

**Prüfungsklausur Mathematik III für Elektotechniker<sup>1</sup>**

1. Man löse das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}
 u_t(x, t) - 9u_{xx}(x, t) &= 0 & \forall (x, t) \in (0, 3) \times (0, \infty) \\
 u(0, t) = u(3, t) &= 0 & \forall t \in [0, \infty) \\
 u(x, 0) &= 4\sin(\pi x) - 5\sin(3\pi x) & \forall x \in [0, 3]
 \end{aligned}$$

**(7 Punkte)**

2. Gegeben sei das Vektorfeld

$$\underline{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

$$\underline{f}(x, y, z) := \begin{pmatrix} y \sin(3x) \cos(2y) + 3xy \cos(3x) \cos(2y) - y^2 e^{-3z} \\ -2xy \sin(3x) \sin(2y) + x \sin(3x) \cos(2y) - 2xy e^{-3z} \\ 3xy^2 e^{-3z} \end{pmatrix}$$

- (a) Man berechne die Divergenz und Rotation des Vektorfeldes  $\underline{f}$ .
- (b) Ist das Vektorfeld  $\underline{f}$  ein Potentialfeld?
- (c) Man berechne das vektorielle Kurvenintegral  $I = \int_{\mathcal{C}} \underline{f}(\underline{x}) d\underline{x}$ , wobei die Kurve  $\mathcal{C}$  die Randkurve des Quadrates in der  $(x, y)$ -Ebene mit den Eckpunkten  $P_1 = (0, 0, 0)$ ,  $P_2 = (1, 0, 0)$ ,  $P_3(1, 1, 0)$  und  $P_4 = (0, 1, 0)$  ist, welche im mathematisch positiven Umlaufsinn durchlaufen werde.

**(6 Punkte)**

3. Man berechne die Masse
- $M$
- der Zylindermantelfläche
- $S$
- , definiert durch

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 4, 0 \leq z \leq 2\}_m$$

mit der Flächen-Massendichte

$$\rho(x, y, z) := 2 - \sin\left(\frac{\pi}{2}z\right).$$

**(6 Punkte)**

4. Sei
- $S = \partial B$
- die Oberfläche der Kugel
- $B$
- im
- $\mathbb{R}^3$
- mit dem Radius
- $R = 3$
- und dem Mittelpunkt im Koordinatenursprung. Das Vektorfeld
- $\underline{v} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$
- sei definiert durch

$$\underline{v}(x, y, z) := \begin{pmatrix} xy^2 \\ z^2 y \\ zx^2 \end{pmatrix}.$$

Mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes berechne man den Fluß  $I = \int_S (\underline{v}^T \cdot \underline{n}) d\sigma$  des Vektorfeldes  $\underline{v}$  durch  $S$  in Richtung des äußeren Normalvektors  $\underline{n}$ .

**(6 Punkte)**


---

<sup>1</sup>Diese Matheklausur ist vom einem Word-Dokument abgeschrieben, dessen Herkunft mir unbekannt ist. In L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X sieht's halt wesentlich besser aus, ich kann aber auch nicht für korrekte Inhalte garantieren.