

# Leistungskontrolle zum Übungsschein Mathematik für Elektrotechniker

(PD Dr. B. Rummler, Dr. U. Risch )

14. 12. 2006

1. Gegeben sei die Matrix

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} x & 4 \\ 2 & 3 - x \end{bmatrix} \quad (5 \text{ Punkte})$$

(a) Bestimmen Sie die Determinante von  $\underline{\underline{A}}$ !

(b) Für welche Werte von  $x \in \mathbb{R}$  existiert die inverse Matrix  $\underline{\underline{A}}^{-1}$ ?  
Berechnen Sie  $\underline{\underline{A}}^{-1}$  für  $x = 1$  und überprüfen Sie Ihr Ergebnis!!!

2. Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

(4 Punkte)

$$\sum_{j=1}^k j^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

Hierbei hierbei sei  $k \in \mathbb{N}$  beliebig.

3. Berechnen Sie das Volumen des von den Vektoren

(2 Punkte)

$$\underline{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \underline{a}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{a}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{aufgespannten Parallelepipeds.}$$

4. Ermitteln Sie bei Konvergenz den Wert des folgenden Integrals:

(6 Punkte)

$$\int_1^{\infty} x \cdot e^{-x} dx = ?$$

5. Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems der gewöhnlichen Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten:

(5 Punkte)

$$u''(t) - 4u'(t) + 4u(t) = 0, \quad u(0) = 1, \quad u'(0) = 0$$

6. Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{E}^1 \rightarrow \mathbb{E}^1: f(x) = \sin(1 - x)$ .

(8 Punkte)

(a) Geben Sie die Potenzreihenentwicklung (Taylorentwicklung)  $\mathcal{P}(x, 1)$  der Funktion  $f$  im Entwicklungspunkt  $x = 1$  an!

(b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius  $r_{\mathcal{P}}$  der Potenzreihe!