführte Wirkleistung = abgeführte Wirkleistung

$$U_1 \cdot I_1 \cos \varphi_1 = U_2 \cdot I_2 \cos \varphi_2 \quad \left| \text{für den belasteten Trafo gilt } |\cos \varphi_1| \approx |\cos \varphi_2| \right| !$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{U}}$$

Transformation des sekundärseitigen Verbrauchers R_2 auf die Primärseite



Auf der Primärseite erscheint ein Verbraucher mit

$$R'_2 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2 \frac{N_1}{N_2}}{I_2 \frac{N_2}{N_1}} = \frac{U_2}{I_2} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2$$

?

+ ?

$$\frac{U_2}{I_2} = R_2$$

$$R'_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2 = \dot{U}^2 \cdot R_2$$

Strich: auf Primärseite transformierte Sekundärgröße

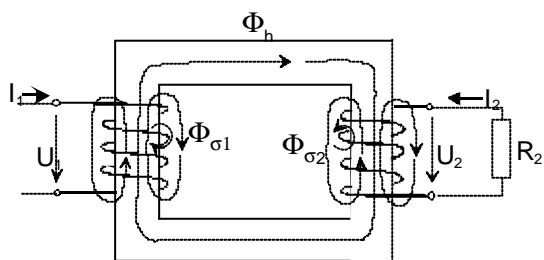
7.2.2 Technischer Transformator

Technische Transformatoren sind verlustbehaftet und haben Streuung

Verluste: - $I^2 R$ in den Wicklungen ? Kupferverluste

- Magnetisierungsverluste und Wirbelstromverluste im Eisen ? Eisenverluste

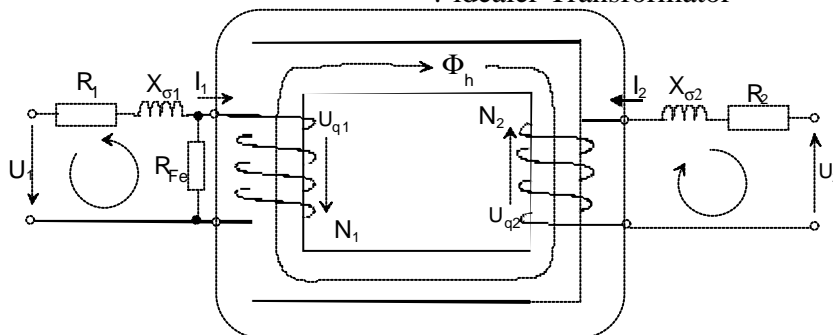
Streuung: Streufluss Φ_s durchsetzt nur die eigene Wicklung und trägt in der anderen Wicklung nicht zur Spannungsinduktion bei.



Begriffe: Hauptfluss
Streufluss

Berücksichtigung der Verluste und Streuung durch fiktive Verbraucher

? idealer Transformator



Diskussion der Parameter

Maschensatz:

$$-U_{q1} = \underline{U}_1 - \underline{I}_1 (R_1 + jX_{s1})$$

$$-U_{q2} = \underline{U}_2 - \underline{I}_2 (R_2 + jX_{s2})$$

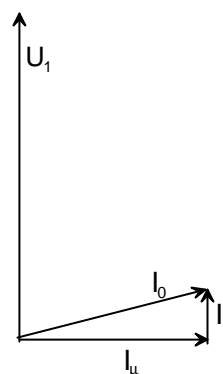
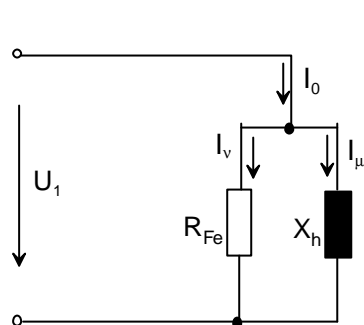
$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}_0$$

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_0 = -\underline{I}_2$$

7.2.3. Betriebsverhalten des Transformators

a) Leerlauf

$\underline{I}'_2 = 0$, Spannungsabfälle über R_1 und X_{s1} ? L_{s1} vernachlässigbar
ESB



Leerlaufversuch

1. Messung der Scheinleistung

$$S = U_1 \cdot I_0$$

2. Messung der Wirkleistung

$$P_O = \frac{U_1^2}{R_{Fe}}$$

Berechnung von R_{Fe} und L_h bzw. X_h

$$R_{Fe} = \frac{U_1^2}{P_O}$$

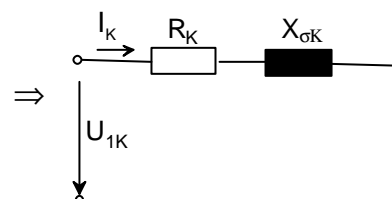
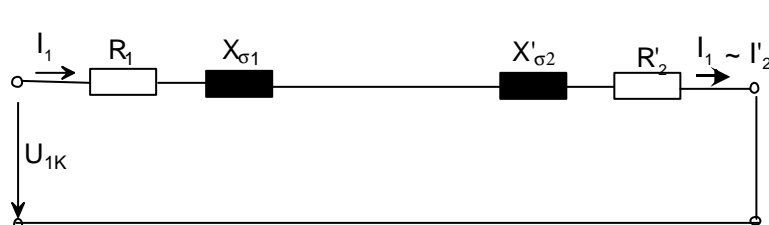
$$S = \sqrt{P_O^2 + Q_O^2} \rightarrow Q_O = \sqrt{S^2 - P_O^2}$$

$$Q_O = \frac{U_1^2}{X_h} \rightarrow X_h = \frac{U_1^2}{Q_O}$$

b) Kurzschluss

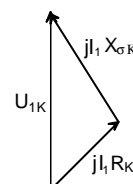
$$\underline{U}'_2 = 0, \quad \underline{I}'_2 \gg \underline{I}_0$$

ESB



$$R_K = R_1 + R'_2$$

$$X_{sK} = X_{s1} + X'_{s2}$$



Kurzschlußversuch

Reduktion der Spannung, dass $I_{1K} = I_{1N}$

$$\frac{U_{1K}}{U_{1N}} 100\% \approx (5 \dots 10)\% \text{ relative Kurzschlussspannung}$$

Messung von

$$1. \quad S_K = U_{1K} \cdot I_{1K}$$

$$2. \quad P_K = I_{1K}^2 \cdot R_K \quad ?$$

Berechnung von

$$R_K = \frac{P_K}{I_{1K}^2} \quad Q_K = \sqrt{S_K^2 - P_K^2} = I_{1K}^2 \cdot X_{sK} \quad X_{sK} = \frac{Q_K}{I_{1K}^2}$$

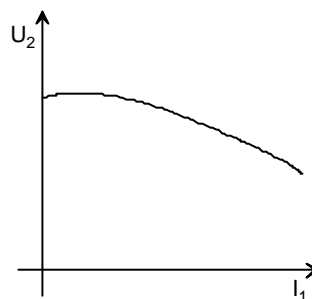
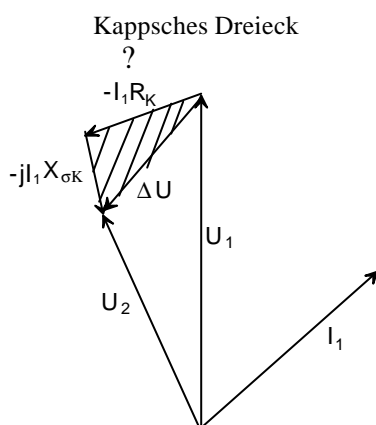
Achtung: Nur die Summen $R_K = R_1 + R_2$ und $X_{sK} = X_{s1} + X_{s2}$ können bestimmt werden!

c) Transformator bei Last

Vereinfachung: $I_0 \ll I_1, I_2 \Rightarrow I_1 \sim I_2$

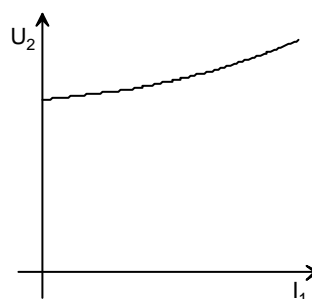
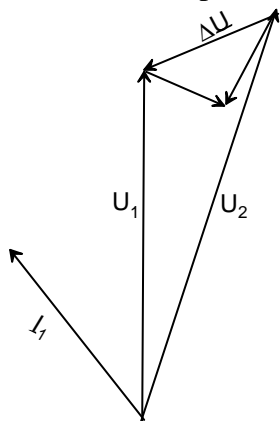
Querkreis kann vernachlässigt werden

$$\underline{U}_2' = \underline{U}_1 - \underline{I}_1 (R_K + jX_{sK})$$



Belastungskennlinie bei ohmsch-induktiver Last

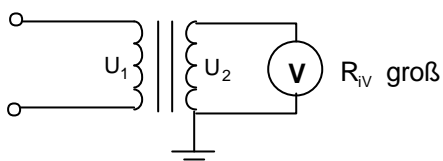
Bei kapazitiver Last auch Spannungserhöhung mit wachsendem Strom möglich



Belastungskennlinie bei ohmsch-kapazitiver Last

7.2.4 Messwandler

a) Spannungswandler

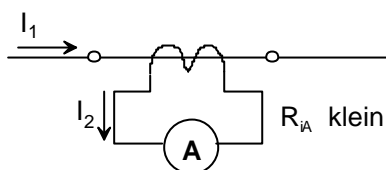


Messung hoher Spannungen
- potentialgetrennt

Prinzip: Transformator im Leerlauf

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1 \quad \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u} \gg 1$$

b) Stromwandler



Messung großer Ströme
- potentialgetrennt

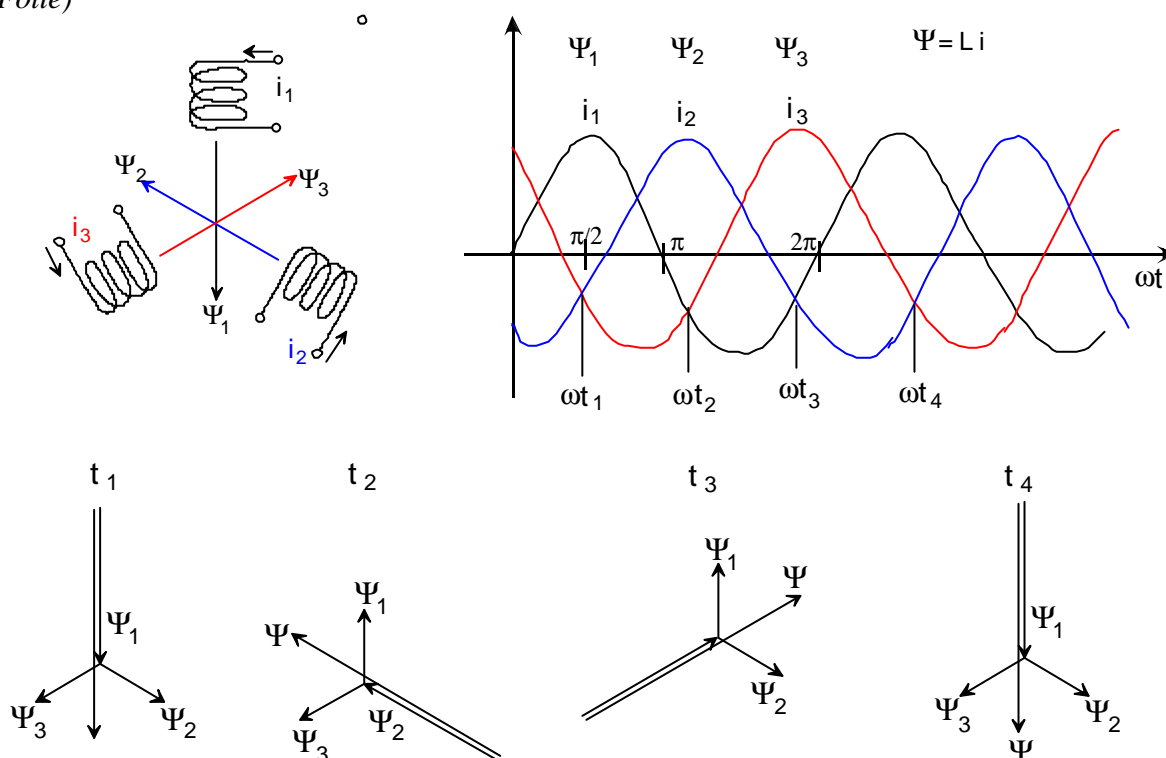
Prinzip: Trafo im Kurzschluss

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_1 ; \ddot{u} \ll 1$$

7.3. Asynchronmotor

7.3.1 Drehfeld

(Folie)



