

Klausur *Introduction to Simulation*

Gesamtzahl der erreichbaren Punkte: 100
 Anzahl der Aufgaben: 9
 Anzahl Seiten: 12
 Bearbeitungszeit: 120 Minuten
 Erlaubte Hilfsmittel: keine

Name:			
Matrikelnummer:		Studiengang/Matrikeljahr:	

Zur Information:

Aus den Vorgaben zur Durchführung schriftlicher Prüfungen der Fakultät für Informatik:

Wir machen Sie darauf aufmerksam, dass Täuschungsversuche, z.B. die Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel oder Ordnungsverstöße zur Bewertung der Klausur mit der Note „nicht ausreichend“ führen. Sowohl Täuschungsversuche als auch Ordnungsverstöße werden protokolliert. Ordnungsverstöße können nach einer Abmahnung zum Ausschluss von der Klausur führen. Bei Täuschungsversuchen können Sie die Klausur zwar fortsetzen, sie wird aber später mit 5,0 bewertet.

— Der Lehrstuhl für Simulation wünscht Ihnen viel Erfolg! —

Aufgabe 1: Kontinuierliche Modellierung (10 Punkte).

Ein Modell für die langfristige Entwicklung der Weltwirtschaft berücksichtigt die folgenden Parameter:

- die verbleibende Menge der nicht erneuerbaren Rohstoffe: R
- die Wirtschaftsleistung, die auf dem Abbau von nicht erneuerbaren Rohstoffe beruht: Y
- die Weltbevölkerung: N
- der allgemeine Bildungsstand: E
- die nachhaltige (d.h. ohne den Abbau nicht erneuerbarer Rohstoffe) Wirtschaftsleistung: Y^*

Es gelten die folgenden Annahmen über die Wechselwirkungen zwischen diesen Größen:

- Rohstoffe werden abgebaut mit einer Geschwindigkeit, die proportional ist zur Wirtschaftsleistung aus nicht erneuerbaren Rohstoffen und umgekehrt proportional zu dem Rohstoffpreis.
- Der Rohstoffpreis ist umgekehrt proportional zur verbleibenden Rohstoffmenge.
- Die Wachstumsrate der Wirtschaftsleistung aus nicht erneuerbaren Rohstoffen ist proportional zu sich selbst und zur Differenz zwischen der verbleibenden Rohstoffmenge und einer kritischen Rohstoffmenge R_c . Überschreitet die verbleibende Rohstoffmenge diese kritische Menge, so ist dieser Proportionalitätsfaktor positiv, sonst ist er negativ.
- Die nachhaltige Wirtschaftsleistung steigt proportional zum Bildungsstand der Bevölkerung und zur Gesamtwirtschaftsleistung.
- Die Gesamtwirtschaftsleistung setzt sich zusammen aus dem nachhaltigen und dem nicht-nachhaltigen Anteil.
- Die Bildung wächst mit einer Geschwindigkeit, die proportional ist sowohl zum aktuellen Bildungsstand als auch zur Pro-Kopf-Gesamtwirtschaftsleistung.
- Die Bevölkerung wächst gemäß der logistischen Gleichung. Die maximal mögliche Bevölkerung ist N_m .

Geben Sie dieses Modell in Form eines Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen (*ordinary differential equations*) an! Verwenden Sie die Symbole c_1, c_2 usw. für Konstanten. Was wird langfristig aus der Menge der nicht erneuerbaren Rohstoffen und dem Bildungsstand? Warum?

Aufgabe 2: Enterprise in Danger (20 Punkte).

a) Kontinuierliches Verhalten

Skizzieren Sie den Verlauf  und erklären Sie dieses Verhalten!

b) Simplex-Programmierung

Geben Sie den Simplex-Programmtext des Ereignisses  an und erläutern Sie ihn!

c) Schildenergie nach zwei Stunden

Wie hoch ist die Schildenergie nach zwei Stunden? (sofern die Enterprise und ihre Besatzung bis dahin überlebt haben) Geben Sie eine statistisch aussagekräftige Antwort und erläutern Sie, wie Sie sie berechnet haben und was sie bedeutet!

