

Name:

Studiengang:

Mat.-Nr.:

Klausur Stochastik für Ingenieure

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Summe	Note
Punkte (Soll)	6	6	3	6	3	6	30	
Punkte (Ist)								

Hinweise: Die Klausur besteht aus **6** Aufgaben. Gewertet werden nur Lösungen, deren Rechengang logisch nachvollziehbar ist. Auf dieses Aufgabenblatt (oben) und auf jedes Lösungsblatt *Name, Matrikelnummer und Studiengang* schreiben.

1) (6 Punkte)

In einem Betrieb werden in drei Schichten Produkte hergestellt, die einer strengen Qualitätskontrolle unterliegen.

- Bekannt ist, dass 96 % der hergestellten Produkte normgerecht sind. Die Qualitätskontrolle erklärt ein normgerechtes Teil mit der Wahrscheinlichkeit von 0.98 und ein nicht normgerechtes Teil mit der Wahrscheinlichkeit von 0.05 als tauglich. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein von der Kontrolle als tauglich erklärtes Produkt normgerecht ist.
- Die Schichtleistung X des Betriebes (Anzahl der Produkte je Schicht) wird als **normalverteilt** angesehen. Aus statistischen Erhebungen ist bekannt, dass 87.9 % der Schichtleistungen größer oder gleich 1000 Produkte je Schicht und 99 % der Schichtleistungen kleiner als 1100 Produkte je Schicht ausfallen. Wie groß sind der Erwartungswert $E(X) = \mu$ und die Standardabweichung $\sqrt{Var(X)} = \sigma$?

2) (6 Punkte)

Es sei X eine stetig-verteilte reelle Zufallsgröße mit der Dichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 1 \\ \frac{1}{2x} & , \quad 1 \leq x \leq e^2 \\ 0 & , \quad x > e^2. \end{cases}$$

- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von X und zeichnen Sie den dazugehörigen Graphen.

Hinweis: $\int_a^b x^{-1} dx = \ln x \Big|_a^b$.

- Bestimmen Sie $P(X \geq e)$ und $P(X \leq e | X \geq 2)$
- Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz der Zufallsgröße X .

Bitte wenden!

3) (3 Punkte)

In der Rezeption eines großen Hotels mit 180 Zimmern weiß man, dass im Mittel 15 % der Zimmerbuchungen für ein bestimmtes Wochenende nicht wahrgenommen werden. Um die Zahl der freien Zimmer nicht zu groß werden zu lassen, werden mehr als 180 Buchungen angenommen. Dabei nehme man an, dass die individuellen Entscheidungen über das Wahrnehmen der Buchungen unabhängig getroffen werden.

Wie groß ist **näherungsweise** die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle erscheinenden Personen, die ein Zimmer gebucht haben, auch eines belegen können, wenn 205 Buchungen entgegengenommen wurden?

4) (6 Punkte)

Ein Laplace-Würfel werde zweimal geworfen. Die Zufallsgröße X nehme den Wert 1 an, wenn beim 1. Wurf eine Sechs fällt, sonst den Wert 0. Die Zufallsgröße Z sei die Anzahl der geworfenen Sechsen.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X und Z .
- Geben Sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung von X und Z an. Untersuchen Sie, ob diese beiden Zufallsgrößen stochastisch unabhängig sind.

5) (3 Punkte)

Eine zufällige Pausenlänge X (in Minuten) zwischen dem Eintreffen zweier Kunden unterliege einer Erlang-Verteilung mit der Dichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} a^4 x^3 e^{-ax} & , \text{ für } x > 0 \\ 0 & , \text{ für } x \leq 0, \end{cases}$$

wobei $a > 0$ ist.

Es wurden unabhängig voneinander 10 Pausenzeiten ermittelt:

4.7; 9.1; 2.2; 9.1; 6.0; 8.1; 9.7; 7.4; 0.3; 2.7.

Schätzen Sie den für diese Pausenzeiten passenden Parameter a mittels der Maximum-Likelihood-Methode.

6) (6 Punkte)

Die Marketing-Abteilung eines Baumarktes will zeigen, dass mehr Frauen als Männer Blumendünger kaufen, um ihre Anzeigenkampagne entsprechend auszurichten. Dazu wurden 2410 Blumendüngerkäufe ausgewertet. Sie ergaben, dass 1272 dieser Käufe von Frauen getätigt wurden.

- Formulieren Sie das statistische Modell und testen Sie (approximativ) zum Niveau $\alpha = 0.1$, ob der Anteil der von Frauen getätigten Blumendüngerkäufe mehr als 50 % ist.
- Geben Sie ein approximatives Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 0.90 für den Frauenanteil an den Blumendüngerkäufen an.

Lösungen der Klausur vom 4.2.14

① a) 0.9979

b) $\sigma = 28.57$; $\mu = 1033.43$

② a)
$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{2} \ln x & 1 \leq x < e^2 \\ 1 & x \geq e^2 \end{cases}$$

b) $P(X \geq e) = 0.5$ $P(X \leq e | X \geq 2)$
$$= \frac{F_X(e) - F_X(2)}{1 - F_X(2)}$$

c) $E(X) = \frac{1}{2}(e^2 - 1)$ $\text{Var}(X) = \frac{1}{2}(e^2 - 1)$

③ $P(X \leq 180) \approx 0.87$

④ a) $P(X=1) = \frac{1}{6}$, $P(X=0) = \frac{5}{6}$

$Z \sim \text{Bi}(n=2, p=\frac{1}{6})$:

$P(Z=0) = 0.694$

$P(Z=1) = 0.278$, $P(Z=2) = 0.028$

b)

$x \setminus z$	0	1	2
0	0.694	0.139	0
1	0	0.139	0.028

nicht unabhängig

$$\textcircled{5} \quad \hat{a} = \frac{4n}{\sum_{i=1}^n x_i} = 0.6745$$

$$\textcircled{6} \quad \hat{p} = 0.5278 = \bar{x}$$

a) $H_0 : p = 0.5 \quad H_1 : p > 0.5$

Nullhypothese wird abgelehnt

↘ signifikant mehr Frauen

b) 90% - Konfidenzintervall:

$$[0.51 ; 0.54]$$