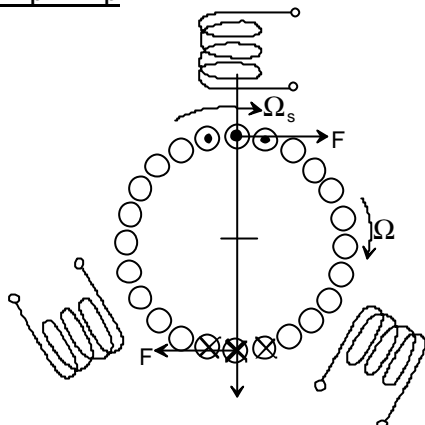
Größe des resultierenden Flusses $\Psi = \frac{3}{2} \Psi_1 = \frac{3}{2} \Psi_2 = \frac{3}{2} \Psi_3$

Drehfeld wird erzeugt durch drei um 120° versetzte Wicklungen, die vom Drehstrom durchflossen werden.

Drehfeld ist ein Flussvektor mit konstanter Länge, der sich um Mittelpunkt des Spulensystems mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$ dreht ? Grundvoraussetzung für Drehfeldmaschinen (Asynchron – oder Synchronmaschinen).

7.3.2 Wirkprinzip, Aufbau

a) Wirkprinzip



Drehfeld rotiert mit Ω_s
 ? schneidet Läuferstäbe und induziert im Läufer U_{q2}

Prinzip: ruhender Leiter im bewegten Magnetfeld $U_{q2} = v B l$
 ? i_2 treibt Strom i_2 an ? Kraftwirkung

Prinzip: stromdurchflossener Leiter im Magnetfeld

$$F = B l i_2$$

? Läufer rotiert

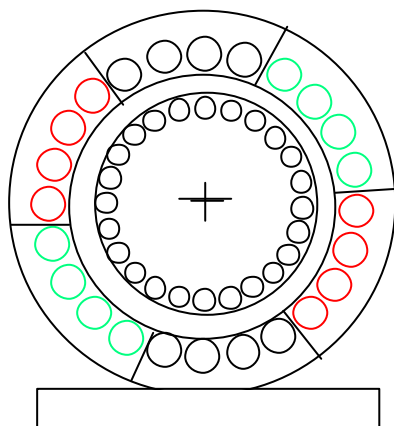
Für den rotierenden Läufer ist die Relativgeschwindigkeit entscheidend für die Spannungsinduktion, d. h. Drehzahldifferenz $\Omega_s - \Omega_2$

Definition
$$s = \frac{\Omega_s - \Omega_2}{\Omega_s}$$

Induzierte Spannung wird Null bei $\Omega_2 = \Omega_s$? $M = 0$? Leerlauf.

Mit wachsendem M muss i_2 steigen ? U_{q2} muss steigen ? Relativgeschwindigkeit wächst
 ? Differenz $\Omega_s - \Omega_2$ wächst ? Läuferdrehzahl Ω_2 sinkt

b) Aufbau



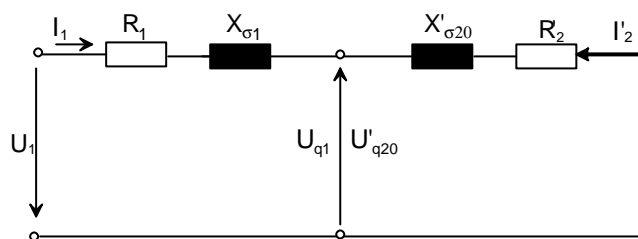
Begriffe: - Läufer, Rotor
 - Ständer, Stator
 - verteilte Wicklung,
 - Kurzschlussläufer,
 - Käfigläufer

7.3.3 Betriebsverhalten

a) Asynchronmotor im Stillstand (Index 0)

Ruhender AM kann als Trafo im Kurzschluss betrachtet werden

- Ständer erzeugt ein Feld (Drehfeld), in Ständerwicklung wird gegen EMK E_1 induziert
- Drehfeld durchsetzt den Läuferkreis und induziert dort E_{20}
- E_{20} wird über Stäbe kurzgeschlossen



ESB des AM im Stillstand

$$U'_{q20} = U_{q1} = \ddot{u} U_{q20}$$

$$X'_{s20} = w_s \cdot L'_{s2}$$

Läuferfrequenz = Netzfrequenz

$$w_2 = w_s$$

b) Rotierender Asynchronmotor

$$U_{q20} = \vec{B}(\vec{l} \times \vec{v}_s) \dots \text{ind. Stabspannung im Stillstand}$$

$$U_{q2} = \vec{B}(\vec{l} \times \Delta \vec{v}) \dots \text{ind. Stabspannung bei O}$$

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_s - \vec{V}_2 = s \cdot \vec{V}_2 \quad \text{Relativgeschwindigkeit}$$

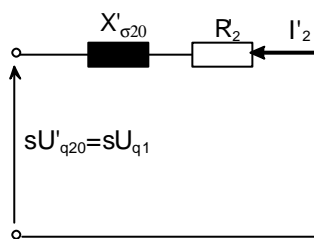
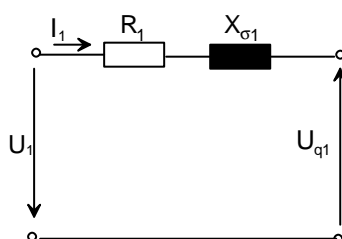
$$U_{q2} = s U_{q20} \quad s = \frac{V_s - V_2}{V_s} \quad \text{Schlupf}$$

Was für die Stabspannung gilt, gilt auch für den Effektivwert der Gesamtläuferspannung.

$$U_{q2} = s \cdot U_{q20}$$

oder

$$U'_{q2} = s \cdot U'_{q20} = U_{q1}$$

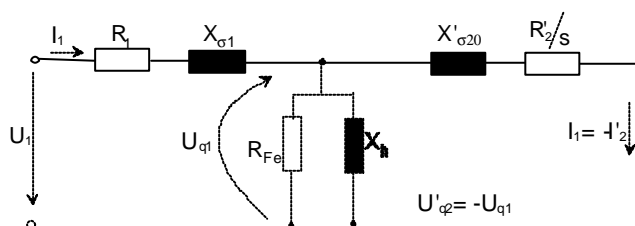
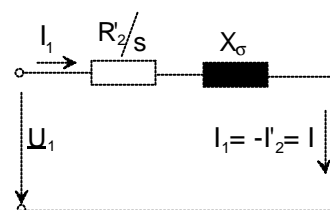


Gleichung des Läuferkreises

$$s \cdot \underline{U}_{q1} = \underline{I}'_2 (R'_2 + j x'_{s2})$$

$$x'_{s2} = s w_s \cdot L'_{s2}$$

$$\underline{U}_{q1} = \underline{I}'_2 \left(\frac{R'_2}{s} + j x'_{s20} \right)$$

Annahme $I_0 = 0$ 

$$x_s = x_{s1} + x'_{s20}$$

$$R_1 \approx 0$$

Hinweis: Magnetisierungsverluste wurden vernachlässigt? Trafo im Kurzschluss

c) Drehzahl - Drehmomentenkennlinie des AM

Wirkleistung im ESB (*Verluste und mechanische Leistung*)

$$P_2 = 3 I_2'^2 \cdot \frac{R'^2}{s} \quad O = O_2 \quad \text{Läuferwinkelgeschwindigkeit}$$

$$s = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}$$

$$\Omega = (1 - s) \cdot \Omega_s$$

Stromwärmeverluste im Läufer

$$P_{v2} = 3 \cdot I_2'^2 \cdot R_2'$$

Mechanische Leistung

$$P_{mech} = M \cdot \Omega = (1-s) \cdot M \cdot \Omega_s$$

Leistungsbilanz

$$P_2 = P_{mech} + P_{v2}$$

$$P_{mech} = M \cdot \Omega = M \cdot \Omega_s (1-s) = 3 \cdot I_2'^2 \left(\frac{R_2'}{s} - R_2' \right) = 3 \cdot I_2'^2 \cdot R_2' \cdot \frac{1-s}{s}$$

$$M = \frac{3 \cdot I_2'^2}{\Omega_s} \cdot \frac{R_2'}{s}$$

$$I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{\left(\frac{R_2'}{s} \right)^2 + X_{s2}^2}} = I_2'$$

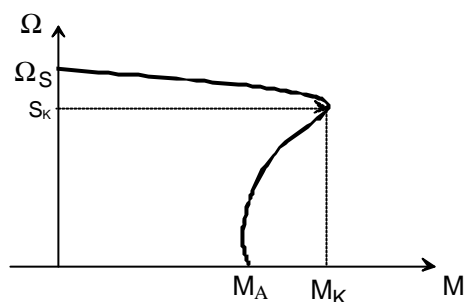
$$M = \frac{2 M_K}{\frac{s}{s_K} + \frac{s_K}{s}}$$

Kloß'sche Beziehung

$$M_K = \frac{3 \cdot U_1^2}{2 \cdot \Omega_s \cdot X_s}$$

$$s_K = \frac{R_2'}{X_s}$$

Begriffe: Kippmoment
Kippschlupf
Anlaufmoment



Größenordnungen: - lineare Näherung
- Bezeichnung Kloss

$$s_N \approx 0,1 \dots 0,05$$

$$s_K \approx 0,6 \dots 0,2$$

$$\frac{M_K}{M_N} \approx 2 \dots 3,5$$

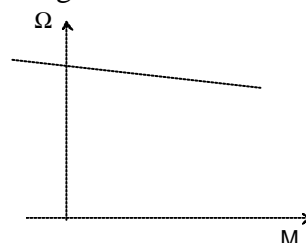
Näherung bei $\frac{s}{s_K} \ll 1$

$$M \approx \frac{2 \cdot M_K}{s_K} s$$

Geradengleichung

oder

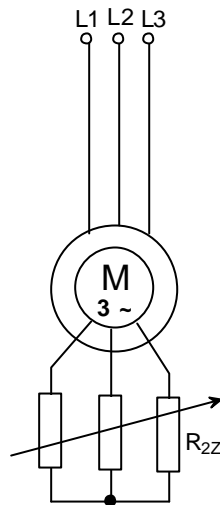
$$M \approx \frac{2 \cdot M_K}{s_K \cdot \Omega_s} (\Omega_s - \Omega)$$



