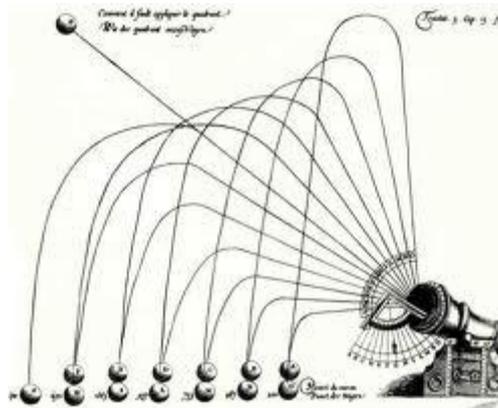


Physikalisches Grundpraktikum I

Protokollordner

FGSE – Berufsbildung
(BG; FET)

Sommersemester 2012



Inhaltsverzeichnis

Versuchsübersicht.....	3
M1 – Einführungsversuch.....	4
1 Aufgabenstellung.....	4
2 Grundlagen zum Versuch.....	5
3 Versuchsaufbau.....	8
4 Messergebnisse.....	9
5 Messunsicherheiten.....	11
6 Zusammenfassung und Diskussion.....	17
7 Literaturverzeichnis.....	18
E 12 - Elektronen im Magnetfeld.....	19
1 Aufgabenstellung.....	19
2 Grundlagen zum Versuch.....	20
3 Versuchsaufbau.....	23
4 Messergebnisse.....	24
5 Messunsicherheiten.....	28
6 Zusammenfassung und Diskussion.....	30
7 Literaturverzeichnis.....	31
M7 Stoßpendel.....	32
1 Aufgabenstellung.....	32
2 Grundlagen zum Versuch.....	33
3 Versuchsaufbau.....	36
4 Messergebnisse.....	37
5 Messunsicherheiten.....	39
6 Zusammenfassung und Diskussion.....	44
7 Literaturverzeichnis.....	45
W4 Spezifische Wärmekapazität von Festkörpern.....	46
1 Aufgabenstellung.....	46
2 Grundlagen zum Versuch.....	47
3 Versuchsaufbau.....	49
4 Messergebnisse.....	50
5 Messunsicherheiten.....	60
6 Zusammenfassung und Diskussion.....	64
7 Literaturverzeichnis.....	65
M11 Trägheitsmomente aus Drehschwingungen.....	66
1 Aufgabenstellung.....	66

2	Grundlagen zum Versuch	67
3	Versuchsaufbau.....	70
4	Messergebnisse.....	71
5	Messunsicherheiten	77
6	Zusammenfassung und Diskussion	79
7	Literaturverzeichnis.....	80
O3	Krümmungsradius von Linsen und Spiegeln	81
1	Aufgabenstellung	81
2	Grundlagen zum Versuch	82
3	Versuchsaufbau.....	84
4	Messergebnisse.....	85
5	Messunsicherheiten	89
6	Zusammenfassung und Diskussion	91
7	Literaturverzeichnis.....	92

Versuchsübersicht

Versuchsnummer	Bezeichnung des Versuches	Seite	Datum der Durchführung	Note /Signum
M1	Einführungsversuch	4	10. April 2012	
E12	Elektronen im Magnetfeld	19	24. April 2012	
M7	Stoßpendel	32	08. Mai 2012	
W4	Spezifische Wärmekapazität von Festkörpern	46	22. Mai 2012	
M11	Trägheitsmomente aus Drehschwingungen	66	05. Juni 2012	
O3	Krümmungsradius von Linsen und Spiegeln	81	19. Juni 2012	

M1 – Einführungsversuch (Dichtebestimmung)

1 Aufgabenstellung

Die Dichte eines Probekörpers ist aus dessen Abmessung und Masse durch lineare Regression zu bestimmen, die Messunsicherheit ist anzugeben, die Verteilung der Messwerte ist zu analysieren.

- 1.1 Der Durchmesser d des Körpers ist unter Verwendung einer Bügelmessschraube 50-mal zu messen. Die Messwerte sind in sieben Klassen einzuteilen, die relativen Häufigkeiten sind als Histogramm grafisch darzustellen. Mittelwert, Standardabweichung und Vertrauensbereich sind zu berechnen und mit den Fehlergrenzen des Messgerätes zu vergleichen.
- 1.2 Der Durchmesser d des Körpers ist mit Hilfe eines Messschiebers einmalig zu ermitteln.
- 1.3 Die Masse m des Körpers ist durch einmalige Wägung auf einer mechanischen Feinwaage zu bestimmen.
- 1.4 Die Dichte des Probekörpers ist einerseits aus 1.1 und 1.3 und andererseits aus 1.2 und 1.3 zu berechnen. Außerdem sind die Größtabweichungen der Dichte zu bestimmen, die sich in beiden Fällen durch lineare Fehlerfortpflanzung aus den Größtabweichungen der gemessenen Größen ergeben. Anhand beider Messergebnisse ist zu überprüfen, ob sich die Ergebnisintervalle überlappen.
- 1.5 Die Dichte des Probekörpermaterials ist durch Kombination der Messergebnisse aus 1.1 und 1.3 aller Versuchsgruppen an Kugeln gleicher Dichte (gleiche Farbe), aber unterschiedlicher Masse durch lineare Regression zu berechnen. Dazu ist die funktionale Abhängigkeit des Kugelvolumens V von der Masse m , $V = V(m)$, sowie die Regressionsgrade grafisch darzustellen, die mittleren Abweichungen der Regressionsparameter sind anzugeben.

