Lösungen zu den Übungsaufgaben

Grundlagen der Digitaltechnik

0. Grundlagen zur Lösung der Übungsaufgaben

Rechenregeln der Boolschen Algebra

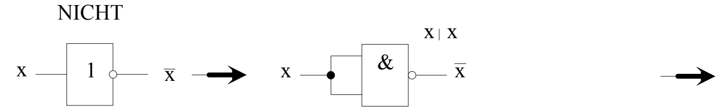
Assoziativgesetze	A1)	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Kommutativgesetze	A2)	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Distributivgesetze	A3)	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$a + b \cdot c = (a + b) \cdot (a + c)$
	A4)	$a + 0 = a\ ,\ a + 1 = 1$	$a \cdot 1 = a\ ,\ a \cdot 0 = 0$
Idempotenzgesetze	A5)	$a + a = a$	$a \cdot a = a$
	A6)	$a + \overline{a} = 1$	$a \cdot \overline{a} = 0$
Gesetze v. DE MORGAN	A7)	$\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$	$\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$
	A8)	$\overline{\overline{a}} = a$	
Absorptionsgesetze	A9)	$a \cdot (a + b) = a$	$a + a \cdot b = a$
	A10)	$a \cdot (\overline{a} + b) = a \cdot b$	$a + \overline{a} \cdot b = a + b$
	A11)	$(a + b) \cdot (a + \overline{b}) = a$	$a \cdot b + a \cdot \overline{b} = a$

Wichtige Boolsche Funktionen
für n = 1 und n = 2

1. NICHT $(x) = \overline{x}$
2. UND $(x,y) = x \cdot y = x\,y$
3. NAND $(x,y) = x \mid y$
4. ODER $(x,y) = x + y$
5. NOR $(x,y) = x \downarrow y$
6. EXOR $(x,y) = x \oplus y$
7. EXNOR $(x,y) = (x \equiv y)$

1. Realisieren Sie die logischen Funktionen NICHT, UND, ODER mit Hilfe von NAND – Gattern, geben Sie die dazugehörigen Gleichungen und Wahrheitstabellen an.

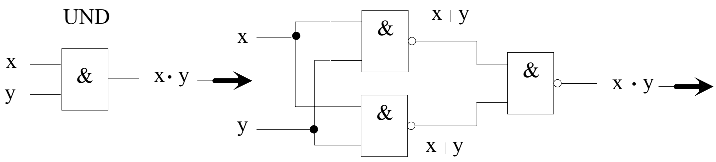
NICHT



$\bar{x} = \overline{x \cdot x} = x \mid x$

x	$\bar{x}$
0	1
1	0

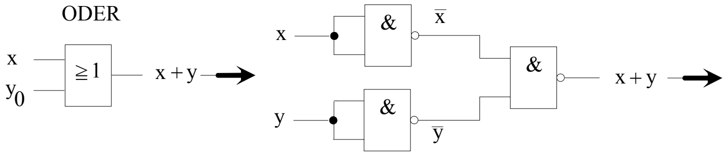
UND



$x \cdot y = \overline{x \mid y} = (x \mid y) \mid (x \mid y)$

x	y	x · y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ODER

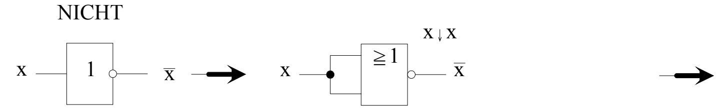


$x + y = \bar{x} \mid \bar{y} = (x \mid x) \mid (y \mid y)$

x	y	x + y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

2. Realisieren Sie die logischen Funktionen NICHT, UND, ODER mit Hilfe von NOR – Gattern, geben Sie die dazugehörigen Gleichungen und Wahrheitstabellen an.

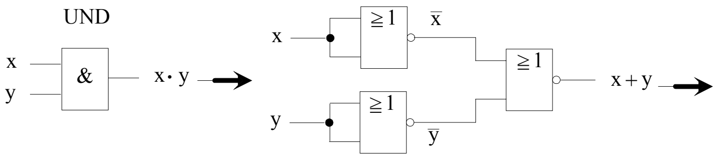
NICHT



$\bar{x} = \overline{x + x} = x \downarrow x$

x	$\bar{x}$
0	1
1	0

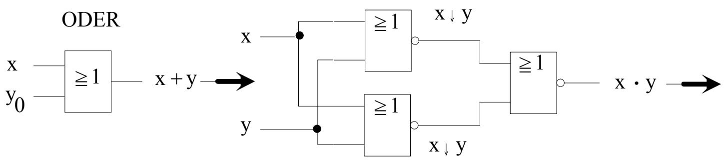
UND



$x \cdot y = \bar{x} \downarrow \bar{y} = (x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y)$

x	y	x · y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ODER



$x + y = \overline{x \downarrow y} = (x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y)$

x	y	x + y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

3. Zeichnen Sie eine Gatterschaltung welche die EXNOR- Funktion realisiert und die allein aus:

   a) NICHT-, UND- und ODER- Gattern

   b) NAND- Gattern

   c) NOR- Gattern

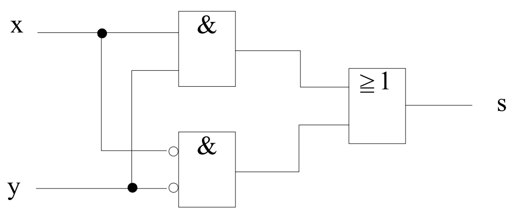
   aufgebaut ist. Geben Sie die zugehörige Schaltfunktion an.