Näherungsbeziehung gilt bis etwa: $M \approx (1,5 \dots 2) M_N$

7.3.4. Drehzahlstellung

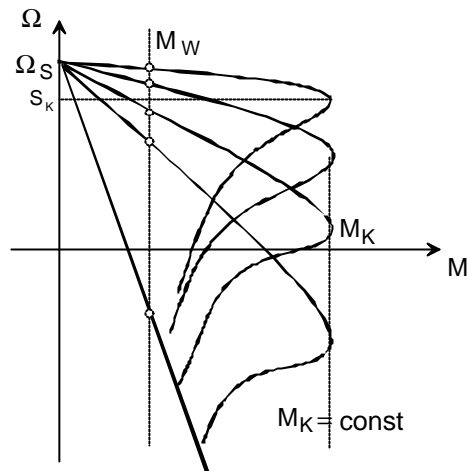
a) Läuferwiderstandsstellung



Begriffe: Schleifringläufer

Vorteile: - technisch einfach

Nachteile: - verlustbehaftet
- Schleifringe



$$s_K = \frac{R'_2}{x_s}$$

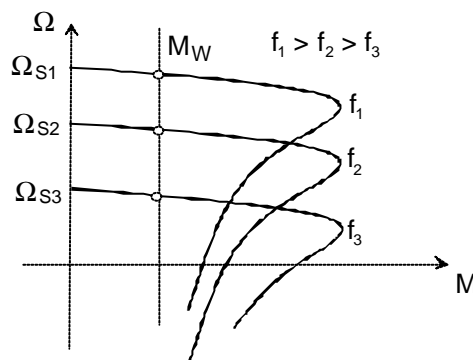
b) Frequenzstellung

$$M_K = \frac{3 \cdot U_1^2}{2 \cdot \Omega_s \cdot x_s} = \frac{3}{2} \cdot \frac{U_1^2}{L_s \cdot \Omega_s^2}$$

$$x_s = \Omega_s \cdot L_s$$

Steuergesetz

$$\frac{U_1}{f} = \text{const.}$$



Besonderheit:

bei konstanten U_1 ist F eine Funktion von f

$$U_1 = 4,44 N_1 f \hat{\Phi}$$

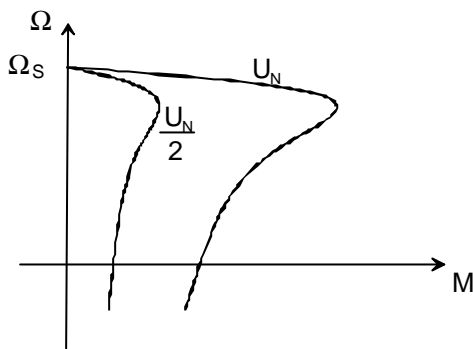
Um den Fluss konstant zu halten, muss gelten

$$\frac{U_1}{f} = \text{const.} \rightarrow \text{kombinierte Spannungsfrequenz-Stellung}$$

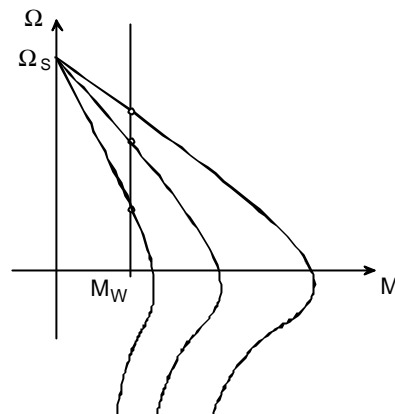
Hinweis: Begründung, warum $\hat{\Phi} = \text{const.}$

c) Spannungsstellung

$$M_K \sim U_1^2$$



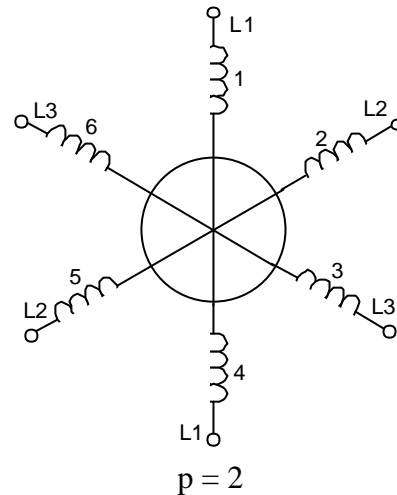
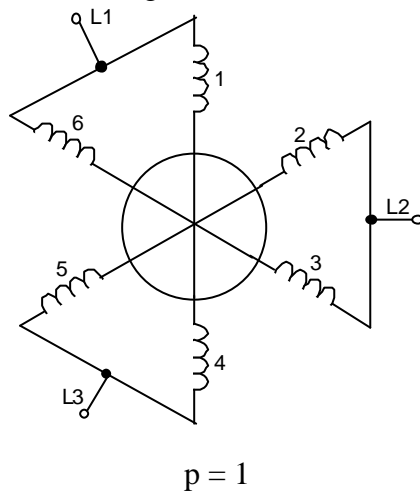
AKLM: uneffektiv



AMSL: - möglich

- technisch günstiger: R_{LZ}

d) Polumschaltung (Folie)

Schaltung mit $p = 1$

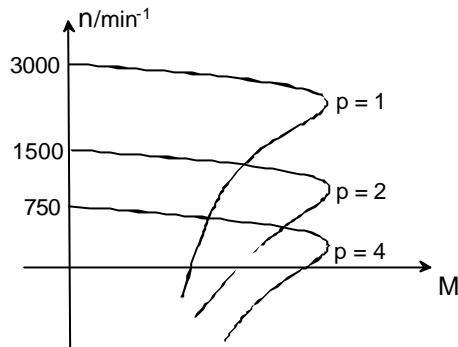
- Parallelschaltung der Wicklungen 1 – 6, 2 – 3, 4 – 5
- Flüsse der Parallelschaltung bilden resultierenden Teilfluss einer Phase
- Ausbildung eines Drehfeldes mit $\Omega_s = 2 \cdot p f_1$

Schaltung mit $p = 2$

- Flüsse mit der Wicklung 1 – 4, 2 – 5, 3 – 6 bilden den resultierenden Fluss **einer** Phase
- Flüsse der einzelnen Phasen sind nur um 60° räumlich zueinander versetzt ? während der Periodendauer T dreht sich das Drehfeld nur um $3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$? halbe Drehung

Schlussfolgerung: Drehfeld rotiert bei $p = 1$ doppelt so schnell wie bei $p = 2$, d. h.

$$\Omega_s (p = 1) = 2 \cdot \Omega_s (p = 2)$$



Grunddrehzahlen:

p	n_s / min^{-1}
1	3000
2	1500
3	1000
4	750
5	600
6	500

Hinweis: M_K muss nicht konstant bleiben, hängt von der Schaltung ab

allgemein gilt

$$n_s = \frac{f / \text{s}^{-1} \cdot 60}{p}$$

Vorteil: verlustarm

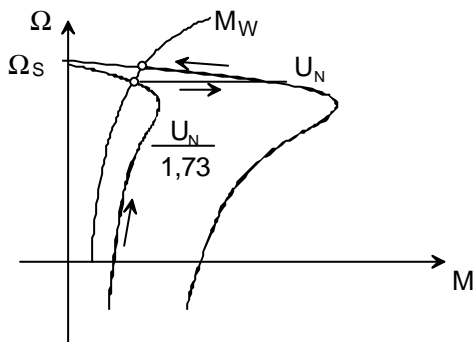
Nachteil: Spezialmaschinen

7.3.5 Anlauf

Problem: hoher Anlassstrom, der Netz gefährdet ? Motor ist in den meisten Fällen robust genug, dass direkter Anlauf möglich wäre
Verringerung des Anlassstromes durch

1. Spannungsanlauf, evtl. Δ / Y

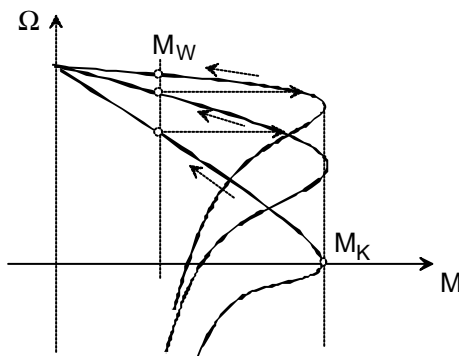
o



$$I'_{20} = \frac{U_1}{\sqrt{R_2'^2 + x_{sKO}^2}}$$

Nachteil: Anlaufmoment wird quadratisch reduziert

2. Anlauf mit Anlasswiderständen



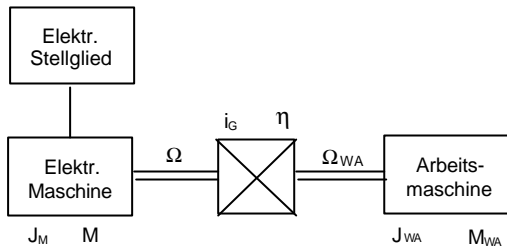
- nur bei AMSL möglich

- stufenweises Anlassen
sh. GNM

7.4. Grundzüge der Elektroantriebstechnik

7.4.1 Allgemeine Gesetzmäßigkeiten von Elektroantriebssystemen

7.4.1.1 Struktur elektrischer Antriebe

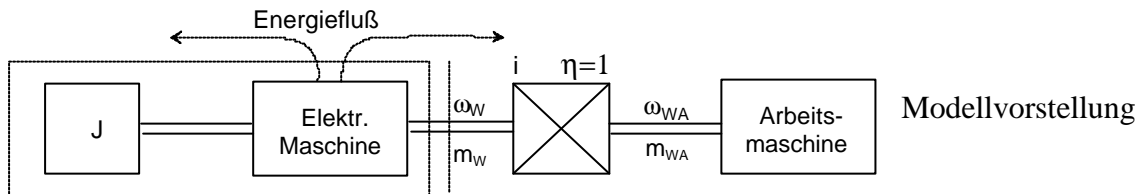


$$i_G = \frac{\Omega}{\Omega_{WA}} = \frac{\text{Antriebsdrehzahl}}{\text{Abtriebsdrehzahl}}$$

$$M_{WA} = \frac{Mh}{i_G} \quad (\text{bei Motorbetrieb})$$

$$M_{WA} = \frac{M}{i_G h} \quad (\text{bei Generatorbetrieb})$$

7.4.1.2 Bewegungsgleichungen



Energiebilanz: $\int m \dot{w} dt = \int m_w \cdot \dot{w} dt + \frac{J}{2} \dot{w}^2$

Leistungsbilanz: $m \dot{w} = m_w \cdot \dot{w} + J \dot{w} \cdot \frac{d\dot{w}}{dt} \quad \dot{w} = \dot{w}_w$

Momentenbilanz:
Bewegungsgleichung

$m = m_w + J \frac{d\dot{w}}{dt}$
$m_b = J \frac{d\dot{w}}{dt}$

Gesamtträgheitsmoment

$$\frac{J}{2} \dot{w}^2 = \frac{J_M}{2} \dot{w}^2 + \frac{J_{WA}}{2} \dot{w}_{WA}^2 = \frac{\left[J_M + J_{WA} \left(\frac{\dot{w}_{WA}}{\dot{w}} \right)^2 \right]}{2} \dot{w}^2$$