2 Grundlagen zum Versuch

2.1 Formeln zur Ermittlung von Volumen und Dichte einer Kugel:

Durchmesser: d $[d] = \text{cm}$

Masse: m $[m] = \text{g}$

Dichte: ρ $[\rho] = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Volumen: V $[V] = \text{cm}^3$

Dichte: $\rho = \frac{m}{V}$ (1)

Volumen einer Kugel: $V = \frac{\pi}{6} d^3$ (2)

Dichte der Kugel aus (1) und (2): $\rho = \frac{6m}{\pi d^3}$ (3)

2.2 Messabweichungen

Da jede Messung einer physikalischen Größe in einem gewissen Grad fehlerbehaftet ist, besteht die Notwendigkeit einer gründlichen Versuchsdurchführung. Diese werden nach Art und Wirkung unterschieden und setzen sich aus der Systematischen und der Statischen Messabweichung zusammen.

Systematische Messabweichung

- Ungenauigkeiten der Messgeräte
- sind bei Wiederholungsmessungen nicht zu erkennen
- Differenz aus Messwert und wahren Wert hat immer gleiches Vorzeichen
- Ursachen: -Falsches Ablesen des Messwertes(z.B. Parallaxenfehler)
-Messwert Änderung während der Messung (z.B. Erwärmung eines Widerstandes)

Statistische Messabweichung

- Zufälliger Wertunterschied bei mehreren Messungen
- bilden von Mittelwert und Standardabweichung um ein Ergebnis zu definieren
- diese Fehler sind schwer ermittelbar
- sie lassen sich nicht beheben

2.3 Formeln der Fehlerrechnung

Messergebnis mit Fehlerangabe $x = \bar{x} \pm \Delta x$ (4)

Mittelwert aus n Messungen $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ (5)

Standardabweichung $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ (6)

Abweichung der Einzelwerte vom Mittelwert $\delta_i = x_i - \bar{x}$ (7)

Durchschnittliche Abweichung $\delta_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta_i|$ (8)

Vertrauensbereich
Um den Mittelwert (P=99,73%)
t-Faktor aus Tabelle mit n=50
und P=99,73%, t=3,16 $\Delta d_z = \pm \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s$ (10)

Gesamtunsicherheit $\Delta d = \Delta d_z + \Delta d_s$ (10.1)

2.4 Regressionsgerade

Lassen sich aus Messwertpaaren lineare physikalische Zusammenhänge vermuten, werden diese durch eine Ausgleichsgerade veranschaulicht. Man spricht dann von einer Regression. Hier müssen auch die Messabweichungen der einzelnen Wertepaare berücksichtigt werden. Auch wird die gegenseitige Abhängigkeit zweier Variablen durch den Korrelationskoeffizient (r) dargestellt.

Geradengleichung $y = ax + b$ (11)

Anstieg der Geraden $a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)(y_i - \bar{y}_n)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2}$ (12)

Ordinatenschnittpunkt $b = \bar{y}_n - a\bar{x}_n$ (13)

ebenfalls anwendbar $y = \frac{r \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2}} \cdot (x_i - \bar{x}_n) + \bar{y}_n$ (14)

relative Häufigkeit $h_i = \frac{a_n}{n}$ (15)
(wobei a_n
die jeweilige Klasse darstellt)

2.5 Fehlerfortpflanzung

Bei der Dichtebestimmung der Kugel werden verschiedenen Messgrößen mit unterschiedlichen Messfehlern ermittelt und daraus die Dichte berechnet. Diese Kenntnis muss berücksichtigt werden. Der Fehler Δz ist abhängig von Messabweichungen der einzelnen Messwerte.

Aus der Fehlerstatistik ergibt sich allgemein:

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial a}\right)^2 \cdot \Delta a^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial b}\right)^2 \cdot \Delta b^2 + \dots}$$

Die hier verwendeten Formeln stellen die vereinfachte Abschätzung der Größtabweichung dar und sind hinreichend genau.

Absolute Fehlerfortpflanzung $\Delta \rho$:
$$\Delta \rho = \left[\frac{\partial \rho}{\partial m}\right] \Delta m + \left[\frac{\partial \rho}{\partial d}\right] \Delta d \quad (16)$$

Aus (3) und (16) folgt
$$\Delta \rho = \left[\frac{6}{\pi d^3}\right] \Delta m + \left[\frac{-18m}{\pi d^4}\right] \Delta d \quad (17)$$

Relative Fehlerfortpflanzung:
$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + 3 \cdot \frac{\Delta d}{d} \quad (18)$$

3 Versuchsaufbau

Die Ermittlung des Durchmessers der Kugel erfolgt mit einem Messschieber (Aufgabe 1.2) und 50-maliger Messung mit der digitalen Bügelmessschraube (Aufgabe 1.1).