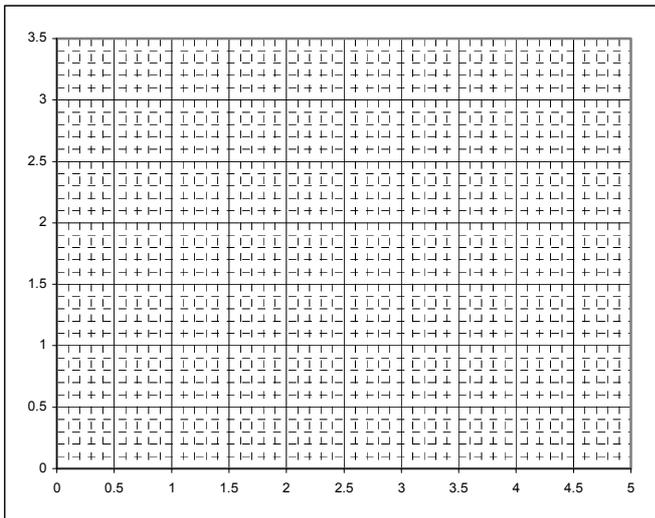
Aufgabe 3: Analyse von Input-Daten (10 Punkte).

a) *Quantile-Quantile-Plot.*

Die folgenden zehn Zahlen entstammen einer Messung:



Sie vermuten, diesen Daten liegt eine Normalverteilung zugrunde. Um diese Vermutung zu überprüfen, zeichnen Sie im vorbereiteten Bereich ein Quantile-Quantile-Plot, und interpretieren Sie das Ergebnis!



b) *Chi-Quadrat-Test.*

Sie erhalten eine Datei mit Hundert Zahlen zwischen 0 und 1. Diese werden ihrer Größe entsprechend den zehn Intervallen $(0.1 \cdot (j-1) : 0.1 \cdot j)$, $j=1..10$ zugeordnet. Die Anzahl Zahlen in jedem Intervall sei wie folgt:

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anz.										

Jemand behauptet nun, diese Zahlen stammen von einem Zufallszahlengenerator. Was sagt der Chi-Quadrat-Test dazu? Verwenden Sie einmal $\alpha = 0.1$ und einmal $\alpha = 0.05$. Was bedeuten diese Ergebnisse genau?

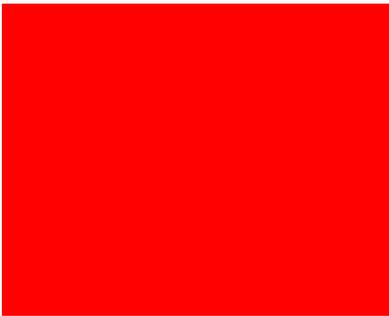
Aufgabe 4: Zufallsvariablen (10 Punkte). Das Logistikunternehmen.

a) Dichtefunktionen

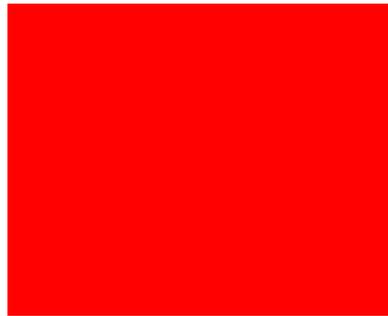
In einem Logistikunternehmen wurden die Verteilungen der folgenden Zufallsgrößen ermittelt:

1. Die gefahrene Strecke eines LKW auf der Autobahn in 8 Stunden
2. Die Lieferentfernung eines Speditionsauftrags
3. Die Zeitintervalle zwischen den Anrufen von Kunden im Vertriebsbüro

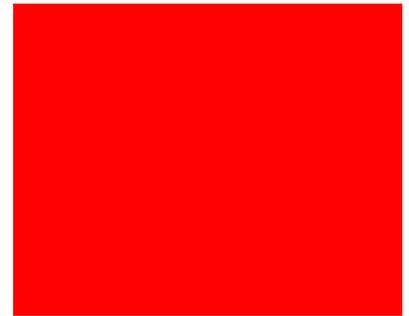
Die Wahrscheinlichkeitsdichten der Verteilungen sehen wie folgt aus:



A



B



C

Ordnen Sie die Graphen A, B und C den Messungen 1, 2, und 3 zu, und erklären Sie Ihre Entscheidung!

b) Exponentialverteilung

Die Glühbirnen im Lager des Unternehmens haben eine exponentiell verteilte Lebensdauer mit einem Mittelwert von 2000 Stunden. Der Einkaufsleiter kann entweder neue Glühbirnen für € oder 1000-Stunden-alte Glühbirnen für € einkaufen. Was empfehlen Sie ihm und warum?

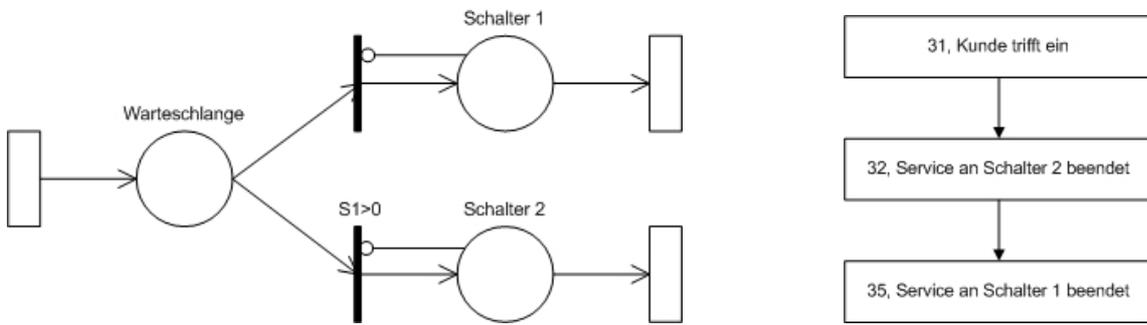
c) Verteilungsfunktionen

Das Paketgewicht (in kg gemessen) ist $LN(2, 1.1)$ verteilt. Im Lager liegen z.Zt. Pakete. Ungefähr wie viele von diesen wiegen zwischen kg und kg?

Aufgabe 5: Petri-Netz (10 Punkte). In einem Paketverteilungszentrum werden Pakete mit τ_i unterschiedlichen Prioritätsstufen bearbeitet. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein eintreffendes Paket die i -te Prioritätsstufe hat, beträgt p_i . Die Pakete kommen in den Zeitabständen Δ_i an; jedes Paket wird seiner Priorität entsprechend in die Warteschlange Q_i eingereiht. Ein Arbeiter bedient alle Warteschlangen, wobei er immer Pakete aus der Warteschlange mit höherer Priorität bevorzugt bedient. Die Bearbeitungsdauer eines Pakets beträgt d_i . Nach der Bearbeitung kommen alle Pakete in eine Sammelstelle; sobald die Sammelstelle S k Pakete enthält, werden diese abgeholt (und verschwinden somit aus dem System). Während der Arbeiter ein Paket bearbeitet, kann der Akku in seinem Computer versagen. Dies geschieht nach einer Betriebszeit von t_{acc} . Die Zeit, die der Arbeiter braucht, um den Akku zu ersetzen, beträgt t_{rep} . Während dieser Zeit können keine Pakete bearbeitet werden.

Zeichnen Sie ein Petri-Netz-Modell dieses Systems! Kennzeichnen Sie die Transitionen, die T_i , und erklären Sie, warum dies so ist!

Aufgabe 6: Ablauf einer diskreten Simulation (10 Punkte). Eine Bank hat zwei Schalter mit einer gemeinsamen Warteschlange. Die Kunden kommen in gewissen Intervallen einzeln an und reihen sich in die Warteschlange ein. Wenn beide Schalter frei sind, wählt ein Kunde grundsätzlich Schalter 1, sonst den freien Schalter. Das System wird durch das folgende Petri-Netz dargestellt. Zum Zeitpunkt 30 sind zwei Kunden in der Warteschlange, und beide Schalter sind besetzt. Die *Future-Event-List* (FEL) im System sieht wie folgt aus.