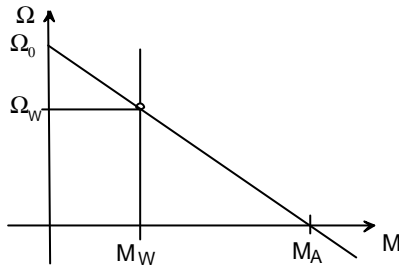
$$i_G = \frac{\dot{w}}{\dot{w}_{WA}} = \frac{\text{Antriebsdrehzahl}}{\text{Abtriebsdrehzahl}}$$

$J = J_M + \frac{J_{WA}}{i^2}$	$J_W = \frac{J_{WA}}{i^2}$
--------------------------------	----------------------------

J_W - auf die Motorwelle reduziertes Trägheitsmoment der Arbeitsmaschine

Trägheitsfaktor: $F \cdot J = \frac{J_M + J_W}{J_M}$

z. B. Hochlaufvorgang eines Gleichstromantriebes ? (t)



Geradengleichung

$$w = \Omega_0 - \frac{\Omega_0}{M_A} m$$

$$m = \frac{M_A}{\Omega_0} (\Omega_0 - w)$$

Widerstandsmoment $m_W = M_W = \text{const.}$

Bewegungsgleichung

$$m = m_W + J \frac{dw}{dt}$$

$$\frac{M_A}{\Omega_0} (\Omega_0 - w) = M_W + J \frac{dw}{dt}$$

DGL 1. Ordnung

Lösung: $w + \left(\frac{J \cdot \Omega_0}{M_A} \right) \cdot \frac{dw}{dt} = \frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0$

$$w = \frac{1}{C} e^{-t/t_M} + \frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0$$

$$t_M = \frac{J \cdot \Omega_0}{M_A} \quad ? \quad \text{mech. ZK}$$

Randbedingung:

C – Integrationskonstante

$$w(0) = 0 \rightarrow 0 = \frac{1}{C} + \frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0$$

$$\frac{1}{C} = -\frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0$$

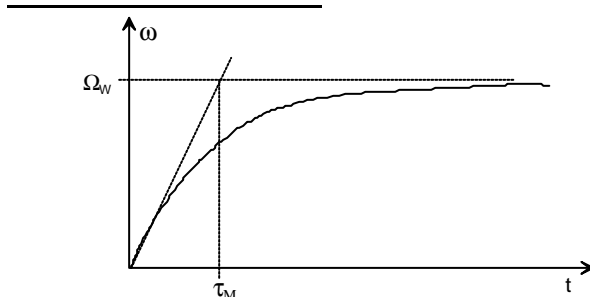
$$w = \frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0 \left(1 - e^{-t/t_M} \right)$$

Nach der Geradengleichung gilt

$$\Omega_W = \Omega_0 - \frac{\Omega_0}{M_A} \cdot M_W$$

d.h. $\frac{M_A - M_W}{M_A} \cdot \Omega_0 = \Omega_W$

$$w = \Omega_W \left(1 - e^{-t/t_M} \right)$$



Diskussion des Einflusses von t_M auf Dynamik

mech. ZK

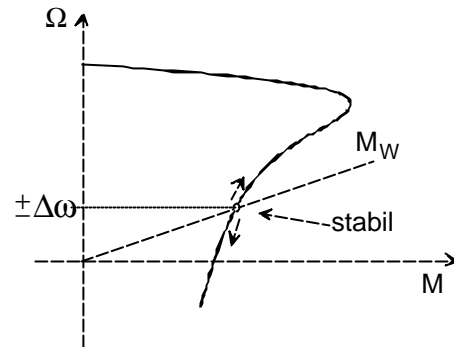
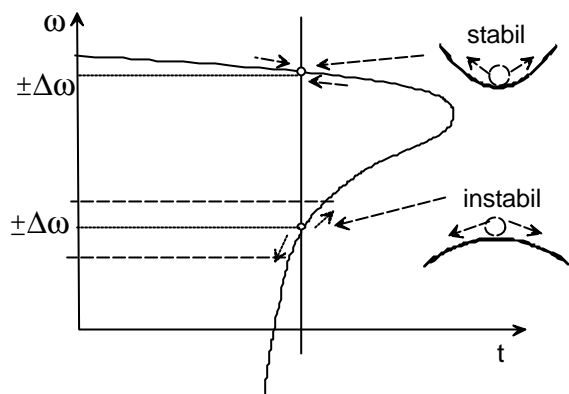
$$t_M = \frac{J \cdot \Omega_0}{M_A}$$

$$\Omega_0 = \frac{U}{C\Phi}$$

$$M_A = \frac{U}{R_A} \cdot C\Phi$$

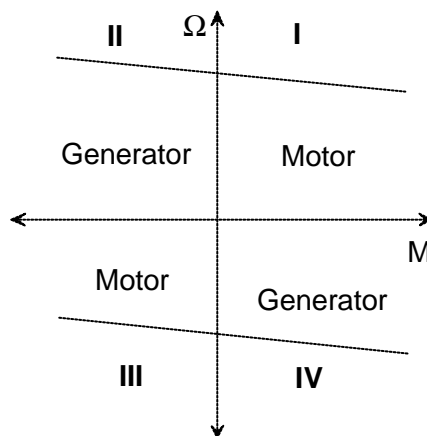
$$t_M = \frac{J \cdot R_A}{(C\Phi)^2}$$

7.4.1.3 Stabilität des Arbeitspunktes



Stabilitätsbedingung $\frac{dM}{d\Omega} < \frac{dM_w}{d\Omega}$

7.4.2 Ein- und Mehrquadrantenbetrieb



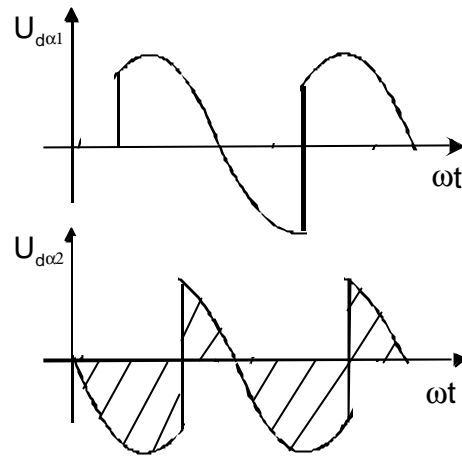
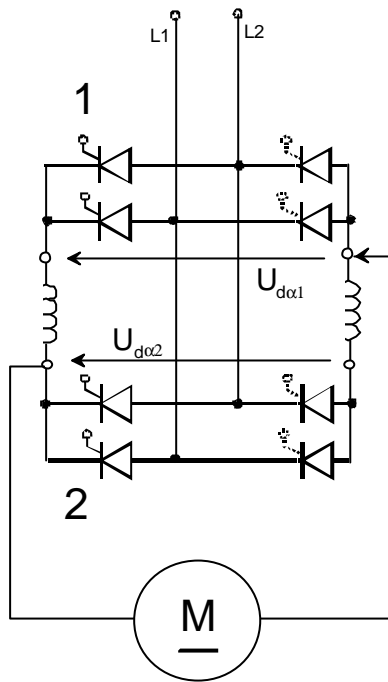
halbgesteuerte Brücken: $U_{da} > 0$; $I_d > 0$

Betrieb nur im 1. Quadranten möglich

vollgesteuerte Brücken: $+U_{dO} > U_{da} > -U_{dO}$; $I_d > 0$

Betrieb im 1. und 4. Quadranten möglich

4 – Quadranten Betrieb erfordert zwei Brücken
z. B. Antiparallelschaltung,



$$U_{da1} = U_{da2} \quad \text{bei} \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 180^\circ$$

?

Steuergesetz

Erklärung

Begriff: Kreisstrom
 kreisstrombehaftet
 kreisstromfrei
 Umkehrstromrichter

7.4.3 Auswahl der Typenleistung elektrischer Maschinen

Entscheidend für die Lebensdauer elektrischer Maschinen ist die Einhaltung einer zulässigen Grenztemperatur für die Isolation der Wicklungen.

Wärmebeständigkeitsklassen	Y	A	E	B	F	H	C
Höchstzulässige Dauertemperatur, °C	90	109	120	130	155	180	> 180

Wicklungen erhitzen sich durch Verluste P_V

Leistungsbilanz

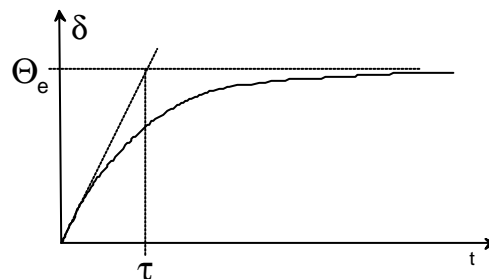
$$P_V = C \frac{dJ}{dt} + AJ$$

C – Wärmekapazität
 A – Wärmeabgabefähigkeit
 J – Übertemperatur

Lösung der DGL:

$$J = \Theta_e \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \quad t = \frac{C}{A} ; \quad \Theta_e = \frac{P_V}{A}$$

$t \approx 20 \text{ min} \dots 2 \text{ h}$



$T_e \sim P_V$? Mittelwert der Verluste ist entscheidend

$$\boxed{\overline{P}_{Vzul} \leq P_{VN}}$$

P_{VN} – Verluste im Nennbetrieb

$$P_V \sim i^2$$

Begriff: Leer- und Lastverluste

$$\frac{1}{T} \int i^2 dt \leq I_N^2$$

Diskussion des Fehlers

$$\boxed{I_{eff} \leq I_N}$$

Für Maschinen mit Nebenschlussverhalten (GNM, AM) gilt

$$M \sim I$$

$$\boxed{M_{eff} \leq M_N}$$

Effektivwertmethode

$$M_{eff} = \sqrt{\frac{1}{\Sigma t'} \int_0^{\Sigma t} m^2 dt}$$

Σt = Zykluszeit

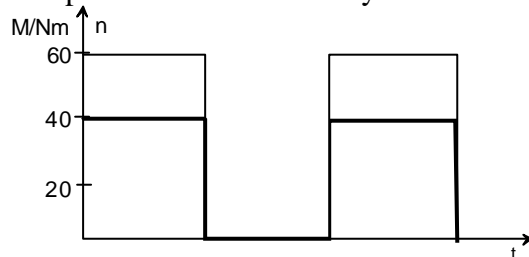
$\Sigma t'$ = reduzierte Zykluszeit

t_p = Pausenzeit

t_B = Betriebszeit

$$\Sigma t' = t_p \frac{A_{st}}{A} + t_B$$

Beispiel: Auswahl eines Asynchronmotors



$$n \sim 1470 \text{ min}^{-1}$$

$$t \sim 30 \text{ min}$$

$$t_{st} \sim 60 \text{ min}$$

$$t_p \sim 3 \text{ min}$$

$$t_B \sim 4 \text{ min}$$

$$\Sigma t' = \left(3 \cdot \frac{1}{2} + 4 \right) \text{ min} = 5,5 \text{ min}$$