Danach erfolgt die Ermittlung der Masse mit einer Feinmesswaage (Aufgabe 1.3)

3.1 Geräteliste

Bügelmessschraube (Abweichung $d_s \rightarrow$ systematischer Fehler; $d_s = \pm 0,01\text{mm}$)



Abbildung 1: digitale Bügelmessschraube

Messschieber (Abweichung $d_s = \pm 0,1\text{mm}$)

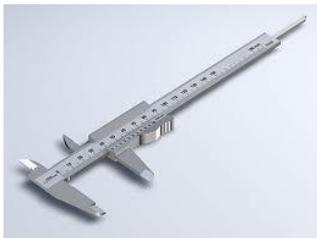


Abbildung 2: Messschieber

Feinmesswaage (Abweichung $m_s = \pm 1\text{mg}$)



Abbildung 3: Feinmesswaage

4 Messergebnisse

Messwerte Bügelmessschraube

Messwert-Nr. (d_i)	d_B / mm	Messwert-Nr. (d_i)	d_B / mm	Messwert-Nr. (d_i)	d_B / mm
1	20,031	18	20,019	35	20,078
2	20,064	19	20,241	36	20,211
3	19,976	20	20,293	37	20,169
4	20,287	21	20,31	38	19,711
5	20,384	22	20,15	39	19,954
6	20,325	23	19,811	40	20,372
7	19,974	24	20,059	41	20,354
8	20,084	25	20,319	42	20,311
9	20,306	26	20,252	43	20,286
10	20,272	27	20,067	44	20,212
11	19,849	28	20,151	45	19,71
12	19,968	29	20,252	46	19,845
13	20,214	30	20,356	47	20,308
14	20,382	31	20,172	48	20,277
15	20,291	32	20,062	49	20,176
16	20,192	33	20,04	50	20,122
17	20,069	34	19,95		

Tabelle 1 (50 Messwerte mit Bügelmessschraube)

Messwert Messschieber

$$d_M = 20,15\text{mm}$$

Messwert mechanische Feinwaage

$$m = 10,39\text{g}$$

Gruppenmesswerte

Gruppen Nr.	m / g	V / cm ³	ρ / (g/cm ³)	d_{MS} / mm
1	10,86	4,64	2,34	20,70
2	10,39	4,28	2,43	20,15
3	6,34	2,53	2,51	16,90
4	4,97	2,07	2,41	15,80

Tabelle 2 (Messwerte der Gruppen)

Intervallgrenzen und Häufigkeiten der Verteilung der gemessenen Kugeldurchmesser

Nr.:	Intervall		Häufigkeit experimentell		
	Grenze / mm	Mitte / mm	absolut	relativ	Summe
	19,70				
1		19,75	2	0,04	0,04
	19,80				
2		19,85	3	0,06	0,10
	19,90				
3		19,95	5	0,1	0,20
	20,00				
4		20,05	10	0,2	0,40
	20,10				
5		20,15	7	0,14	0,54
	20,20				
6		20,25	12	0,24	0,78
	20,30				
7		20,35	11	0,22	1,00
	20,40				

Tabelle 3: Intervallgrenzen und Häufigkeiten der Verteilung der gemessenen Kugeldurchmesser

Ermittlung der Dichte mit Messwert der Bügelmessschraube

Aus Formel (3), $\bar{d}_B = 2,0145\text{cm}$ und $m = 10,39\text{g}$

$$\rho_B = \frac{6m}{\pi d_B^3} = \frac{6 \cdot 10,39\text{g}}{\pi \cdot (2,0145\text{cm})^3} = 2,427 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Ermittlung der Dichte mit Messwert vom Messschieber

Aus Formel (3), $d_M = 2,015\text{cm}$ und $m = 10,39\text{g}$

$$\rho_M = \frac{6m}{\pi d_M^3} = \frac{6 \cdot 10,39\text{g}}{\pi \cdot (2,015\text{cm})^3} = 2,425 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

5 Messunsicherheiten

Mittelwert des Durchmessers (zu 1.1) Tab 1 und Formel (5)

$$\bar{d} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} d_i \quad \bar{d} = 20,145\text{mm}$$

Standardabweichung Formel (6)

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{50-1}} \quad s = 0,175\text{mm}$$

Durchschnittliche Abweichung Formel (7) und (8)

$$\delta_i = x_i - \bar{x} \quad \delta_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta_i|$$

$$\delta_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |d_i - \bar{d}| = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} |d_i - \bar{d}| = \frac{1}{50} \cdot 7,222\text{mm}$$

$$\delta_d = 0,144\text{mm}$$

Vertrauensbereich Formel (10) um den Mittelwert (P=99,73%)
t-Faktor aus Tabelle mit n=50 und P=99,73%, t=3,16

$$d_z = \pm \frac{3,1}{\sqrt{50}} \cdot 0,175\text{mm} \quad \Delta d_z = \pm 0,077\text{mm}$$

Hierbei ist festzustellen, dass die zufällige Messabweichung viel größer ist als die systematische Messabweichung. Dadurch hat die systematische Messabweichung (ist nicht beeinflussbar) einen geringeren Einfluss auf das Messergebnis.

$$\Delta d_z \gg \Delta d_s$$

$$0,077\text{mm} \gg 0,01\text{mm}$$

Messwert Bügelmessschraube mit Fehlerangabe Formel (10.1)

$$\Delta d_z = 0,077\text{mm}$$

$$\Delta d_s = 0,01\text{mm}$$

$$\Delta d_B = \Delta d_z + \Delta d_s = 0,077\text{mm} + 0,01\text{mm} \quad \Delta d_B = 0,087\text{mm}$$

Somit erhält man als Messergebnis aus Formel (4) den Vertrauensbereich

$$d_B = 20,058\text{mm} \leq \bar{d} \leq 20,232\text{mm}$$

$$d_B = 20,145\text{mm} \pm 0,087\text{mm}$$

Messwert Messschieber mit Fehlerangabe (zu 1.2)

$$\Delta d_s = 0,1\text{mm}$$

$$d_M = 20,15\text{mm} \pm 0,1\text{mm}$$

Messwert mechanische Feinwaage mit Fehlerangabe (zu 1.3)

$$\Delta m_s = 0,001\text{g}$$

$$m = 10,39\text{g} \pm 0,001\text{g}$$

Fehlerfortpflanzung (zu 1.4)

Die Berechnung der Größtabweichung der Dichte erfolgt mit Formel (17). Dabei werden die ermittelten Werte aus (1.1) und (1.3), sowie aus (1.2) und (1.3) genutzt.

