

OTTO - VON - GUERICKE - UNIVERSITÄT MAGDEBURG



Elektrotechnik Grundlagen 1

für
Ingenieurinformatik

Dr.-Ing. E. Weise

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik



**Institut für
Elektrische Energiesysteme**

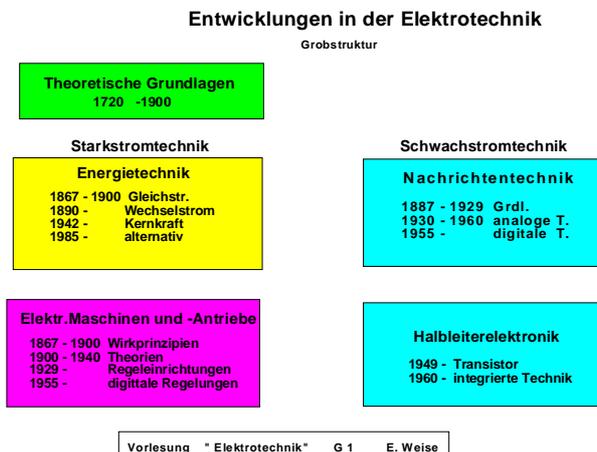
ETGrundl04

Inhaltsverzeichnis

0.	Einführung	3
1.	Grundbegriffe Strom/Spannung/Widerstand	5
2.	Berechnung von Gleichstromkreisen	7
2.1	Berechnung vermaschter linearer Stromkreise	9
2.1.1	Überlagerungssatz	11
2.1.2	Zweipoltheorie	13
3.	Der Feldbegriff in der Elektrotechnik	16
3.1	Das elektrische Feld	16
3.1.1	Strömungsfeld stationär	16
3.1.2	elektrostatisches Feld	17
3.1.3	Kondensator	18
3.1.4	Energie und Kräfte im elektrostatischen Feld	20
4.	Das Magnetfeld	24
4.1	Energie und Kräfte im Magnetfeld	27
4.2	Kräfte auf stromdurchflossene Leiter	28
4.3	Induktionsgesetz	29
4.4	Wirbelströme und Stromverdrängung	31
4.5	Selbst und Gegeninduktion	32
5.	Wechselstromtechnik	41
5.1	Zeitliche Mittelwerte von Sinusgrößen	41
5.2	Sinusförmige Spannungen und Ströme im Zeigerdiagramm	43
5.3	Spannungs- und Stromzeiger bei den Grundschaltelementen	44
5.4	Berechnung von Wechselstromschaltungen	45
5.4.1	Resonanz	47
5.5	Wechselstromleistung	49
6.	Drehstromkreis und Drehstromsysteme	54
6.1	Verkettung des Dreiphasensystems	54
6.2	Leistung im Dreiphasensystem	57
7.	Schutzmaßnahmen in Niederspannungsanlagen	60
7.1	Allgemeines	60
7.2	Netzformen	62
7.3	Kurzcharakteristika der Schutzmaßnahmen	62
7.3.1	Schutzisolierung	62
7.3.2	Schutzkleinspannung und Funktionskleinspannung	63
7.3.3	Schutztrennung	63
7.4.1	Schutzmaßnahmen mit Überstromschutzeinrichtung im TN-Netz63	
7.4.2	Schutzmaßnahmen im TT-Netz	65
7.4.3	Schutzmaßnahmen im IT-Netz	65
7.5	Schutz durch erdfreien örtlichen Potentialausgleich	65
7.6	Prüfung elektrischer Anlagen	66

0. Einführung

Die Elektrotechnik ist eine sehr junge Wissenschaft und deshalb in ihrer Struktur und in der mathematischen technischen Beschreibung nach modernen Gesichtspunkten klar und einfach strukturiert. Noch Anfang dieses Jahrhunderts wurde Elektrotechnik als Spezialisierung in maschinenbautechnischen- bzw. physikalisch-technischen Fachrichtungen gelehrt. Im wissenschaftlichen Entwicklungsprozess entstanden in sehr kurzer Zeit durch den enormen Wissenszuwachs eine Reihe von Fachrichtungen, die jeweils Spezialgebiete der Elektrotechnik beinhalten: wie z.B.



Theoretische Elektrotechnik	(mathematische Behandlung elektrotechnischer Problemstellungen)
Elektrische Maschinen	(Berechnung, Entwurf, Konstruktion, Betriebsverhalten und Anwendung)
Hochspannungstechnik	(Erzeugung, Anwendung, Berechnung, konstruktive Gestaltung von Hochspannungsanlagen und Geräten)
Elektronik	(physikalische Grundlagen, Technologie, Schaltungstechnik, Anwendung Informationselektronik, elektronische Steuer- und Regeltechnik, elektronische Rechentechnik usw.)
Energietechnik	(Erzeugung, Transport, Verteilung von Elektroenergie, Netztechnik, Steuerung und Regelung der Erzeugung und Verteilung von Elektroenergie, Schutztechnik)

Aus dieser unvollständigen Aufzählung wird schon die Bedeutung und Breite des zu behandelnden Stoffgebietes erkennbar. Die wesentliche Aufgabe dieser Lehrveranstaltung wird also darin bestehen, einen Überblick über das Stoffgebiet und gleichzeitig praktisch anwendbare Grundlagen zu vermitteln um Problemstellungen zu erkennen und einfache Probleme selbständig zu lösen und mit Spezialisten der Elektrotechnik Gemeinschaftsarbeit praktizieren zu können.

Chronologie der Elektrotechnik

1791	Galvani veröffentlicht seine Froschschenkelversuche
1793	Volta (und Pfaff) stellen eine Spannungsreihe der Metalle auf
1799	Volta Konstruktion der "Voltaisichen Säule"
1806	Davy veröffentlicht die Theorie der Elektrolyse
1820	Oerstedt entdeckt den Elektromagnetismus
1821	Sebeck entdeckt die Thermoelektrizität
1826	Ohm entwickelt den Zusammenhang zwischen Strom-Spannung-Widerstand (Ohms`ches Gesetz)
1831	Faraday entdeckt die Induktion
1843	Joule Messung des Wärmeäquivalentes von Strömen Becquerel führt photochemische Versuche durch
1844	Wheatston`sche Brückenschaltung entwickelt
1859	Plante entwickelt den Bleiakкумуляtor
1866	Siemens entdeckt das elektrodynamische Prinzip

Entwicklung der Elektrotechnik

an ausgewählten Beispielen

Theoretische Grundlagen		
550 v. u. Z.	Thales	Beschreibung der elektrischen Eigenschaften des Bernsteins
440 v. u. Z.	Leukipp und Demokrit	Entwicklung von Gedanken zum Atombegriff
1665	O.v.Guericke	Elektriermaschine
1729	Gray	Leiterbegriff, Nichtleiterbegriff
1785	Coulomb	Coulombsches Gesetz (Ladung, Strom, Zeit)
1799	Volta	Entdeckung der Spannungsreihe und Voltasche Säule
1820	Oersted	Entdeckung des Elektromagnetismus
1826	Ohm	formuliert den Zusammenhang zwischen Strom, Spannung und Widerstand
1831	Faraday	Entdeckung der elektromagnetischen Induktion
1845	Kirchhoff	Gesetze zur Stromverzweigung
1866	Wheatstone	Entdeckung des Prinzips der Selbsterregung
1873	Maxwell	Formulierung der Theorie des elektromagnetischen Feldes
1887	Hertz	Entdeckung der schnellen elektrischen Schwingungen
1931	Wilson	Konzept der "Löcherleitung" in Halbleitern
1939	Schottky, W.	Vorstellung der Sperrschichttheorie
1949	Shockley	Entwicklung der Theorie der p-n-Übergänge

Energietechnik		
1752	Franklin	Blitzableiter
1867	Siemens	Bau der ersten betriebsreifen Dynamomaschine
1873	Fontaine	Übertragung von E-Energie über eine Distanz von 1 km
1880	Edison	Bau des ersten Elektrizitätskraftwerkes
1884	Gibbs	Entwicklung des Transcomators
1885	Tesla/Ferraris	Elektrisches Drehfeld und Mehrphasenströme
1886		erstes Stadtwerk mit Akkumulatorenbetrieb in Dessau
1886	Bernardos	Entwicklung eines Elektroschweißgerätes
1887		1. Parallelbetrieb zweier Kraftwerke (Markgrafenstraße-Mauerstraße Berlin)
1890		1. Wechselstromkraftwerk in Europa
1891		Lauffen-Frankfurt 170 km 100 kW 25000V Drehstrom Wirkungsgrad 75%
1905		erste deutsche 50 kV Übertragung Moosburg - München
1911		erste deutsche 110 kV Übertragung Lauchhammer - Riesa
1923		erste deutsche 220 kV Übertragung Ronsdorf - Lethmate
1926		erste deutsche 380 kV Übertragung Köln - Voralberg
1942	Fermi	1. Kernreaktor in Chicago wird in Betrieb genommen

Maschinen und Antriebe		
1834	Jacobi	erster einsatzfähiger Elektromotor
1866	Siemens	Entdeckung des dynamoelektrischen Prinzips
1869	Gramme / Edison Maxim / Altenbeck	Verbesserungen der elektrischen Maschinen
1881		erste elektrische Straßenbahn
1885	Ferraris/Tesla	Entwicklung von Wechsel- und Drehstrommaschinen
1889	Dobrowolski	Asynchronmotor
1890	Tesla	Generator für Wechselstrom
1895		USA Einsatz von Elektrolokomotiven
1922/25		Einsatz von Quecksilberdampfgleichrichtern bei Bahnmotoren
1929	Pasterini u. Scheufer	Entwicklung von Regleinrichtungen für elektrische Maschinen
1935	Josifjan	Entwicklung eines Thyatron - gespeisten Antriebes

Vorlesung	Elektrotechnik Grundlagen 1	G2	E. Weise
-----------	-----------------------------	----	----------

Entwicklungen in der Elektronik

(ausgewählte Beispiele)

Nachrichtentechnik		
1837	S. Marx	Erfindung des elektromagnetischen Schreibtelegrafen
1861	Rais	Erfindung des Telefones
1887	Hertz	Entdeckung der schnellen elektromagnetischen Schwingungen
1895	Popow	Hochantenne für drahtlose Telegrafie
1904	Hülsmeyer	Reflektion elektromagnetischer Wellen
1919	Bontsch u.a.	Bau der ersten großen Senderöhre
1924		1. Kurzwellenfunklinie zwischen Nauen und Buenos Aires
1927		1. drahtloser Fernsprecherkehr über den Atlantik
1925		1. Fernsehübertragung in den USA (Nipkowscheibe)
1945	Goldmark	1. praktisch anwendbares Farbfernsehen

Halbleitertechnik		
1928	Berzelius	Entdeckung des Siliziums
1938		Entwicklung der Siliziumkristalldiode
1941		Entwicklung der Germaniumdiode
1946		Entwicklung des Siliziumfotoelementes
1948	Bardain, Brattain, Shockley	Entwicklung des Transistors
1948		Punktkontakt- und Feldeffekttransistor
1951		Planartransistor
1956		Thyristor
1959		Weltproduktion Transistoren: 100 Mill Stück !
1960		Siliziumplanartransistoren ermöglichen Integration
1963		1. integrierte Schaltungen werden hergestellt
1967		Herstellung integrierter Großschaltkreise
1972		Mikroprozessoren-Schaltkreise in Serienproduktion

Bauelemente und Geräte		
1897	Braun	Entwicklung der Elektronenröhre
1903	Wahalt	Wahaltzylinder
1904	Flemming	Diodenröhre
1907	Forest	Triode
1910	v. Lieben	Entwicklung der Gitterröhre
1913	Meißner	1. stabiler Verstärker zu Erzeugung ungedämpfter Schwingungen (Meißnersche Rückkopplung)
	Franck/Hertz	Quantenhalbe Emission von Licht
1926	Busch	1. Elektronenlinse (Grundlage der Elektronenoptik)
1931	v. Ardenne	1. elektronisches Fernsehen (Berliner Funkausstellung)
1933		1. Elektronenmikroskop

Vorlesung	Elektrotechnik Grundlagen 1	G3	E. Weise
-----------	-----------------------------	----	----------

1. Grundbegriffe

Strom und Ladung

Der elektrische Strom ist die zeitliche Änderung von Ladungsträgern

$$i = dq/dt \text{ [A]} \quad q = \text{Ladungsmenge [As]}$$

Jede Änderung der Ladungsmenge (Größenänderung, Bewegungsänderung) wird als elektrischer Strom definiert.

(Einheit (A) Definition: 1A dann, wenn die Kraft zwischen zwei parallelen linienhaften 1 m langen Leitern 2×10^{-7} N beträgt.)

entsprechend ist: $q = \int i(t) dt$

$$i = \text{konst.} = I \equiv \text{Gleichstrom}$$

$$q = \text{konst.} = Q \equiv \text{statische Ladung}$$

Die Ladungsmenge ist quantifizierbar in der (kleinsten) Einheit **der Elementarladung**:

$$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \quad [1\text{As} = 1\text{C}] \quad [\text{C}] = \text{Coulomb}$$

Strom - Ladungsträgerbewegung	-	in festen Leitern	Elektronen
	-	in flüssigen Leitern	Ionen
	-	in gasförmigen Leitern	Ionen

Wirkungen: Magnetfeld, Erwärmung und Stofftransport bei Ionenleitung

Spannung

Die elektrische Spannung wird über die Leistung definiert:

$$U[V] = \frac{\text{Leistung}(P)[W]}{\text{Strom}(I)[A]} = \frac{\text{Energie}(W)[Ws]}{\text{Ladung}(Q)[As]}$$

mit der Einheit "Volt" [V]. Entlang eines Stromweges tritt eine elektrische Spannung bei Energieumsatz auf. Dieser Energieumsatz kann sowohl "verbrauchend" als auch "erzeugend" wirken (Quelle \equiv Erzeuger, Senke \equiv Verbraucher). Entsprechend werden zur Unterscheidung dieser Wirkungen zwei Formelzeichen für die Spannung benutzt:

$$U_q = \text{Urspannung, Quellspannung}$$

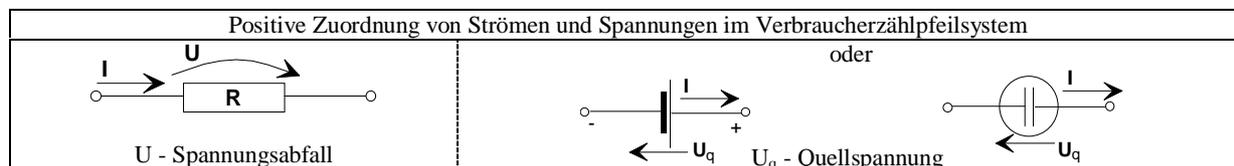
$$U = \text{Spannungsabfall}$$

Ebenso wie der Strom wird die Spannung als "richtungsbehaftete" Größe betrachtet und entsprechend dem benutzten Zählpfeilsystem positiv oder negativ angewandt. Man kann zwei Zählpfeilsysteme unterscheiden:

Verbraucherzählpfeilsystem: verbrauchte Leistung > 0 $U > 0$ in Richtung des Stromflusses am Verbraucher

Erzeugerzählpfeilsystem : erzeugte Leistung > 0 $U_q > 0$ in Richtung des Stromflusses in der Quelle

Bei Anwendung des Verbraucherzählpfeilsystemes ergeben sich damit folgende Festlegungen für die positiven Zählrichtungen von Strom, Spannungsabfällen und Urspannung im Stromkreis:



Die Urspannung als antreibende Kraft für den elektrischen Strom wird im Verbraucherzählpfeilsystem in ihrer positiven Zählrichtung so definiert das der Stromfluß innerhalb der Quelle von **- nach +** und außerhalb der Quelle von **+ nach -** (entgegen der physikalischen Elektronenbewegung !) positiv gezählt wird.

Urspannungsentstehung:

fotoelektrisch
galvanisch
Induktion
piezoelektrisch
durch Reibung
thermoelektrisch

Widerstand

Definitionsgleichung (**Ohmsches Gesetz**) $R = \frac{U}{I} [\Omega]$

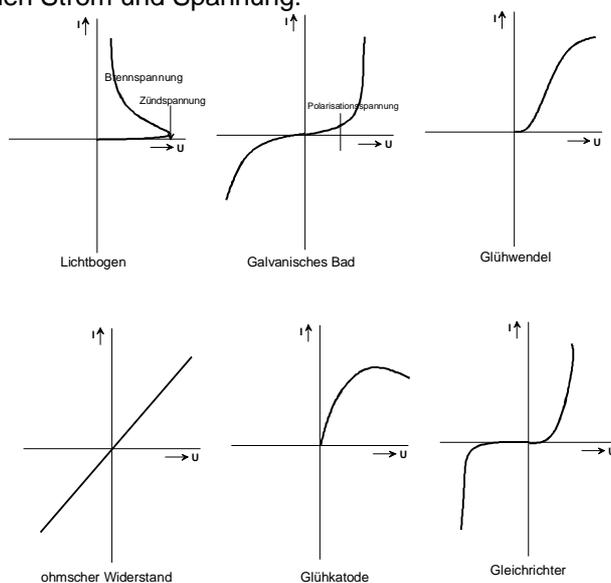
Bemessungsgleichung $R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{l}{\kappa \cdot A} \quad \rho = 1 / \kappa$

Wobei ρ [$\Omega \text{mm}^2/\text{m}$] den spezifischen Widerstand bzw. κ [$\text{S m}/\text{mm}^2$] die spezifische Leitfähigkeit des jeweiligen Materials darstellt.

Leitwert

$$G = 1/R \text{ [S] [Siemens] [1/\Omega]}$$

Wie das Ohmsche Gesetz darlegt stellt der Widerstand R den Proportionalitätsfaktor zwischen Strom und Spannung dar. Bei konstantem Widerstand ergibt sich eine lineare (Ursprungsgerade) Strom - Spannungskennlinie. Bei vielen technischen Anwendungen ergeben sich aber nichtlineare Zusammenhänge zwischen Strom und Spannung:



Vorlesung Elektrotechnik 1	Strom - Spannungskennlinien	Weise
----------------------------	-----------------------------	-------

Für die Berechnungen in Kreisen mit nichtlinearen Widerständen kann um die Anwendung des Ohmschen Gesetzes zu ermöglichen eine Linearisierung der jeweiligen Widerstandskennlinie in den interessierenden Bereich erfolgen.

z.B. bei der Temperaturabhängigkeit ohmscher Widerstände so:

$$\rho = \rho_{20} (1 + \alpha_{20} (\theta - 20^\circ \text{C}))$$

damit gilt für R:

$$R_\theta = R_{20} (1 + \alpha_{20} (\theta - 20^\circ \text{C}))$$

Es wird der jeweilige temperaturabhängige Widerstand R_θ durch Linearisierung der Kennlinie in einem bestimmten Bereich (hier im Raumtemperaturbereich) mittels des jeweiligen Temperaturbeiwertes α berechnet.

$$\alpha_{20} \text{ ca. } 0,4 \text{ \%/grad} \quad \text{für alle Nichtferromagnetika (Metalle)}$$

$$\alpha_{20} \text{ ca. } 0,6 \text{ \%/grad} \quad \text{für alle Ferromagnetika (Metalle)}$$

Einige Legierungen wie z.B. Konstantan oder Manganin besitzen Temperaturbeiwerte nahe Null; Halbleiterwerkstoffe und Kohlenstoff haben sogar negative Temperaturbeiwerte. (Letzteres bedeutet, daß sich der Widerstand mit höher werdender Temperatur verringert.)

Leistung und Energie

Der Energiesatz als eines der fundamentalsten Gesetze der Physik besitzt auch für die Energieumwandlung in elektrischen Systemen Gültigkeit. Er lautet:

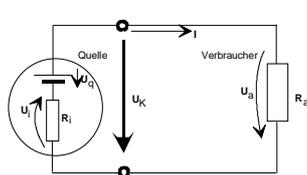
$$W = \Sigma W_v = \text{konst.}$$

d.h. Die Summe der Energien in einem abgeschlossenen System ist konstant (zeitunabhängig). Mit der Einführung der Energieänderung je Zeiteinheit erhält man die Leistungsbeziehung:

$$P_V = dW_V / dt$$

$$dW / dt = \sum p_V = 0$$

Damit ergibt sich für abgeschlossene Systeme (entsprechend den Stromkreisen) eine Bilanzgleichung für die zugeführte und abgegebene Energie bzw. Leistung des Systems nach folgenden Schemata:



Werden die Leistungen durch die dem elektrischen System eigenen Größen ausgedrückt gilt:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = d w(t) / dt$$

$$w(t) = \int u(t) i(t) dt = \int p(t) dt$$

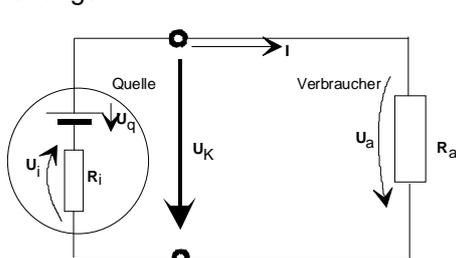
Bei Gleichwerten gilt:

$$W = U I t \quad [Ws]$$

$$P = U I \quad (\text{mit Ohmschem Gesetz}) = U^2 / R = I^2 R \quad [W]$$

2. Berechnung von Gleichstromkreisen

Ausgehend vom Grundstromkreis der in den Erzeugerzweigpol und den Verbraucherzweigpol aufgeteilt wird ergeben sich folgende Beziehungen:



aktiver Zweipol
Erzeuger (Quelle)

passiver Zweipol
Verbraucher

$W_{\text{erz}} = W_{\text{verbr.}}$ (Energiesatz) bezogen auf gleiche Zeiten: $P_{\text{erz}} = P_{\text{verbr.}}$ ausgedrückt durch die elektrischen Größen gilt: $U_q I = U I$ bezogen auf **einen** Strom (**einen Umlauf**) und allgemeingültig

wird diese Beziehung

$$\sum U_q = \sum U \quad (\text{Zweiter Kirchhoff'scher Satz})$$

Für den obigen Stromkreis (Grundstromkreis) gilt die Spannungsbeziehung $U_q = U_i + U_a$ mit dem Ohmschen Gesetz werden die Spannungsabfälle durch $I R$ ersetzt

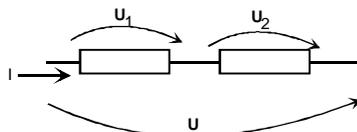
$$U_q = I (R_i + R_a)$$

$$I = U_q / (R_i + R_a)$$

Für den Gesamtwiderstand in Reihe geschalteter Widerstände (werden vom gleichen Strom durchflossen) gilt:

$$R_{\text{ges}} = \sum R_V = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Spannungsteilerregel:



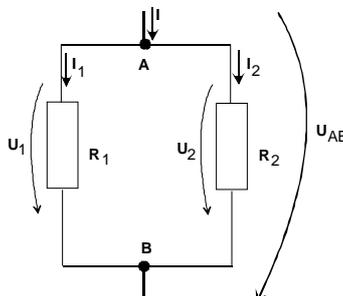
Mit $U_1 = I R_1$ und $U_2 = I R_2$ und $U = I (R_1 + R_2)$ kann die Aufteilung von Spannungen an Widerständen die vom gleichen Strom durchflossen werden aufgeschrieben werden:

$$U_1 / U_2 = R_1 / R_2$$

$$U_1 / U = R_1 / (R_1 + R_2)$$

Einfacher verzweigter Stromkreis

Hier erfolgt eine Stromaufteilung zwischen den parallelen Zweigen, die mit den Widerständen R_1 und R_2 behaftet sind. Die Stromaufteilung erfolgt zwischen den beiden Knoten A und B entsprechend den Leitwerten der jeweiligen Zweige.



Für die obige Schaltung gilt für den Teil zwischen A und B:

$$U_{AB} = U_{R1} = U_{R2}$$

$$I_{ges} = I_{R1} + I_{R2}$$

$$U_{AB} / R_{ges} = U_{AB} / R_1 + U_{AB} / R_2$$

$$1 / R_{ges} = 1 / R_1 + 1 / R_2$$

Daraus folgt nach Elimination der Knotenspannung U_{AB}

$$1 / R_{ges} = \sum 1 / R_v$$

$$\text{mit } 1 / R = G$$

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$$

Für die Ströme an den Knoten gilt:

$$\sum I_{zu} = \sum I_{ab} \quad (1. \text{ Kirchhoff'scher Satz})$$

Stromteilerregel:

Mit $I_1 = U_{AB} / R_1$ und $I_2 = U_{AB} / R_2$ und $I = U_{AB} / R_{ges}$ kann die Stromaufteilung an den beiden Widerständen R_1 und R_2 angegeben werden:

$$I_1 / I_2 = R_2 / R_1$$

die Ströme teilen sich entsprechend den Leitwerten zwischen den Zweigen (sie verhalten umgekehrt proportional den Widerstandswerten der Zweige. Wird das Verhältnis Teilstrom zum Gesamtstrom (Strom der der Verzweigungsstelle zufließt) gebildet, so gilt :

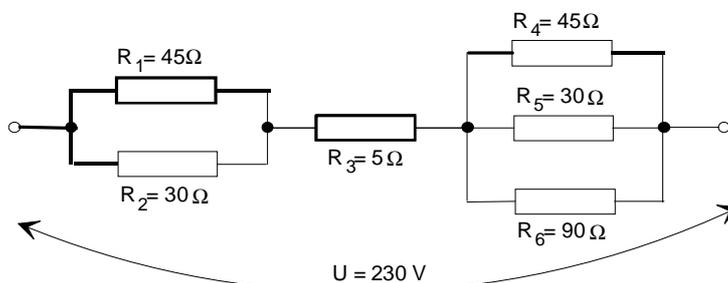
$$I_1 / I = R_{ges} / R_1$$

$$R_{ges} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$$

der Gesamtwiderstand ist hier nicht der gesamte Widerstand der Schaltung sondern nur der Gesamtwiderstand der Verzweigungsstelle (Widerstand zwischen den beiden Knoten). Allgemein gilt : Teilstrom zum Gesamtstrom wie der gegenüberliegende Teilwiderstand zum Ringwiderstand der Masche wird :

$$I_1 / I = R_2 / R_1 + R_2$$

Bei gemischten Schaltungen erfolgt die Widerstandsberechnung durch Kombination der Beziehungen für die Gesamtwiderstandsbestimmung bei Reihen- und Parallelschaltung wie z.B.:



$$R_{ges} = R_1 // R_2 + R_3 + R_4 // R_5 // R_6 = 38 \Omega$$

$$R_1 // R_2 = 18 \Omega$$

$$R_4 // R_5 // R_6 = 15 \Omega$$

$$I_{ges} = \frac{U_{ges}}{R_{ges}} = \frac{230 \text{ V}}{38 \Omega} = \underline{\underline{6,05 \text{ A}}}$$

$$U_{12} = I \cdot R_{12} = 108,9 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{U_{12}}{R_1} = \frac{108,9 \text{ V}}{45 \Omega} = 2,42 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_{12}}{R_2} = \frac{108,9 \text{ V}}{30 \Omega} = 3,63 \text{ A}$$

$$U_3 = I \cdot R_3 = 30,25 \text{ V}$$

$$I_3 = I_{\text{ges}}$$

$$U_{456} = I \cdot R_{456} = 90,75 \text{ V} \quad I_4 = \frac{U_{456}}{R_4} = \frac{90,75 \text{ V}}{45 \Omega} = 2,01 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{U_{456}}{R_5} = \frac{90,75 \text{ V}}{30 \Omega} = 3,02 \text{ A} \quad I_6 = \frac{U_{456}}{R_6} = \frac{90,75 \text{ V}}{90 \Omega} = 1,008 \text{ A}$$

$$U_{\text{ges}} = U_{12} + U_3 + U_{456} = 108,9 \text{ V} + 30,25 \text{ V} + 90,75 \text{ V} = \underline{229,9 \text{ V}}$$

Andere Möglichkeit der Berechnung : Stromteilerregel anwenden

2.1 Berechnung vermaschter linearer Stromkreise

Ein universelles Rechenverfahren für die Berechnung solcher Kreise (vorzugsweise Kreise mit mehreren Spannungsquellen) ist die Berechnung mittels der " Kirchhoffschen Sätze " dar. Am Beispiel eines Stromkreises bei dem zwei Spannungsquellen mit Innenwiderstand einen Verbraucherwiderstand speisen. soll dieses Verfahren demonstriert werden:

Zwei gleiche Gleichstromgeneratoren, deren Innenwiderstände jeweils $0,03 \Omega$ betragen, sind parallel geschaltet. Sie sind versehentlich falsch eingestellt worden, so daß die Spannungen $U_{q1} = 230 \text{ V}$ und $U_{q2} = 225 \text{ V}$ betragen.

a) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild !

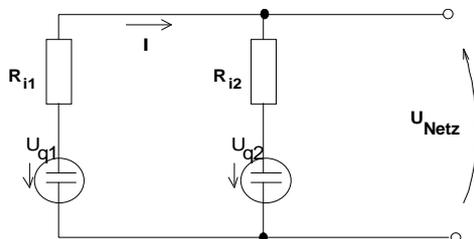
b) Wie groß ist der sich einstellende Ausgleichsstrom bei abgeschaltetem Netz ?

c) Berechnen Sie die Ströme in den Generatorzweigen sowie den Laststrom und die Netzspannung, wenn im Netzbetrieb ein Außenwiderstand von 20Ω anliegt !

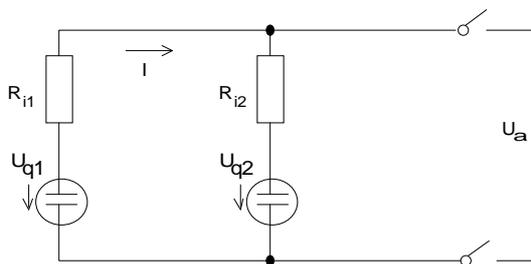
d) Diskutieren Sie das jeweils erhaltene Ergebnis !

In das zu bearbeitenden Netzwerk werden im ersten Schritt Zählpfeile eingeführt:

a) Ersatzschaltbild:



b) Abgeschaltetes Netz:



Maschengleichung ohne Außenwiderstand:

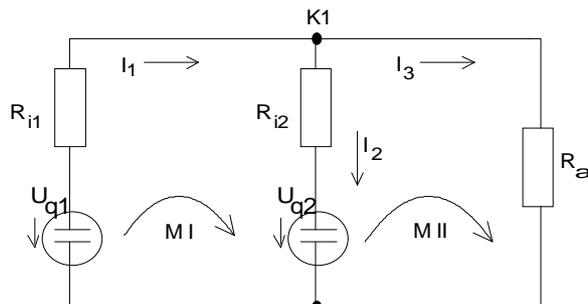
$$-U_{q1} + U_{q2} + I \cdot R_{i1} + I \cdot R_{i2} = 0$$

$$-U_{q1} + U_{q2} = -I \cdot (2 R_i)$$

$$I = - \left(\frac{-U_{q1} + U_{q2}}{2 R_i} \right) = - \left(\frac{-230 \text{ V} + 225 \text{ V}}{0,06 \Omega} \right) = \underline{83,33 \text{ A}}$$

Bei abgeschaltetem Netz stellt sich ein Ausgleichsstrom von $83,33 \text{ A}$ ein.

c) Netzbetrieb mit $R_a = 20 \Omega$:



Maschengleichung mit Außenwiderstand:

$$\text{Masche I : } -U_{q1} + U_{q2} + I_1 \cdot R_{i1} + I_2 \cdot R_{i2} = 0$$

$$\text{Masche II: } -U_{q2} - I_2 \cdot R_{i2} + I_3 \cdot R_a = 0$$

$$\text{Knoten 1 : } I_1 = I_2 + I_3$$

Einsetzungsverfahren: 1. Knoten 1 nach I_2 umstellen und in Masche I + II einsetzen

$$-U_{q1} + U_{q2} + I_1 \cdot R_{i1} + I_1 \cdot R_{i2} - I_3 \cdot R_a = 0$$

$$-U_{q2} - I_1 \cdot R_{i2} + I_3 \cdot R_{i2} + I_3 \cdot R_a = 0$$

2. Zweite Gleichung nach I_3 umstellen und in die Erste einsetzen:

$$I_3 = \frac{U_{q2} + I_1 \cdot R_{i2}}{R_{i2} + R_a}$$

$$-U_{q1} + U_{q2} + I_1 \cdot R_{i1} + I_1 \cdot R_{i2} - \left(\frac{U_{q2} + I_1 \cdot R_{i2}}{R_{i2} + R_a} \right) \cdot R_{i2} = 0$$

$$-U_{q1} + U_{q2} + I_1 \cdot R_{i1} + I_1 \cdot R_{i2} - \left(\frac{U_{q2} R_{i2} + I_1 \cdot R_{i2}^2}{R_{i2} + R_a} \right) = 0$$

$$-U_{q1} + U_{q2} + I_1 \cdot \left(R_{i1} + R_{i2} - \frac{R_{i2}^2}{R_{i2} + R_a} \right) - \frac{U_{q2} R_{i2}}{R_{i2} + R_a} = 0$$

3. Erhaltene Gleichung nach I_1 umstellen:

$$I_1 = \frac{+U_{q1} - U_{q2} + \frac{U_{q2} R_{i2}}{R_{i2} + R_a}}{R_{i1} + R_{i2} - \frac{R_{i2}^2}{R_{i2} + R_a}} = \frac{+230 \text{ V} - 225 \text{ V} + \frac{225 \text{ V} \cdot 0,03 \Omega}{0,03 \Omega + 20 \Omega}}{0,03 \Omega + 0,03 \Omega - \frac{(0,03 \Omega)^2}{0,03 \Omega + 20 \Omega}}$$

$$I_1 = \frac{5,33 \text{ V}}{0,059955 \Omega} = \underline{\underline{88,89 \text{ A}}} \quad \text{Bei zugeschaltetem Netz mit dem gegebenen } R_a \text{ ergibt sich ein Strom } \underline{\underline{I_1 \text{ von } 88,89 \text{ A.}}}$$

4. Berechnung von I_2 , I_3 und U_a durch Rückeinsetzen in die vorherigen Gleichungen:

$$\text{Masche I : } -U_{q1} + U_{q2} + I_1 \cdot R_{i1} + I_2 \cdot R_{i2} = 0$$

$$I_2 = \frac{U_{q1} - U_{q2} - I_1 \cdot R_{i1}}{R_{i2}} = \frac{230 \text{ V} - 225 \text{ V} - 2,66 \text{ V}}{0,03 \Omega} = \underline{\underline{77,77 \text{ A}}}$$

$$\text{Knoten 1: } I_3 = I_1 - I_2 = 88,89 \text{ A} - 77,77 \text{ A} = \underline{\underline{11,11 \text{ A}}}$$

$$\text{Netzspannung: } U_a = I_3 \cdot R_a = \underline{\underline{222,20 \text{ V}}}$$

d) Interpretation der erhaltenen Ergebnisse:

Bei nur 5 V Spannungsdifferenz und 11 A Laststrom werden die Generatoren mit 89 A und 78 A belastet!

Problem des Netzbetriebes!

Achtung: Die positiven Zählrichtungen für Ströme und Maschenumläufe können beliebig gewählt werden!

Die positive Zählrichtung der ((Urspannungen E muß entsprechend dem Verbraucherzählpfeilsystem (von - nach + an der Spannungsquelle) entspricht der positiven Zählrichtung.))) Quellspannung U_q (von + nach - an der Spannungsquelle) eingetragen werden.

Durch Auszählen der Zweigströme (Strom zwischen zwei Knoten) erhält man die Anzahl der für die Lösung des Systems notwendigen Gleichungen (entspricht den "Freiheitsgraden" des Systems). Die Festlegung der Maschen kann beliebig innerhalb des Netzwerkes erfolgen. Sinnvoll bei Netzwerken sind jedoch meist nur Maschen, die in sich geschlossen sind. Es sollten zweigübergreifende Maschen (im obigen Beispiel Masche III) vermieden werden. Die Aufstellung der Maschengleichungen erfolgt auf der Basis des zweiten Kirchhoffschen Satzes:

sind Maschenumlaufrichtung und Stromzählpfeilrichtung identisch dann positives Vorzeichen ;
sind Maschenumlaufsinne und Zählpfeilrichtung nicht identisch dann negatives Vorzeichen!
Für die Urspannungen gilt die Vorzeichenregelung entsprechend.

$$\sum U_v = 0 = \sum U_q + U_v \quad \text{wobei} \quad U_v = I_v R_v$$

Die Aufstellung der Knotenpunktgleichungen erfolgt auf der Basis des ersten Kirchhoffschen Satzes, wobei die Ströme entsprechend der selbst gewählten Zählpfeilfestlegung berücksichtigt werden:

$$\sum I_{zu} = \sum I_{ab}$$

Die Zahl und Art der aufzustellenden Gleichungen ergibt sich aus folgender Beziehung:

$$m + (n - 1) = \text{Anzahl der Gleichungen}$$

Die Zahl der Gleichungen ist gleich der Zahl der Zweigströme!

m entspricht der Zahl der Maschengleichungen und n entspricht der Zahl der im Netzwerk vorhandenen Knoten.

Für das obige Beispiel müssen zur Lösung zwei Maschengleichungen z.B. von Masche I und Masche II und eine Knotenpunktgleichung aufgestellt werden.

$$\text{Masche I : } -U_{q1} + U_{q2} + I_1 \cdot R_{i1} + I_2 \cdot R_{i2} = 0$$

$$\text{Masche II: } -U_{q2} - I_2 \cdot R_{i2} + I_3 \cdot R_a = 0$$

$$\text{Knoten 1 : } I_1 = I_2 + I_3$$

Die Lösung dieses linearen Gleichungssystems kann nach allen mathematisch üblichen Verfahren (wie z. B. Einsetzverfahren bei geringer Gleichungsanzahl, unter Anwendung der Cramer'schen Regel, Gauß'scher Algorithmus o.ä.) erfolgen.

2.1.1 Überlagerungssatz

Wenn in einem Netzwerk mit mehreren Spannungsquellen nach Strömen oder Spannungsabfällen gesucht wird, so kann man sich diese Größen als Summe der Größen vorstellen, die jede einzelne Spannungsquelle im Kreis hervorruft! Wenn also z.B. drei Spannungsquellen in einem Netzwerk vorhanden sind (U_{q1} , U_{q2} und U_{q3}) dann müsste sich jeder einzelne Strom in diesem Netzwerk als Summe der Teilströme von den einzelnen Spannungsquellen herrührend darstellen lassen.

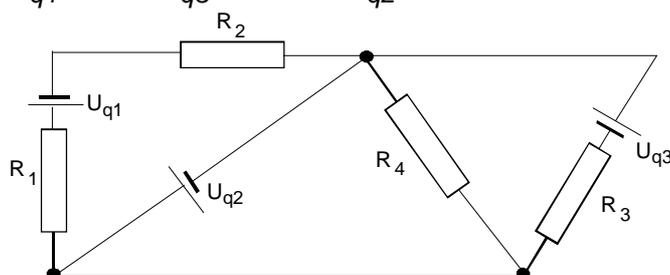
Beispiel:

Berechnen Sie den Strom im Widerstand R_2 nach dem Superpositionsprinzip für

$$R_{1,4} = 4 \Omega$$

$$R_{2,3} = 2 \Omega$$

$$U_{q1} = 4 \text{ V}, U_{q3} = 2 \text{ V und } U_{q2} = 8 \text{ V !}$$

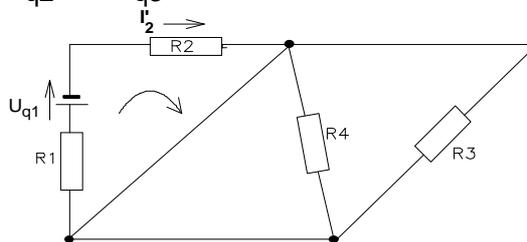


Jeder Strom in einem Zweig errechnet sich aus der Summe aller durch diesen Zweig fließenden Teilströme, die durch jeweils eine Quellenspannung des gesamten Netzwerkes angetrieben werden.

Da I_2 gesucht ist, müssen nacheinander alle Quellenspannungen kurzgeschlossen werden, um die jeweils durch R_2 fließenden Teilströme zu berechnen.

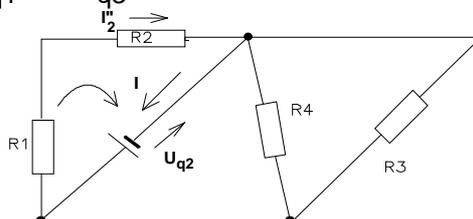
$$I_2 = k_1 \cdot U_{q1} + k_2 \cdot U_{q2} + k_3 \cdot U_{q3} = I'_2 + I''_2 + I'''_2 \quad (\text{vorzeichenbehaftet !!})$$

a) Kurzschluss von U_{q2} und U_{q3}



$$I'_2 (R_1 + R_2) + U_{q1} = 0 \quad I'_2 = \frac{-U_{q1}}{R_1 + R_2} = \frac{-4 \text{ V}}{6 \Omega} = -0,66 \text{ A}$$

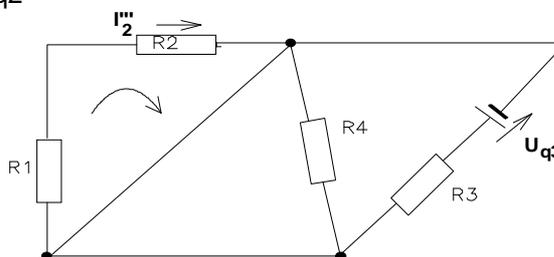
b) Kurzschluss von U_{q1} und U_{q3}



$$I ((R_1 + R_2) // R_3 // R_4) - U_{q2} = 0$$

$$I''_2 = \frac{U_{q2}}{(R_1 + R_2) // R_3 // R_4} \cdot \frac{R_3 // R_4}{R_3 // R_4 + R_1 + R_2} = \frac{8 \text{ V}}{1,09 \Omega} \cdot \frac{1,33 \Omega}{7,33 \Omega} = 1,33 \text{ A}$$

c) Kurzschluss von U_{q1} und U_{q2}



$$I'''_2 = 0$$

d) Berechnung von I_2

$$I_2 = I'_2 + I''_2 + I'''_2 = -0,66 \text{ A} + 1,33 \text{ A} + 0 = \underline{0,67 \text{ A}}$$

Für die Berechnung der Einzelströme werden alle nicht erforderlichen Spannungsquellen durch "Kurzschluß" ersetzt. Also bei I_{21} die Spannungsquellen U_{q2} und U_{q3} bei I_{22} die Spannungsquellen U_{q1} und U_{q3} und bei I_{23} die Spannungsquellen U_{q1} und U_{q2} ersetzt. Die jeweiligen Einzelströme können dann wie in einem Stromkreis mit einer Spannungsquelle berechnet werden. Die positive Zählrichtung von I_2 wird durch einen Zählpfeil (Richtung frei wählbar) festgelegt. Durch die Zählpfeilzuordnung an den jeweiligen Spannungsquellen liegen die Stromrichtungen im interessierenden Netzteil fest, so daß die wirksame Stromsumme gebildet werden kann.

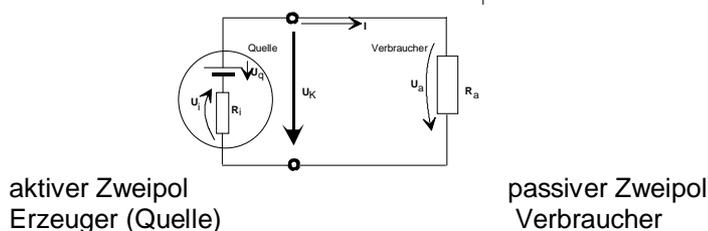
Das Rechenverfahren kann wie folgt schematisiert werden:

1. Festlegung der Stromsumme (ggf. Spannungsabfälle)
2. Berechnung der Einzelströme (Spannungsabfälle) für jeweils eine Spannungsquelle. Dabei werden alle anderen Spannungsquellen durch Kurzschluß ersetzt.
3. Vorzeichenbehaftete Addition der Einzelströme (Spannungsabfälle) zum gesuchten Gesamtwert.

Dieses Rechenverfahren findet auch in der Wechselstromtechnik Anwendung, insbesondere dann wenn Ströme und Spannungen verschiedener Frequenzen mit gleichen Zeitfunktionen oder unterschiedlichen Zeitfunktionen aus verschiedenen Quellen auf einen Verbraucher geschaltet werden. (Mischverfahren in der Signalverarbeitung und Unterhaltungstechnik)

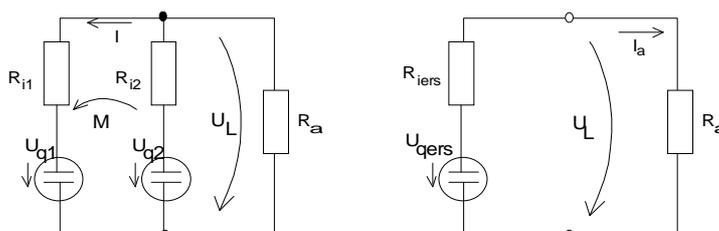
2.1.2 Zweipoltheorie

Der Grundgedanke bei Anwendung dieses Verfahrens ist : Jedes Netzwerk kann auf einen Grundstromkreis (bestehend aus Innenwiderstand, Spannungsquelle und Außenwiderstand d.h. in einen Stromkreis der aus einem aktiven und passiven Zweipol besteht) zurückgeführt werden! Für diese Zweipole gelten dann die einfachen Gesetzmäßigkeiten des Grundstromkreises.



Wird dieses Verfahren auf das Beispiel zwei Spannungsquellen mit Innenwiderstand speisen einen Verbraucher, dessen Strom bei gegebenen Widerständen und Urspannungen bestimmt werden soll angewandt ergibt sich:

Lösung mit Zweipoltheorie



$$I_a = \frac{U_{qers}}{R_{iers} + R_a} \quad R_{iers} = R_{i1} // R_{i2} = \underline{0,0175 \Omega} \quad U_{qers} = U_L$$

$$\text{Masche bilden: } U_{q1} - U_{q2} + I \cdot (R_{i1} + R_{i2}) = 0 \quad I = \frac{-U_{q1} + U_{q2}}{R_{i1} + R_{i2}} = \underline{71,42 A}$$

$$U_{R_{i2}} = I \cdot R_{i2} = 71,42 A \cdot 0,035 \Omega = \underline{2,5 V}$$

$$U_L = U_{R_{i2}} + U_{q2} = 2,5 V + 225 V = \underline{227,5 V} \quad I_a = \frac{U_{qers}}{R_{iers} + R_a} = \underline{11,36 A}$$

Die Berechnung vereinfacht sich auf die Grundstromkreisberechnungen wobei die Ersatzurspannung und der Ersatzinnenwiderstand bestimmt werden müssen.

Ersatzurspannung:

Wenn man sich den Stromkreis an den Klemmen aufgeschnitten vorstellt, hat der Strom I_a den Wert Null. Damit wird auch der Spannungsabfall an R_{iers} gleich Null, die jetzt an den Klemmen auftretende Spannung (Leerlaufspannung) ist identisch mit der Ersatzquellspannung. Die Berechnung dieser Spannung kann mit Hilfe aller bekannten Verfahren der Stromkreisberechnung erfolgen. Die praktische Bestimmung dieser Spannung ist einfach durch Spannungsmessung mittels eines hochohmigen Instrumentes möglich.

Ersatzinnenwiderstand:

Der Ersatzinnenwiderstand ist der Widerstand des Netzwerkes bei abgeklemmtem Außenwiderstand und Kurzschluss aller Spannungsquellen! Praktisch kann der Ersatzinnenwiderstand durch eine Strommessung (niederohmiges Instrument) bei Kurzschluß des Außenwiderstandes erfolgen $R_{iers} = U_{qers} / I_k$, wobei I_k den Kurzschlußstrom repräsentiert.

Da im praktischen Betrieb Leerlaufmessungen relativ leicht, aber Kurzschlußmessungen kaum durchgeführt werden können werden zur Bestimmung von Ersatzinnenwiderstand und Ersatzquellspannung Betriebsmessungen durchgeführt. Dabei wird die Kennlinie des aktiven und des passiven Zweipols bestimmt. Der Schnittpunkt beider Kennlinien ist der sich einstellende Arbeitspunkt.

Oder es werden Messungen mit zwei unterschiedlichen Außenwiderständen durchgeführt so erhält man zwei Gleichungen (für jeden Arbeitspunkt eine Gleichung) mit deren Hilfe Ersatzinnenwiderstand und Ersatzquellspannung berechnet werden können.

$$\begin{aligned} U_{qers} &= I_1 R_{iers} + I_1 R_{a1} \\ U_{qers} &= I_2 R_{iers} + I_2 R_{a2} \\ \text{bzw.: } I_k &= U_{qers} / R_{iers} = U_{\text{Leerlauf}} / R_{iers} \end{aligned}$$

Dieses Verfahren kann somit sehr vorteilhaft für die Vorausbestimmung von Strömen und Spannungen (z.B. der sich ergebende Spannungsabfall ΔU oder die sich einstellende Klemmspannung U_a bei bestimmten Außenwiderständen R_a) eingesetzt werden, die sich ergeben, wenn ein definierter Verbraucher angeschlossen werden muss. Auch die Vorausberechnung von Kurzschlußströmen ist einfach möglich (wesentlich in der Netztechnik).

Leistungsumsatz und Betriebsart am Grundstromkreis

Ausgehend von dem Schaltbild des Grundstromkreises können die Spannungs- und Stromverhältnisse wie folgt beschrieben werden:

$$U/U_q = R_a / (R_i + R_a) \quad I/I_k = R_i / (R_i + R_a)$$

Für eine allgemeingültige Darstellung ist es sinnvoll diese Beziehungen mit Hilfe des Widerstandsverhältnisses R_a/R_i auszudrücken (Normierung auf R_i). In den dazugehörigen Kurven können dann folgende Betriebspunkte des Stromkreises hervorgehoben werden:

$$\begin{array}{llll} R_a/R_i = 0 & \text{Kurzschluss:} & U/U_q = 0 & I/I_k = 1 \\ R_a/R_i = 1 & \text{Anpassung :} & U/U_q = 1/2 & I/I_k = 1/2 \\ R_a/R_i = > & \text{Leerlauf :} & U/U_q = 1 & I/I_k = 0 \end{array}$$

Um den Verlauf zwischen diesen Punkten zu analysieren kann eine Kurvendiskussion durchgeführt werden:

z.B.: $y = 1 / (1+x)$ mit $y = I / I_k$ und $x = R_a / R_i \geq 0$ wird $dy/dx = -1/(1+x)^2 < 0$ und $d^2y/dx^2 = 2/(1+x)^3 > 0$. Also liegen weder Extrema noch Wendepunkte vor, die Beziehungen von y und dy/dx haben einen monotonen Verlauf. Für die erzeugte elektrische Leistung gilt:

$$P = U_q I = I^2 (R_a + R_i)$$

Für die Verlustleistung im Innenwiderstand der Spannungsquelle (im aktiven Zweipol) gilt:

$$P_i = I^2 R_i$$

Für die im Verbraucher (in R_a) umgesetzte Leistung ergibt sich:

$$P_a = I^2 R_a = U_q^2 R_a / (R_i + R_a)^2 \quad \text{mit } I = U_q / (R_i + R_a)$$

Für den Wirkungsgrad des Grundstromkreises gilt damit:

$$\eta = P_a / P = R_a / (R_a + R_i) = 1 / (1 + R_i / R_a)$$

Wird z. B. für die im Verbraucher umgesetzte Leistung P_a eine Kurvendiskussion durchgeführt (z.B.

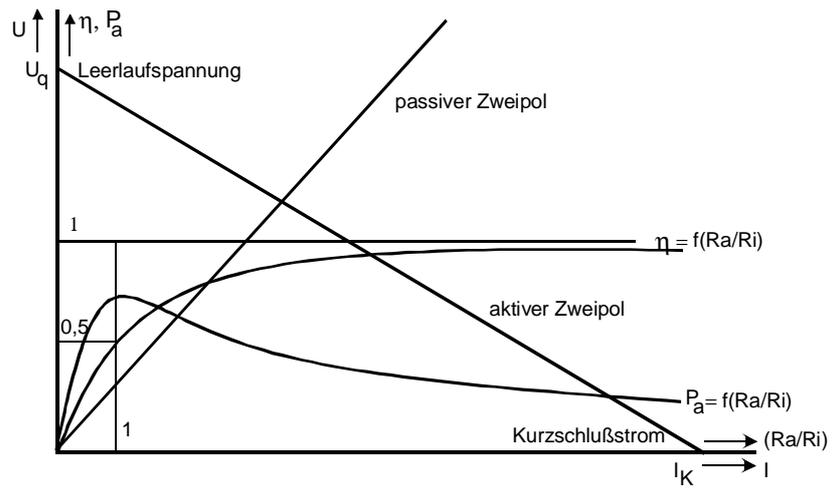
ist dann das Maximum von $p_a = E^2 R_a / (R_i + R_a)^2$ aus $dp_a/dR_a = 0$ zu ermitteln und $d^2p_a/dR_a^2 < 0$ am Ort des Extremwertes zu bestimmen, so kann man folgendes ermitteln:

Bei maximaler Verbraucherleistung wird das Verhältnis $R_a/R_i = 1$. Die maximale Leistung tritt also im Anpassungsfall s.o. d.h. wenn $R_a = R_i$ auf! Der Wert der maximalen Leistung wird dann $E^2 / 4R_i$

und der Wirkungsgrad $\eta = 0,5$!

Mit diesen Grundsatzüberlegungen kann die Betriebsweise von Stromkreisen charakterisiert werden: z.B. In der Signalverarbeitungstechnik (Meßtechnik, Sensorik Informationselektronik usw.) wird meist eine maximale Verbraucherleistung bei vorgegebenen Innenwiderstand gefordert. Bei den geringen Leistungsumsatz solcher Kreise ist der Wirkungsgrad von untergeordneter Bedeutung. Diese Kreise werden also vorzugsweise im Anpassungsfall d.h. $R_a/R_i = 1$ und $\eta = 0,5$ betrieben.

In der elektrischen Energietechnik werden große Leistungen umgesetzt, der Wirkungsgrad des Gesamtsystems ist hier von entscheidender Bedeutung. Es wird daher in solchen Systemen ein optimaler Wirkungsgrad durch ein möglichst großes Verhältnis von R_a/R_i angestrebt. (D.h. diese Kreise müssen in der Nähe des Leerlaufs mit großen Spannungswerten betrieben werden!!)



3. Der Feldbegriff in der Elektrotechnik

Allgemein werden energetische Raumzustände physikalisch als Felder bezeichnet. Ein Feld ist ein Teil eines Raumes, in dem einer physikalischen Größe in jedem Punkt nach einer bestimmten Funktion ein bestimmter Wert (skalar oder vektoriell) zugeordnet wird. (z.B. Temperaturfeld, Höhenlinien einer Karte oder Gravitationsfeld)

Da alle elektrischen Vorgänge in Raum und Zeit stattfinden sind die mathematisch-physikalischen Beschreibungen grundsätzlich die Berechnung von „Feldern“ –

Die Darstellung erfolgt jeweils mittels Feldlinien = Abstrahierung auf lineare Probleme

Die Berechnung wird auf homogene Felder zurückgeführt = Abstrahierung auf ingenieurmäßig einfach handhabbare Gleichungen.