$$\frac{A_{st}}{A} = \frac{t}{t_{st}} = \frac{1}{2}$$

$$M_{eff} = \sqrt{\frac{1}{5,5} \cdot 36 \cdot 10^2 \cdot 4} N_m$$

$$M_{eff} = 51,2 N_m$$

$$P_{eff} = M_{eff} \cdot \Omega = \frac{51,2 \cdot 1470 \cdot 2p}{60} W = 7,88 kW$$

$$P_N / kW \quad 4,0 \quad 5,5 \quad 7,5 \quad 11 \quad 14$$

$$M_K / M_N \quad 1,8 \quad 1,9 \quad 2,0 \quad 2,0 \quad 2,1$$

ausgewählter Motor 11 kW

$$M_N = \frac{P_N}{\Omega_N} = \frac{11 \cdot 10^3 \cdot 60}{2p \cdot 1470} N_m = \underline{\underline{71,5 N_m}}$$

$$M_N > M_{eff}$$

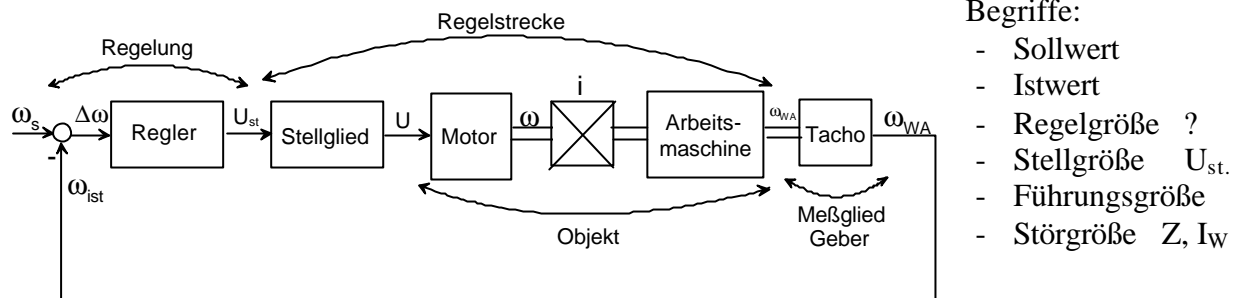
$$M_K = 2 M_N = 143 N_m > M_{max}$$

7.4.4 Geregelte Elektroantriebe

Nachteile der bisher betrachteten unregelten Antriebe:

1. $\Omega = f(M)$
2. Drehzahländerungen verlaufen träge, s. h. Hochlauf

Regelung



1. Erklärung des Regelkreises

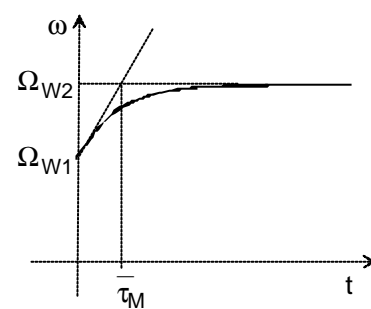
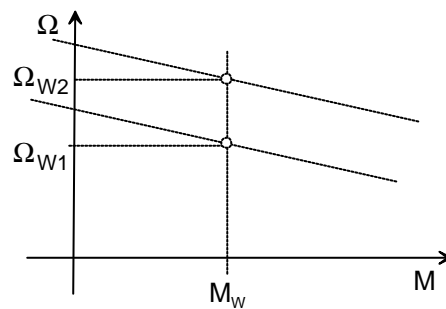
2. Aufgabe des Reglers:
- Verringerung der Soll-Istwert-Differenz
 - Verbesserung des dynamischen Verhaltens

Dynamisches Verhalten elektrischer Antriebe

1. mechanische Trägheit
sh. Anlauf

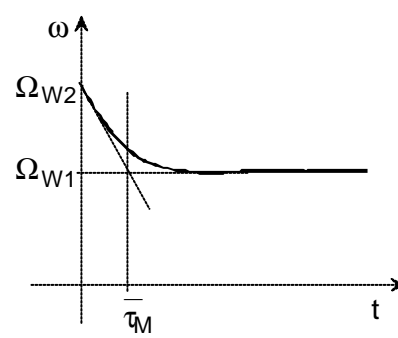
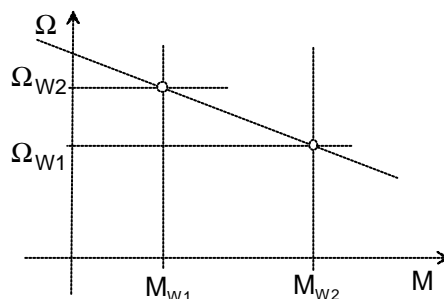
$$w = \Omega_w \left(1 - e^{-t/t_M} \right)$$

Begriff:
Führungsverhalten



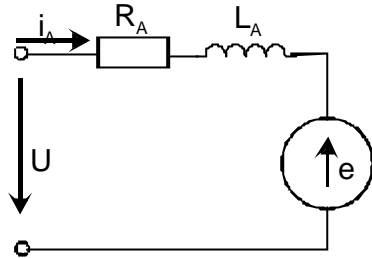
$$\left(w = (\Omega_{W2} - \Omega_{W1}) \left(1 - e^{-t/t_M} \right) + \Omega_{W1} \right)$$

Begriff:
Störverhalten



2. Elektromagnetische Trägheit

Strom kann sich im Motor wegen L_A nicht sprunghaft ändern ? auch m kann nicht springen
 ? bisheriges ESB gilt nur für stationäres Verhalten.



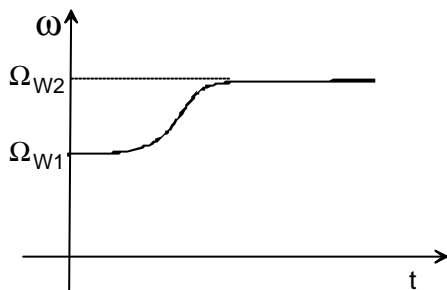
$$e = U - i_A \cdot R_A - L_A \frac{di_A}{dt}$$

$$\frac{U - e}{R_A} = i_A \left(1 + \frac{L_A}{R_A} \cdot \frac{di_A}{dt} \right)$$

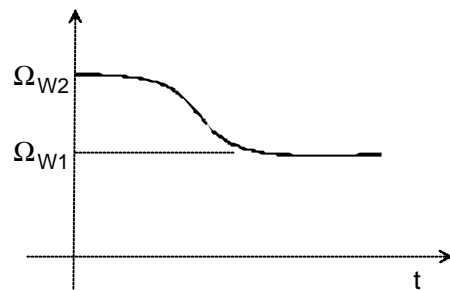
$$t_A = \frac{L}{R_A} \quad \text{Ankerzeitkonstante}$$

Schlussfolgerung

? wird nicht nur durch t_M verzögert, sondern auch durch t_A ? Verzögerung 2. Ordnung



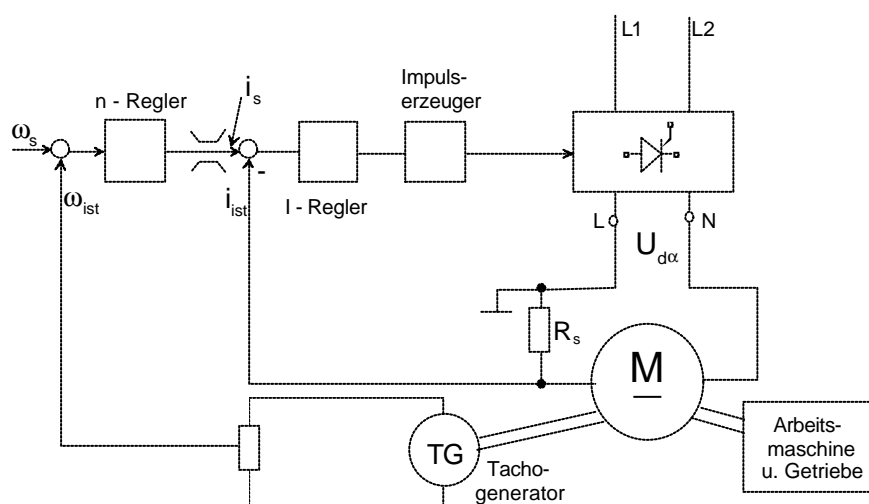
Führungsverhalten bei Spannungserhöhung
 + ? U



Störverhalten bei Lastsprung + ? M_W

Regelung hat die Aufgabe, t_A und t_M zu kompensieren.
 Physikalische Erklärung, Begriff: Spannungsüberhöhung

Drehzahlregelung des GNM mit unterlagelter Stromregelung



Erklärung der Struktur

Begriffe: Strombegrenzung
 Optimierung

Vorteile:

- t_A und t_M können getrennt kompensiert werden ? einfache Regelstruktur
- Strombegrenzung über i_s
- störunempfindlich
- leichte Inbetriebnahme

8. Elektrische Messgeräte und Messverfahren

8.1 Grundgesetze

Umwandlung der elektrischen Messgröße über das Magnet- oder elektrische Feld in einer Kraftwirkung ? Zeigerausschlag, d. h. Energieumwandlung

a) Stromdurchflossener Leiter im Magnetfeld

$$F = B \cdot l \cdot I \cdot \sin \alpha_{B,I}$$

b) Kräfte auf Trennflächen

$$F = \frac{B^2 \cdot A}{2 \mu_0}$$

c) Kräfte im elektrischen Feld

$$F = Q \cdot E \quad \text{bzw.} \quad F = \frac{Q^2}{2 \epsilon A} \quad (\text{Kondensator})$$

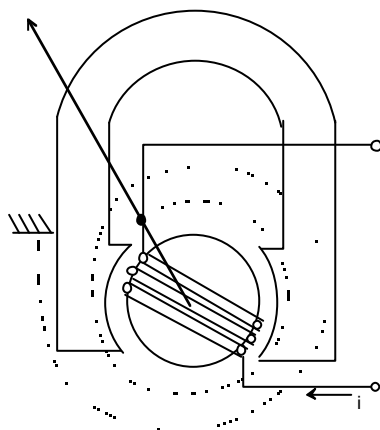
*? absoluter Fehler in Prozent
bezogen auf Endausschlag*

Definition der Fehlerklasse: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 5

Definition der Empfindlichkeit: $k = \frac{da}{dx}$ a – Ausschlag
x – Messgröße

8.2. Messgeräte

8.2.1 Drehspulinstrumente



Kraft: $F = B \cdot l \cdot N \cdot i$

Moment: $M = 2 \cdot B \cdot N \cdot r \cdot i$
r - Radius der Drehspule

Momentengleichgewicht: $M = c \cdot \alpha$

a - Drehwinkel
c - Federkonstante

$$c \cdot \alpha = 2 \cdot B \cdot N \cdot r \cdot i$$

Symbol



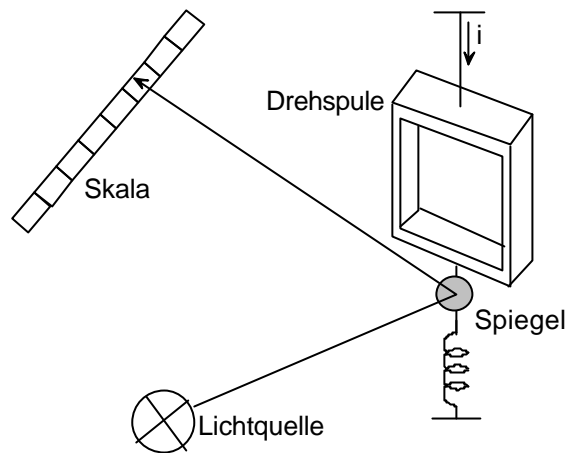
a ~ i

a = k · i

Eigenschaften:

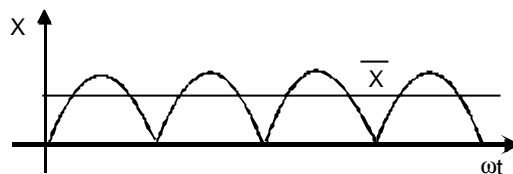
- Messung des arithmetischen Mittelwertes
- geringer Eigenverbrauch an Leistung, ($10^{-6} \dots 10^{-3}$) W
- thermisch überlastbar
- hohe Genauigkeit, Genauigkeitsklasse bis zu 0,1

Sonderform: Spiegel- oder Lichtmarkengalvanometer



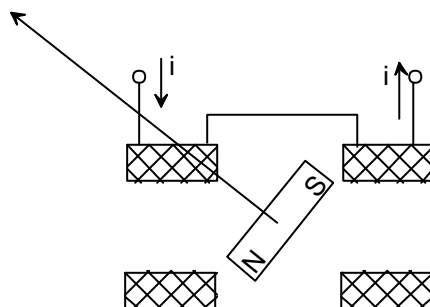
Hinweis: Drehspulinstrument misst strenggenommen keine Wechselgrößen, **aber**

Gleichrichtung



$$\left. \begin{array}{l} \text{Mittelwert} \quad \bar{X} = \frac{2}{\pi} \hat{X} \\ \text{Effektivwert} \quad X = \frac{1}{2} \sqrt{2} \hat{X} \end{array} \right\} X = \frac{P}{2\sqrt{2}} \bar{X}$$

8.2.2 Drehmagnetinstrument



$$a = k i$$

?

Umkehr des Drehspulinstrumentes
? Spule fest, Magnet drehbar

Eigenschaften

- hohe Eigenleistung
- Genauigkeit 1 ... 2,5 %
- ? Schalttafelinstrument

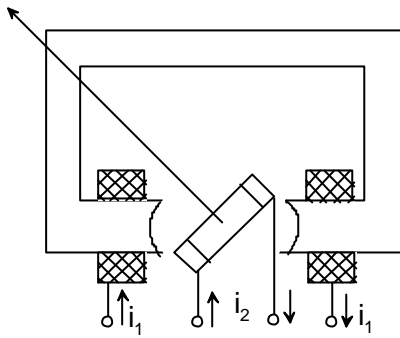
Mittelwert

Symbol



Linearität wird durch die hohe Eigenleistung
(Verluste) nicht ganz eingehalten

8.2.3 Elektrodynamisches Messinstrument



Symbol



Eigenschaften:

- hohe Eigenleistung
- Genauigkeit ca. 1%

$$a = k \cdot I_1 \cdot I_2 \cos(I_1, I_2)$$

$$i_1 = i_2 = i$$

$$a = k \cdot I^2 \quad \text{quadratisch ? Effektivwertmesser}$$

Leistungsmesser:

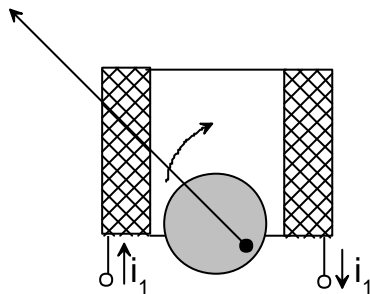
$$i_1 \sim i$$

$$i_2 \sim u$$

$$a = k \cdot u \cdot i \cos \varphi \sim P$$

Wirkleistung!

8.2.4 Dreheiseninstrument



Symbol



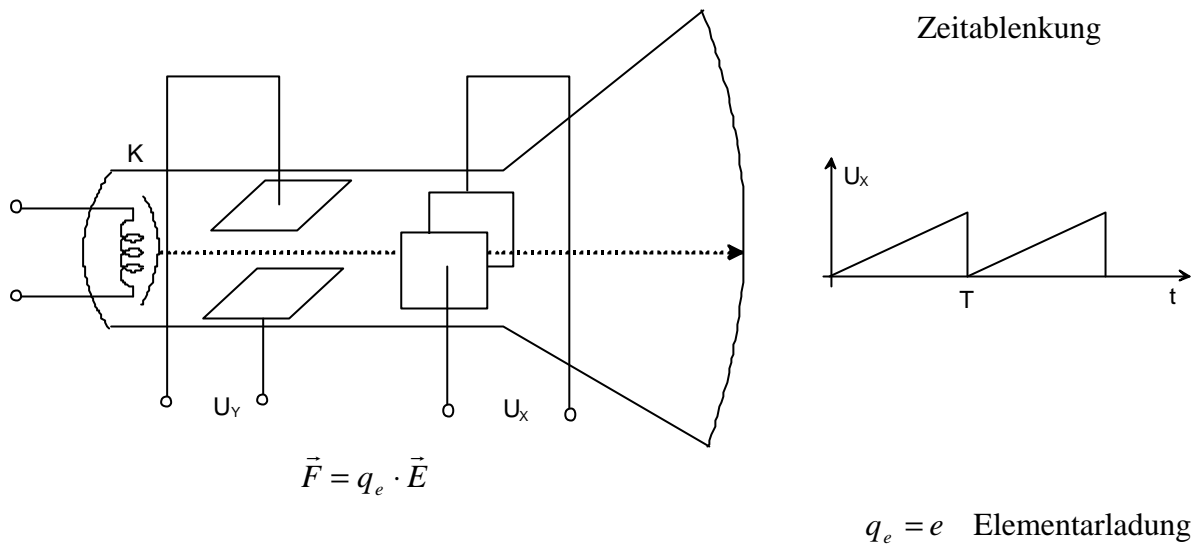
Eigenschaften:

- hohe Eigenleistung
- Genauigkeit 1,5%
- robust ? Schalttafelinstrument

Wegen $F = \frac{B^2 A}{2\mu_0}$ quadratische Abhängigkeit

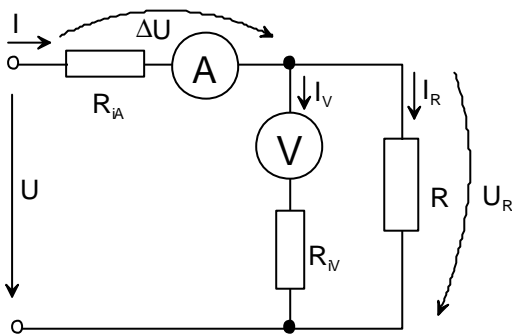
$a = k \cdot I^2$, aber durch entsprechende Form des Plättchens kann nahezu lineare Abhängigkeit erreicht werden ? trotzdem Effektivwertmesser

8.2.5 Elektronenstrahloszillograph



8.3. Meßmethoden

8.3.1 Strom- und Spannungsmessung



spannungsrichtig

Amperemeter misst $I = I_V + I_R$

? I_V verursacht Fehler

Forderung: $I_V \ll I_R$

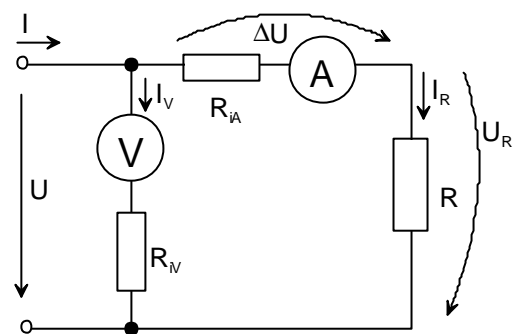
? $R_{iV} \gg R$

Fehler bei Widerstandsbestimmung

tatsächlicher Wert $R = \frac{U_R}{I_R}$

gemessener Wert $R_m = \frac{U_R}{I_R + I_V}$ $R_m = \frac{U_R + \Delta U}{I_R}$

relativer Fehler $\frac{\Delta R}{R} = \frac{R_m - R}{R}$



stromrichtig

Voltmeter misst $U_R + ?U = U$

? $?U$ verursacht Fehler

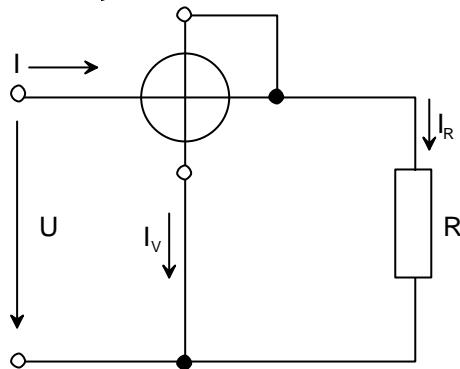
Forderung: $?U \ll U_R$

? $R_{iA} \ll R$

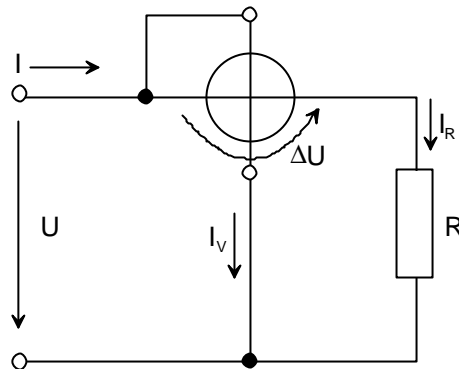
$\frac{\Delta R}{R} = -\frac{1}{1 + \frac{R_{iV}}{R}} \approx -\frac{R}{R_{iV}}$	$\frac{\Delta R}{R} = +\frac{R_{iA}}{R}$
spannungsrichtig	stromrichtig

8.3.2 Leistungsmessung

$$P = U \cdot I \cos \varphi$$



spannungsrichtig

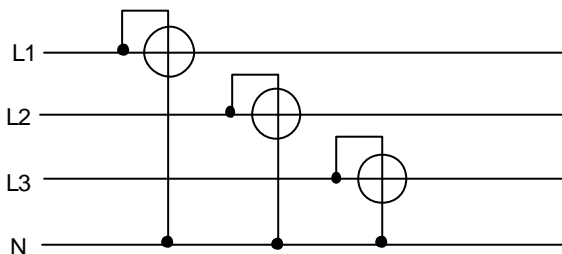


stromrichtig

Begriffe: Wattmeter
Stromspule
Spannungsspule
Blindleistungsmessung

Messung im Dreiphasensystem

a) 3-Wattmeter-Methode

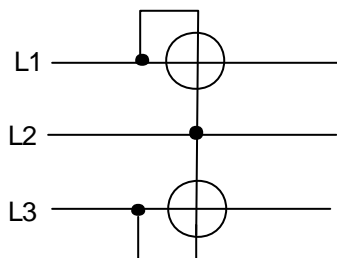


$$P_{\text{ges}} = P_1 + P_2 + P_3$$

Bemerkungen :

- auch bei unsymmetrischer Last
- Nulleiter erforderlich

b) 2-Wattmeter-Methode (Aronschtaltung)



Messung von: $P_1 + P_2$, d. h.

$$p(t) = i_1 (u_1 - u_2) + i_3 (u_3 - u_2)$$

$$= u_1 \cdot i_1 + u_3 \cdot i_3 + u_2 \underbrace{(-i_1 - i_3)}_{i_2}$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