Größtabweichung der Dichte (mit Bügelmessschraube)

$$\Delta \rho_B = \left[\frac{6}{\pi d_B^3} \right] \Delta m + \left[\frac{-18m}{\pi d_B^4} \right] \Delta d_B = \left[\frac{6}{\pi (2,0145 \text{ cm})^3} \right] \cdot 0,001 \text{ g} + \left[\frac{-18 \cdot 10,39 \text{ g}}{\pi (2,0145 \text{ cm})^4} \right] \cdot 0,0087 \text{ cm}$$

$$\Delta \rho_B = 0,032 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Somit ergibt sich eine Dichte von

$$\rho_B = \rho_B \pm \Delta \rho_B = 2,427 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \pm 0,032 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

in den Intervallgrenzen von

$$I_B = 2,395 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} < \rho_B < 2,459 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Größtabweichung der Dichte (mit Messschieber)

$$\Delta \rho_M = \left[\frac{6}{\pi d_M^3} \right] \Delta m + \left[\frac{-18m}{\pi d_M^4} \right] \Delta d_M = \left[\frac{6}{\pi (2,015 \text{ cm})^3} \right] \cdot 0,001 \text{ g} + \left[\frac{-18 \cdot 10,39 \text{ g}}{\pi (2,015 \text{ cm})^4} \right] \cdot 0,01 \text{ cm}$$

$$\Delta \rho_M = 0,036 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Somit ergibt sich eine Dichte von

$$\rho_M = \rho_M \pm \Delta \rho_M = 2,425 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \pm 0,036 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

in den Intervallgrenzen von

$$I_M = 2,389 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} < \rho_M < 2,461 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$I_B < I_M$$

Relative Häufigkeit (zu 1.1)

Aus den sieben Ergebnismengen $a_n \quad \forall n \in \{1; \dots; 7\}$, den Werten aus Tab.3 und Formel (15) ergibt sich die relative Häufigkeit.

Diese wird in einem Histogramm veranschaulicht.

a_1 im I[19,710mm; 19,8mm]	$a_1 = 2$	$h_1 = \frac{2}{50}$
a_2 im I[19,801mm; 19,9mm]	$a_2 = 3$	$h_2 = \frac{3}{50}$
a_3 im I[19,901mm; 20,0mm]	$a_3 = 5$	$h_3 = \frac{5}{50}$
a_4 im I[20,001mm; 20,1mm]	$a_4 = 10$	$h_4 = \frac{10}{50}$
a_5 im I[20,101mm; 20,2mm]	$a_5 = 7$	$h_5 = \frac{7}{50}$
a_6 im I[20,201mm; 20,3mm]	$a_6 = 12$	$h_6 = \frac{12}{50}$
a_7 im I[20,301mm; 20,4mm]	$a_7 = 11$	$h_7 = \frac{11}{50}$

Häufigkeitshistogramm

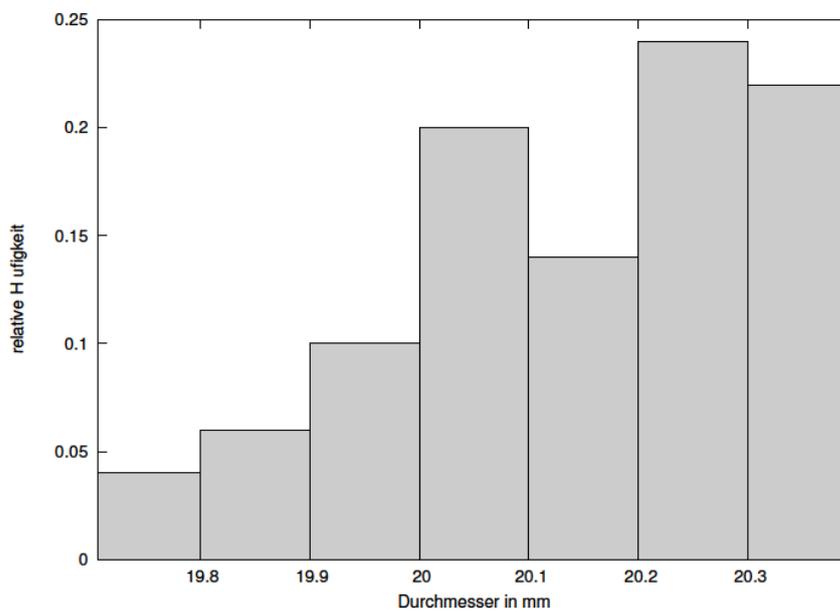


Abbildung 4: Häufigkeitshistogramm

Regression der Gruppenergebnisse (zu 1.5)

Rechnerische Auswertung

Hierzu werden die Ergebnisse der einzelnen Gruppen aus Tab.2 verwendet.