Vernachlässigung von sog. Randproblemen = Beschränkung auf die wesentlichen bzw. interessierenden Erscheinungen.

Folgende Felder werden in der Elektrotechnik definiert:

Elektrisches Feld Stationäre- und Strömungsfelder

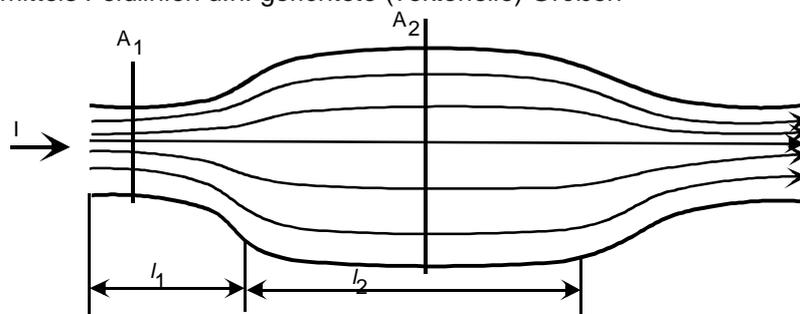
Magnetisches Feld

Elektromagnetisches Feld

3.1 Elektrisches Feld

3.1.1 Strömungsfeld (stationär)

z.B. Darstellung mittels Feldlinien d.h. gerichtete (vektorielle) Größen



$$S = \frac{dI}{dA} \quad \text{wenn } I \perp A \text{ dann } S_1 = \frac{I}{A_1} \text{ und } S_2 = \frac{I}{A_2} \text{ also gilt: } \frac{S_1}{S_2} = \frac{A_2}{A_1} \quad \text{Strom- Felddichte}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{wenn } \rho_1 = \rho_2 \text{ gilt: } = \frac{\frac{\rho \cdot l_1}{A_1}}{\frac{\rho \cdot l_2}{A_2}} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{U_1}{U_2} \quad \text{wie bekannt, die Stromstärke ist proportional der}$$

Spannung entlang einer Wegstrecke. $U = I \cdot R$

Zweite Feldgröße: **Feldstärke**

- je größer die Stromdichte, desto größer muss die antreibende Kraft – die Feldstärke sein! –

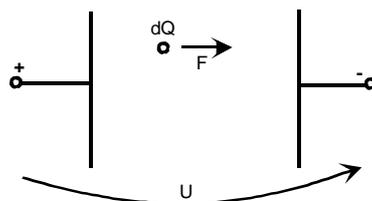
$$\text{mit: } U = I \cdot R = \frac{\rho \cdot l}{A} I = \rho \cdot S \cdot l = \frac{1}{\chi} \cdot S \cdot l \text{ also: } \frac{U}{l} = \frac{1}{\chi} \cdot S \text{ allgemein: } \frac{dU}{dl} = \frac{1}{\chi} dS$$

Feldstärke: $E = \frac{dU}{dl} = \frac{1}{\chi} \cdot dS$ die Feldstärke ist die auf einen Längsabschnitt bezogenen

Spannung. E pos. In Richtung des Spannungsabfalls

- wenn $U \parallel l$ und $A \perp l$ d.h. U Richtung dann algebraische Gleichung:

$$- S = \frac{1}{\rho} \cdot E \quad \text{oder} \quad S = \chi \cdot E$$

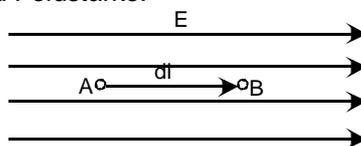


Auf Punktladung dQ zwischen zwei geladenen Metallplatten wird eine Kraft ausgeübt !

$|\vec{F}| \approx dQ$ Proportionalitätsfaktor E $\vec{F} = \vec{E} \cdot dQ$ $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{dQ}$ Feldstärke ist ein Maß für die auf eine bestimmte Ladung ausgeübte Kraft. Als positive Richtung wird die Richtung der Kraft auf eine positive

Ladung definiert . Maßeinheit: $E = \frac{1 \cdot N}{1 \cdot As} = \frac{1 \cdot \frac{VA}{s}}{As} = \frac{V}{m}$ s.o.

Beziehung zwischen Spannung und Feldstärke:



$$dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad (\text{skalare Produkt zweier Vektoren}) \quad \text{mit } F = E \, dQ \quad dW = dQ \cdot \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{d.h.}$$

$$U_{AB} = \frac{dW}{dQ} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{im obigen Bild (gleiche Richtung) also: } E = \frac{dU}{dl}$$

Längenabschnitt bezogene Spannung!

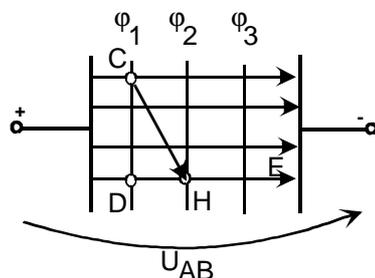
Potential: = Spannung zwischen einem frei wählbaren Bezugspunkt und dem betrachteten Punkt

$\varphi_A = \int_0^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = U_{A0}$ Maß für die Energie, die notwendig ist um eine Ladung vom Bezugspunkt 0 nach Punkt A zu bringen.

Allgemein gilt: $U_{AB} = \int_0^B \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_0^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varphi_B - \varphi_A$ Die Spannung zwischen zwei Punkten ist gleich

ihrer Potentialdifferenz! $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ (Maschensatz)

Flächen mit gleichem Potential heißen Äquipotentialflächen! Für Sie gilt: $\Delta\varphi = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$



Gilt nur, wenn $E \perp dl$!

3.1.2 elektrostatisches Feld

Wenn $\kappa = 0$ dann $S = \kappa E = 0$ Stromdichte gleich Null. D.h. Nichtleiter!! Es findet kein Ladungstransport statt. Trotzdem können in derartigen Räumen Erscheinungen (Kraftwirkung auf Ladungsmengen) beobachtet werden.

Es werden Feldlinien, Äquipotentialflächen und Feldstärke wie im elektrischen Strömungsfeld definiert.

Mit der Zielstellung gleiche oder zumindest ähnliche Betrachtungen durchführen zu können um derartige Bauelemente dann auch den in Stromkreisen üblichen Berechnungsverfahren zugänglich zu machen. Da physikalisch jedoch keine Strömungsgröße vorhanden ist, wird folgendes Verfahren angewandt:

Es wird ein „**Verschiebungsfluss**“ definiert $\Psi = Q = n \cdot q$ entspricht der Ladungsmenge, die infolge des elektr. Feldes (bzw. des Potentials, der Spannung) getrennt (Polarisiert) wurde. Dieser Verschiebungsfluss wird wie eine Strömungsgröße behandelt. Und somit gelten die gleichen Beziehungen wie im Strömungsfeld. (Orient.-, Ionen-, Elektronenpolarisation)
Verschiebungsflussdichte im stat. Elektr. Feld = dielektrische Verschiebung.

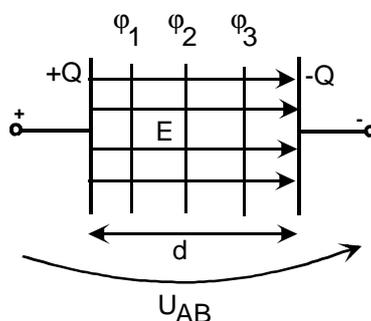
$$D = \frac{\Psi}{A} = \frac{Q}{A} \quad \text{analog zur Stromdichte } S$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad \varepsilon - \text{Dielektrizitätskonstante}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E} \quad \varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad \text{relative Dielektrizitätskonstante}$$

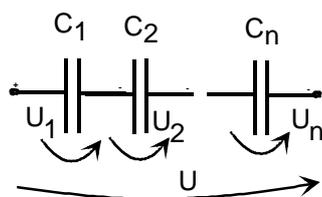
Kondensator (Definition)



mit $Q = C \cdot U$; $Q = D \cdot A$ und $U = E \cdot d$ wird $C = \frac{D}{E} \cdot \frac{A}{d}$ mit $D = \varepsilon \cdot E$ ergibt sich: für

die Kapazität: $C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$ Dimensionierungsgleichung des Kondensators.

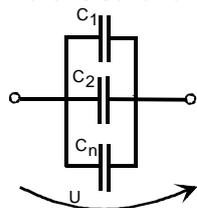
Reihenschaltung:



$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n}$$

$$U = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) = Q \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad \frac{1}{C_{ers}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

Parallelschaltung:



$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + \dots + C_n \cdot U$$

$$Q = \left(\sum_{i=1}^n C_i \right) \cdot U$$

$$C_{ers} = \sum_{i=1}^n C_i$$

Strom-Spannungsbeziehung am Kondensator

Spannungsänderungen am Kondensator rufen nach $Q = C U$ Ladungsänderungen auf den Platten hervor.

Mit $i_c = \frac{dQ}{dt}$ (Stromdefinition) wird:

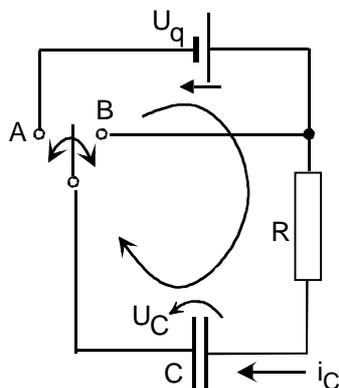
$$i_c = C \frac{du_c}{dt} \quad \text{bzw.} \quad u_c = \frac{1}{C} \int i_c \cdot dt$$

Mathematisch - physikalische Interpretation:

1. Nur bei Spannungsänderungen fließt ein Strom in Kreisen mit Kondensatoren.
2. Strom i_c fließt nur so lange, bis der Kondensator die Ladungsmenge $Q = C U$ gespeichert hat. (Laden oder Entladen)
3. Im Dielektrikum fließt praktisch kein Strom (Leitfähigkeit ≈ 0). Der Strom i_c setzt sich im Dielektrikum in Form des Verschiebungsflusses Ψ fort.
4. Im Kondensatorzweig kann kein Gleichstrom fließen, wegen $u = \text{konst.}$ bzw. $du/dt = 0$!

Auf- und Entladung von Kondensatoren

a) Laden Stellg. A



$$u_c + i_c \cdot R - U_q = 0 \quad \text{mit} \quad i_c = C \frac{du_c}{dt} \quad \text{wird:}$$

$$R \cdot C \frac{du_c}{dt} + u_c = U_q \quad \text{Trennung der Variablen:} \quad U_q - u_c = RC \frac{du_c}{dt}$$

$$\text{mit } RC = \tau \quad U_q = u_c + \tau \frac{du_c}{dt} \quad \text{Lösung:} \quad \int \frac{1}{U_q - u_c} du_c = \int \frac{1}{\tau} dt$$

$$\ln(U_q - u_c) = -\frac{t}{\tau} + K_1 \quad \text{mit } u_{c(t=0)} = 0V \quad \text{folgt: } K_1 = \ln U_q$$

$$\ln \frac{U_q - u_c}{U_q} = -\frac{t}{\tau} \quad \text{folglich:} \quad \frac{U_q - u_c}{U_q} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_c = U_q \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \text{Spannungszeitverlauf Ladevorgang}$$

$$u_{c(t=3\tau)} = U_q (1 - e^{-3}) = 0,95 U_q$$

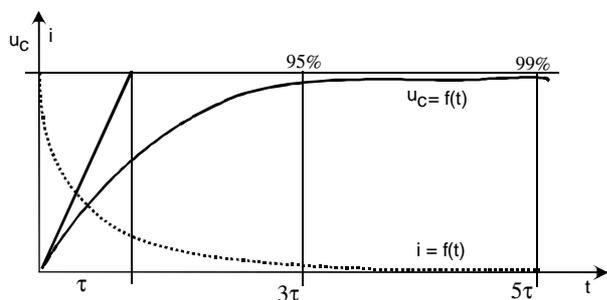
$$u_{c(t=5\tau)} = U_q (1 - e^{-5}) = 0,99 U_q$$

Stromzeitverlauf:

$$i = C \frac{du_c}{dt} \quad \text{eingesetzt:} \quad i = C \frac{d \left(U_q \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right)}{dt}$$

$$i = U_q \cdot C \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad i = \frac{U_q}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{mit } I_0 = U_q / R$$



Entladen (Stellg.B):

$u_c + i R = 0$, allgemeine Lösung wie oben, aber $U_q = 0$ wird dann: $u_c = \frac{1}{K} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

$u_{c(t=0)} = U_q$ damit $U_q = \frac{1}{K}$ damit gilt: $u_c = U_q \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ und für i : $i = -\frac{U_q}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

3.1.4 Energie und Kräfte im elektrostatischen Feld

$W = \int u \cdot i \cdot dt$ mit $i = \frac{dQ}{dt}$ und $U_c = \frac{Q}{C}$ ergibt sich:

$$W = \frac{C}{2} \cdot U_c^2$$

Kräfte:**a) auf Punktladung Q**

$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$ Kraftwirkung in Feldrichtung bei positivem Q

b) zwischen zwei Punktladungen Q_1 und Q_2

$F_1 = Q_1 \cdot E_2$ mit $D_2 = \frac{Q_2}{A} = \varepsilon \cdot E_2$ gilt: $E_2 = \frac{Q_2}{\varepsilon \cdot A}$ also: $F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\varepsilon \cdot A}$

Mit $A = 4 \pi a^2$ ergibt sich als Coulomb'sches Gesetz: $F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot a^2}$

vergleichbar mit dem Gravitationsgesetz: ($F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$)

c) zwischen zwei Kondensatorplatten**Anwendung des Prinzips der „virtuellen Verrückung“**

Energieinhalt eines Kondensators: $W = \frac{C}{2} \cdot U_c^2$ mit $U=Q/C$ ergibt sich: $W = \frac{1}{2 \cdot C} \cdot Q_c^2$ mit:

$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$ wird: $W = \frac{d}{2 \cdot \varepsilon \cdot A} \cdot Q_c^2$ mit $dW = F dx$ und $dx = dd$ wird $F = \frac{dW}{dx} = \frac{Q^2}{2 \cdot \varepsilon \cdot A}$

Beispiele:

Ein (als ideal gedachter) Plattenkondensator, dessen Platten sich in einem Abstand von 0,5 mm gegenüberstehen (Fläche der Ladungsbelegung jeweils 100 cm^2), ist durch eine Spannung von 220 V aufgeladen worden. Es sind zu bestimmen:

- Feldstärke, Kapazität, Ladungsmenge, Ladungsträgerzahl auf der negativen Platte, Verschiebungsfluss und Verschiebungsflussdichte.
- Die im Dielektrikum gespeicherte Energie und die Anziehungskraft der Platten für Luft: $\varepsilon_r = 1$ und für Paraffinöl: $\varepsilon_r = 2,5$.

a) $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \varepsilon_r$

Feldstärke $E = \frac{U}{d} = \frac{220 \text{ V}}{0,05 \text{ cm}}$

Luft: $E = 4400 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$

Öl: $E = 4400 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$

Kapazität $C = \frac{\varepsilon \cdot A}{d}$

Luft: $C = 177,2 \text{ pF}$

Öl: $C = 443 \text{ pF}$

Ladung $Q = C U$

Luft: $Q = 3,9 \cdot 10^{-8} \text{ As}$

Ladungsträger	$n = \frac{Q}{e}$	Öl: $Q = 9,75 \cdot 10^{-8} \text{ As}$ $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As (Elektron)}$
		Luft: $n = 2,43 \cdot 10^{11}$ Öl: $n = 6,08 \cdot 10^{11}$
Verschiebungsfluss	$\Psi = Q$	
Verschiebungsflussdichte	$D = \frac{d\Psi}{dA} = \frac{\Psi}{A} = \epsilon \cdot E$	
	Luft: $D = 3,9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$	Öl: $D = 9,75 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$
b) Energie	$W = \frac{C}{2} U^2$	Luft: $W = 4,29 \cdot 10^{-6} \text{ Ws}$ Öl: $W = 10,73 \cdot 10^{-6} \text{ Ws}$
Kraft	$F = \frac{D^2}{2 \epsilon} \cdot A = \frac{D E A}{2} = \frac{\epsilon A E^2}{2}$	
	Luft: $F = 8,57 \cdot 10^{-3} \text{ N}$	Öl: $F = 21,43 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

Zwischen zwei ebenen Elektroden befindet sich je eine Schicht aus Plexiglas und Luft. Die Schichtdicke des Plexiglas beträgt 5 mm, die der Luft 9 mm.

a) Berechnen Sie das Verhältnis der Spannungen, die sich über den Dielektrika einstellen.

$$\epsilon_{rP} = 4,0$$

b) Berechnen Sie die Durchschlagsspannung dieser Elektrodenanordnung!

Durchschlagfestigkeit von Plexiglas: 400 kV/cm

Durchschlagfestigkeit von Luft: 20 kV/cm

a) **Plexiglas** $U_P = E_{dP} \cdot d_P = 400 \text{ kV/cm} \cdot 0,5 \text{ cm} = \underline{200 \text{ kV}}$

Luft $U_L = E_{dL} \cdot d_L = 20 \text{ kV/cm} \cdot 0,9 \text{ cm} = \underline{18 \text{ kV}}$

$$U_{\text{ges}} = U_P + U_L = \underline{218 \text{ kV}}$$

b) mit $D_P = D_L = \epsilon \cdot E$ wird $\frac{U_P}{U_L} = \frac{E_P \cdot d_P}{E_L \cdot d_L} = \frac{\epsilon_l \cdot d_P}{\epsilon_P \cdot d_L} = \frac{400 \text{ kV/cm} \cdot 0,5 \text{ cm}}{20 \text{ kV/cm} \cdot 0,9 \text{ cm}} = 11,11$

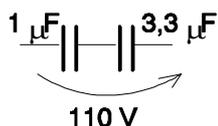
damit wird, da keine Teilspannung höher als die jeweilige E_d werden darf: $U_{\text{ges}} = 218 \text{ kV}!!$

Zwei in Reihe geschaltete Kondensatoren von

$$C_1 = 1,0 \mu\text{F} \text{ und}$$

$$C_2 = 3,3 \mu\text{F}$$

liegen an einer Spannung von 110 V. Auf welche Teilspannung laden sie sich auf und welche Ladungsmengen enthalten sie? Welche Ladung enthalten die beiden Kondensatoren, wenn sie parallel geschaltet sind?



$$Q = C \cdot U \quad C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3,3 \mu\text{F}^2}{4,3 \mu\text{F}} = \underline{0,7674 \mu\text{F}}$$

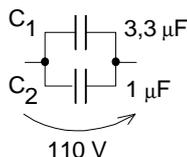
$$Q_1 = C_1 \cdot U_1 \quad Q_2 = C_2 \cdot U_2 \quad Q_{\text{ges}} = C_{\text{ges}} \cdot U_{\text{ges}} \quad \text{daraus folgt:}$$

$$C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1} = 3,3 \quad \frac{U_1}{U_{\text{ges}}} = \frac{C_{\text{ges}}}{C_1}$$

$$U_1 = U_{\text{ges}} \cdot \frac{C_{\text{ges}}}{C_1} = \underline{84,418 \text{ V}} \quad U_2 = U_{\text{ges}} \cdot \frac{C_{\text{ges}}}{C_2} = \underline{25,58 \text{ V}}$$

$$\text{Überprüfung: } U_{\text{ges}} = U_1 + U_2 = \underline{109,9 \text{ V}}$$

$$Q_{\text{ges}} = C_{\text{ges}} \cdot U_{\text{ges}} = 0,7674 \cdot 110 \text{ V} = 84,414 \cdot 10^{-6} \text{ C} = Q_1 = Q_2$$



$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 = 4,3 \mu\text{F} \quad Q = C_{\text{ges}} U = 4,3 \mu\text{F} \cdot 110 \text{ V} = 473 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

In einem Blitzlichtgerät wird eine Blitzröhre mit einem Arbeitsvermögen von 30 Ws eingesetzt.

a) Bestimmen Sie die Kapazität des Speicherkondensators, wenn eine Gleichspannung von 550 V zur Verfügung steht!

Ausgangsformel: $W = \frac{C}{2} U^2$

$$C_{550} = \frac{2W}{U^2} = \frac{60 \text{ Ws}}{(550 \text{ V})^2} = \underline{198,3 \mu\text{F}}$$

b) Wie viel Kondensatoren mit der ermittelten Kapazität sind einzusetzen, wenn nur 290 V zur Verfügung stehen?

(Spannungsänderung: 52% Kapazitätsänderung: 360%)

$$C_{290} = \frac{2W}{U^2} = \frac{60 \text{ Ws}}{(290 \text{ V})^2} = \underline{713,4 \mu\text{F}}$$

Die geforderte Kapazität kann durch Reihen-/Parallelschaltung geeigneter Kondensatoren hergestellt werden.

c) Die Blitzdauer beträgt ca. 1/800 Sekunde. Welche Leistung müsste zur Verfügung stehen, wenn keine Speicherkondensatoren eingesetzt würden?

$$W = P \cdot t$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{30 \text{ Ws}}{\frac{1}{800} \text{ s}} = \underline{24 \text{ kW}}$$

d) Wie groß ist die praktische Blitzenergie, wenn nach dem Abblitzen noch eine Spannung von 80 V am Kondensator anliegt?

$$W = \frac{C_{550}}{2} U_1^2 - \frac{C_{550}}{2} U_2^2 = 99,1 \text{ F} (U_1^2 - U_2^2) = \underline{29,34 \text{ Ws}} \quad \text{oder:}$$

$$W = W_1 - W_2$$

$$W_1 = 30 \text{ Ws} \quad W = 99,1 \mu\text{F} (80 \text{ V})^2 = 0,634 \text{ Ws}$$

$$W = 30 \text{ Ws} - 0,634 \text{ Ws} = \underline{29,61 \text{ Ws}}$$

Achtung: da W proportional U^2 , ist eine Lösung mit $(U_1 - U_2)^2 = U_1^2 - 2U_1U_2 + U_2^2$ mathematisch falsch !!!

Ein Wickelkondensator wird aus 40 mm breiten und 52 m langen Metallfolien, die durch 0,03 mm dickes Ölpapier ($\epsilon_r = 4,3$) isoliert werden, hergestellt. Der Kondensator wird an 220 V, 50 Hz Wechselstrom angeschlossen.

- Berechnen Sie die Kapazität!
- Berechnen Sie die maximale Ladung!
- Berechnen Sie die maximale Energie!

a) $C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \frac{A}{L} = \frac{4,3 \cdot 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ (F/m)} \cdot 0,04 \text{ m} \cdot 52 \text{ m}}{0,03 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$

$$C = \frac{4,3 \cdot 8,86 \cdot 0,04 \cdot 52}{0,03} \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$C = 2641,4613 \cdot 10^{-9} \text{ F} = \underline{2,64 \mu\text{F}}$$

$$\text{b) } X_c = -\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \text{ s}^{-1} \cdot 2,64 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = \underline{-1206,3 \Omega}$$

$$\text{c) } Q_{\max} = C \cdot U_{\max} = 2,64 \mu\text{F} \cdot \sqrt{2} \cdot 220 \text{ V} = 818,928 \cdot 10^{-6} \text{ As}$$

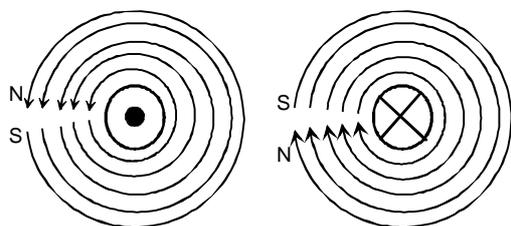
$$Q_{\max} = 0,818 \cdot 10^{-3} = \underline{0,818 \text{ mAs}}$$

$$\text{d) } W_{\max} = \frac{C}{2} \cdot U_{\max}^2 = \frac{2,64 \mu\text{F}}{2} \cdot (\sqrt{2} \cdot 220 \text{ V})^2 = \frac{2,64 \mu\text{F}}{2} \cdot (311,126 \text{ V})^2$$

$$W_{\max} = \frac{2,64 \mu\text{F}}{2} \cdot 96800 \text{ V}^2 = 255552 \cdot 10^{-6} \text{ Ws} = \underline{0,127776 \text{ Ws}}$$

4. Magnetfeld (Definition)

Jeder elektrische Strom ist von einem Magnetfeld begleitet! (Magnetfeld „umwirbelt“ den fließenden Strom.) Leiter – Magnetfeld – Kraftwirkung



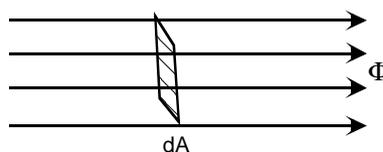
Darstellung mittels Feldlinien
Eigenschaften der Feldlinien: „in sich geschlossen“ (d.h. endlos vgl. mit elektr. Strom!)
Strom – Feld – Zuordnung nach „Rechtsschraube“
Rechte – Hand - Regel

Die Gesamtheit des magnetischen Feldes (Feldlinien) wird als magnetischer Fluss mit dem Formelzeichen Φ bezeichnet. (Analogie: $\Psi = Q \rightarrow \Phi$) Der magnetische Fluss ist eine reine Rechengröße und stellt letztendlich ein Maß für die von einem Magnetfeld ausgehende Kraft dar.

- Φ wird wie ein Analogon zu I oder Ψ betrachtet und bei der mathematischen Beschreibung magnetischer Größen ebenso behandelt!

$$[\Phi] = 1 \cdot V_s = 1 \cdot Wb$$

Magnetische Flussdichte B



$$dA \perp \Phi$$

$$\vec{B} = \frac{d\Phi}{dA \perp}$$

B - Vektor, der senkrecht auf dA steht, d.h. in Feldlinienrichtung

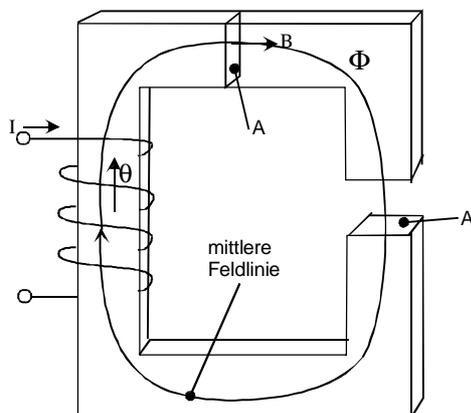
Durchflutung, magnetische Spannung, magnetischer Widerstand

Der elektr. Strom ist die Ursache für das Magnetfeld. Bei vorliegen mehrere Ströme überlagern sich die Felder zu **einem** Gesamtfeld.

Die dieses Feld antreibende Kraft – magnetomotorische Kraft MMK

- Durchflutung
- magnetische Ursprungung

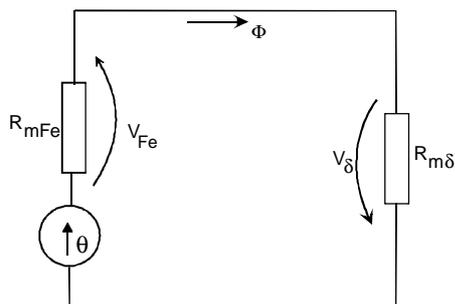
wird zu: $\Theta = \sum_{v=1}^n I_v$ oder bei Wicklungen zu: $\Theta = I \cdot N$ definiert. $[\Theta] = A$ N – Windungszahl



1. Ursache des Magnetflusses Φ ist $\Theta = I N$
2. Ausbildung des Magnetflusses im Eisenkern und im Luftspalt
3. Darstellung in Form einer „mittleren“ Feldlinie
Randfelder u.a. Nebenerscheinungen werden vernachlässigt. – Beschränkung auf die Haupteffekte!
(Begriff Streufeld, Streuung)

Obwohl der Magnetfluss keine „Strömungsgröße“ ist bringt die Behandlung wie eine Strömungsgröße den Vorteil, dass die gleichen Gesetzmäßigkeiten wie im Stromkreis angewandt werden können, wenn statt der elektrischen Größen, die magnetischen Größen eingesetzt werden.