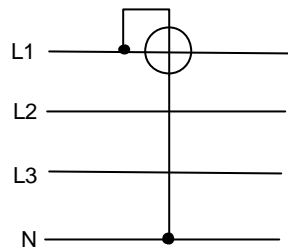
$$p(t) = u_1 \cdot i_1 + u_3 \cdot i_3 + u_2 \cdot i_2$$

?

$$\boxed{P_{\text{ges}} = P_1 + P_2}$$

Hinweis: Aronschtaltung geht nur bei $i_0 = 0$, d. h. symmetrische Last oder System ohne Nulleiter

c) 1-Wattmeter-Methode

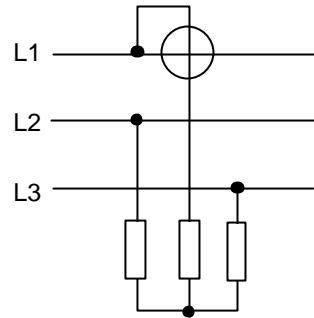


$$P = 3 P_1$$

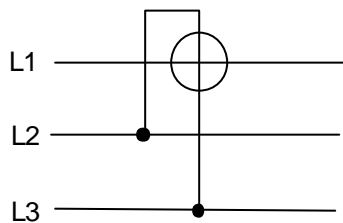
Hinweis:

geht nur bei symmetrischer Last und Nulleiter

Symmetrischer Verbraucher ohne Nulleiter
? Schaffung eines künstlichen Nullpunktes



d) Messung von Blindleistung



gemessener Wert:

$$a = 2 \cdot |I_1| \cdot |\underline{U}_2 - \underline{U}_3| \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$$

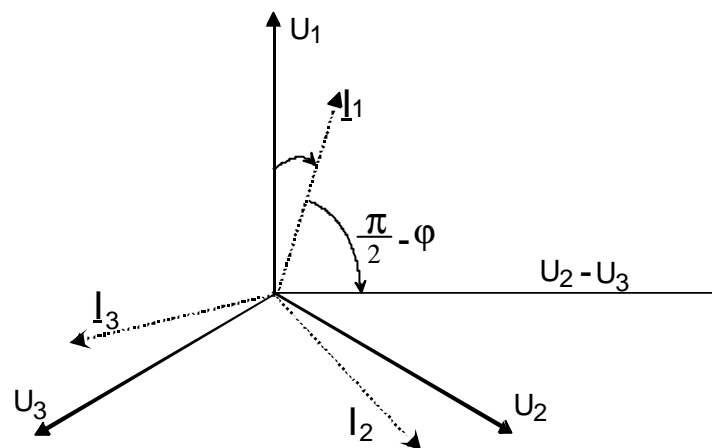
$$|\underline{U}_2 - \underline{U}_3| = \sqrt{3} \cdot U_1$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin \varphi$$

$$= I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot U_1 \sin \varphi$$

$$a = \sqrt{3} Q$$

symmetrisches System
 $Q = 3 U_1 I_1 \sin \varphi$



9. Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen

9.1. Allgemeines

Als Maß für die Wirkungen der Elektrizität ist primär der Strom maßgeblich, erst sekundär die eigentlich auslösende Größe, die elektrische Spannung. Diese ist mit dem Strom über den Widerstand (Übergangswiderstände an Stromeintritts- und -Austrittsstelle, Körperinnenwiderstand) verknüpft. Hauptsächlich treten vier Erscheinungsformen als Folge von elektrischer Durchströmung auf [5]:

- Reizwirkung (Schmerz),
- Kontraktion von Muskeln,
- Fehlersteuerungen (Herzkammerflimmern, Lungenstillstand),
- elektrolytische Wirkungen (Verbrennungen).

Für die Gefährdung durch elektrischen Strom können drei Grenzen festgestellt [5] werden:

- Spürbarkeitsgrenze (Anfang der Reizwirkung),
- Loslassgrenze (z.B. Starrkrampf in den Armen),
- Schwellwert für den Einsatz des Herzkammerflimmerns.

ca. 1 mA kann Mensch noch wahrnehmen
 über 20 mA sind für den Menschen unzulässig
 über 50 mA sind für den Menschen gefährlich
 über 100 mA sind für den Menschen tödlich

Stichwort: Herzflimmern

Diese Gefährdungsgrenzen sind von den Einflussgrößen Frequenz, Weg des Stromes, Betrag des Stromes, Einwirkungsdauer und Stromform abhängig. Gefährdung nimmt mit der Frequenz ab ? Heilbehandlung

Nach [6] kann Herzkammerflimmern schon bei Stromstärken von:

	80 mA	Wechselstrom
bzw.	300 mA	Gleichstrom

auftreten. Es werden daher Stromgrenzwerte festgelegt, deren Überschreitung in elektrischen Anlagen/Geräten zwingend die Anwendung von geeigneten Schutzmaßnahmen gegen gefährliche Durchströmungen fordert: z.B.

	50 V	Wechselspannung
	120 V	Gleichspannung (Welligkeit < 10%)

oder

	3 mA	Wechselstrom eff.
	12 mA	Gleichstrom (Welligkeit < 10%)

(als Maximalströme bei 2 k Ω induktionsfreien Widerstand)

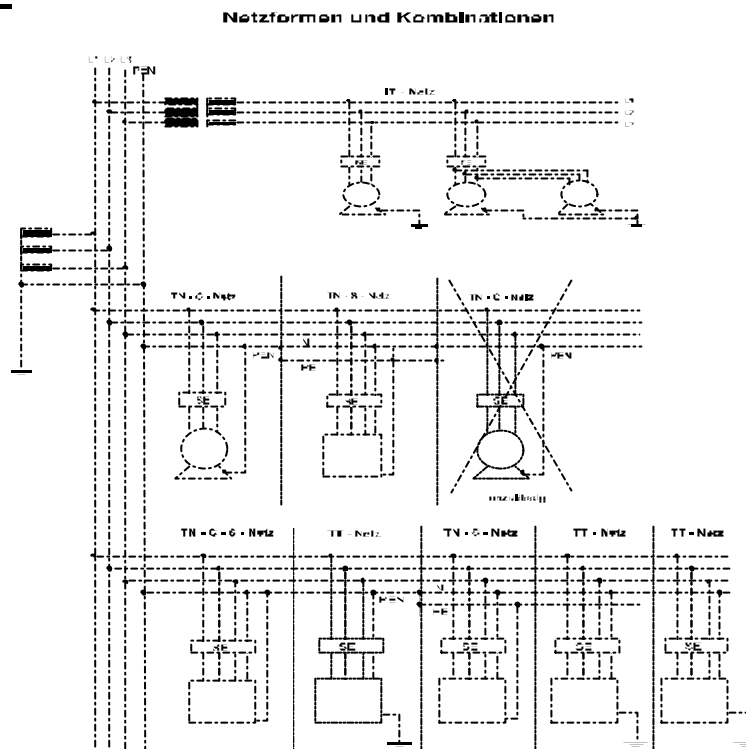
Da bei einer Spannung von 220V~ { $R_U \leq 100 \Omega$ bis 100 k Ω ; $R_K = 300 \Omega$ bis 1300 Ω } schon Ströme von ca. 440 mA auftreten können sind in allen Niederspannungsanlagen (Nennspannung ≤ 1000 V) grundsätzlich Schutzmaßnahmen anzuwenden.

Die anzuwendenden Schutzmaßnahmen sind:

Schutzkleinspannung
Schutzerdung
Überstromschutzeinrichtungen (Nullung)
Schutzleitungssystem
Fehlerspannungs (FU) - Schutzschaltung
Fehlerstrom (FI) - Schutzschaltung
Schutztrennung
Schutzisolierung

Die anzuwendenden Schutzmaßnahmen werden von der jeweils vorliegenden Netzkonfiguration bestimmt.

9.1.1 Netzformen



Kennzeichnung :

- erster Buchstabe: - *Erdungsverhältnisse der Stromquelle*
- T direkte Erdung eines Punktes
 - I entweder Isolierung aller aktiven Teile von Erde oder Verbindung eines Punktes mit Erde über eine Impedanz
- zweiter Buchstabe: - *Erdungsverhältnisse der Körper der elektrischen Anlage*
- T Körper direkt geerdet
 - N Körper direkt mit dem Betriebserder verbunden (meist Sternpunkt)
- weitere Buchstaben: - *Anordnung des Neutralleiters und des Schutzleiters im TN-Netz*
- S Neutralleiter- u. Schutzleiterfunktion durch getrennte Leiter
 - C Neutralleiter- u. Schutzleiterfunktionen kombiniert in einem Leiter (PEN - Leiter)

9.2. Kurzcharakteristika der Schutzmaßnahmen

Elektrische Anlagen und Geräte müssen grundsätzlich **zwei** Schutzfunktionen gewährleisten. Der **Grund- oder Basischutz** sichert gegen **direktes Berühren** (DIN VDE 0100 Teil 410), der **Fehlerschutz** sichert gegen gefährliche Spannungen an Teilen die normalerweise nicht unter Spannung stehen (Schutz bei **indirektem Berühren**).

Schutz bei indirektem Berühren

Hierzu sind Schutzmaßnahmen allgemein notwendig und sollten in jeder elektrischen Anlage vorgesehen werden. Wird der Schutz durch "Abschaltung oder Meldung" gewährleistet, so ist stets eine Koordinierung zwischen Netzform und Schutzeinrichtung notwendig. Basis dafür sind die typischen Netzformen nach DIN 57 100 Teil 310/ VDE 0100 Teil 310. Aufgabe dieser

Schutzeinrichtungen ist es ." Durch automatisches Abschalten nach Auftreten von Fehlern soll verhindert werden, dass eine Berührungsspannung solange fortbesteht, dass sich hieraus eine Gefahr ergeben könnte."

9.2.1 Schutzisolierung

Die Schutzisolierung soll das Überbrücken zu hoher Berührungsspannungen gegen mit Erde in Verbindung stehenden leitfähigen Teilen oder gegen den Standort verhindern.

Die Körper dieser Betriebsmittel sind mit Isolierstoff zusätzlich zur Basisisolierung zu umgeben, der an keiner Stelle durch leitende Medien durchbrochen werden darf. Diese Isolierstoffumhüllung muss den mechanischen, elektrischen und thermischen Beanspruchungen standhalten, die üblicherweise auftreten können. An die Körper dieser Betriebsmittel dürfen keine Schutzleiter angeschlossen werden. Kennzeichnung: (nach DIN 30600)

9.2.2 Schutzkleinspannung und Funktionskleinspannung

Man unterscheidet hier "Funktionskleinspannung mit sicherer Trennung" (entspr. Sicherheitskleinspannung) und "Funktionskleinspannung ohne sichere Trennung".

Die Nennspannung dieser Anlagen darf 50V Wechselspannung oder 120V Gleichspannung nicht überschreiten und die Speisung muss aus einer speziellen Stromquelle erfolgen (z.B. Sicherheitstransformatoren nach VDE 0551). Wenn die Nennspannung 25V_~ oder 60V₌ überschreitet muss ein Schutz gegen direktes Berühren sichergestellt werden (z.B.: Isolierung die einer Prüfspannung von 500V Wechselspannung 1 min. standhält!) Aktive Teile von Schutzkleinspannungsstromkreise dürfen weder mit Erde noch mit Schutzleitern oder mit aktiven Teilen anderer Stromkreise verbunden werden. Körper dürfen nicht absichtlich verbunden werden, weder mit Erde noch mit Schutzleitern oder Körpern von Stromkreisen anderer Spannungen. Wenn Funktionskleinspannung ohne sichere Trennung vorliegt, werden erhebliche schärfere Forderungen (z.B. Prüfspannung 1500V) an die eingesetzten Betriebsmittel gestellt.