Mittelwert der Massen (5) $\bar{m}_G = 8,14\text{g}$

Mittelwert der Volumina (5) $\bar{V}_G = 3,38\text{cm}^3$

Mittelwert der Dichten (5) $\bar{\rho}_G = 2,42\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Anstieg der Geraden (12)
$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^4 (m_i - \bar{m}_G)(V_i - \bar{V}_G)}{\sum_{i=1}^4 (m_i - \bar{m}_G)^2}$$

$$\bar{a} = \frac{11,724 \text{ g} \cdot \text{cm}^3}{25,753 \text{ g}^2} = 0,432 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$$

mittlere Abweichung des Anstiegs
(aus Praktikumshefter)

$$\Delta a = \pm 0,0203 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$$

Ordinatenschnittpunkt (13)

$$\bar{b} = \bar{V}_G - \bar{a} \bar{m}_G$$

$$\bar{b} = 3,380\text{cm}^3 - 0,432 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}} \cdot 8,142\text{g}$$

$$\bar{b} = 0,137\text{cm}^3$$

mittlere Abweichung
des Ordinatenschnittpunkts
(aus Praktikumshefter)

$$\Delta b = \pm 0,173\text{cm}^3$$

Regressiongerade (11)

$$V_G = V_G(m_G) = a \cdot m_G + b$$

$$V_G(m_G) = 0,432 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}} \cdot m_G + 0,137\text{cm}^3$$

Regressionsgerade mit den Werten aus Tab. 3 $V(m)$

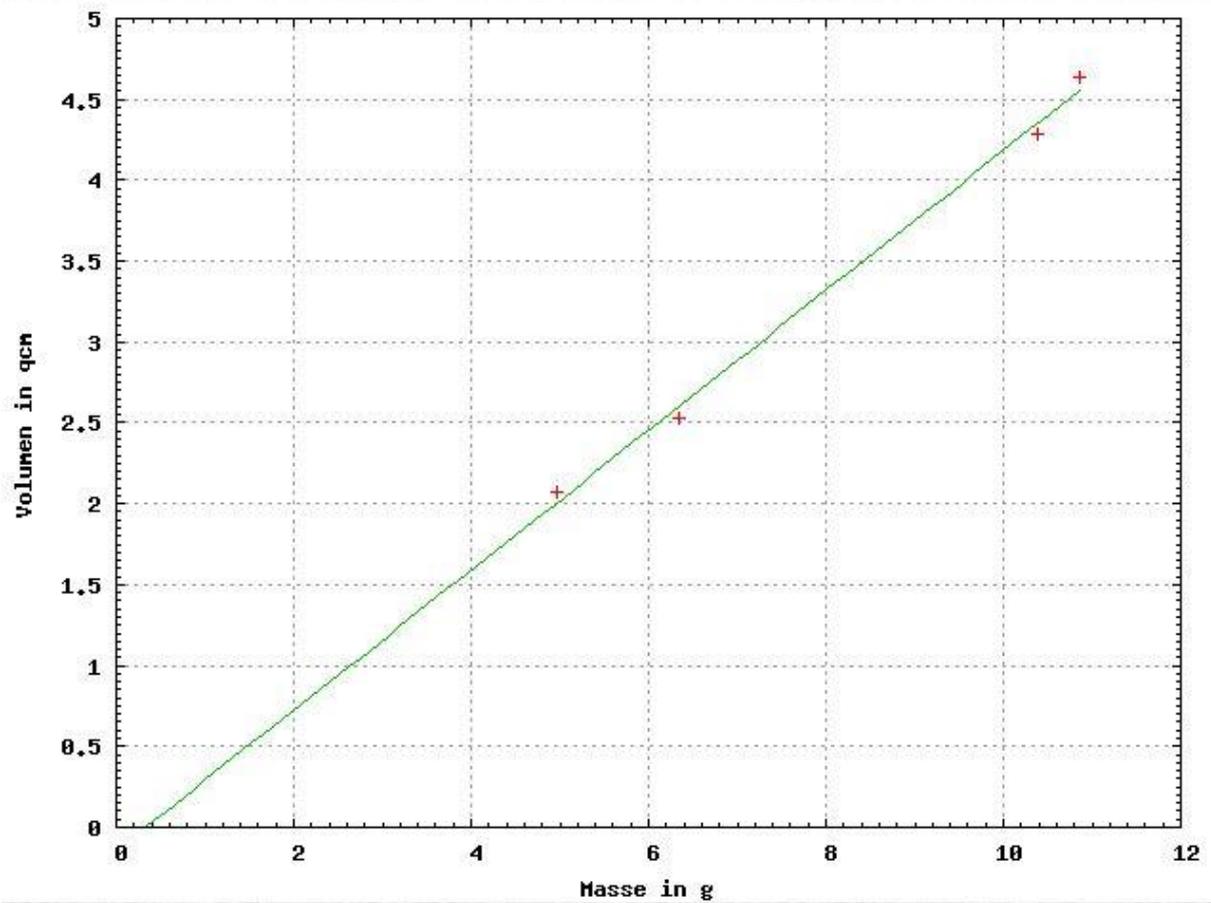


Abbildung 5: Diagramm Regressionsgerade

6 Zusammenfassung und Diskussion

Als Ergebnis zur Ermittlung der Dichte unseres Versuchsobjektes ist festzuhalten, dass nach Messung der Masse und des Durchmessers auf zweifache Weise. Es zu unterschiedlichen Ergebnissen Gekommen ist. Das Messen zum Einen mit der Bügelmessschraube, zum anderen mit dem Messschieber. Aus diesen Werten wurde dann jeweils das Volumen errechnet, um dann aus Masse und Volumen die Dichte zu errechnen.

$$\rho_B = 2,427 \frac{g}{cm^3} \pm 0,032 \frac{g}{cm^3} \quad \text{Durchmesser mit Bügelmessschraube(BMS)}$$

$$\rho_M = 2,425 \frac{g}{cm^3} \pm 0,036 \frac{g}{cm^3} \quad \text{Durchmesser Mit Messschieber}$$

An den Ergebnissen ist zu erkennen, dass die Größtabweichung mit den Werten der Bügelmessschraube geringer ist als die Größtabweichung mit dem Messschieber. Dies ist auf die geringere Messabweichung der Bügelmessschraube und das mehrmalige Messen zurück zu führen.