Analogon Magnetkreis – elektrischer Kreis



Definitionen:

Magn. Spannungsabfall: $V = \Phi \cdot R_m \text{ [A]}$

Magn. Widerstand: $R_m = \frac{V}{\Phi} \left[\frac{A}{Vs} \right]$

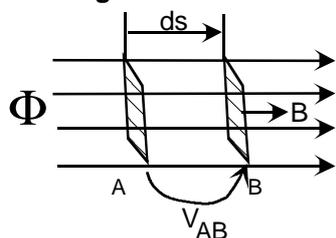
Bemessungsglg.: $R_m = \frac{l}{\mu \cdot A} \left[\frac{A}{Vs} \right] = \left[\frac{1}{\Omega \cdot s} \right]$

μ - Permeabilität $\mu = \mu_o \cdot \mu_r$ $\mu_o = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

$\mu_o = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$ (Induktionskonstante)

Maschensatz: $\sum V_v = \Theta$ oder: $\sum \Theta + \sum V_v = 0$

- **Magnetische Feldstärke**



H = magn. Spannungsabfall pro Streckenabschnitt

$H = \frac{dV}{ds} \left[\frac{A}{m} \right]$ (vgl. $E = \frac{dU}{dl}$)

H ist ebenso wie E ein Vektor

$V_{AB} = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{s}$

- **Durchflutungsgesetz**

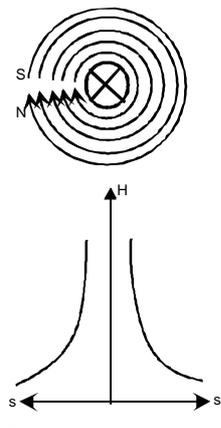
Die das Magnetfeld antreibenden Kräfte ist die von dem Feld eingeschlossene vorzeichenbehaftete

Stromsumme. $\sum V_v = \Theta$

$V_{AB} = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_{v=1}^n I_v = \Theta$

Damit stellt das Durchflutungsgesetz die Verbindung zwischen magnetischen und elektrischen Größen dar.

Gesucht: Feldstärke H um den Leiter!



$I = \oint H \cdot ds$ $s = r \phi$ $ds = r d\phi$

$I = H \cdot \oint ds = r \cdot H \int_0^{2\pi} d\phi = 2 \cdot \pi \cdot H \cdot r$

$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$

Materie im Magnetfeld

magn. Widerstand:

Bemessungsglg.: $R_m = \frac{l}{\mu \cdot A} \left[\frac{A}{Vs} \right] = \left[\frac{1}{\Omega \cdot s} \right]$

unmagnetische Stoffe:

$\mu_r \approx 1 \rightarrow \mu \approx \mu_o$

magnetische Stoffe:

$\mu_r \gg 1 \rightarrow \mu \gg \mu_o$

diamagnetisch

$\mu_r < 1$

Gold, Silber Cu H₂O

paramagnetisch

$\mu_r > 1$

Al, Platin, Luft, O₂

ferromagnetisch

$\mu_r \gg 1$

Fe, Kobalt, Ni

Bei Erhitzung wird μ kleiner. Beim Curiepunkt verlieren Fe, Co, Ni ihre ferromagnetischen Eigenschaften schlagartig und werden unmagnetisch (paramagnetisch).

$$T_{\text{CFe}} \approx 769^\circ \text{C}$$

$$T_{\text{CNi}} \approx 360^\circ \text{C}$$

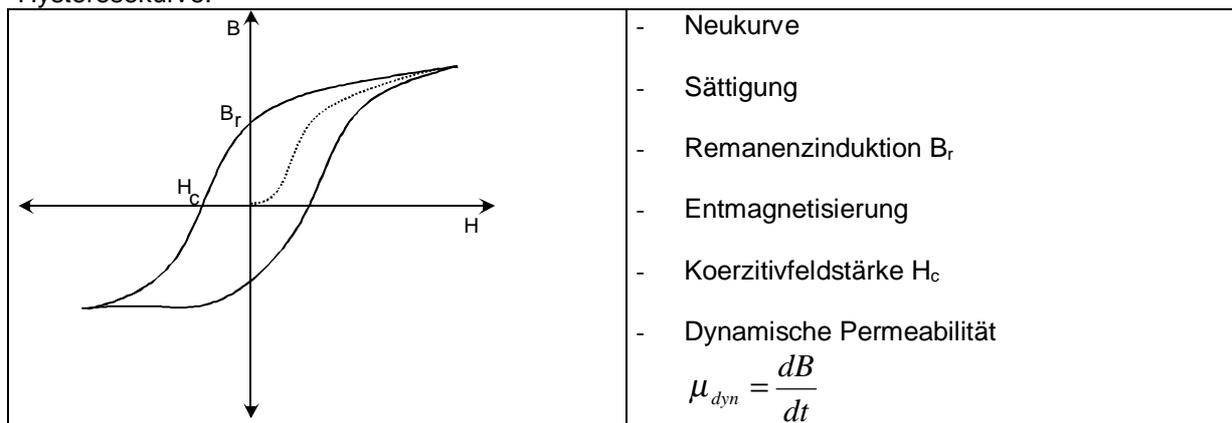
Abhängigkeit $B(H)$

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m} = \mu \cdot A \frac{\Theta}{l} = \mu \cdot A \cdot H \quad (\text{mit } \Theta = \oint H \cdot ds = H \cdot l) \quad \text{und} \quad B = \frac{\Phi}{A}$$

wird: $B = \mu \cdot H \quad \vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$

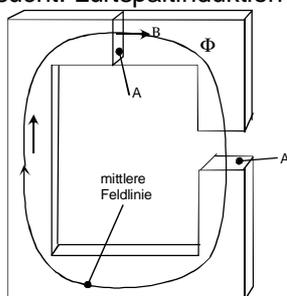
aber im Gegensatz zum Strömungsfeld und elektrischen Feld (dort χ und ϵ) ist die Permeabilität μ nicht konstant!

Hysteresekurve:



Dauermagnetkreis

Gesucht: Luftspaltinduktion B_0

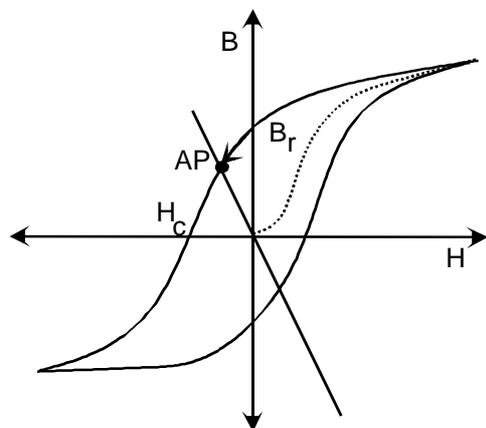


$$\oint H \cdot ds = \Theta = 0$$

$$H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_o \cdot l_o = 0 \quad H_o = -\frac{l_{Fe}}{l_o} \cdot H_{Fe}$$

$$B_0 = \mu_0 \cdot H_o = -\mu_0 \cdot \frac{l_{Fe}}{l_o} \cdot H_{Fe} \quad \text{Geradengleichung}$$

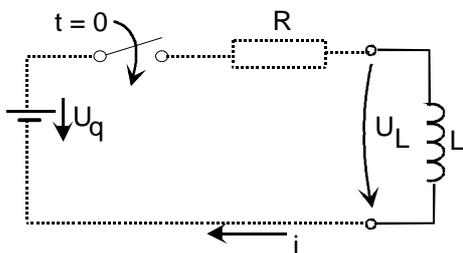
$$B_{Fe} = f(H_{Fe}) \quad B_0 = B_{Fe}$$



1. Arbeitspunkt ohne Luftspalt $B_r, H = 0$
2. Luftspalt vergrößert $R_m \rightarrow B$ sinkt \rightarrow Arbeitspunkt wandert in den 2. Quadranten
3. Neuer Arbeitspunkt muß auf Hysteresekurve liegen und die Geradenglg. $B_0 = -\mu_0 \cdot \frac{l_{Fe}}{l_o} \cdot H_{Fe}$ erfüllen.

4.1 Energie und Kräfte im Magnetfeld

Energieinhalt des Magnetfeldes



$$W = \int_0^{\infty} i u_L dt = L \int_0^{\infty} i \frac{di}{dt} dt = \int_0^I i di = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

Analogie zur kinetischen Energie $W_{kin} = \frac{mv^2}{2}$

Energie ist im Magnetfeld der Spule gespeichert.

Energie lässt sich auch durch magnetische Größen ausdrücken

$$\left\{ \begin{array}{l} I = \frac{\Theta}{N}; \Theta = H \cdot l; H = \frac{1}{\mu} B \\ L = \frac{N^2}{R_m}; R_m = \frac{l}{\mu A} \end{array} \right.$$

A, l – Querschnitt und Länge des Magnetleiters

$V = A \cdot l$ – Volumen des Magnetleiters

$$W = \frac{B \cdot H}{2} \cdot A \cdot l$$

$$W^* = \frac{W}{V} = \frac{B \cdot H}{2}$$

W^* - pro Volumen V gespeicherte magnetische Energie

Allgemeine Schlussfolgerung: In passiven Zweipolen können **drei** verschiedene Energieformen auftreten:

$$W_R = \int I^2 \cdot R \cdot dt$$

$$W_{el} = \frac{CU^2}{2}$$

$$W_{mag} = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

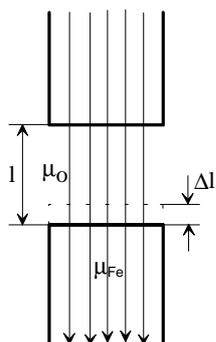
Umwandlung in Wärme Speicherung im elektrischen Feld Speicherung im magnetischen Feld

Kraftwirkungen im magnetischen Feld

Kräfte an Grenzflächen

Grenzfläche = Fläche, an der Materialien mit verschiedener Permeabilität zusammenstoßen

Beispiel: Hubmagnet (Elektromagnet)
Prinzip der virtuellen Verschiebung (virtuell = scheinbar)
Energie im Luftspalt vor dem Hub:



$$W_{ml1} = \frac{B \cdot H}{2} l \cdot A$$

Energie im Luftspalt nach dem Hub:

$$W_{ml2} = \frac{B \cdot H}{2} (l - \Delta l) \cdot A$$

Energiedifferenz:

$$\Delta W_{mL} = \Delta W_{mL1} - \Delta W_{mL2} = \frac{B \cdot H}{2} A \cdot \Delta l$$

Annahme:

Wegen $H_{Fe} \ll H_2$ kann die im Eisen gespeicherte Energie vernachlässigt werden

Die Energiedifferenz muss gleich der geleisteten mechanischen Arbeit sein.

$$\Delta W_{mech} = F \cdot \Delta l = \frac{B \cdot H}{2} A \cdot \Delta l$$

$$F = \frac{B \cdot H}{2} A = \frac{B^2 \cdot A}{2\mu_0}$$

Hubkraft eines Magneten

n.B: Für große Hubkräfte (Lasten) muß auch **B** groß gewählt werden → Bereich der Sättigung

Achtung: B_y muss so klein gewählt werden, dass die Last wieder abgesetzt werden

kann.

4.2 Kräfte auf stromdurchflossene Leiter

a) Stromdurchflossener Leiter im Magnetfeld



Leiter wird in das Gebiet geringer Feldstärke abgedrängt

Berechnung von $|\vec{F}|$:

Kraft \vec{F} bewegt den Leiter mit \vec{V} aus dem Magnetfeld heraus → bewegter Leiter im Magnetfeld
→ Spannungsinduktion $U_{qi} = B \cdot lV$ → elektrische Leistung $U_{qi} \cdot I$

Elektrische Leistung $U_{qi} \cdot I =$ mechanische Leistung $F \cdot V$

mit $U_{qi} = B \cdot lV$

$$F = I \cdot B \cdot l$$

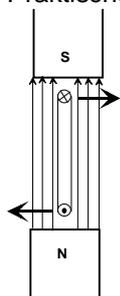
oder in vektorieller Form

elektrodynamisches Kraftgesetz

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

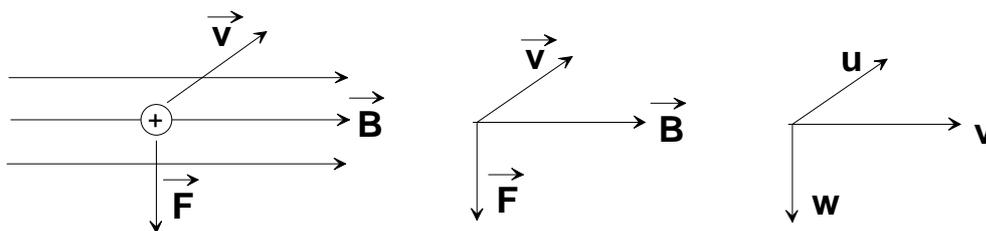
→ Hinweis auf Rechtssystem beim Vektorprodukt

Praktische Anwendung: Gleichstrommotor



Motorprinzip

b) bewegte Ladungsträger im Magnetfeld



Elektrodynamisches Kraftgesetz

$$\vec{F} = I (\vec{l} \times \vec{B})$$

$$dF = \frac{dQ}{dt} (d\vec{l} \times B)$$

„Δ“ durch „d“ ersetzen

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

$$\vec{F} = Q (\vec{v} \times \vec{B})$$

c) zwei stromdurchflossene Leiter

	<p>Feldverstärkung zwischen den Leitern → Abstoßung Elektro-dynamisches Kraftgesetz $F_1 = I_1 \cdot l \cdot B_2$ $B_2 = \mu H_2$ $H_2 = \frac{\Theta_2}{2\pi a} = \frac{I_2}{2\pi \cdot a}$ $F_1 = I_1 \cdot I_2 \frac{l\mu}{2\pi \cdot a}$ $F_1 = F_2 = F$ $F = \frac{l\mu}{2\pi \cdot a} I_1 I_2$</p>
--	---

4.3 Induktionsgesetz

Faraday 1831: Immer wenn ein Leiter einer Flussänderung ausgesetzt ist, entsteht in ihm eine elektrische Spannung → wird eine Spannung induziert

Michael Faraday
1791 - 1867

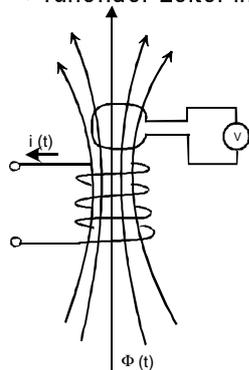
2 Arten der Induktion

- Induktion der Ruhe → ruhender Leiter, veränderliches Magnetfeld
- Induktion der Bewegung → Leiter bewegt sich, Magnetfeld konstant und ruhend

Beide Arten können sich überlagern.

Induktion der Ruhe

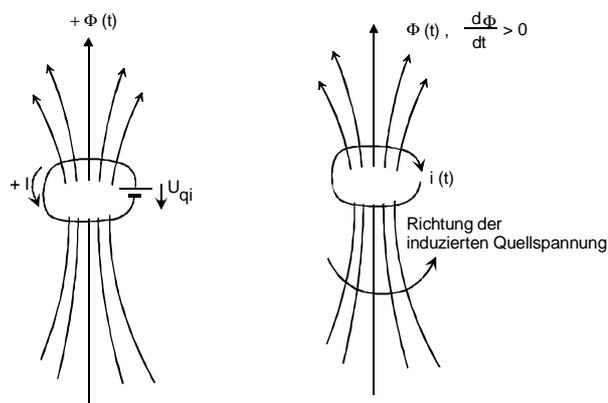
→ ruhender Leiter im zeitlich veränderlichen Magnetfeld



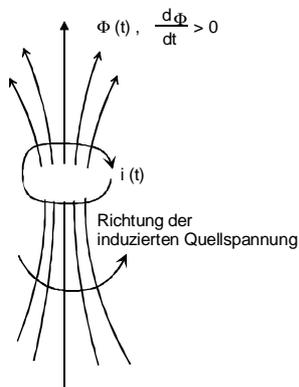
Vorzeichen der induzierten Spannung:
allgemein:

Praxis zeigt:

$$|U_q| = \frac{d\Phi}{dt}$$



Lenz'sche Regel: Der durch die induzierte Spannung angetriebene Strom ist so gerichtet, dass sein Magnetfeld dem die Induktion erzeugenden (äußeren) Magnetfeld entgegen gerichtet ist, d. h. der induzierte Strom wirkt seiner Ursache entgegen.



$$U_{qi} = + \frac{d\Phi}{dt}$$

Induktionsgesetz

Induzierte Spannung U_q ist der oben definierten positiven Spannungsrichtung entgegengerichtet, deswegen gilt

Werden N Windungen von der gleichen Flussänderung erfasst, addieren sich die Spannungen,

d. h.

$$U_{qi} = + N \frac{d\Phi}{dt}$$

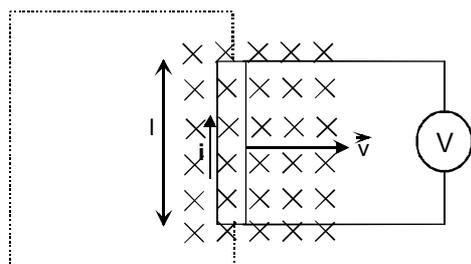
Umfasster Fluss

Flussverkeftung

$$\Psi = N \cdot \Phi \Rightarrow U_{pi} + \frac{d\Psi}{dt}$$

Induktion der Bewegung

Gedankenexperiment:



$$U_{qi} = B \cdot v \cdot l$$

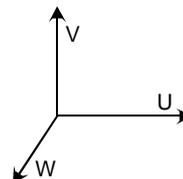
Ursache
Vermittlung
Wirkung

$$|U_{qi}| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| \quad d\Phi = B \cdot dA$$

$$U_{qi} = B \cdot l \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$dA = l \cdot dx$$

= Bewegung
= Feldlinien
= Stromfluss



Strom im Leiter fließt so, dass das Magnetfeld vor dem Leiter verstärkt wird und hinter ihm geschwächt wird.

Zusammendrängen der Feldlinien auf der einen Seite und ihre Schwächung auf der anderen bewirkt eine Gegenkraft, die der Bewegung entgegenwirkt → Lorentzkraft.

Hinweis: Maßgebend für die Induktion ist die zeitliche Änderung des den Leiter durchsetzenden Flusses.

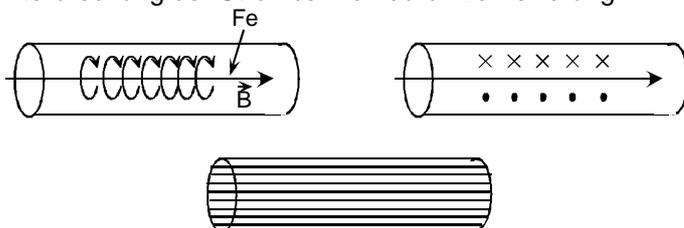
4.4 Wirbelströme und Stromverdrängung

Wirbelströme

$$\Phi \frac{d\Phi}{dt} > 0 \Rightarrow$$

Wirbelströme verursachen Stromwärmeverluste →

1. Unterbrechung der Strombahnen durch Lamellierung



Starkstromtechnik, el. Maschinen

2. Einsatz von Ferriten

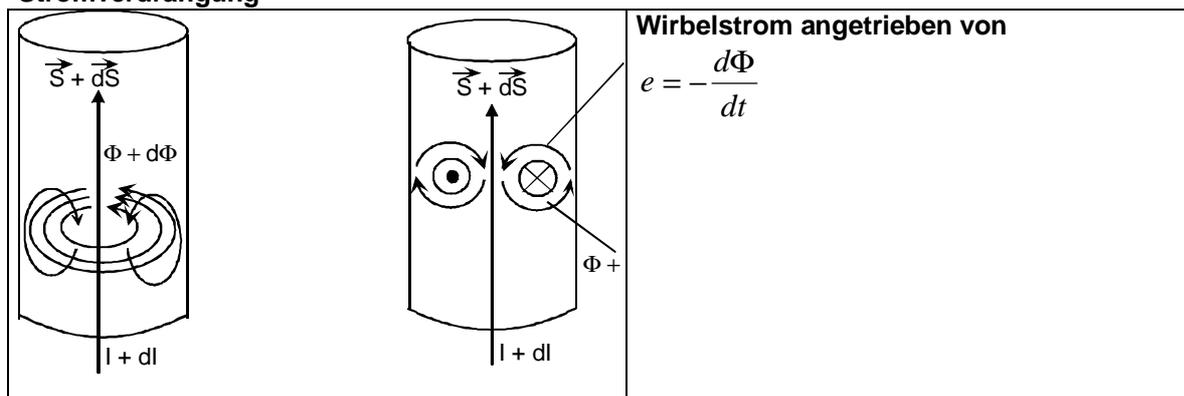
→ gute magnetische Leitfähigkeit, aber hohen spezifischen Widerstand

z.B. Mn Zn – Ferrite (MnO, ZnO + Fe₂O₃)

Ni Zn – Ferrite (NiO, ZnO + Fe₂O₃)

Schwachstromtechnik für Spulen und Übertrager

Stromverdrängung



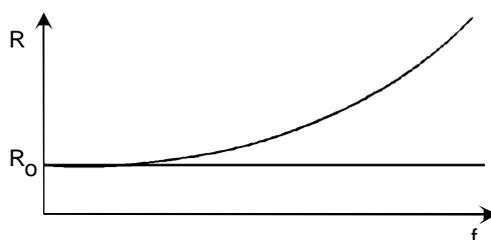
Wirbelstrom angetrieben von

$$e = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Wirbelstrom schwächt den Strom im Inneren des Leiters und verstärkt ihn in seinem Äußeren → Verdrängung des Stromes an die Leiteroberfläche → Skin- oder Hauteffekt.

Folgen des Skin-effektes:

- Stromverteilung im Leiterquerschnitt ist nicht gleichmäßig → effektiver Leiterquerschnitt sinkt → Widerstandserhöhung
- Stromverdrängung wird durch $\frac{d\Phi}{dt}$ hervorgerufen,
→ Frequenz beeinflusst entscheidend den Skin-effekt .



- bei Gleichstrom gleichmäßige Stromverteilung und kein Skin-effekt.

Selbst- und Gegeninduktion

Selbstinduktion

Wird eine Spule von einem sich zeitlich ändernden Strom durchflossen, dann wird die Spule von einem sich zeitlich änderndem Fluss durchsetzt. Dieser Fluss induziert nach dem Induktionsgesetz in der Spule eine Spannung. Dieser Vorgang heißt Selbstinduktion, da die Spannung durch das eigene Magnetfeld der Spule induziert wird.

$$U_{qi} = +N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_m} = \frac{iN}{R_m}$$

$$U_{qi} = + \frac{N^2}{R_m} \frac{di}{dt}$$

2. Form des Induktionsgesetzes

Induktivität

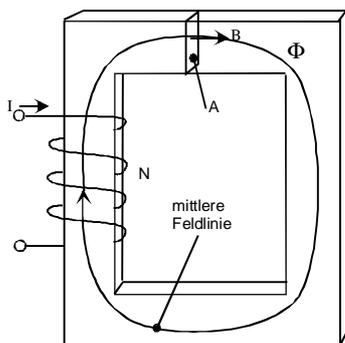
$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

Maßeinheit

$$[L] = \frac{[e]}{\left[\frac{di}{dt}\right]} = \frac{Vs}{A} = \Omega s = H$$

Joseph Henry
1797 – 1878
am. Physiker

Berechnungsbeispiel:



$$L = \frac{N^2}{R_m} \quad R_m = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_r A}$$

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r A \cdot N^2}{l_m}$$

Diskussion der Einflussparameter:

Definitionsgleichung der Selbstinduktivität :

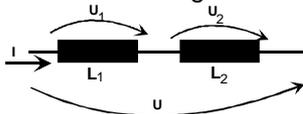
$$\int L \frac{di}{dt} = \int \frac{d\Phi}{dt}$$

$$Li = N\Phi = \psi$$

$$\psi = L \cdot i$$

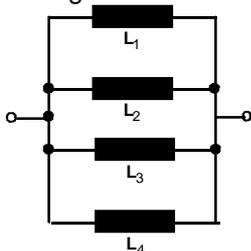
Schaltung von Induktivitäten

Reihenschaltung



$$L_{ges} = \sum_1^n L_\gamma$$

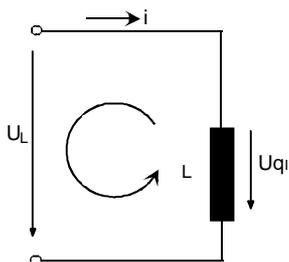
Parallelschaltung



(analog R)

$$\frac{1}{L_{ges}} = \sum_1^n \frac{1}{L_\gamma}$$

Induktion einer Quellspannung in L , die an den Klemmen als Spannungsabfall U_l aufgefasst werden kann.



Maschensatz:

$$U_l - U_{qi} = 0$$

$$U_l = +U_{qi}$$

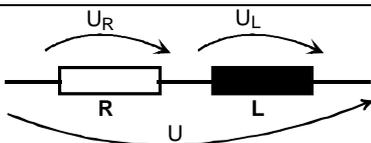
\Rightarrow

$$U_l = L \frac{di}{dt}$$

vgl. Kapazität

$$(U_c = \frac{1}{c} \int idt)$$

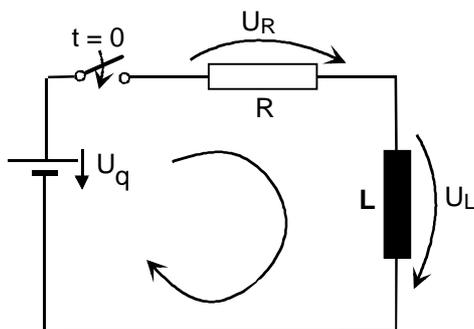
Ersatzschaltbild einer technischen Induktivität



$$u = u_R + u_L$$

$$u = iR + L \frac{di}{dt} \quad \text{DGL}$$

Stromverzögernde Wirkung der Induktivität



$$U_q = -L \frac{di}{dt} + iR$$

Trennung der Variablen

$$dt = \frac{L}{U_q - iR} di = -\frac{L}{R} \frac{di}{i - \frac{U_q}{R}}$$

$$t = \frac{L}{R} \ln \left(i - \frac{U_q}{R} \right) + \ln K \quad \frac{L}{R} = \tau$$

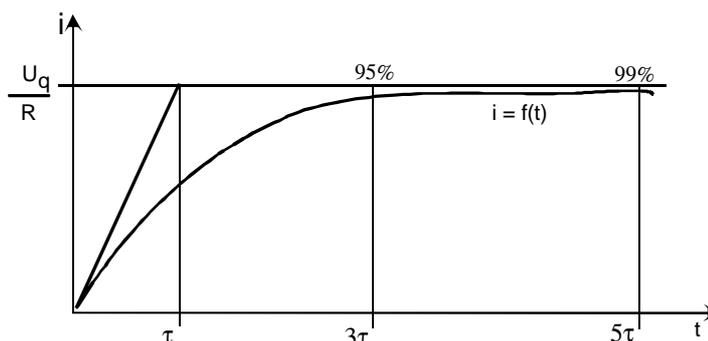
$$-\frac{t}{\tau} = \ln \frac{1}{K} \left(i - \frac{U_q}{R} \right)$$

$$e^{-t/\tau} = \frac{1}{K} \left(i - \frac{U_q}{R} \right) \Rightarrow i = \frac{U_q}{R} \left(1 + Ke^{-t/\tau} \right)$$

Anfangswert:

$$t = 0, i = 0 \Rightarrow 1 + K = 0 \Rightarrow K = -1$$

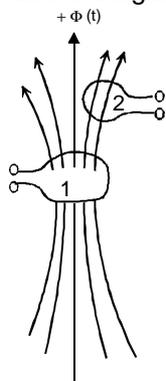
$$i = \frac{U_q}{R} \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$



Diskussion der e-Funktion!