EXNOR

x	y	$x \equiv y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

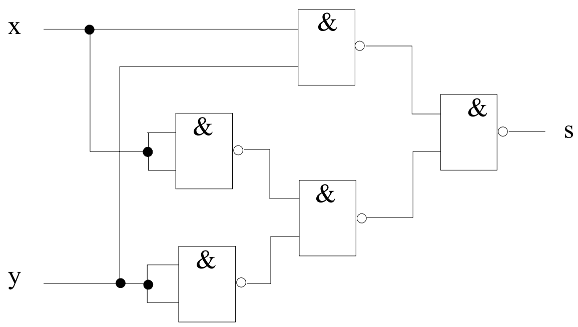
a)

$$\text{EXNOR}(x, y) = (x \equiv y) = x \cdot y + \bar{x} \cdot \bar{y}$$



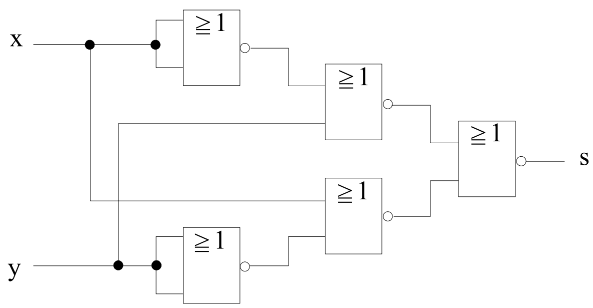
b)

$$\text{EXNOR}(x, y) = x \cdot y + \bar{x} \cdot \bar{y}$$
$$= \overline{x \mid y} + \overline{\bar{x} \mid \bar{y}}$$
$$= (x \mid y) \mid (\bar{x} \mid \bar{y})$$
$$= (x \mid y) \mid ((x \mid x) \mid (y \mid y))$$

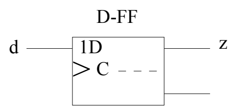


c)

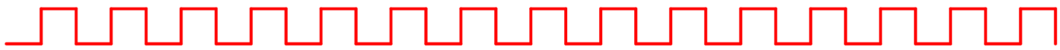
$$\text{EXNOR}(x, y) = \overline{x \cdot \bar{y} + \bar{x} \cdot y}$$
$$= \overline{\bar{x} \downarrow y + x \downarrow \bar{y}}$$
$$= (\bar{x} \downarrow y) \downarrow (x \downarrow \bar{y})$$
$$= ((x \downarrow x) \downarrow y)) \downarrow ((x \downarrow (y \downarrow y))$$



4. Gegeben ist ein positiv taktflankengesteuertes D – Flipflop, dazu die Beschaltung des Eingangs d zum Zeitpunkt der Taktflanken. Geben Sie an, welche Werte der Ausgang z während der dazwischenliegenden 0- bzw. 1- Phase des Taktes annimmt.



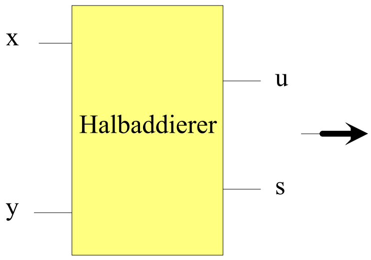
C



d: 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1

D - FF																														
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

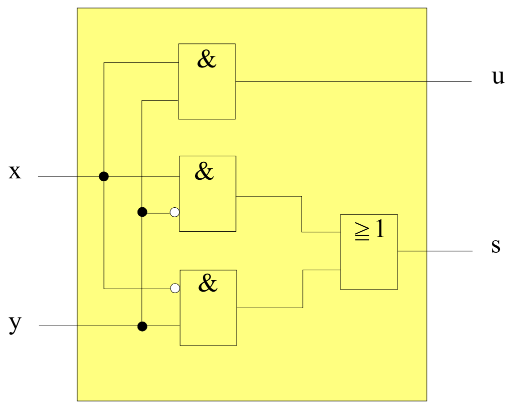
5. Entwerfen Sie einen Halbaddierer welcher aus seinen Eingängen x und y die Summe x + y in zweistelliger Dualdarstellung (u, s) bildet (s für „Summe“, u für „Übertrag“). Geben Sie die Gleichung und die Wahrheitstabelle an.



$$u = x \cdot y$$

$$s = x \oplus y = x \cdot \overline{y} + \overline{x} \cdot y$$

x	y	u	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

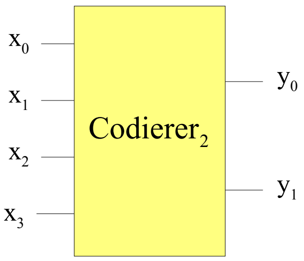


6. Entwerfen Sie einen Codierer mit 4 Eingängen x_0, x_1, x_2, x_3 und 2 Ausgängen y_0, y_1 mit der Eigenschaft:

   Ist genau einer der Eingänge x_i gleich 1, so stellt sich an den Ausgängen die Dualdarstellung des Indexes i ein.

   Bei jeder anderen Eingabekombination sollen beide Ausgänge gleich 0 sein.

   Geben Sie die Wahrheitstabelle und die Schaltfunktion für y_0 und y_1 an.



$$y_0 = \overline{x}_0\, x_1\, \overline{x}_2\, \overline{x}_3 + \overline{x}_0\, \overline{x}_1\, \overline{x}_2\, x_3$$

$$y_1 = \overline{x}_0\, \overline{x}_1\, x_2\, \overline{x}_3 + \overline{x}_0\, \overline{x}_1\, \overline{x}_2\, x_3$$

x_0	x_1	x_2	x_3	y_1	y_0
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1
		sonst		0	0