An den verschiedenen Messungen mit der Bügelmessschraube ist zu erkennen, dass entweder beim Ermitteln des Durchmessers, das Messinstrument nicht exakt auf den vollen Durchmesser gesetzt wurde, oder der Versuchskörper nicht Kugelförmig war. Nimmt man letzteres an, gelangt man zu dem Schluss das es exakter ist das Volumen anders zu ermitteln. Zum Beispiel durch Wasserverdrängung.

Bei der Darstellung der Unterschiedlichen Messungen mit der BMS ist die Verteilung der Ergebnisse im Histogramm auffällig. Man kann erkennen, dass bei den Messwerten eine große Abweichungen auftritt (0,7mm). Eine Näherung an eine Gaußverteilung ist nicht bzw. nur schwer zu erkennen.

Durch neuerliches messen und erstellen Längerer Messreihen wäre es sicher Möglich eine günstigere Darstellung zu erhalten. Auch kann so das Ergebnis noch genauer werden, wobei sich vorher die Frage zu stellen ob die erlangte Genauigkeit nicht bereits ausreicht.

Ebenfalls Zeigt uns der Vergleich mit den Anderen Gruppen, dass bei erstellen der Regressionsgerade keine deutlichen Ausreißer im Versuch festzustellen sind. Das lässt darauf schließen, dass alle Gruppen den gleichen Stoff zur Verfügung hatten. Dies Zeigt auch die Tabelle 2. Alle ermittelten Dichten liegen dicht beieinander. Wobei 0,1 g/cm³ Abweichung der Maxima als ausreichend angesehen werden sollte, da sich statistische und systematische Fehler nach Messung mit Feinwaage, BMS und anschließender Berechnung summieren. Durch das eine Zehntel in der Abweichung kann es sich beim Ablesen in einer Tabellensammlung(siehe Literatur) zum ermitteln des Stoffes bereits um Sandstein oder Fensterglas handeln. Durch Anfassen und Fühlen ist Sandstein auszuschließen und abschließend zu sagen, dass der Versuchskörper aus Fensterglas besteht.

7 Literaturverzeichnis

<http://www.cloudt.de/Dateien/PDF/1vertrau.pdf>

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf

Praktikum der Physik von Wilhelm Walcher 7. Auflage

Stochastik Formeln und Tabellen von Paetec

Das Neue Physikalische Praktikum Springer Verlag

Der kleine Helfer für das Physikalische Praktikum
(<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/>)

http://www.zum.de/Faecher/Gk/RP/8202_Material_-_Tabellensammlung_Chemie_-_Dichte_verschiedener_Stoffe.pdf ()

E 12 - Elektronen im Magnetfeld

1 Aufgabenstellung

Aus dem Krümmungsradius der Elektronenbahn in einem homogenen Magnetfeld ist die spezifische Ladung e/m des Elektrons zu bestimmen.

- 1.1 Die Auslenkung des Elektronenstrahls auf dem Leuchtschirm einer Oszillographenröhre ist in Abhängigkeit von der Stärke des Stroms durch die magnetfelderzeugenden Spulen bei 2 unterschiedlichen Anodenspannungen U_A zu messen.
- 1.2 Aus der Auslenkung ist der Krümmungsradius r der Elektronenbahn, aus dem Spulenstrom ist die magnetische Induktion B zu berechnen.
- 1.3 $(1/r)$ ist als Funktion der Induktion B graphisch darzustellen. Die spezifische Elektronenladung e/m ist durch lineare Regression zu bestimmen.

2 Grundlagen zum Versuch

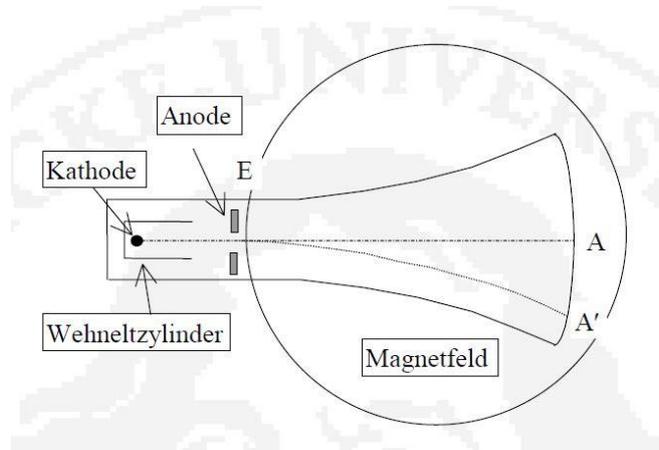


Abbildung 1 : schematische Darstellung
Oszillographenröhre mit Helmholtzspulenpaar

Am Punkt E treten die „erzeugten“ Elektronen in Abhängigkeit der Anodenspannung (v) in das homogene und stromabhängige Magnetfeld des Helmholtzspulenpaares ein, welches senkrecht zur Zeichenebene steht. Die durch die Induktion hervorgerufene Lorentzkraft bewirkt dabei eine Auslenkung der Elektronen. Diese Auslenkung wird am Leuchtschirm der Oszillographenröhre sichtbar und gemessen (A'A). Hierbei wird aus den Stecken EA und A'A der Krümmungsradius berechnet, wobei die Krümmung des Leuchtschirms vernachlässigt wird. Die Anodenspannung sowie der Spulenstrom werden dabei über 2 Digital-Multimeter ermittelt.