Die nächsten drei Bedienzeiten sind: und .

Die nächsten drei Zwischenankunftsintervalle sind: und .

a) Zustandsvariablen

Was sind die Zustandsvariablen dieses Systems?

b) Simulationsablauf

Skizzieren Sie den Ablauf des Simulationsprogramms von Zeitpunkt bis Zeitpunkt . Geben Sie dabei die Veränderungen des Systemzustandes an, und welche Ereignisse primär und sekundär sind.

c) Future Event List

Wie sieht die FEL zum Zeitpunkt aus?

Aufgabe 7: Warteschlangenstrategien (9 Punkte). Wählen Sie für jede die folgenden Situationen eine passende Warteschlangenstrategie (oder eine Kombination von Strategien) aus, und begründen Sie Ihre Wahl. Seien Sie kreativ! ☺ Es gibt nicht eine eindeutig richtige Antwort!

a) Notaufnahme

In einer Notaufnahme kommen jede Nacht mehrere Patienten an, es ist aber nur ein Arzt vorhanden. Die Patienten kann man in zwei Gruppen einteilen wie folgt:

1. [REDACTED]
2. [REDACTED]

b) Restaurantküche

Ein Geschirrspüler (☺) in einem Restaurant wird pro abgewaschenem Stück Besteck und Geschirr bezahlt. Pro Stück verdient er 3 Cent. Es gibt drei Kategorien von Geschirr/Besteck:

1. Besteckteile (Gabeln, Messer): dauern je 10 Sekunden und sind ausreichend vorhanden,
2. [REDACTED]
3. [REDACTED]

In welcher Reihenfolge sollte er das ankommende dreckige Geschirr abwaschen?

c) Prüfungsvorbereitungen

Sie haben an zwei aufeinander folgenden Tagen jeweils drei Prüfungen, alle in unterschiedlichen Fächern. Wie teilen Sie Ihre Zeit für das Lernen ein? (Relevante Attribute könnten z.B. sein: Schwierigkeitsgrad, [REDACTED], ...)

Aufgabe 8: Output-Analyse (10 Punkte). Wir betrachten zwei unterschiedliche Konfigurationen eines Geldautomatensystems: System I besteht aus einem schnelleren Geldautomaten, während System II zwei langsamere Automaten umfasst. Sie sollen herausfinden, welches System besser ist.

Beide Systeme werden mit jeweils 16 Läufen simuliert, wobei alle 32 Läufe voneinander stochastisch unabhängig sind. Man erhält die folgende Anzahl Kunden in der Warteschlange nach einer Stunde:

Lauf Nr.	System I	System II					
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							

a) *Vergleich*

Welches System ist besser? (Tipp: Benutzen Sie die leeren Felder für Ihre Berechnungen!)

b) *Genauigkeit*

Was können Sie zur Genauigkeit dieser Lösung sagen?

c) *Verbesserungsmöglichkeiten*

Wie könnte man dieses Ergebnis verbessern? Erklären Sie Ihre Lösungsvorschläge!

Aufgabe 9: Verschiedenes (11 Punkte).

a) Gegeben sei das Anfangswertproblem (*initial value problem*) [REDACTED]. Dieses soll mit dem Euler-Verfahren mit einer Zeitschrittweite von 1 gelöst werden. Welchen Wert erhält man zum Zeitpunkt $t = 2$?

b) Wir wollen (Pseudo-)Zufallszahlen erzeugen, die $N(3, 1)$ verteilt sind. Dazu soll die lineare Kongruenzmethode (*Linear Congruential Method*) verwendet werden. Was sind die ersten vier Werte (ungefähr!), die man erhält, wenn man die Parameter [REDACTED] und den *Seed* (Saat/Samen) [REDACTED]?