Gegeninduktion

Wird in einer Spule eine Spannung durch Flussänderungen einer anderen Spule induziert, so heißt dieser Vorgang Gegeninduktion.



$$\Phi_{12} = k_1 \Phi_1$$

k_1 – Kopplungsfaktor

$$U_{qi} = +N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$U_{qi2} = +N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

$$\Phi_{12} = k_1 \Phi_1$$

$$\Phi_1 = \frac{i_1 N_1}{R_{m1}}$$

$$U_{qi2} = +M_{12} \frac{di_1}{dt}$$

$$M_{12} = \frac{k_1 N_1 N_2}{R_{m1}}$$

Gegeninduktivität

$$[M] = H$$

umgekehrt gilt:

$$U_{q1} = +M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Es lässt sich beweisen, dass gilt

$$M_{12} = M_{21} = M$$

$$U_{q2} = +M \frac{di_1}{dt}$$

$$U_{q1} = +M \frac{di_2}{dt}$$

Gegeninduktivität M lässt sich aus der Selbstinduktivität beider Spulen berechnen.

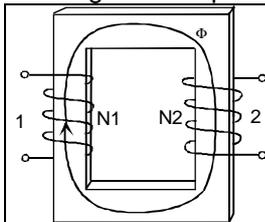
$$M = k \sqrt{L_1 L_2}$$

$$k = \sqrt{k_1 \cdot k_2}$$

Kopplungsfaktor

$$M = \sqrt{M_{12} \cdot M_{21}} = \sqrt{k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{N_1^2}{R_{m1}} \cdot \frac{N_2^2}{R_{m2}}} \quad M = \sqrt{k_1 \cdot K_2} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

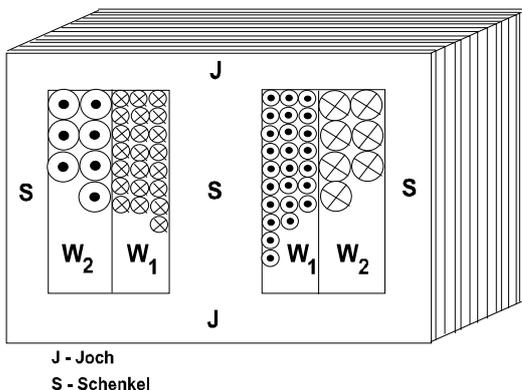
Wichtigstes Beispiel: Trafo



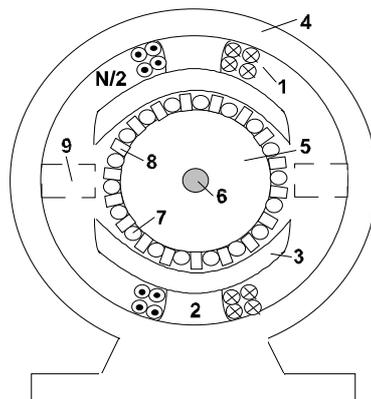
$$k \approx 1 \quad M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

1. Folgende technische Magnetkreise sind gegeben:

Transformator



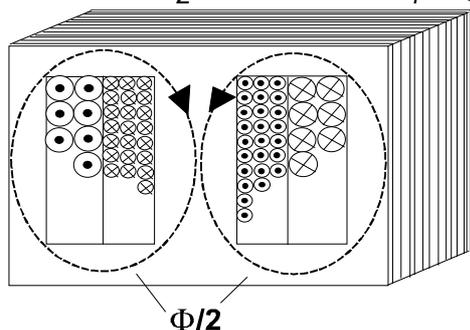
Gleichstrommaschine



- 1 - Erregerwicklung
- 2 - Polkern
- 3 - Polschuh
- 4 - Joch (Gehäuse)
- 5 - Anker (Isol. Bleche)
- 6 - Welle
- 7 - Ankerleiter in Nut
- 8 - Zahn
- 9 - Wendepole

a) In den Transformatorquerschnitt ist der Verlauf der Feldlinien einzuzichnen, wenn in der Wicklung 1 (W_1) der Strom im Uhrzeigersinn um den Mittelschenkel (von oben gesehen) fließt und die Wicklung 2 (W_2) stromlos ist!

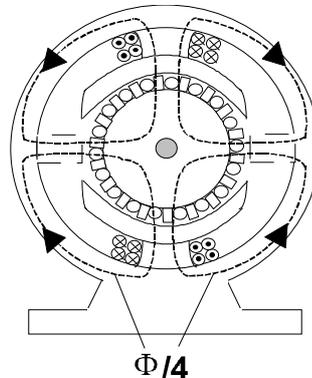
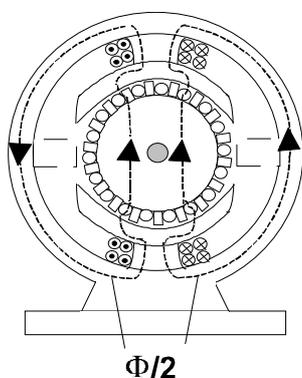
Wie groß ist dann die magnetische Ursprung bei einem Stromaugenblickswert von $i_1=2\text{ A}$ und $W_1=2000$? Errechnen Sie die gesamte magnetische Ursprung, wenn zusätzlich in Wicklung 2 ein Strom $i_2=4\text{ A}$ dem Strom i_1 entgegengesetzt fließt und $W_2=800$ ist!



$$W_1 : \quad \Theta_1 = \sum I_v = i_1 \cdot W_1 = 2\text{ A} \cdot 2000 = \underline{4\text{ kA}}$$

$$W_1+W_2 : \quad \Theta_{\text{ges}} = i_1 \cdot W_1 - i_2 \cdot W_2 = \Theta_1 - i_2 \cdot W_2 = 4\text{ kA} - 4\text{ A} \cdot 800 = \underline{0,8\text{ kA}}$$

b) In den Querschnitt der Gleichstrommaschine ist der Flussverlauf einzuzichnen, wenn beide Erregerwicklungen in Reihe geschaltet sind und der Strom (von oben gesehen) entgegen dem Uhrzeigersinn um die Polkerne fließt! Wie groß ist dafür die gesamte magnetische Ursprung, wenn der Erregerstrom $I_E=1\text{ A}$ und $N/2=500$ beträgt? Wie groß ist sie bei Parallelschaltung und doppeltem Strom in einer Wicklung? Wie sähe der Flussverlauf aus, wenn sich in Wicklung zwei die Stromrichtung umkehren würde?

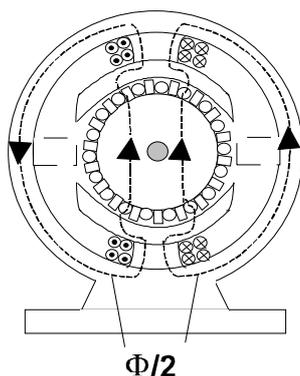


Reihenschaltung: $\Theta_{\text{ges}} = 2 \cdot I_{\text{Err}} \cdot N/2 = 2\text{ A} \cdot 500 = \underline{1000\text{ A}}$

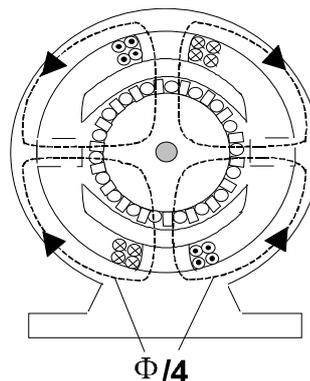
Parallelschaltung: $\Theta_{\text{ges}} = 2 (2 \cdot I_{\text{Err}}) \cdot N/2 = 4\text{ A} \cdot 500 = \underline{2\text{ kA}}$

c) Zeichnen Sie das Ankerfeld in den Querschnitt der Gleichstrommaschine ein! (Motorbetrieb, Rechtslauf!)

b) Gleichstrommaschine
Reihenschaltung der Wicklungen:



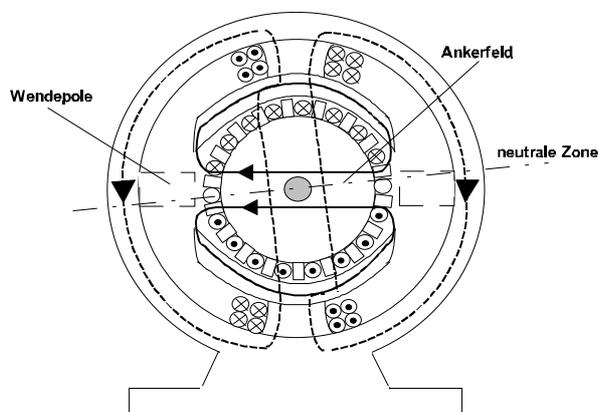
Gegenschaltung der Wicklungen:



Reihenschaltung: $\Theta_{\text{ges}} = 2 \cdot I_{\text{Err}} \cdot N/2 = 2 \text{ A} \cdot 500 = \underline{1000 \text{ A}}$

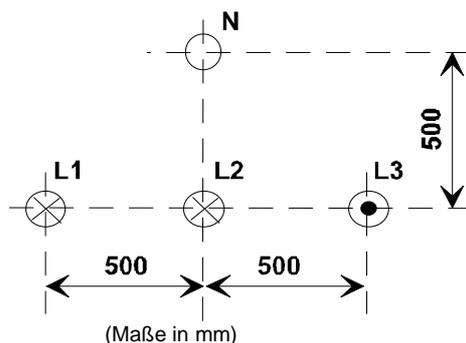
Parallelschaltung: $\Theta_{\text{ges}} = 2 (2 \cdot I_{\text{Err}}) \cdot N/2 = 4 \text{ A} \cdot 500 = \underline{2 \text{ kA}}$

c) Ankerfeld der Gleichstrommaschine:

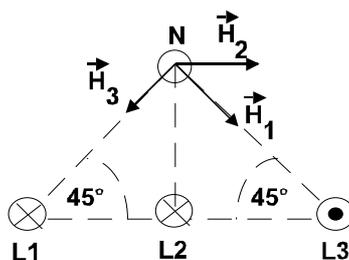


2. In der dargestellten Drehstromleitung fließen im Augenblick der Betrachtung folgende Ströme:

$$i_1 = 1500 \text{ A}; \quad i_2 = 1500 \text{ A}; \quad i_3 = 3000 \text{ A}$$



Es ist die von diesen Strömen hervorgerufene magnetische Feldstärke im Nulleiter zu berechnen!
Allgemein: $\Theta = \oint H \cdot ds$ Durchflutungsgesetz
Feldlinien um einen elektrischen Leiter stellen konzentrische Kreise dar, wodurch aus Symmetriegründen $H = \frac{I}{2\pi r} = \text{const.}$ resultiert. Im Augenblick der Betrachtung gilt für die Stelle, an der sich der Nulleiter befindet:



$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi r_1} = \frac{1500 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,707 \text{ m}} = \underline{\underline{337,5 \text{ A/m}}} \quad H_2 = \frac{I_2}{2\pi r_2} = \frac{1500 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,5 \text{ m}} = \underline{\underline{478 \text{ A/m}}}$$

$$H_3 = \frac{I_3}{2\pi r_3} = \frac{3000 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,707 \text{ m}} = \underline{\underline{675 \text{ A/m}}}$$

Gesamt-Horizontalkomponente:

$$H_H = H_2 + H_1 \cdot \cos 45^\circ - H_3 \cdot \cos 45^\circ = (478 + 232,65 - 477,30) \text{ A/m} = \underline{\underline{233,35 \text{ A/m}}}$$

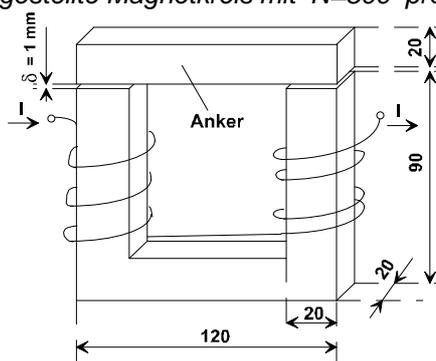
Gesamt-Vertikalkomponente:

$$H_V = (H_1 + H_3) \cdot \sin 45^\circ = \underline{\underline{716 \text{ A/m}}}$$

Gesamtfeldstärke im Nulleiter:

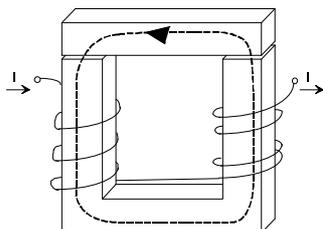
$$H = \sqrt{H_H^2 + H_V^2} = \sqrt{233,35^2 + 716^2} \text{ A/m} = \underline{\underline{753 \text{ A/m}}}$$

3. Gegeben ist der dargestellte Magnetkreis mit $N=500$ pro Schenkel.



- Zeichnen Sie die Flusslinien ein!
- Wie groß sind der magnetische Fluss, die magnetische Feldstärke, der magnetische Spannungsabfall im Luftspalt, die magnetische Ursprungung und der Strom, wenn die Flussdichte im Luftspalt $0,628 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$ beträgt?
- Wie groß ist die Induktivität?
- Wie sähe der Flussverlauf aus, wenn $R_{m\text{Fe}} \ll R_{m\text{d}}$ nicht gültig wäre?
- Berechnen Sie die Kraftwirkung auf den Anker!
- Welche Durchflutung ist notwendig, um im Kern die Flussdichte $1,2 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$ zu erzeugen ($\mu_r=1470$)?

a) Verlauf der Flußlinien



b) $R_{mFe} \ll R_{m\delta} \implies$ d.h., R_{mLuft} ist von bestimmendem Einfluß. Das Eisen leitet den Fluß wesentlich besser, so daß Streuflüsse vernachlässigt werden können.

$$\Phi = B_L \cdot A_m = 0,628 \frac{Vs}{m^2} \cdot 4 \cdot 10^{-4} m^2 = 2,512 \cdot 10^{-4} Vs = \underline{\underline{0,25 mVs}}$$

$$A_m = 20mm \cdot 20mm = \underline{\underline{400mm^2}}$$

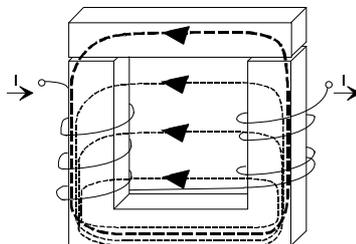
$$H = \frac{B_L}{\mu_0} = \frac{0,628 Vs \cdot m}{m^2 \cdot 1,256 \cdot 10^{-6} A} = 50 \cdot 10^4 A/m$$

$$V_\delta = 2 \cdot H \cdot \delta = 2 \cdot 50 \cdot 10^4 \cdot \frac{A}{m} \cdot 1 \cdot 10^{-3} m = \underline{\underline{1 kA}}$$

$$\Theta = V_\delta = \underline{\underline{1 kA}} \quad I = \frac{\Theta}{2N} = \frac{1000 A}{2 \cdot 500} = \underline{\underline{1 A}}$$

$$c) L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{(2N)^2}{R_m} = \frac{4N^2}{\Theta} \cdot \Phi = \frac{2N}{I} \cdot \Phi = \frac{1000}{1 A} \cdot 0,25 \cdot 10^{-3} Vs = \underline{\underline{0,25 H}}$$

Flußverlauf, wenn $R_{mFe} \ll R_{m\delta}$ nicht gültig: es müssen Streuflüsse berücksichtigt werden.



e) Kraftwirkung auf den Anker:

$$A = 20mm \cdot 20mm = \underline{\underline{400mm^2}}$$

$$F = \frac{B^2 A}{2 \mu_0} = \frac{0,628^2 (Vs)^2 \cdot 4 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot Am}{1,256 \cdot 10^{-6} Vs \cdot 2 \cdot m^4} = \underline{\underline{62,80 N}}$$

$$f) \Phi = B_L \cdot A_L = 1,2 T \cdot (0,02)^2 m^2 = \underline{\underline{0,48 mVs}}$$

Im Eisenkern:

$$L_{Fe} = 2 \cdot (100 + 80 + 10) mm = 380 mm = \underline{\underline{0,38 m}} \quad \text{mittl. Länge einer Flußlinie Eisen}$$

$$H_{Fe} = \frac{B_{Fe}}{\mu_r \mu_0} = \frac{1,2 Vs \cdot Am \cdot 10^6}{m^2 \cdot 1,256 Vs \cdot 1470} = \underline{\underline{649,9 A/m}}$$

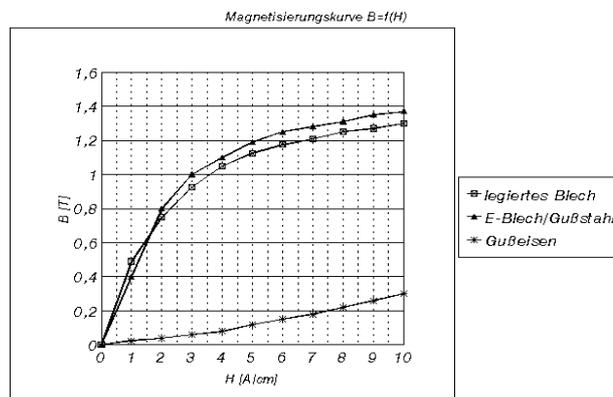
$$V_{Fe} = H \cdot L_{Fe} = 649,9 A/m \cdot 0,38 m = \underline{\underline{247 A}}$$

Im Luftspalt:

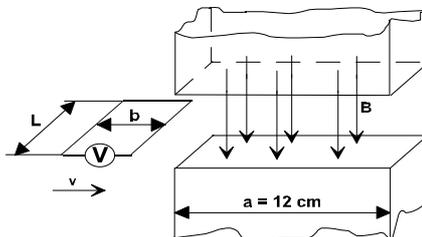
$$H_\delta = \frac{B_L}{\mu_0} = \frac{1,2 Vs \cdot Am \cdot 10^6}{m^2 \cdot 1,256 Vs} = \underline{\underline{955.414,0 A/m}}$$

$$V_\delta = 2 \cdot H_\delta \cdot \delta = 2 \cdot 955.414 A/m \cdot 0,001 m = \underline{\underline{1910,83 A}}$$

$$\Theta = V_{Fe} + V_\delta = 247 A + 1910,83 A = \underline{\underline{2157,83 A}}$$



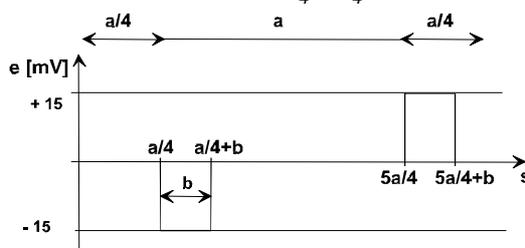
4. Eine Leiterschleife ($L = 10 \text{ cm}$; $b = 2 \text{ cm}$) wird - vorher mit dem rechten Leiter $a/4$ vor dem Magnetfeld stehend - mit konstanter Geschwindigkeit $v = 0,1 \text{ m/s}$ durch ein homogenes Magnetfeld mit $B = 1,5 \text{ T}$ parallel zur Vorderkante des Magneten gezogen. Dabei befinden sich auch die Querleiter der Leiterschleife im Magnetfeld. Berechnen Sie die in der Leiterschleife induzierte Spannung als Funktion des Weges s , bis der linke Längsleiter um $a/4$ außerhalb des Magnetfeldes steht und tragen Sie die Funktion maßstäblich auf! In welcher Zeit legt die Leiterschleife den Weg zurück?



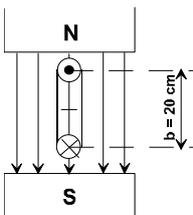
$$v = \frac{s}{t} \rightarrow t = \frac{s}{v} = \left(\frac{3a}{2 \cdot 0,1 \text{ m}} + b \right) \cdot s = \underline{\underline{2,0 \text{ s}}}$$

Vorzeichenfestlegung! $-u_q = e = B \cdot L \cdot v = 1,5 \text{ T} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,015 \text{ V} = \underline{\underline{15 \text{ mV}}}$

$$-u_q = e = -N \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot \frac{-d(BA)}{dt} = -B \cdot N \frac{dA}{dt} \quad e \left(\frac{a}{4} \leq s \leq \frac{a}{4} + b \right) = \underline{\underline{-15 \text{ mV}}} \quad e \left(\frac{5a}{4} \leq s \leq \frac{5a}{4} + b \right) = \underline{\underline{+15 \text{ mV}}}$$



13. In einem $0,95 \text{ T}$ starken Magnetfeld, welches zwischen den Polschuhen eines Dauermagneten wirksam ist, befindet sich eine einfache, drehbar gelagerte Leiterschleife. Sie ist 30 cm lang, 20 cm breit und wird von einem Strom von 110 A durchflossen. Das Drehmoment ist zu berechnen und die Drehrichtung der Leiterschleife ist anzugeben! Welche Abhängigkeit besteht zwischen Drehmoment und Drehwinkel?



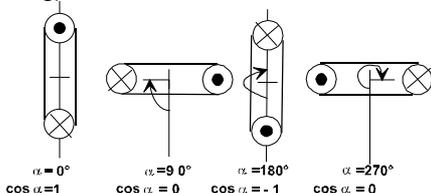
Grundprinzip des Gleichstrommotors für $N=1$ Drehbewegung erfolgt im Uhrzeigersinn

$$M = 2 F \cdot r = 2 (B \cdot L \cdot I \cdot \frac{b}{2}) \quad 2F = F_{\text{ges}}, \text{ da zwei Angriffspunkte} \quad r = \frac{b}{2}$$

$$M = B \cdot L \cdot I \cdot b = 0,95 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 110 \text{ A} \cdot 0,2 \text{ m} = \underline{\underline{6,27 \text{ Nm}}}$$

$$M = 6,27 \text{ Nm} \cdot \cos \alpha \quad \alpha = \text{Drehwinkel}$$

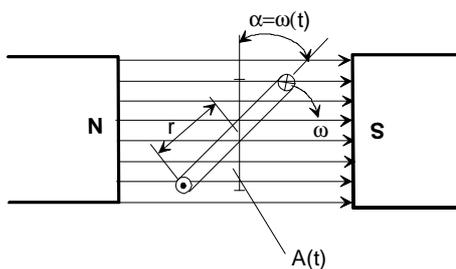
Beim Durchgang der Leiterschleife durch die Horizontale ($\alpha = 90^\circ, 270^\circ$) muß die Stromrichtung umgekehrt werden, um eine kontinuierliche Drehbewegung zu ermöglichen (Kommutierung).



$$\rightarrow M = 6,27 \text{ Nm} \cdot \cos \alpha$$

5. Wechselstromtechnik

Erzeugung von Wechselstrom, Bestimmungsgrößen



l = Länge der Leiterschleife

$$A(t) = 2 r \cdot \cos \omega t$$

$B = \text{konst.}$

ω – Kreisfrequenz

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

induktionswirksamer Fluß \rightarrow

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= B \cdot A(t) = 2 \cdot B \cdot r \cdot l \cdot \cos \omega t \\ &= \hat{\Phi} \cos \omega t \end{aligned}$$

$$\hat{\Phi} = 2B \cdot r \cdot l$$

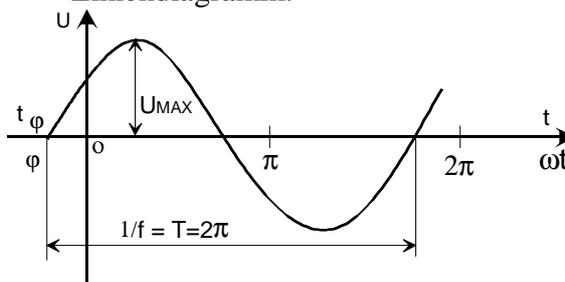
$$U_{\text{qi}} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N(-\hat{\Phi} \omega \sin \omega t)$$

$$U_{\text{qi}} = -N \hat{\Phi} \omega \sin \omega t = \hat{E} \sin \omega t \quad ,$$

$U_{\text{qi}} = N \omega \hat{\Phi}$
Generatorprinzip F

Liniendiagramm:

Zeitlicher Verlauf

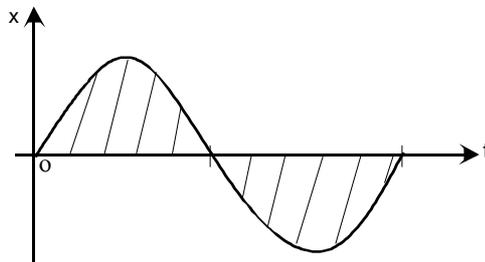


5.1 Zeitliche Mittelwerte von Sinusgrößen

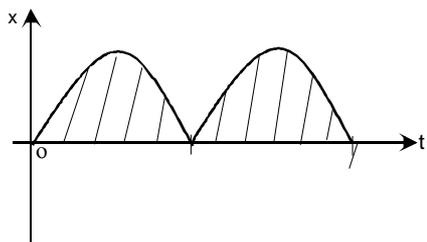
a) Arithmetischer Mittelwert

allgemein: $\bar{X} = \frac{1}{T} \int_0^T X \cdot dt$

geometrische Interpretation



Für sinusförmige Spannung ergäbe sich $\bar{U} = 0$, deswegen Bezug auf gleichgerichtete Spannung.



$$\begin{aligned}\bar{U} &= \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U} \sin \omega t \cdot dt \\ &= \frac{2\hat{U}}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t \cdot dt\end{aligned}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$\bar{U} = -\frac{2\hat{U}}{\omega T} \cos \omega t \Big|_0^{\frac{T}{2}}$$

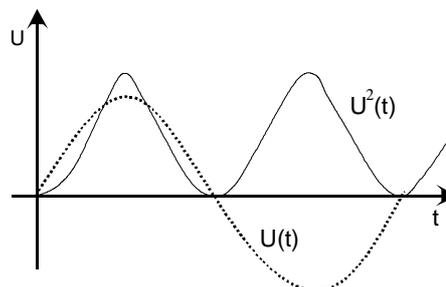
$$\bar{U} = -\frac{2\hat{U}}{2\pi} \cos \Big|_0^{\frac{1}{2}} = -\frac{\hat{U}}{\pi} (-1-1)$$

$$\bar{U} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{U} = 0,64 \hat{U}$$

b) Effektivwert (quadratischer Mittelwert)

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2 dt}$$

geometrische Interpretation
für sinusförmige Größen (Wechselspannung)



$$U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U} = 0,707 \hat{U}$$

Physikalische Bedeutung des Effektivwertes

z.B. Wärmeenergie



$$\begin{aligned}P &= u i \\ u &= i R \\ P &= R i^2 \\ \bar{P} &= \frac{R}{T} \int_0^T R \cdot i^2 \cdot dt = I^2 \cdot R \quad \text{Mittelwert des} \\ & \hspace{15em} \text{Leistungsumsatzes}\end{aligned}$$

Ein Wechselstrom mit Effektivwert I_{eff} erzeugt in R die gleiche Wärmemenge, wie ein Gleichstrom der selben Größe.