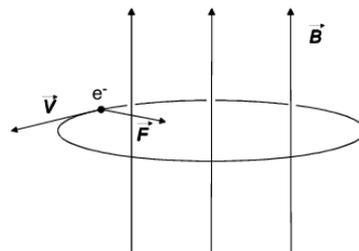


Abbildung 2: Einwirkung der Lorentzkraft

Formeln

Magnetische Flussdichte

$$B = \frac{F}{l \cdot I} \quad [B] = 1 \text{ Vs} / \text{m}^2 = 1 \text{ Tesla} \quad (1)$$

F-Kraft(Lorenzkraft)

I -Stromstärke

l -Länge des im elektrischen Feld durchflossenen Leiters

Lorenzkraft

$$F_L = B \cdot e \cdot \left[\frac{l}{t} = v \right] \quad (2)$$

Radialkraft

$$F_z = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (3)$$

Flussdichte B aus dem Material

$$B = \frac{8 \cdot \mu_0}{\sqrt{125}} \cdot \frac{N \cdot I}{R} = 0,7155 \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R} \quad (4)$$

R-Abstand und Durchmesser der Helmholtzspulen

μ_0 -magnetische Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

$$\mu_r = \left(\frac{4}{5}\right)^2 \quad (\text{Luft}) \quad (4.1)$$

spezifische elektrische Ladung $\frac{e}{m}$

$$B \cdot e \cdot v = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (6)$$

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{B \cdot r} \quad (7)$$

$$\text{mit } W = E_{\text{kin}} \quad (8)$$

$$e \cdot U = \frac{m}{2} v^2 \quad (9)$$

$$v^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U}{m} \quad (10)$$

$$\text{folgt:} \quad \frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{B^2 \cdot r^2} \quad \left(\frac{\text{C}}{\text{kg}}\right) \quad (11)$$

$$\text{sowie:} \quad \frac{1}{r} = \sqrt{\frac{e}{2Um}} \cdot B \quad (12)$$

mit (4) folgt
$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U \cdot R}{\mu_0^2 \cdot 0,7155 \cdot N \cdot I \cdot r^2} \quad (13)$$

Krümmungsradius r

$$r = \frac{l^2 + h^2}{2h} \quad h = \overline{A'A} ; l = \overline{EA} \quad (14)$$

Regression

Geradengleichung
$$y = ax + b \quad (15)$$

Anstieg der Geraden
$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} \quad (16)$$

$$a = \sqrt{\frac{e}{2U \cdot m}} \quad (17)$$

$$\frac{e}{m} = a^2 \cdot 2U \quad (18)$$

Ordinatenschnittpunkt
$$\begin{aligned} b &= \bar{y}_n - a \bar{x}_n \\ b &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Fehlerfortpflanzung

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial a}\right)^2 \cdot \Delta a^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial b}\right)^2 \cdot \Delta b^2 + \dots}$$

Absolute Fehlerfortpflanzung der Regression:
$$\Delta e = \left[\frac{\partial f}{\partial x}\right] \Delta x + \left[\frac{\partial f}{\partial y}\right] \Delta y \dots \quad (20)$$

Relative Fehlerfortpflanzung der Regression:
$$\frac{\Delta e/m}{e/m} = 2 \cdot \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta U_A}{U_A} \quad (21)$$

3 Versuchsaufbau



Abbildung 3: Versuchsaufbau - Übersicht

3.1 Geräteliste

Helmholtzspulenpaar

Oszillographenröhre Kenndaten: Heizspannung $U_H = 6,3 \text{ V AC}$

Anodenspannung $U_A = +(220-300) \text{ V DC}$

Gitterspannung $U_G = 0 \dots - 50 \text{ V DC}$

Spulenspannung $U_S = 0 \dots + 12 \text{ V DC}$

2 Digital – Multimeter

Lineal

Dauermagnet

4 Messergebnisse

Berechnung der Induktion B

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$N = 240$$

$$R = 132,5 \text{ mm}$$

$$B = 0,7155 \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R} = 0,7155 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot 240 \cdot 10,2 \cdot 10^{-3} A}{132,5 \cdot 10^{-3} m} = 16,6 \cdot 10^{-6} T$$

Berechnung des Krümmungsradius r

$$r = \frac{l^2 + h^2}{2h} \quad \text{Auslenkung } = h = \overline{A'A} \quad l = \overline{EA} = 151 \text{ mm}$$

Berechnung der spezifischen Ladung

bei U=301,6V

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{B^2 \cdot r^2} = \frac{2 \cdot 301,6 V}{(16,6 \cdot 10^{-6} T)^2 \cdot (3259 \cdot 10^{-3} m)^2} = 2,061 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

bei U=260,1V

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{B^2 \cdot r^2} = \frac{2 \cdot 260,1 V}{(16,4 \cdot 10^{-6} T)^2 \cdot (3042 \cdot 10^{-3} m)^2} = 2,09 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Anodenspannung 1 $U_A = 301,6 \text{ V}$

Stromstärke I / [mA]	Auslenkung (A'A) / [mm]	Induktion B / [μT]	Krümmungsradius r / [mm]	spezif. Ladung e/m [C/kg] · 10 ¹¹
10,2	3,5	16,6	3259,0	2,061
20,0	7,0	32,5	1632,1	2,144
30,3	11,0	49,4	1041,9	2,277
41,5	15,5	67,6	743,3	2,389
50,1	19,0	81,5	609,5	2,445
60,4	23,0	98,3	507,2	2,427
69,6	27,0	113,4	435,7	2,471
79,6	30,8	129,6	386,1	2,409
89,8	35,3	146,2	341,0	2,427
100,9	40,0	164,3	305,0	2,402