c) Wir betrachten [REDACTED]. Geben Sie jeweils ein Beispiel an für

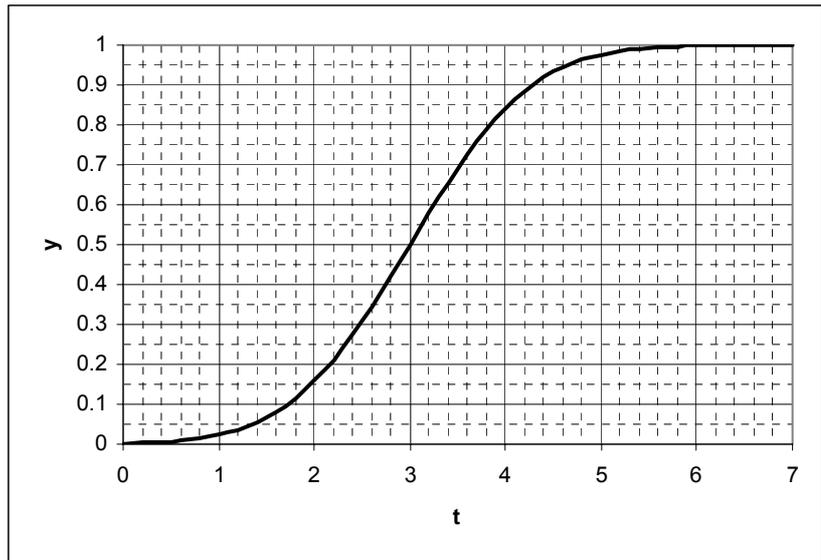
- Ein Ereignis (*event*)
- Eine Aktivität (*activity*)
- Eine Verzögerung (*delay*)
- Eine Entität (*entity*)
- Ein Attribut (*attribute*)

d) Was wird aus dem Fehler des Euler-Verfahrens, wenn man die Schrittweite [REDACTED]?

e) An einer Warteschlange in einem Supermarkt kommen neue Kunden ungefähr alle zwei Minuten an, und die Schlange umfasst im Mittel [REDACTED] Personen. Wie lange muss ein Kunde voraussichtlich in der Schlange warten?

Anhang

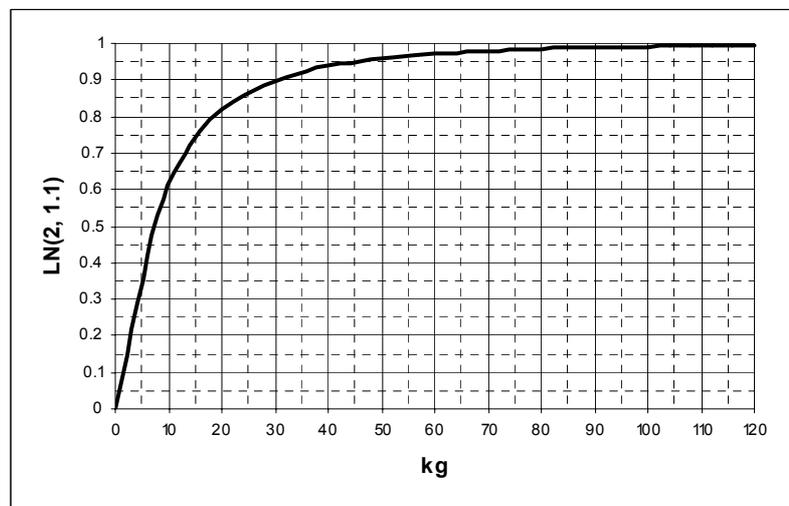
Graph der Funktion
 $y = \text{Normal}(\mu = 3, \sigma = 1)$



Einige Werte der Student t -Verteilung für $\alpha = 0.05$:

Anz. Freiheitsgrade	14	15	16	17
t -Wert	2.14	2.13	2.12	2.11

Graph der (2, 1.1) Lognormalverteilung



Einige Werte der χ^2 -Verteilung:

		Anz. Freiheitsgrade				
		8	9	10	11	12
α	0.05	15.51	16.92	18.31	19.68	21.03
	0.1	13.36	14.68	15.99	17.28	18.55

Leere Seite mit Platz für zusätzliche Antworten