→ Effektivwert ist ein Maß für den Mittelwert der umgesetzten Leistung.

5.2 Sinusförmige Spannungen und Ströme im Zeigerdiagramm

Ziel: Abbildung der Sinusfunktion in der komplexen Ebene

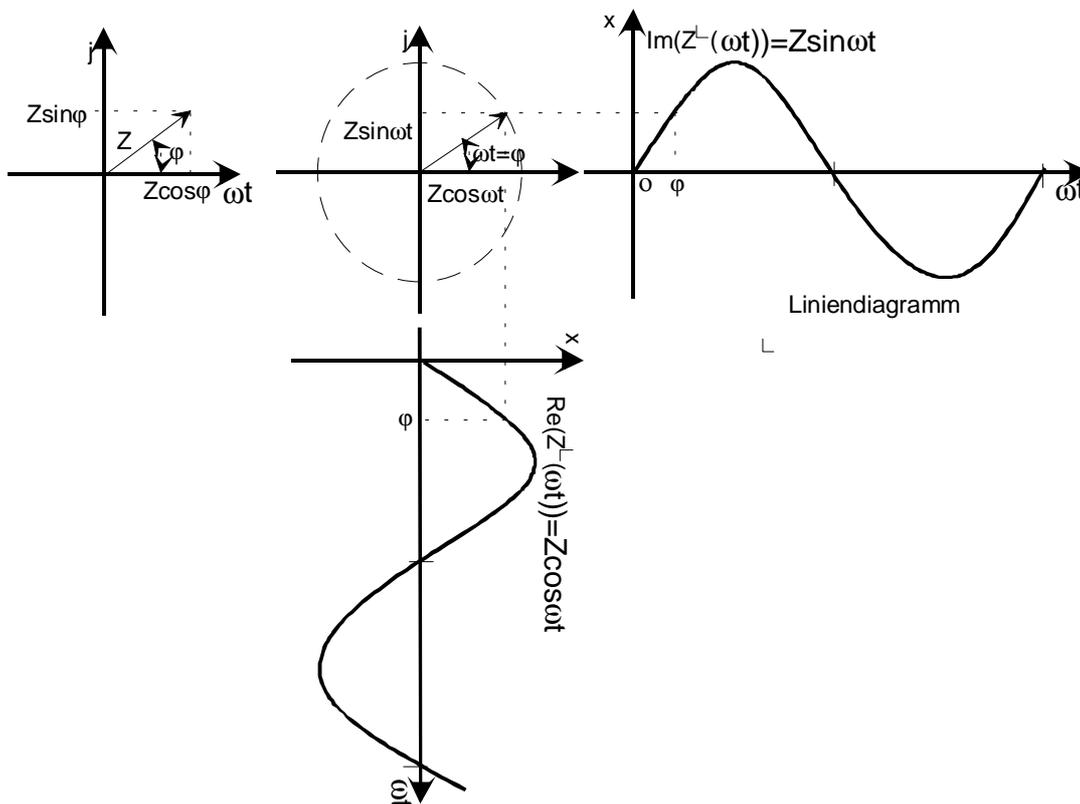
$$Z^L = a + jb$$

$$Z^L = Z (\cos \varphi + j \sin \varphi)$$

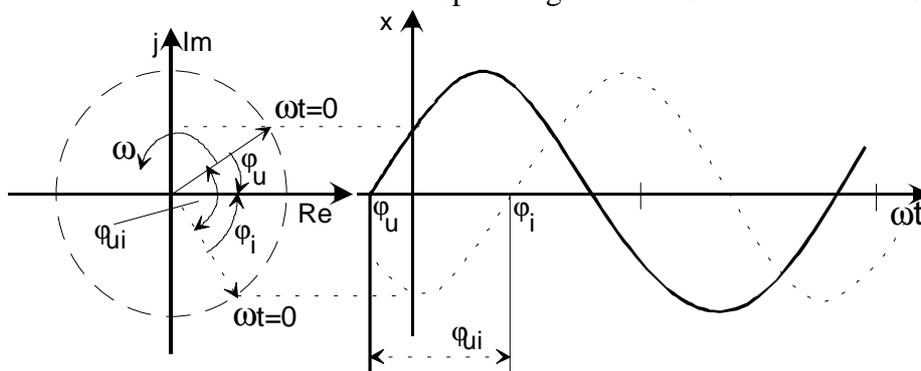
$$Z^L = Z (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

→

$$Z^L = Z \cdot e^{j\varphi}$$



Zwei phasenverschobene Sinusfunktionen mit gleicher Frequenz $\omega = 2\pi f$
Spannung eilt dem Strom voraus um 90° el.

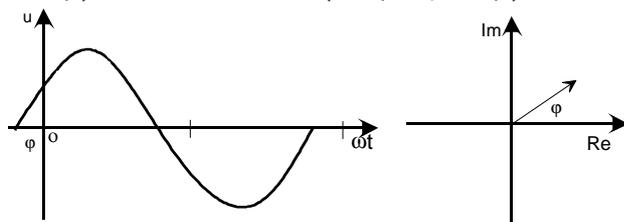


Beide Zeiger rotieren mit ω , wobei ihre Lage zueinander erhalten bleibt (Phasenverschiebung φ_{ui}).

Vereinbarung: - Das System der mit gleicher Frequenz rotierenden Zeiger wird zum Zeitpunkt $Z = 0$ betrachtet und dargestellt → Übergang zu ruhenden Zeigern
- Länge der Zeiger entspricht dem Effektivwert der dargestellten Größe → Effektivwertzeiger

Beispiel:

$$U = \bar{U} \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow \underline{U} = U(\cos \varphi + j \sin \varphi) = U e^{j\varphi}$$



$$|U| = \frac{1}{2} \sqrt{2} \hat{U} = U$$

Symbolik \underline{U} = U-Zeiger

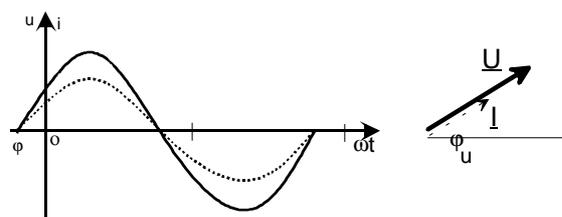
5.3 Spannungs- und Stromzeiger bei den Grundschaltelementen (R, L, C), Wechselstromwiderstände

Ohmscher Widerstand



$$U = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow \underline{U} = U e^{j\varphi}$$

$$i = \frac{u}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow \underline{I} = I e^{j\varphi}$$



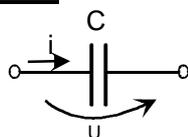
$$U = |\underline{U}| = \frac{1}{2} \sqrt{2} \hat{U}$$

$$I = |\underline{I}| = \frac{1}{2} \sqrt{2} \hat{I}$$

$$Z^L = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} = R$$

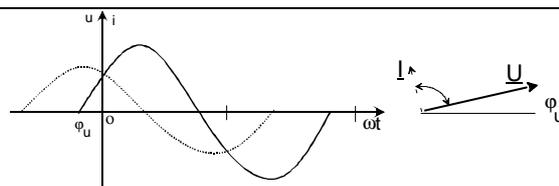
Wechselstromwiderstand (komplexe Größe,
aber Imaginärteil ist Null)

Kondensator



$$U = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) \rightarrow \underline{U} = U e^{j\varphi_u}$$

$$i = C \frac{du}{dt} = \hat{U} \cdot \omega C \cos(\omega t + \varphi_u) \rightarrow \underline{I} = U \cdot \omega \cdot C \cdot e^{j(\varphi_u + \frac{\pi}{2})}$$



$$Z^L = \frac{U}{\underline{I}} = \frac{e^{j\varphi_u}}{\omega \cdot C \cdot e^{j\left(\varphi_u + \frac{\pi}{2}\right)}} = \frac{1}{\omega \cdot C} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j \rightarrow$$

$$e^{-j\frac{\pi}{2}} = 1 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + j^{-2} \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right)$$

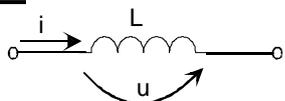
$$\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$Z^L = j \cdot X_C$$

$$X_C = -\frac{1}{\omega \cdot C}$$

kapazitiver Wechselstromwiderstand

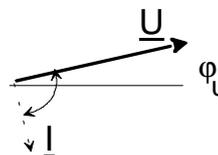
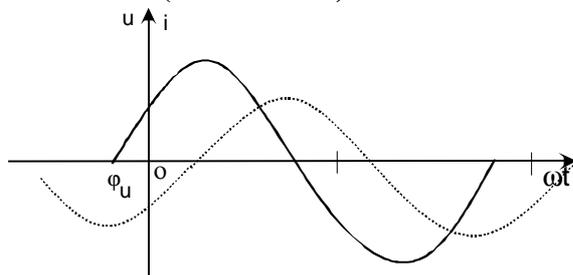
Induktivität



$$U = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u) \rightarrow \underline{U} = U e^{j\varphi_u}$$

$$i = \frac{1}{L} \int u \cdot dt = \frac{-\hat{U}}{\omega L} \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$= \frac{\hat{U}}{\omega L} \sin\left(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \underline{I} = \frac{U}{\omega \cdot L} e^{j\left(\varphi_u - \frac{\pi}{2}\right)}$$



$$Z^L = \frac{U}{\underline{I}} = \frac{U \cdot e^{j\varphi_u}}{\frac{U}{\omega L} \cdot e^{j\left(\varphi_u - \frac{\pi}{2}\right)}} = \omega \cdot L \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \quad e^{j\frac{\pi}{2}} = j$$

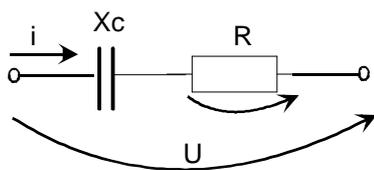
$$Z^L = j \cdot X_L$$

$$X_L = \omega \cdot L$$

induktiver Wechselstromwiderstand,
Induktanz

Berechnung von Wechselstromschaltungen

- Berechnung von Wechselstromschaltungen im Zeitbereich erfordert das Lösen von DGL → kompliziert und aufwändig
- DGL kann umgangen werden, wenn in Zeigerdarstellung (komplexe Ebene) gerechnet wird
- Anwendung der komplexen Darstellung nur für eingeschwungene Vorgänge möglich

Beispiel:

gegeben: $u(t) = \sqrt{2} \cdot 10V \sin \omega t$
 $X_C = -30\Omega, R = 40\Omega$

gesucht: $i(t)$

1. Übergang: Zeitbereich \rightarrow Zeigerdarstellung

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 10V \sin \omega t \quad \rightarrow \quad \underline{U} = 10V \cdot e^{j0}$$

2. Bestimmung des Wechselstromwiderstandes

$$\begin{aligned} & \downarrow \text{-----} \downarrow \\ Z^L &= (40 - 30j)\Omega = R + j \cdot X_C \\ & \downarrow \\ Z^L &= Z e^{j\omega z} = Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} \Omega = 50\Omega \end{aligned}$$

$$\varphi_Z = \arctan \frac{X_C}{R} = \arctan \frac{-30}{40} = -36,9^\circ$$

$$Z^L = 50\Omega \cdot e^{-j36,9^\circ}$$

3. Berechnung des Stromzeigers

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{Z^L} = \frac{10V \cdot e^{j0}}{50\Omega \cdot e^{-j36,9^\circ}} = 0,2A \cdot e^{j36,9^\circ}$$

4. Rücktransformation in den Zeitbereich

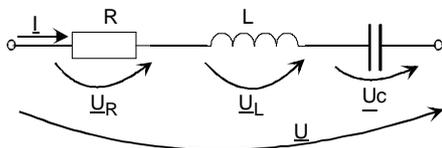
$$\underline{I} = 0,2A \cdot e^{j36,9^\circ} \quad \rightarrow \quad i(t) = \sqrt{2} \cdot 0,2A \sin(\omega t + 36,9^\circ)$$

Zeigerbilder

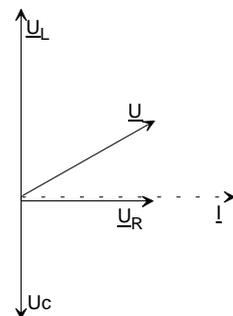
Zeigerbild = Darstellung der Zeiger aller Teilströme und Teilspannungen einer Schaltung

Beispiele:

b)



$$U = \hat{U} \sin \omega t$$



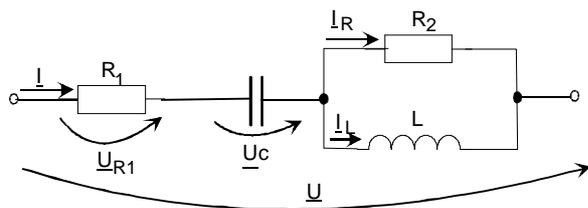
$$i = \hat{i} \sin \omega t$$

$$\underline{U}_R = \underline{I} \cdot R$$

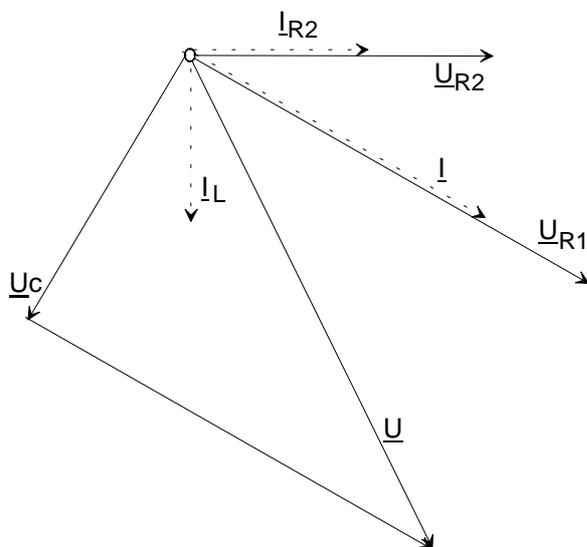
$$\underline{U}_L = \underline{I} \cdot j \cdot X_L$$

$$\underline{U}_C = \underline{I} \cdot j \cdot X_C$$

c) quantitatives Zeigerbild



$$\begin{aligned} R_1 &= 50 \, \Omega \\ R_2 &= 50 \, \Omega \\ X_L &= 50 \, \Omega \\ X_C &= -50 \, \Omega \\ I_R &= 1 \, \text{A} \end{aligned}$$



Maßstäbe: $10 \, \text{V} \hat{=} 1 \, \text{cm}$
 $1 \, \text{A} \hat{=} 3 \, \text{cm}$

$$U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 50 \, \text{V}$$

$$I_L = \frac{U_{R2}}{X_L} = 1 \, \text{A}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_{R2}$$

$$I = \sqrt{2} \, \text{A}$$

$$U_C = I \cdot X_C = 50\sqrt{2} \, \text{V} = 70,7 \, \text{V}$$

$$U_{R1} = I \cdot R_1 = 70,7 \, \text{V}$$

$$U = 112 \, \text{V}$$

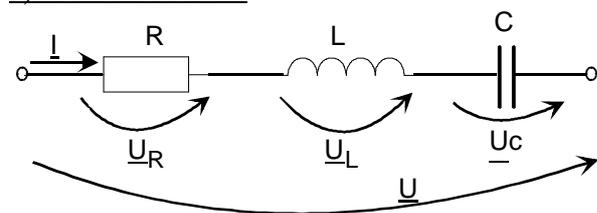
Verfahren des unbestimmten Maßstabes!

5.4.1 Resonanz

Sonderfall in Wechselstromkreisen, in den der imaginäre Teil des Scheinwiderstandes verschwindet.

$$\text{Im}\{Z^L\} = 0 \quad \text{oder} \quad Z^L = R$$

a) Reihenresonanz



$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{Z^L}$$

$$Z^L = R + j(X_C + X_L)$$

$$Z^L = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Resonanzbedingung

$$\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} = 0$$

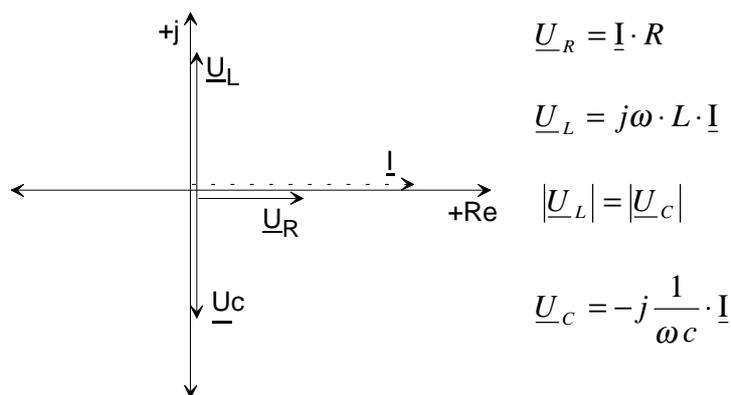
$$\rightarrow \omega_r = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

ω_r – Resonanzkreisfrequenz

$$\omega_r = 2 \cdot \pi \cdot f \quad \rightarrow$$

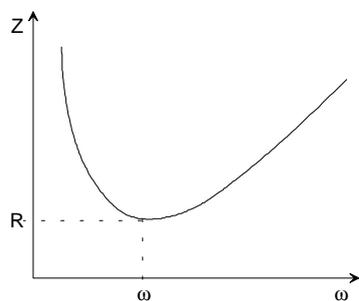
$$f_r = \frac{\omega_r}{2 \cdot \pi} \quad \text{Resonanzfrequenz}$$

Spannungszeiger
kompensieren sich →
Spannungsresonanz

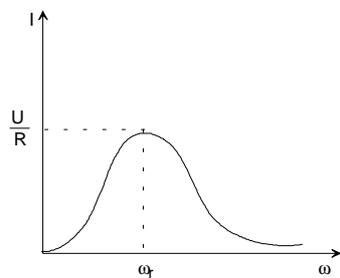


Hinweis: Die Spannungen über den Blindelementen können wesentlich größer werden als die Gesamtspannung → Überspannung

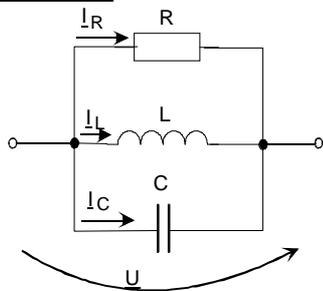
$$|Z^L| = f(\omega) \qquad |Z^L| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$



$$I = \frac{U}{|Z^L|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$



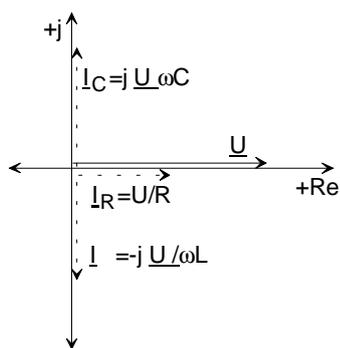
b) Parallelresonanz



$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C$$

$$\underline{I} = \frac{U}{R} + \frac{U}{j\omega L} - \frac{U}{j\frac{1}{\omega C}}$$

$$\underline{I} = \frac{U}{R} - j \frac{U}{\omega L} + jU\omega C$$



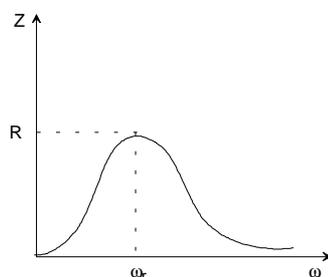
$|\underline{I}_C| = |\underline{I}_L|$ bei Resonanz, d. h. die Blindanteile der Ströme heben sich auf \rightarrow Stromresonanz

Hinweis: Die Teilströme in den Blindelementen können wesentlich größer werden als der Gesamtstrom

$$|Z^L| = f(\omega)$$

$$\frac{1}{Z^L} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} - \frac{1}{j\frac{1}{\omega C}}$$

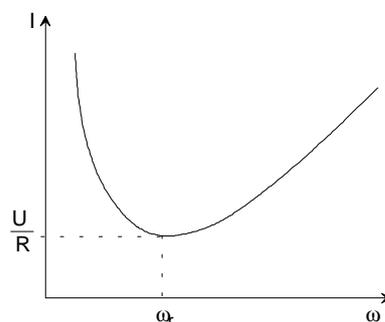
$$|Z^L| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$



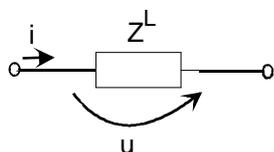
$$I = f(\omega)$$

$$\underline{I} = \frac{U}{Z^L} = U \left(\frac{1}{R} + j \left[\omega C - \frac{1}{\omega L} \right] \right)$$

$$I = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}$$



5.5 Wechselstromleistung



$$u = \hat{u} \sin \omega t$$

$$i = \hat{i} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$Z^L = R + jX$$

$$p = u \cdot i = \hat{u} \cdot \hat{i} \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)^*$$

Additionstheorem

$$* \sin(\omega t + \varphi_i) = \cos \varphi_i \cdot \sin \omega t + \sin \varphi_i \cdot \cos \omega t$$

$$p = \hat{u} \hat{i} \left[\sin^2 \omega t \cdot \cos \varphi_i + \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot \sin \varphi_i \right]$$

$$* \sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$$

$$* \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{\sin 2\omega t}{2}$$

$$p = \hat{u} \hat{i} \left[\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \cos \varphi_i + \frac{\sin 2\omega t}{2} \sin \varphi_i \right]$$

$$* p = \frac{\hat{u}\hat{i}}{2} [\cos \varphi_i + (\sin 2\omega t \cdot \sin \varphi_i - \cos 2\omega t \cdot \cos \varphi_i)]$$

$$\text{Mittelwert } \bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{\hat{u}\hat{i}}{2} \cos \varphi_i$$

$$\hat{u} = \sqrt{2}U$$

$$\hat{i} = \sqrt{2}I$$

Wechselstromleistung besitzt einen zeit-unabhängigen Anteil \rightarrow

Mittelwert \bar{P}

und einen periodischen Anteil, dessen Mittelwert Null ist

$P = U \cdot I \cos \varphi_i$	Wirkleistung $\mathbf{P}_w(t)$
$S = U \cdot I$	

Scheinleistung

$$P = S \cos \varphi_i$$

$\cos \varphi_i = \frac{P}{S}$	Leistungsfaktor
--------------------------------	-----------------

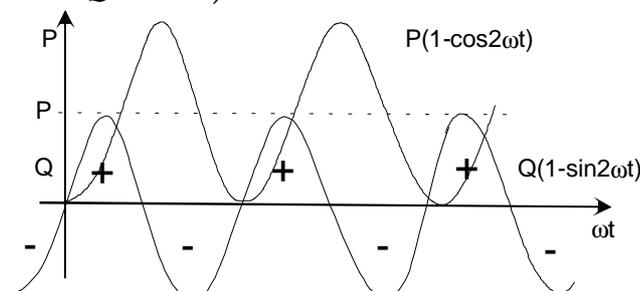
$$P_w(t) = S (\sin 2\omega t \cdot \sin \varphi_i - \cos 2\omega t \cdot \cos \varphi_i)$$

$$= \underbrace{S \sin \varphi_i}_{Q} \cdot \sin 2\omega t - \underbrace{S \cos \varphi_i}_{P} \cdot \cos 2\omega t$$

$Q = S \cdot \sin \varphi_i$	Blindleistung
------------------------------	---------------

$$p(t) = P + p_w(t)$$

$$p(t) = P(1 - \cos 2\omega t) + Q \sin 2\omega t$$



Interpretation:

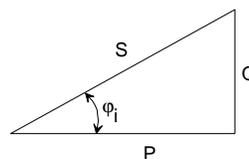
- Komponente $Q \sin 2\omega t$ ist die Leistung, die zwischen Erzeuger und Verbraucher „hin und her geschoben“ wird, ohne dass es im Mittel zu einem Leistungsumsatz kommt. Der Transport der Leistung ruft aber in den Zuleitungen Stromwärmeverluste hervor und belastet das Netz \rightarrow Bestreben, Q klein zu halten \rightarrow Leistungsfaktor $\cos \varphi \rightarrow 1$
- $P(1 - \cos 2\omega t)$ ist stets positiv (Spannungsquelle \rightarrow Verbraucher), d. h. die gesamte Leistung wird im Verbraucher umgesetzt.

$$\frac{1}{T} \int_0^T P(1 - \cos 2\omega t) dt = P = \bar{P}$$

Leistungsdreieck

$$\left. \begin{aligned} S &= UI \\ P &= S \cos \varphi_i \\ Q &= S \sin \varphi_i \end{aligned} \right\}$$

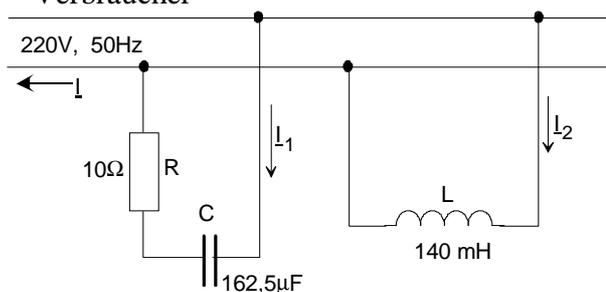
$$S^2 = P^2 + Q^2$$



keine Vektoren

Beispiele

1. Betrachtungen an einem komplexen Verbraucher



$$\begin{aligned} R &= 10 \Omega \\ C &= 162,5 \mu\text{F} \\ L &= 140 \text{ mH} \end{aligned}$$

gesucht:
Gesamtleistung
S, P, Q, $\cos \varphi$, I

- a) Berechnen Sie für die Gesamtschaltung P, Q, S und den Phasenwinkel φ !
b) Welcher Gesamtstrom I stellt sich ein?

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = -\frac{10^6}{2\pi \cdot 50 \cdot 162,5} \Omega = -19,6 \Omega$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f \cdot 140 \cdot 10^{-3} \Omega = 44 \Omega$$

$$P = I_1^2 \cdot R$$

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{220}{22} \text{ A} = 10 \text{ A}$$

$$P = 1000 \text{ W}$$

$$Q_C = I_1^2 \cdot X_C = -1960 \text{ Var}$$

$$Q_L = \frac{U^2}{X_L} = 1100 \text{ VAr}$$

$$Q = Q_L + Q_C = \underline{\underline{-860 \text{ Var}}}$$

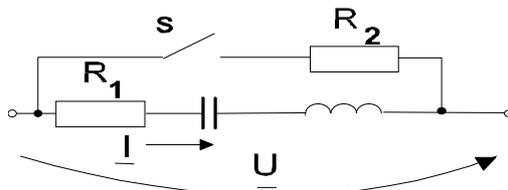
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \underline{\underline{1319 \text{ VA}}}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \underline{\underline{0,76}}$$

$$I = \frac{S}{U} = \underline{\underline{6 \text{ A}}}$$

2. Die dargestellte Schaltung wird mit einer Wechselspannung $U = 100 \text{ V}$ bei $f = 50 \text{ Hz}$ gespeist. Die Bauelemente haben folgende Werte:

$$R_1 = 30 \Omega ; R_2 = 50 \Omega ; L = 0,1 \text{ H} ; C = 44,6 \mu\text{F}$$



Der Schalter S ist geöffnet.

- a) Es sind der Strom durch R_1 und der Scheinwiderstand Z^{L} in der komplexen Zahlenebene zu errechnen. Daraus sind der Effektivwert des Stromes und der resultierende Phasenwinkel zwischen Gesamtspannung und Strom zu ermitteln und das maßstäbliche Zeigerbild zu zeichnen. Maßstab: $1 \text{ cm} = 20 \text{ V}$; $1 \text{ cm} = 0,5 \text{ A}$

- b) Bei welcher Frequenz ist nach außen nur R_1 wirksam ("Resonanz") ? Wie groß sind dabei der Strom sowie die Spannung am Kondensator und an der Induktivität ?