9.2.3 Schutztrennung

Durch Schutztrennung eines einzelnen Stromkreises werden Gefahren beim Berühren von Körpern vermieden, die durch einen Fehler in der Basisisolierung des Stromkreises Spannung annehmen können. Trennmittel sind z.B. Trenntransformatoren nach VDE 0550, Motorgeneratoren nach VDE 0530. Diese Geräte sollten meist in "Schutzisoliert" ausgeführt sein. Die aktiven Teile des Sekundärstromkreises dürfen weder mit einem anderen Stromkreis noch mit Erde verbunden werden. Wenn die Schutzmaßnahme Schutztrennung im Hinblick auf eine besondere Gefährdung zwingend vorgeschrieben ist, darf an die Stromquelle nur **ein** einzelnes Verbrauchsmittel angeschlossen werden.

9.2.4 Schutzmaßnahmen mit Überstrom-Schutzeinrichtungen im TN-Netz

(Nullung und Schutzerdung)

Alle Körper müssen mit dem geerdeten Punkt des speisenden Netzes durch Schutzleiter bzw. PEN-Leiter verbunden werden. Im Fehlerfall spricht dann die Überstromschutzeinrichtung an. Die Ansprechzeit muss:

in Stromkreisen mit Steckdosen bis 35 A Nennstrom $\leq 0,2$ s

in anderen Stromkreisen ≤ 5 s betragen.

Die Impedanz der Fehlerschleife muss so gering sein, dass die o.g. Ansprechzeiten sicher eingehalten werden.

$$Z_S \cdot I_a \leq U_0$$

Z_S Fehlerschleifenimpedanz

I_a Abschaltstrom (Bei FI-Schaltereinsatz = Nennfehlerstrom des FI Schalters)

U_0 Nennspannung gegen geerdeten Leiter

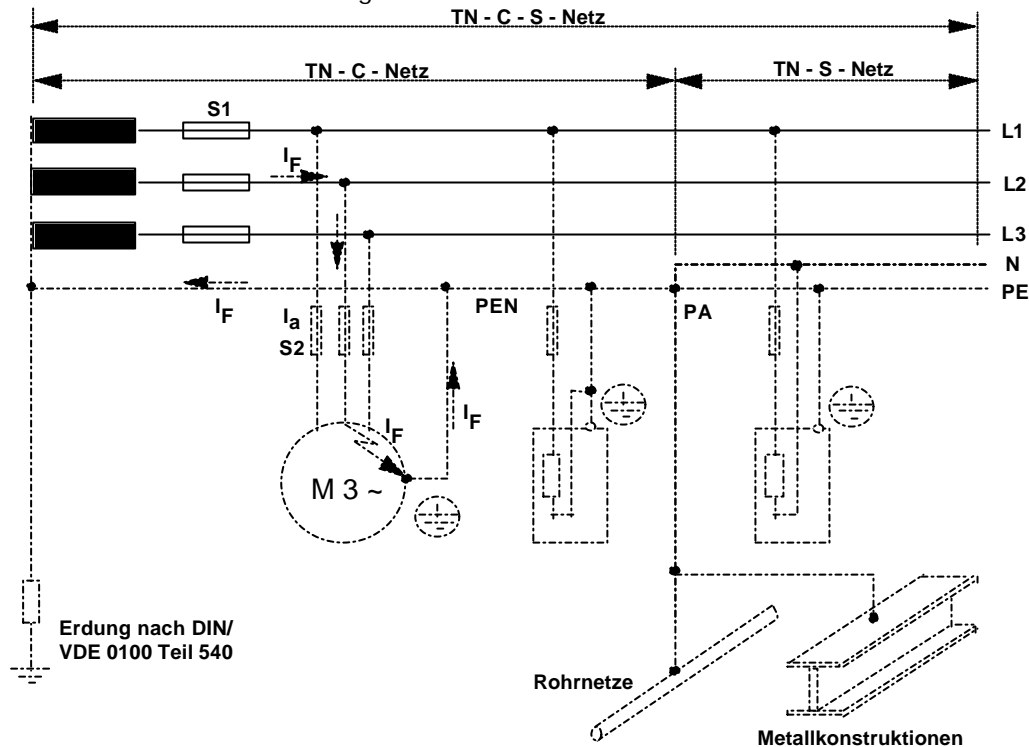
Es dürfen im TN - Netz: Überstrom-Schutzeinrichtungen

Fehlerstrom-Schutzeinrichtungen

angewandt werden. (Im TN-C-Netz muss der Schutz durch Überstromschutzeinrichtungen erfolgen.) Bei **zusätzlichem Einsatz** von Fehlerstromschutzeinrichtungen muss der Anschluss der Körper an den Schutzleiter des Netzes vor der Fehlerstromschutzeinrichtung erfolgen.

Überstromschutzeinrichtungen im PEN - Leiter sind unzulässig! Ist der PEN - Leiter schaltbar, so muss das Schaltstück beim Einschalten vor- und beim Ausschalten nachheilen!

Beispiel: Überstromschutzeinrichtung

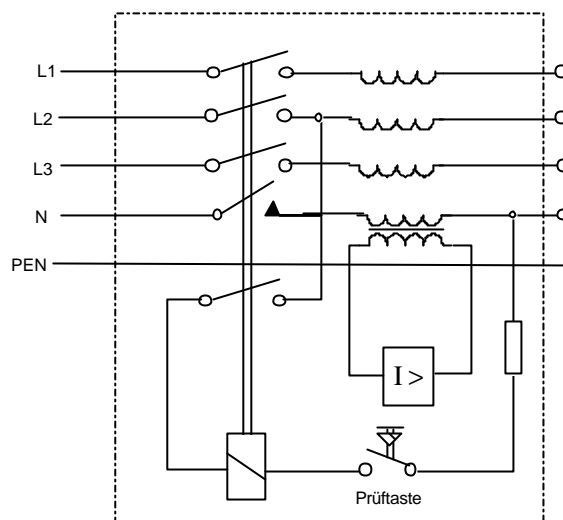


N	- Neutraleiter	L ₂ , L ₃	- Außenleiter
PE	- Schutzleiter	I_F	- Fehlerstrom
PA	- Potentialausgleich	I_a	- Abschaltstrom d. Überstromschutzvorrichtung
PEN	- Schutzleiter mit Neutraleiterfunktion		

Wirkprinzip:

Wenn z.B. am Motor von L₂ zu dem Gehäuse (Körper) ein Fehlerstrom I_F auftritt, so fließt dieser Strom über die Erdklemme am Gehäuse, über den Schutzleiter mit Neutraleiterfunktion (PEN) zum Außenleiter L₂. Der Widerstand dieser Fehlerstrombahn muss so klein sein, dass mit Sicherheit der Abschaltstrom I_a der Überstromschutzvorrichtung (Sicherung) innerhalb von $\leq 0,2$ Sekunden (bzw. ≤ 5 s bei Kreisen ohne Steckvorrichtungen) erreicht wird und durch Ansprechen der Sicherung (Überstromschutzvorrichtung) der fehlerhafte Stromkreisteil abgeschaltet wird.

Beispiel Fehlerstromschutzvorrichtung:



9.2.5 Schutzmaßnahmen im TT-Netz

Alle Körper, die durch eine Schutzeinrichtung gemeinsam geschützt sind, müssen durch Schutzleiter an einen gemeinsamen Erder angeschlossen werden. Gleichzeitig berührbare Körper müssen an denselben Erder angeschlossen werden. Im TT-Netz muss der Sternpunkt oder ein Außenleiter geerdet werden.

An den Erdübergangswiderstand wird folgende Forderung gestellt:

$$R_A * I_a \leq U_L$$

R_A = Erdungswiderstand der Erder der Körper

I_a = Strom der das automatische Abschalten innerhalb 5s bewirkt.

U_L = Vereinbarte Grenze der dauernd zulässigen Berührungsspannungen

Bei Verwendung von Fehlerstrom-Schutzeinrichtung ist I_a der Nennfehlerstrom. Bei Anwendung von Überstromschutzeinrichtungen muss auch im Neutralleiter eine Überstromschutzeinrichtung vorgesehen werden, die so beschaffen sein muss, dass in keinem Fall der Neutralleiter vor dem Außenleiter abgeschaltet wird. Die Überstromschutzeinrichtungen müssen dann innerhalb von 0,2 s ansprechen. Bei Anwendung von Fehlerstromschutzspannungsschutzeinrichtungen sollte $R_A \leq 200 \Omega$ sein.

Es dürfen
 Überstromschutzeinrichtungen
 Fehlerstromschutzeinrichtungen
 Fehlerstromschutzspannungsschutzeinrichtungen (in Sonderfällen)
 angewandt werden.

9.2.6 Schutzmaßnahmen im IT-Netz

IT-Netze müssen entweder gegen Erde isoliert oder über eine ausreichende hohe Impedanz geerdet werden. Der Fehlerstrom bei Auftreten nur eines Körper- oder Erdschlusses ist niedrig, eine Abschaltung ist nicht erforderlich. Es müssen jedoch Maßnahmen getroffen werden, um bei Auftreten eines weiteren Fehlers Gefahren zu vermeiden.

Die Körper müssen einzeln, gruppenweise oder in ihrer Gesamtheit mit einem Schutzleiter verbunden werden.

$$R_A * I_d \leq U_L$$

R_A = Erdungswiderstand aller mit einem Erder verbundenen Körper

I_d = Fehlerstrom im Falle des ersten Fehlers (unter Berücksichtigung der Gesamtimpedanz der Anlage gegen Erde!)

U_L = vereinbarte Grenze der dauernd zulässigen Berührungsspannung

In diesen Anlagen dürfen:
 Überstromschutzeinrichtungen
 Fehlerstromschutzeinrichtungen
 Isolationsüberwachungseinrichtungen
 Fehlerstromschutzspannungsschutzeinrichtungen (in Sonderfällen)
 angewandt werden.

9.2.7 Schutz durch erdfreien, örtlichen Potentialausgleich

Ein erdfreier, örtlicher Potentialausgleich verhindert das Auftreten einer gefährlichen Berührungsspannung. Alle gleichzeitig berührbaren Körper müssen durch Potentialausgleichsleiter nach DIN 57 100 Teil 540/VDE 0100 Teil 540 miteinander verbunden werden. Dieses örtliche Potentialausgleichssystem darf weder über Körper noch über fremde leitfähige Teile mit Erde verbunden werden.

(Es muss sichergestellt werden, dass beim Betreten eines erdpotentialfreien Raumes keine gefährlichen Berührungsspannungen auftreten.)

relevante DIN/VDE Vorschriften

- | | |
|-----------------------------|---|
| [1] DIN 31 000/
VDE 1000 | Allgemeine Leitsätze für das sicherheitsgerechte Gestalten technischer Erzeugnisse |
| [2] DIN 57 100
VDE 0100 | Errichten von Starkstromanlagen mit Nennspannungen bis 1000 V (Unterrichtsräume mit Experimentierständen) |
| [3] DIN 57 105 Teil 1 | Betrieb von Starkstromanlagen "Allgemeine Festlegungen" |