Der Schalter S wird geschlossen:

Ergänzen Sie das maßstäbliche Zeigerbild und berechnen Sie Gesamtstrom und Phasenwinkel!

a) $I = \frac{U}{|Z^L|}$

$$Z^L = R_1 + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = R_1 + j(X_L + X_C) = 30 \Omega - j 40 \Omega$$

$$X_C = \frac{-1}{\omega C} = \frac{-1}{314 \text{ s}^{-1} \cdot 44,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}}} = \underline{\underline{-71,4 \Omega}} \quad X_L = \omega L = 314 \text{ s}^{-1} \cdot 0,1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = \underline{\underline{31,4 \Omega}}$$

$$|Z^L| = Z = \sqrt{R_1^2 + (X_L + X_C)^2} = \underline{\underline{50 \Omega}} \quad I_{\text{eff}} = I_{R1} = \frac{U}{Z} = \frac{100 \text{ V}}{50 \Omega} = \underline{\underline{2 \text{ A}}}$$

$$\varphi = \arctan \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = \arctan \frac{X_L + X_C}{R} = \arctan \frac{-4}{3} \rightarrow \varphi = \underline{\underline{-53,13^\circ}}$$

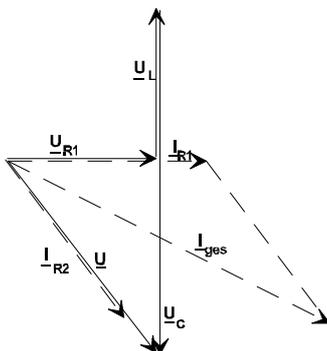
$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \cos 0,6 \quad \rightarrow \varphi = \underline{\underline{-53,13^\circ}} \quad I^L = 2 \text{ A } e^{j53,13}$$

Zeigerbild: Maßstab: 1cm = 20 V; 1cm = 0,5 A;

$$U_{R1} = I \cdot R_1 = 60 \text{ V (3 cm)} \quad U_{R2} = 100 \text{ V (5 cm)}$$

$$U_L = I \cdot X_L = 62,8 \text{ V (3,4 cm)} \quad I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} = 2 \text{ A (4 cm)}$$

$$U_C = I \cdot X_C = 142,8 \text{ V (7,1 cm)} \quad I_{\text{ges}} = 3,5 \text{ A (7 cm)}$$



b) Resonanz $\rightarrow X_L = X_C \rightarrow 2\pi f_R L = \frac{1}{2\pi f_R C}$

$$f_R = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{0,1 \text{ H} \cdot 44,6 \cdot 10^{-6} \text{ F}}} = \underline{\underline{75,42 \text{ Hz}}}$$

$$I_{\text{Res}} = \frac{U}{R_1} = \frac{100 \text{ V}}{30 \Omega} = I_L = I_C = \underline{\underline{3,33 \text{ A}}} \quad |U_L| = I_L \cdot X_L = 3,33 \text{ A} \cdot 2\pi \cdot 75,42 \text{ Hz} \cdot 0,1 \text{ H} = \underline{\underline{157,8 \text{ V}}}$$

$$|U_C| = I_C \cdot X_C = 3,33 \text{ A} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 44,6 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 75,42 \text{ Hz}} = \underline{\underline{157,8 \text{ V}}}$$

$$U_L = U_C \quad \text{da} \quad X_L = X_C \text{ und } I_L = I_C = I$$

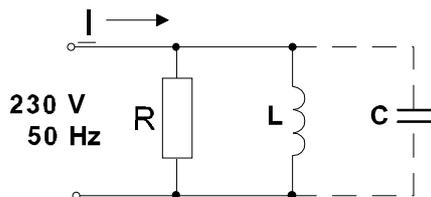
c) $I_{R2} = \frac{U}{R_2} = \frac{100 \text{ V}}{50 \Omega} = \underline{\underline{2 \text{ A}}}$ und $I_{R2} \parallel U$

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos \varphi} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2 I_1 I_2 \cos [180^\circ - (\varphi_1 - \varphi_2)]}$$

$$I = \underline{\underline{3,577 \text{ A}}} \quad \text{Zeigerbild: } 3,5 \text{ A}$$

3. Gegeben ist die folgende Schaltung mit den Werten:

$$R = 2,2 \, \Omega; L = 7,0 \, \text{mH}; U = 230 \, \text{V}; f = 50 \, \text{Hz}$$



- a) Berechnen Sie Wirk-, Blind-, Scheinleistung, den resultierenden Phasenwinkel und den Gesamtstrom I !
- b) Zur Kompensation wird ein Kondensator C parallelgeschaltet. Bestimmen Sie dessen Größe, wenn $\cos \varphi = 1$ werden soll ! Um wieviel Prozent verringert sich der Gesamtstrom I ?
- c) Berechnen Sie den Spannungsabfall in einer 31,4 m langen Zuleitung ($\text{Cu } 10 \, \text{mm}^2$; $\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \, \Omega \, \text{mm}^2 \, \text{m}^{-1}$) für die Fälle a) und b) ! (Zulässig in Verbraucheranlagen sind nach VDE 5% Spannungsabfall)
- d) Berechnen Sie die Leitungsverluste für die Fälle a) und b) !
- a) $I_R = \frac{U}{R} = \frac{230 \, \text{V}}{2,2 \, \Omega} = 104,54 \, \text{A}$ $I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{230 \, \text{V}}{2 \pi f \cdot 7,0 \, \text{mH}} = 104,58 \, \text{A}$

$$P = I_R^2 \cdot R = (104,54 \, \text{A})^2 \cdot 2,2 \, \Omega = 24045,45 \, \text{W}$$

$$Q_L = I_L^2 \cdot X_L = (104,58 \, \text{A})^2 \cdot (2 \pi f \cdot 7,0 \, \text{mH}) = 24055,13 \, \text{VA}_r$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 34012,25 \, \text{VA}$$

$$S = U_{\text{ges}} \cdot I_{\text{ges}} \quad \text{---->} \quad I_{\text{ges}} = \frac{S}{U_{\text{ges}}} = \frac{34012,25 \, \text{VA}}{230 \, \text{V}} = 147,88 \, \text{A}$$

$$\varphi = \arctan \frac{Q}{P} = \arctan 1,001 = 45,01^\circ \quad \text{oder} \quad \cos \varphi = \frac{P}{S} = 0,707 \quad \text{---->} \quad \varphi = 45,01^\circ$$

b) $\cos \varphi = 1 \quad \text{---->} \quad Q_L = Q_C \quad Q_C = \frac{U_c^2}{X_C} \quad \text{--->} \quad X_C = \frac{1,2 \, \text{pf} \cdot C}{\cos \varphi} = \frac{Q_C}{\cos \varphi}$

$$C = \frac{Q_C}{U_c^2 \cdot 2 \pi f} = \frac{24055,13 \, \text{VA}_r}{(230 \, \text{V})^2 \cdot 2 \pi \cdot 50 \, \text{Hz}} = 1,45 \, \text{mF}$$

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2} = P = 24045,45 \, \text{VA} \quad I_{\text{ges}} = \frac{S}{U_{\text{ges}}} = \frac{24045,45 \, \text{VA}}{230 \, \text{V}} = 104,54 \, \text{A}$$

$$\Delta I \% = \frac{104,54 \, \text{A} \cdot 100\%}{147,88 \, \text{A}} = 70,70 \% \quad \text{oder} \quad \frac{I_{\text{gesa}}}{I_{\text{gesb}}} = \frac{\cos \varphi_a}{\cos \varphi_b} = \frac{0,707}{1} = 0,707 \quad \text{--->} \quad 70,7 \%$$

Der Gesamtstrom ändert sich durch die Kompensation um ca. 30%.

c) $R_{\text{Leitung}} = \rho \cdot \frac{L}{A} = 0,0175 \frac{\Omega \, \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{2 \cdot 31,4 \, \text{m}}{10 \, \text{mm}^2} = 0,1099 \, \Omega \quad \text{--->} \quad 0,11 \, \Omega$

$$U_{\text{Leitung}} = I \cdot R_{\text{Leitung}}$$

Fall a)

$$U_{\text{Leitg.}} = 147,88 \, \text{A} \cdot 0,11 \, \Omega = 16,27 \, \text{V}$$

Fall b)

$$U_{\text{Leitg.}} = 104,54 \, \text{A} \cdot 0,11 \, \Omega = 11,5 \, \text{V}$$

nach VDE: $230 \, \text{V} \cdot 0,05 = 11,5 \, \text{V} \quad \text{---->} \quad \text{max. zulässiger Spannungsabfall}$

d) $P_V = I^2 \cdot R$

Fall a)

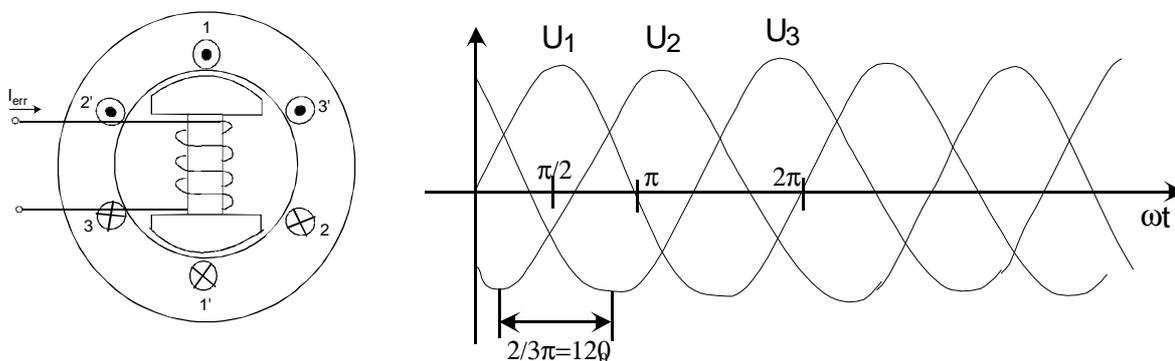
$$P_V = (147,88 \, \text{A})^2 \cdot 0,11 \, \Omega = 2405,53 \, \text{W}$$

Fall b)

$$P_V = (104,54 \, \text{A})^2 \cdot 0,11 \, \Omega = 1202,15 \, \text{W}$$

6. Drehstrom (Dreiphasenwechselstrom)

Erzeugung von Drehstrom

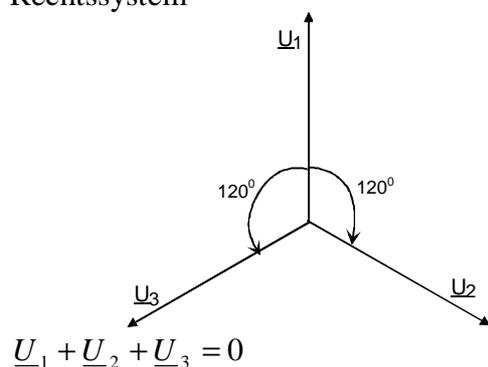


$$U_1 = \hat{U} \sin \omega t$$

$$U_2 = \hat{U} \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right)$$

$$U_3 = \hat{U} \sin \left(\omega t - \frac{4}{3} \pi \right)$$

Zeigerdiagramm aus dem Liniendiagramm
Rechtssystem

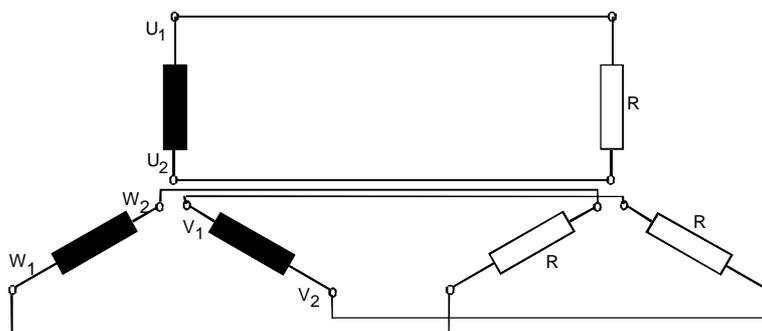


$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0$$

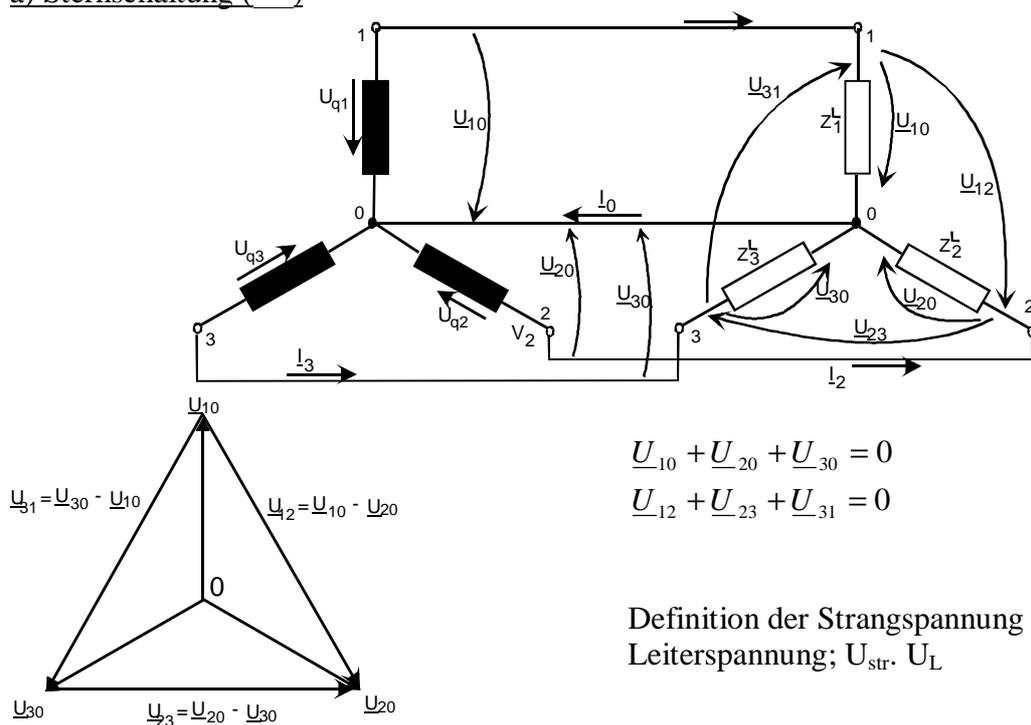
$$\underline{U}_1 = U e^{j0} \quad ; \quad \underline{U}_2 = U e^{-j\frac{2}{3}\pi} \quad ; \quad \underline{U}_3 = U e^{-j\frac{4}{3}\pi}$$

Dreiphasensystem ist ein System von drei gleichgroßen Spannungen mit gleicher Frequenz, die zueinander um je 120° phasenverschoben sind

6.1 Verkettung des Dreiphasensystems



Das unverkettete Dreiphasensystem benötigt **sechs** Zuleitungen und stellt dem dreiphasigen Verbraucher **drei** Spannungen mit **der selben** Amplitude zur Verfügung → Nachteil

a) Sternschaltung (Δ)

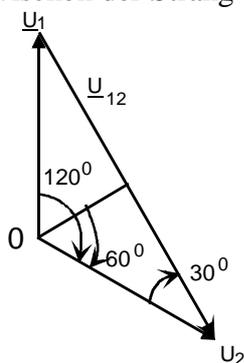
$$\underline{U}_{10} + \underline{U}_{20} + \underline{U}_{30} = 0$$

$$\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0$$

Definition der Strangspannung und der Leiterspannung; $U_{str.}$ U_L

Index 0 wird in Zukunft weggelassen.

Beziehung zwischen der Strang- und Leiterspannung:



$$\sin 60^\circ = \frac{U_{12}}{2U_2}$$

$$U_{12} = U_2 \cdot 2 \sin 60^\circ ; \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$U_{12} = \sqrt{3} \cdot U_2$$

oder allgemein:

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_{str.}$$

Bei der Δ -Schaltung verhalten sich die Strangspannungen zu den Leiterspannungen wie $1 : \sqrt{3}$

1.) $U_{str.} = 230 \text{ V (220V)}$

2.) $U_L = 400 \text{ V (380V)}$

d. h. es stehen prinzipiell stets zwei Spannungen zur Verfügung, wobei bei der Δ -Schaltung die Strangspannung (Spannung am Verbraucher) 230 V beträgt

Die Ströme in den Strängen und Leitern sind dieselben

$$I_L = I_{str.}$$

Für einen symmetrischen Verbraucher ($Z_1^L = Z_2^L = Z_3^L = Z^L$) gilt

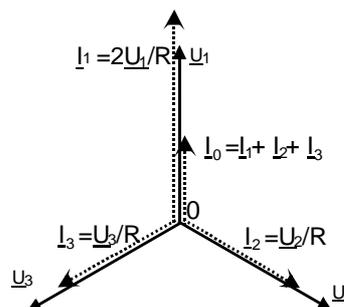
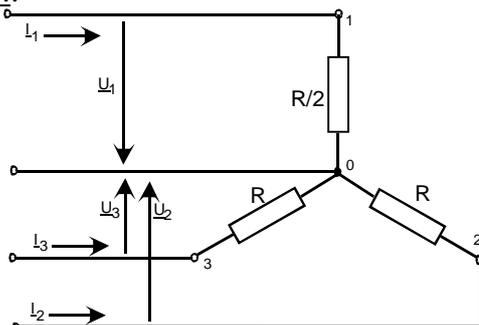
$$\underline{I}_0 = 0$$

denn

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_3 = \frac{U_1}{Z_1^L} + \frac{U_2}{Z_2^L} + \frac{U_3}{Z_3^L} = \frac{1}{Z^L} (\underbrace{U_1 + U_2 + U_3}_0) = 0$$

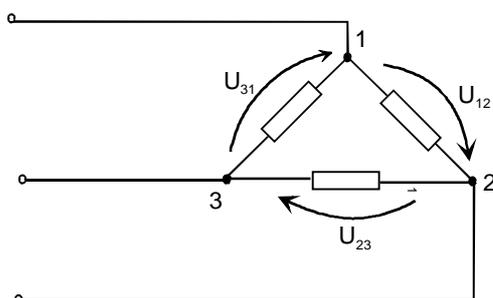
Sind die Verbraucher unterschiedlich, (unsymmetrische Last; $Z_1^L \neq Z_2^L \neq Z_3^L$), fließt ein Strom im Nulleiter $\underline{I}_0 \neq 0$.

Z. B.:



Begründung der Rolle des Nulleiters

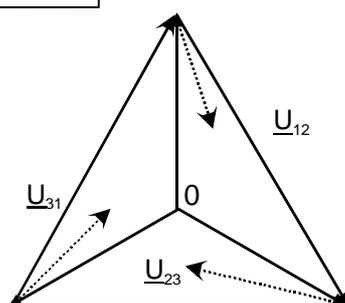
b) Dreieckschaltung (Δ)



$$Z_{12}^L = Z_{23}^L = Z_{31}^L = Z^L$$

Es gibt keinen Nulleiter!

Zeigerdiagramm
für induktive Last



$$1. \underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$$

$$2. \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$$

$$3. \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0$$

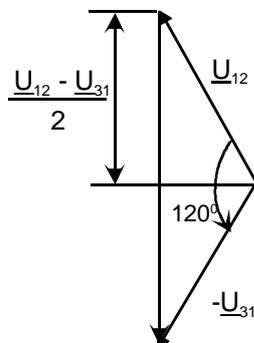
Es gilt: $\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23} + \underline{I}_{31} = 0 \rightarrow$ wegen $\frac{U_{12}}{Z^L} + \frac{U_{23}}{Z^L} + \frac{U_{31}}{Z^L} = 0$

In der Δ -Schaltung ist die Summe der Strangströme und die Summe der Leiterströme stets Null!

Beziehung zwischen den Strang- und Leiterströmen

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = \frac{1}{2Z^L} (\underline{U}_{12} - \underline{U}_{31}) \quad \left(\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{Z^L} \quad ; \quad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{Z^L} \right)$$

$$\frac{I_1}{I_{12}} = \frac{|\underline{U}_{12} - \underline{U}_{31}|}{\underline{U}_{12}} = \sqrt{3} \quad \frac{|\underline{U}_{12} - \underline{U}_{31}|}{\underline{U}_{12}} = \sqrt{3}$$



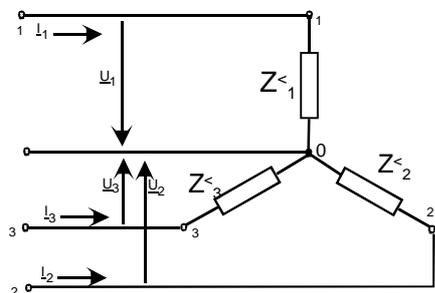
allgemein

$$I_L = \sqrt{3} \cdot I_{str.}$$

und

$$U_L = U_{str.}$$

6.2 Leistung im Drehstromsystem



$$P_{ges} = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cos \varphi_1$$

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cos \varphi_2$$

$$P_3 = U_3 \cdot I_3 \cos \varphi_3$$

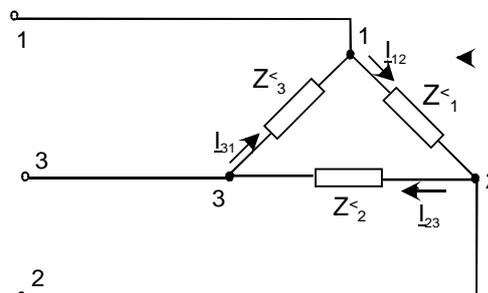
bei

$$Z_1^L = Z_2^L = Z_3^L = Z^L$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = U_{str.} \cdot I_L \cos \varphi$$

$$P_{ges} = 3 U_{str.} \cdot I_L \cos \varphi$$

$$U_{str.} = \frac{1}{\sqrt{3}} U_L$$



$$P_{ges} = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_1 = U_{12} I_{12} \cos \varphi_1$$

$$P_2 = U_{23} I_{23} \cos \varphi_2$$

$$P_3 = U_{31} I_{31} \cos \varphi_3$$

bei

$$Z_1^L = Z_2^L = Z_3^L = Z^L$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = U_L \cdot I_{str.} \cos \varphi$$

$$P_{ges} = 3 U_L \cdot I_{str.} \cos \varphi$$

$$I_{str.} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_L$$

$$P_{ges} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$S_{ges} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

$$Q_{ges} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \sin \varphi$$

Beispiele

1. Ein Drehstromverbraucher hat folgende Daten: $U_L = 6 \text{ kV}$, $I_L = 28 \text{ A}$, $\cos \varphi = 0,8$. Berechnen Sie die Wirk-, Blind- und Scheinleistung!

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi = 1,732 \cdot 6000 \text{ V} \cdot 28 \text{ A} \cdot 0,8 = 232,787 \text{ kW}$$

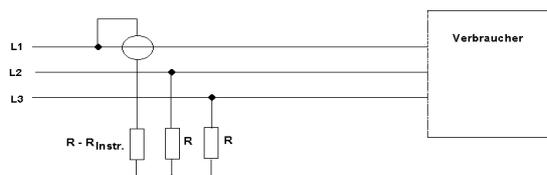
$$S = \sqrt{3} U_L I_L = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q}{\sin \varphi} = 290,984 \text{ kVA}$$

$$Q = S \sin \varphi = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi = 174,590 \text{ kvar}$$

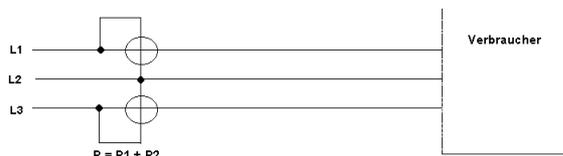
2. Skizzieren Sie zur direkten bzw. indirekten Messung der Systemwirkleistung eines symmetrischen Verbrauchers ohne Mittelpunktsleiter:

- a) Einwattmeterschaltung mit künstlichem Sternpunkt,
b) Aronschaltung

a)



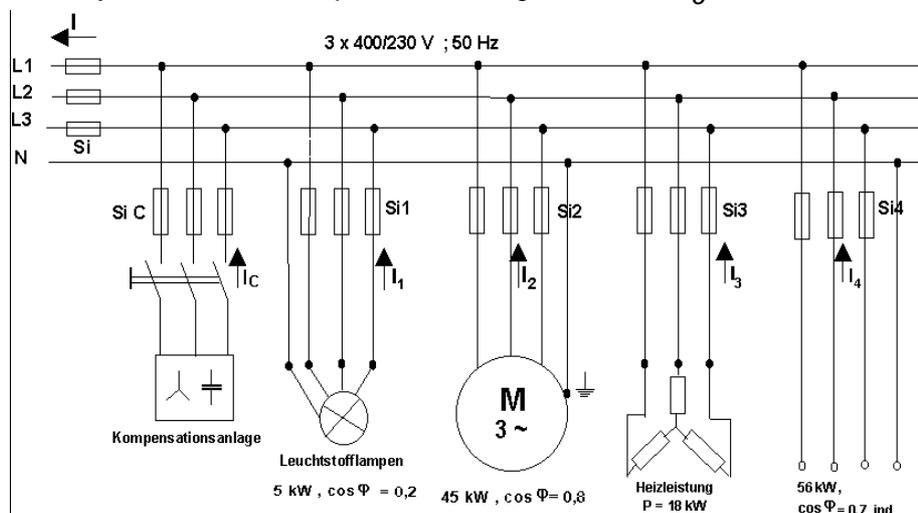
b)



- c) $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ $P_{\text{ges}} = I_1 U_1 + I_2 U_2 + I_3 U_3$ $\cos \varphi = 1$ z.B.
 $I_2 = -I_1 - I_3$ $P_{\text{ges}} = I_1(U_1 - U_2) + I_3(U_3 - U_2)$
 $P1: I_1(U_1 - U_2)$ $P2: I_3(U_3 - U_2)$

Mit zwei Instrumenten kann die gesamte Wirkleistung unabhängig von der Schaltung gemessen werden!!

3. a) Mit Hilfe der Daten des folgenden Prinzipschaltbildes sind die Ströme I_1 , I_2 , I_3 , und I_4 zu berechnen!
 b) Berechnen Sie die Gesamtwirk-, Gesamtblind-, Gesamtscheinleistung sowie den Gesamtstrom des Systems ohne Kompensationsanlage!
 c) Berechnen Sie die Gesamtwirk-, Gesamtblind-, Gesamtscheinleistung sowie den Gesamtstrom des Systems mit der Kompensationsanlage wobei für $Q_C = 75 \text{ kvar}$ einzusetzen ist!



a,b) Berechnung der Einzelwerte des Systems und tabellarische Zusammenstellung!

$$P = \sqrt{3}U_L I_L \cos\varphi$$

$$Q = \sqrt{3}U_L I_L \sin\varphi$$

$$S = \sqrt{3}U_L I_L$$

Abzweig	P kW	cosφ	$S = \frac{P}{\cos\varphi}$ kVA	$I = \frac{S}{\sqrt{3}U_L}$ A	S ²	P ²	$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$ kvar
1	5	0,2	25	36	625	25	+24,49
2	45	0,8	56	80,9	3136	2025	+33,33
3	18	1,0	18	26			0
4	56	0,7	80	115,6	6400	3136	+57,13

Kennzeichnung induktiver Blindlasten: "+" / „-“, oder Zusatz "ind." / „kap“

Berechnung des Gesamtstromes nur über die Gesamtwirk-, -Blind- oder Scheinleistung möglich!!

Aus Tabelle: $P = 124 \text{ kW}$ $P^2 = 15376 \text{ kW}^2$, $Q = 114,95 \text{ kvar}$ $Q^2 = 13213,5 \text{ kvar}^2$

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad \underline{S = 169,08 \text{ kVA}}$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}U_L} \quad \underline{I = 244,3 \text{ A}}$$

c) Q_C = 75 kvar kap!

$$Q_{\Sigma 2} \text{ mit } C = (114,95 - 75) \text{ kvar} = 39,95 \text{ kvar}_{\text{ind}}$$

$$S_{\Sigma 2}^2 = P^2 + Q^2 \quad \underline{S_{\Sigma 2} = 130,18 \text{ kVA}}$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}U_L} \quad \underline{I_{\Sigma 2} = 188,13 \text{ A}}$$

$$\underline{\cos\varphi_{\Sigma 2}} = P_{\Sigma 2} / S_{\Sigma 2} = \underline{0,9525}$$

7. Schutzmaßnahmen in Niederspannungsanlagen

7.1. Allgemeines

Als Maß für die Wirkungen der Elektrizität ist primär der Strom maßgeblich, erst sekundär die eigentlich auslösende Größe, die elektrische Spannung. Diese ist mit dem Strom über den Widerstand (Übergangswiderstände an Stromeintritts- und -austrittsstelle, Körperinnenwiderstand) verknüpft. Hauptsächlich treten vier Erscheinungsformen als Folge von elektrischer Durchströmung auf:

- Reizwirkung (Schmerz),
- Kontraktion von Muskeln,
- Fehlersteuerungen (Herzkammerflimmern, Lungenstillstand),
- elektrolytische Wirkungen (Verbrennungen).

Für die Gefährdung durch elektrischen Strom können drei Grenzen festgestellt [5] werden:

- Spürbarkeitsgrenze (Anfang der Reizwirkung),
- Loslassgrenze (z.B. Starrkrampf in den Armen),
- *Schwellwert für den Einsatz des Herzkammerflimmerns.*

Die mittleren unteren Grenzwerte sind (nach Dr. Hauf, Freiburg) bei Wechselstrom mit 50Hz:

0,0045 mA	Wahrnehmbarkeit mit der Zunge
1,2 mA	Wahrnehmbarkeit mit den Fingern
6 mA	Muskelverkrampfungen bei Frauen, Loslaßgrenze (let-go current)
9 mA	Muskelverkrampfungen bei Männern, Loslaßgrenze (let-go current)
20 mA	Verkrampfung der Atemmuskulatur
80 mA	Herzkammerflimmern, wenn die Einwirkungsdauer länger als 1 s

Dies sind untere Grenzwerte, die Mittelwerte liegen um 50% höher!!!

Diese Gefährdungsgrenzen sind von den Einflussgrößen Frequenz, Weg des Stromes, Betrag des Stromes, Einwirkungsdauer und Stromform abhängig. Gefährdung nimmt mit der Frequenz ab → Heilbehandlung

Nach [6] kann Herzkammerflimmern schon bei Stromstärken von:

	80 mA	Wechselstrom
bzw.	300 mA	Gleichstrom

auftreten. Es werden daher Stromgrenzwerte festgelegt, deren Überschreitung in elektrischen Anlagen/Geräten zwingend die Anwendung von geeigneten Schutzmaßnahmen gegen gefährliche Durchströmungen fordert: z.B.

	50 V	Wechselspannung
	120 V	Gleichspannung (Welligkeit < 10%)

oder

	3 mA	Wechselstrom eff.
	12 mA	Gleichstrom (Welligkeit < 10%)
	(als Maximalströme bei 2 kΩ induktionsfreien Widerstand)	

Da bei einer Spannung von 220V~ { $R_{ij} \leq 100 \Omega$ bis $100 \text{ k}\Omega$; $R_k = 300\Omega$ bis 1300Ω } schon Ströme von ca. 440 mA auftreten können sind in allen Niederspannungsanlagen (Nennspannung $\leq 1000 \text{ V}$) grundsätzlich Schutzmaßnahmen anzuwenden.

Die anzuwendenden Schutzmaßnahmen sind:

Schutzkleinspannung

Schutzerdung

Überstromschutzeinrichtungen (Nullung)

Schutzleitungssystem

Fehlervoltage (FU) - Schutzschaltung

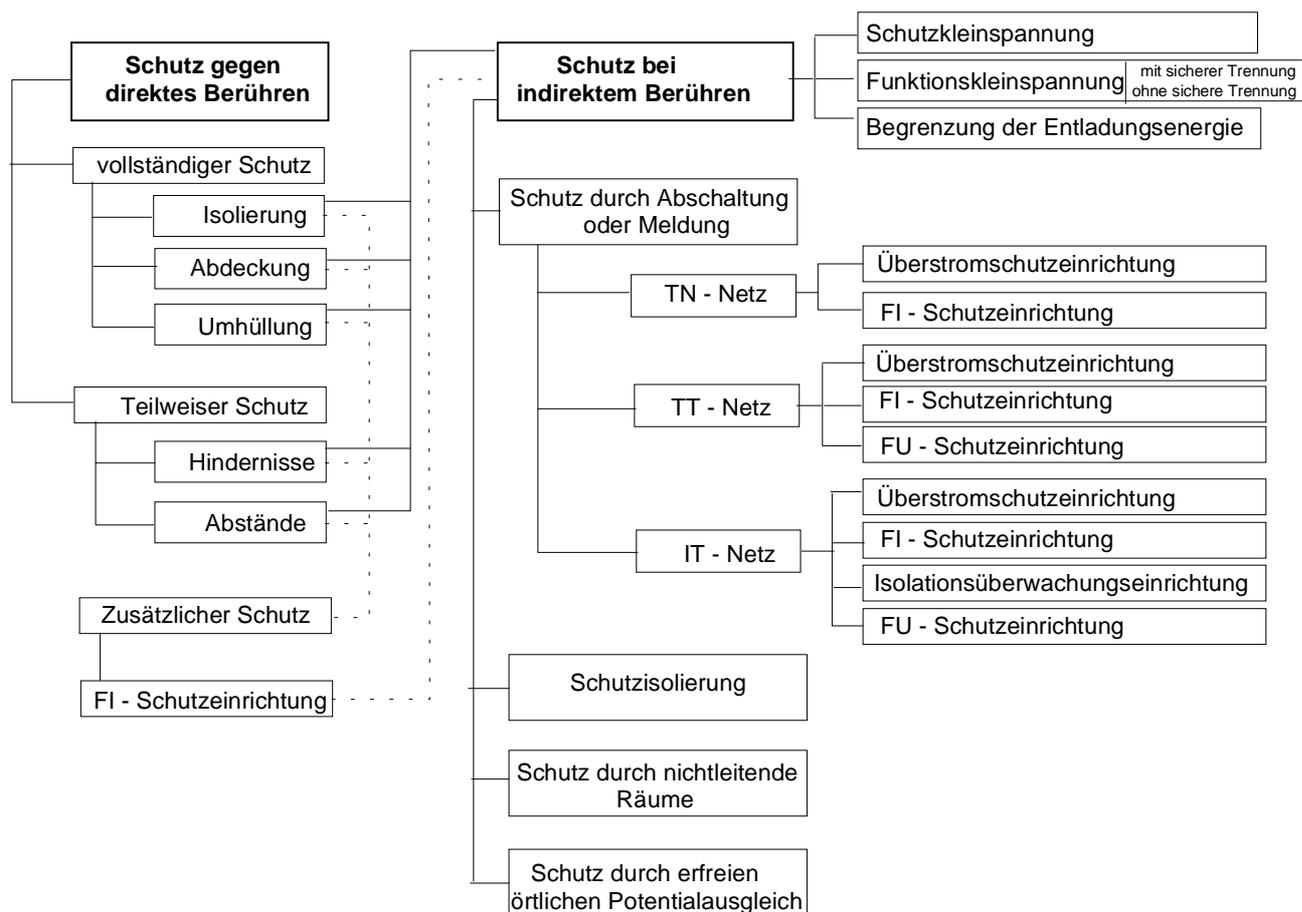
Fehlerstrom (FI) - Schutzschaltung

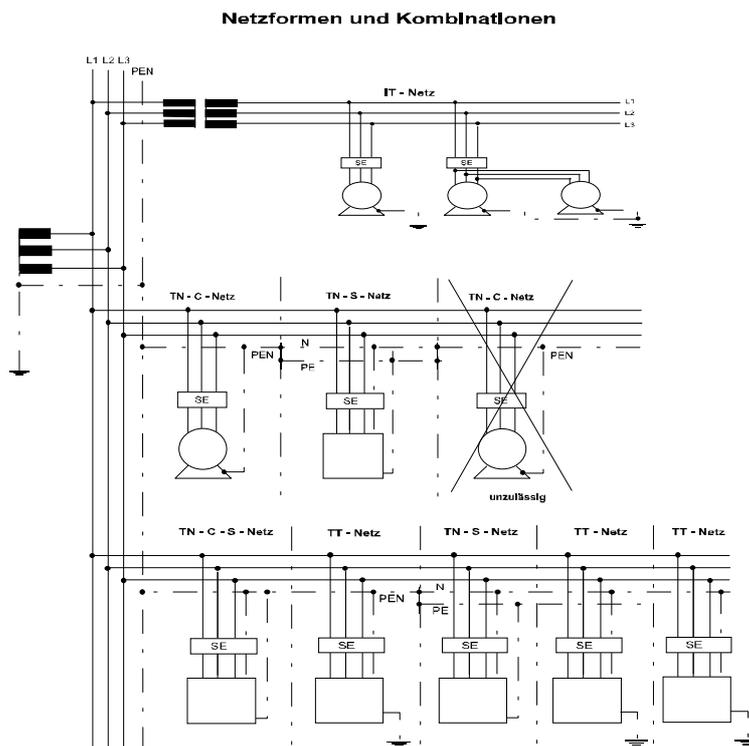
Schutztrennung

Schutzisolierung

Die anzuwendenden Schutzmaßnahmen werden von der jeweils vorliegenden Netzkonfiguration bestimmt.

**Übersicht über die Schutzmaßnahmen
nach DIN 57 100 Teil 410 / VDE 0100 Teil 410**



**Kennzeichnung :**

erster Buchstabe:

- Erdungsverhältnisse der Stromquelle
- T direkte Erdung eines Punktes
- I entweder Isolierung aller aktiven Teile von Erde oder Verbindung eines Punktes mit Erde über eine Impedanz

zweiter Buchstabe:

- Erdungsverhältnisse der Körper der elektrischen Anlage
- T Körper direkt geerdet
- N Körper direkt mit dem Betriebserder verbunden (meist Sternpunkt)

weitere Buchstaben:

- Anordnung des Neutralleiters und des Schutzleiters im TN-Netz
- S Neutralleiter- u. Schutzleiterfunktion durch getrennte Leiter
- C Neutralleiter- u. Schutzleiterfunktionen kombiniert in einem Leiter (PEN - Leiter)

7.3. Kurzcharakteristika der Schutzmaßnahmen

Elektrische Anlagen und Geräte müssen grundsätzlich **zwei** Schutzfunktionen gewährleisten. Der **Grund- oder Basischutz** sichert gegen **direktes Berühren** (DIN VDE 0100 Teil 410), der **Fehlerschutz** sichert gegen gefährliche Spannungen an Teilen die normalerweise nicht unter Spannung stehen (Schutz bei **indirektem Berühren**).

Schutz bei indirektem Berühren

Hierzu sind Schutzmaßnahmen allgemein notwendig und sollten in jeder elektrischen Anlage vorgesehen werden. Wird der Schutz durch "Abschaltung oder Meldung" gewährleistet, so ist stets eine Koordinierung zwischen Netzform und Schutzeinrichtung notwendig. Basis dafür sind die typischen Netzformen nach DIN 57 100 Teil 310/ VDE 0100 Teil 310. Aufgabe dieser Schutzeinrichtungen ist es ". Durch automatisches Abschalten nach Auftreten von Fehlern soll verhindert werden, dass eine Berührungsspannung solange fortbesteht, dass sich hieraus eine Gefahr ergeben könnte."

7.3.1 Schutzisolierung

Die Schutzisolierung soll das Überbrücken zu hoher Berührungsspannungen gegen mit Erde in Verbindung stehenden leitfähigen Teilen oder gegen den Standort verhindern.

Die Körper dieser Betriebsmittel sind mit Isolierstoff zusätzlich zur Basisisolierung zu umgeben, der an keiner Stelle durch leitende Medien durchbrochen werden darf. Diese Isolierstoffumhüllung muss den mechanischen, elektrischen und thermischen Beanspruchungen standhalten, die üblicherweise auftreten können. An die Körper dieser Betriebsmittel dürfen keine Schutzleiter angeschlossen werden. Kennzeichnung: (nach DIN 30600)

7.3.2 Schutz- und Funktionskleinspannung

Man unterscheidet hier "Funktionskleinspannung mit sicherer Trennung" (entspr. Sicherheitskleinspannung) und "Funktionskleinspannung ohne sichere Trennung".

Die Nennspannung dieser Anlagen darf 50V Wechselspannung oder 120V Gleichspannung nicht überschreiten und die Speisung muss aus einer speziellen Stromquelle erfolgen (z.B. Sicherheitstransformatoren nach VDE 0551). Wenn die Nennspannung 25V_~ oder 60V₌ überschreitet muss ein Schutz gegen direktes Berühren sichergestellt werden (z.B.: Isolierung die einer Prüfspannung von 500V Wechselspannung 1 min. standhält!) Aktive Teile von Schutzkleinspannungsstromkreise dürfen weder mit Erde noch mit Schutzleitern oder mit aktiven Teilen anderer Stromkreise verbunden werden. Körper dürfen nicht absichtlich verbunden werden, weder mit Erde noch mit Schutzleitern oder Körpern von Stromkreisen anderer Spannungen. Wenn Funktionskleinspannung ohne sichere Trennung vorliegt, werden erheblich schärfere Forderungen (z.B. Prüfspannung 1500V) an die eingesetzten Betriebsmittel gestellt.

7.3.3 Schutztrennung

Durch Schutztrennung eines einzelnen Stromkreises werden Gefahren beim Berühren von Körpern vermieden, die durch einen Fehler in der Basisisolierung des Stromkreises Spannung annehmen können. Trennmittel sind z.B. Trenntransformatoren nach VDE 0550, Motorgeneratoren nach VDE 0530. Diese Geräte sollten meist in "Schutzisoliert" ausgeführt sein. Die aktiven Teile des Sekundärstromkreises dürfen weder mit einem anderen Stromkreis noch mit Erde verbunden werden. Wenn die Schutzmaßnahme Schutztrennung im Hinblick auf eine besondere Gefährdung zwingend vorgeschrieben ist, darf an die Stromquelle nur **ein** einzelnes Verbrauchsmittel angeschlossen werden.

7.4.1 Schutzmaßnahmen mit Überstrom-Schutzeinrichtungen im TN-Netz

(Nullung und Schutzerdung)

Alle Körper müssen mit dem geerdeten Punkt des speisenden Netzes durch Schutzleiter bzw. PEN-Leiter verbunden werden. Im Fehlerfall spricht dann die Überstromschutzeinrichtung an. Die Ansprechzeit muss:

in Stromkreisen mit Steckdosen bis 35 A Nennstrom $\leq 0,2$ s
in anderen Stromkreisen ≤ 5 s betragen.

Die Impedanz der Fehlerschleife muss so gering sein, dass die o.g. Ansprechzeiten sicher eingehalten werden.

$$Z_S * I_a \leq U_0$$

Z_S Fehlerschleifenimpedanz

I_a Abschaltstrom (Bei FI-Schaltereinsatz = Nennfehlerstrom des FI Schalters)

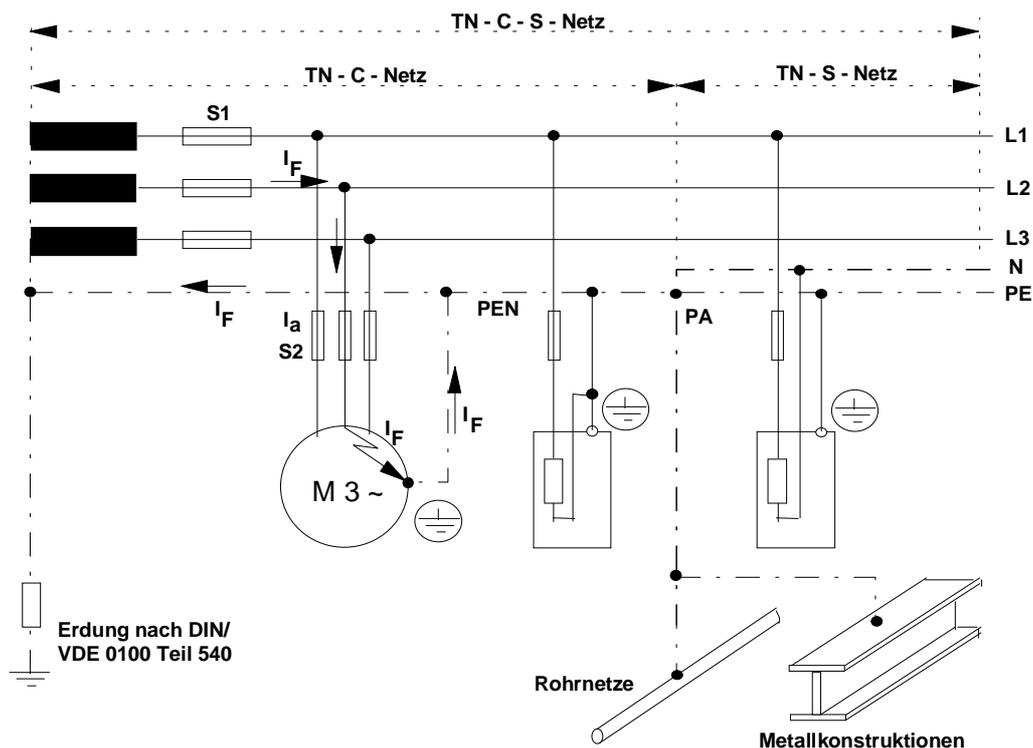
U_0 Nennspannung gegen geerdeten Leiter

Es dürfen im TN - Netz: Überstrom-Schutzeinrichtungen
Fehlerstrom-Schutzeinrichtungen

angewandt werden. (Im TN-C-Netz muss der Schutz durch Überstromschutzeinrichtungen erfolgen.)

Bei **zusätzlichem Einsatz** von Fehlerstromschutzeinrichtungen muss der Anschluss der Körper an den Schutzleiter des Netzes vor der Fehlerstromschutzeinrichtung erfolgen. Überstromschutzeinrichtungen im PEN - Leiter sind unzulässig! Ist der PEN - Leiter schaltbar, so muss das Schaltstück beim Einschalten vor- und beim Ausschalten nacheilen!

Beispiel: Überstromschutzeinrichtung

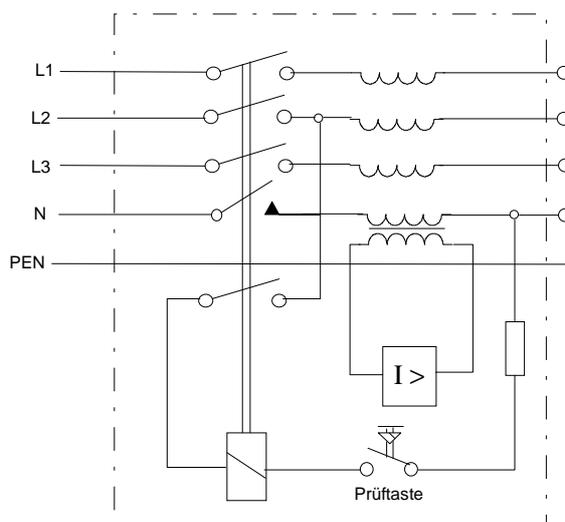


N	- Neutraleiter	L ₂ , L ₃	- Außenleiter
PE	- Schutzleiter	I_F	- Fehlerstrom
PA	- Potentialausgleich	I_a	- Abschaltstrom d. Überstromschatzeinrichtung
PEN	- Schutzleiter mit Neutraleiterfunktion		

Wirkprinzip:

Wenn z.B. am Motor von L₂ zu dem Gehäuse (Körper) ein Fehlerstrom I_F auftritt, so fließt dieser Strom über die Erdklemme am Gehäuse, über den Schutzleiter mit Neutraleiterfunktion (PEN) zum Außenleiter L₂. Der Widerstand dieser Fehlerstrombahn muss so klein sein, dass mit Sicherheit der Abschaltstrom I_a der Überstromschatzeinrichtung (Sicherung) innerhalb von $\leq 0,2$ Sekunden (bzw. ≤ 5 s bei Kreisen ohne Steckvorrichtungen) erreicht wird und durch Ansprechen der Sicherung (Überstromschatzeinrichtung) der fehlerhafte Stromkreisteil abgeschaltet wird.

Beispiel Fehlerstromschatzeinrichtung:



U_L/V	FI - Schutzeinrichtung				
I_F/A	0,01	0,03*	0,1*	0,3	0,5
50 V	5000Ω	1660Ω	500Ω	166Ω	100Ω
25 V	2500Ω	830Ω	250Ω	83Ω	50Ω
* Vorzugswerte nach DIN VDE 0664 Teil 1					

7.4.2 Schutzmaßnahmen im TT-Netz

Alle Körper, die durch eine Schutzeinrichtung gemeinsam geschützt sind, müssen durch Schutzleiter an einen gemeinsamen Erder angeschlossen werden. Gleichzeitig berührbare Körper müssen an denselben Erder angeschlossen werden. Im TT-Netz muss der Sternpunkt oder ein Außenleiter geerdet werden.

An den Erdübergangswiderstand wird folgende Forderung gestellt:

$$R_A * I_a \leq U_L$$

R_A = Erdungswiderstand der Erder der Körper

I_a = Strom der das automatische Abschalten innerhalb 5s bewirkt.

U_L = Vereinbarte Grenze der dauernd zulässigen Berührungsspannungen

Bei Verwendung von Fehlerstrom-Schutzeinrichtung ist I_a der Nennfehlerstrom. Bei Anwendung von Überstromschutzeinrichtungen muss auch im Neutralleiter eine Überstromschutzeinrichtung vorgesehen werden, die so beschaffen sein muss, dass in keinem Fall der Neutralleiter vor dem Außenleiter abgeschaltet wird. Die Überstromschutzeinrichtungen müssen dann innerhalb von 0,2 s ansprechen. Bei Anwendung von Fehlerstromschutzeinrichtungen sollte $R_A \leq 200 \Omega$ sein.

Es dürfen
 Überstromschutzeinrichtungen
 Fehlerstromschutzeinrichtungen
 Fehlerstromschutzeinrichtungen (in Sonderfällen)
 angewandt werden.

7.4.3 Schutzmaßnahmen im IT-Netz

IT-Netze müssen entweder gegen Erde isoliert oder über eine ausreichende hohe Impedanz geerdet werden. Der Fehlerstrom bei Auftreten nur eines Körper- oder Erdschlusses ist niedrig, eine Abschaltung ist nicht erforderlich. Es müssen jedoch Maßnahmen getroffen werden, um bei Auftreten eines weiteren Fehlers Gefahren zu vermeiden.

Die Körper müssen einzeln, gruppenweise oder in ihrer Gesamtheit mit einem Schutzleiter verbunden werden.

$$R_A * I_d \leq U_L$$

R_A = Erdungswiderstand aller mit einem Erder verbundenen Körper

I_d = Fehlerstrom im Falle des ersten Fehlers (unter Berücksichtigung der Gesamtimpedanz der Anlage gegen Erde!)

U_L = vereinbarte Grenze der dauernd zulässigen Berührungsspannung

In diesen Anlagen dürfen:
 Überstromschutzeinrichtungen
 Fehlerstromschutzeinrichtungen
 Isolationsüberwachungseinrichtungen
 Fehlerstromschutzeinrichtungen (in Sonderfällen)
 angewandt werden.

7.5 Schutz durch erdfreien, örtlichen Potentialausgleich

Ein erdfreier, örtlicher Potentialausgleich verhindert das Auftreten einer gefährlichen Berührungsspannung. Alle gleichzeitig berührbaren Körper müssen durch Potentialausgleichsleiter nach DIN 57 100 Teil 540/VDE 0100 Teil 540 miteinander verbunden werden. Dieses örtliche Potentialausgleichssystem darf weder über Körper noch über fremde leitfähige Teile mit Erde verbunden werden.

(Es muss sichergestellt werden, dass beim Betreten eines erdpotentialfreien Raumes keine gefährlichen Berührungsspannungen auftreten.)

7.6 Prüfung elektrischer Anlagen

Für elektrische Anlagen und Betriebsmittel gilt die Unfallverhütungsvorschrift **VBG 4 Elektrische Anlagen und Betriebsmittel**. Im §5 wird die Forderung nach periodischen Prüfungen gestellt. In Bild 19 sind Prüfungen elektrischer Anlagen und Betriebsmittel und Beispiele für die Prüf Fristen nach VBG 4 zusammengestellt:

Anlage/Betriebsmittel	Prüffrist	Art der Prüfung	Prüfer
Elektrische Anlagen und Betriebsmittel allgemein	vor der ersten Inbetriebnahme "	auf ordnungsgemäßen Zustand falls keine entsprechende Bescheinigung des Errichters vorliegt	Elektrofachkraft oder unter Leitung und Aufsicht einer Elektrofachkraft
	nach einer Änderung oder Instandsetzung	auf ordnungsgemäßen Zustand, falls keine entsprechende Bestätigung des Reparaturbetriebes vorliegt	
Elektrische Anlagen und ortsfeste elektrische Betriebsmittel	mindestens alle " 4 Jahre	" auf ordnungsgemäßen Zustand	" Elektrofachkraft
Nicht ortsfeste elektrische Betriebsmittel, Anschlußleitungen mit Steckern; Verlängerung- und Geräteanschlußleitungen mit ihren Steckvorrichtungen	mindestens alle 6 Monate (soweit benutzt)	auf ordnungsgemäßen Zustand	Elektrofachkraft, bei Verwendung geeigneter Prüfgeräte auch elektrotechnisch unterwiesenes Personal
Schutzmaßnahmen mit Fehlerstromschutzeinrichtungen " bei nichtstationären Anlagen	mindestens " 1x im Monat	" auf Wirksamkeit	
Fehlerstrom- und Fehlerstromschutzeinrichtungen " - bei stationären Anlagen " - bei nichtstationären Anlagen	mindestens alle 6 Monate arbeitstäglich	auf einwandfreie Funktion durch Betätigen der Prüfeinrichtungen	Benutzer
Isolierende Schutzkleidung "	mindestens alle 6 Monate	auf sicherheitstechnisch einwandfreien Zustand	Elektrofachkraft
Spannungsprüfer, Isolierte Werkzeuge; Erdungsstangen	vor jeder Benutzung	auf augenfällige Mängel und einwandfreie Funktion	Benutzer
Spannungsprüfer für Nennspannungen über 1kV	mindestens alle 6 Jahre	auf Einhaltung der in den elektrotechnischen Regeln vorgegebenen Grenzwerte	Elektrofachkraft

relevante DIN/VDE Vorschriften

- | | |
|--|--|
| [1] DIN 31 000/
VDE 1000 | Allgemeine Leitsätze für das sicherheitsgerechte Gestalten technischer Erzeugnisse |
| [2] DIN 57 100
VDE 0100 | Errichten von Starkstromanlagen mit Nennspannungen bis 1000 V |
| [3] DIN 57 100
VDE 0100
Teil 410 | Errichten von Starkstromanlagen mit Nennspannungen bis 1000 V
Schutzmaßnahmen in Niederspannungsanlagen |
| [4] DIN 57 105 Teil 1 | Betrieb von Starkstromanlagen "Allgemeine Festlegungen"
z.B. Festlegungen zu Wiederholungsprüfungen |