Tabelle 1: Anodenspannung 1

Anodenspannung 2 $U_A = 260,1 \text{ V}$

Stromstärke I / [mA]	Auslenkung (A'A) / [mm]	Induktion B / [μT]	Krümmungsradius r / [mm]	spezif. Ladung e/m [C/kg] · 10 ¹¹
10,1	3,8	16,4	3042,0	2,090
19,7	7,5	32,1	1523,8	2,174
30,0	11,8	48,9	976,1	2,283
40,0	15,8	65,2	731,7	2,286
50,4	20,3	82,2	573,1	2,344
60,1	24,4	97,8	480,4	2,357
70,1	28,8	114,2	410,9	2,362
80,4	33,3	130,9	359,5	2,349
90,3	37,8	147,0	320,9	2,338
100,2	42,0	163,1	292,4	2,287

Tabelle 2: Anodenspannung 2

Regressionsgerade mit $U = 301,6 \text{ V}$

$$\frac{1}{r} = a \cdot B + b \quad a = \frac{\overline{\frac{1}{r} \cdot B} - \overline{\frac{1}{r}} \cdot \overline{B}}{\overline{B^2} - (\overline{B})^2} = 19975,947 \frac{1}{m \cdot T}$$

$$\frac{e}{m} = a^2 \cdot 2U$$

$$b = \overline{\frac{1}{r}} - a \cdot \overline{B} = -0,029 \frac{1}{m}$$

$$\frac{1}{r} = 19975,947 \frac{1}{m \cdot T} \cdot B - 0,029 \frac{1}{m}$$

mittlere Abweichung der Parameter a und b

$$\overline{s}_a = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \frac{(\overline{\Delta \frac{1}{r}})^2}{\overline{B^2} - (\overline{B})^2}} = \pm 347,847 \frac{1}{m \cdot T} \quad \text{mit} \quad \Delta \frac{1}{r}_i = a \cdot B_i + b - \frac{1}{r}_i \quad \overline{s}_b =$$

$$\overline{s}_a \sqrt{\overline{B^2}} = \pm 0,035 \frac{1}{m}$$

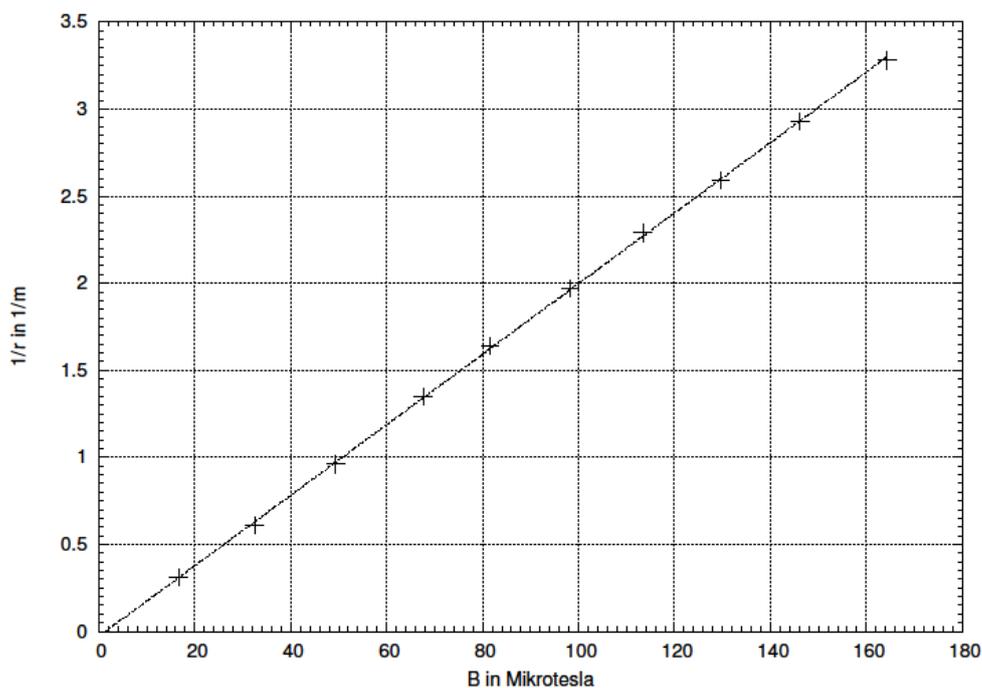


Diagramm 1: Regressionsgerade $U = 301,6V$

Spezifische Ladung aus Regression:

$$\frac{e}{m} = a^2 \cdot 2U = \left(19975,947 \frac{1}{m \cdot T}\right)^2 \cdot 2 \cdot 301,6V = \mathbf{2,407 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}}$$

Regressionsgerade für U=260,1V

$$\frac{1}{r} = 21118,300 \frac{1}{m \cdot T} \cdot B - 0,014 \frac{1}{m}$$

mittlere Abweichung der Parameter a und b

$$\bar{s}_a = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \frac{(\Delta 1/r)^2}{B^2 - (\bar{B})^2}} = \pm 117,399 \frac{1}{m \cdot T} \quad \text{mit} \quad \Delta 1/r_i = a \cdot B_i + b - 1/r_i$$

$$\bar{s}_b = \bar{s}_a \sqrt{B^2} = \pm 0,012 \frac{1}{m}$$

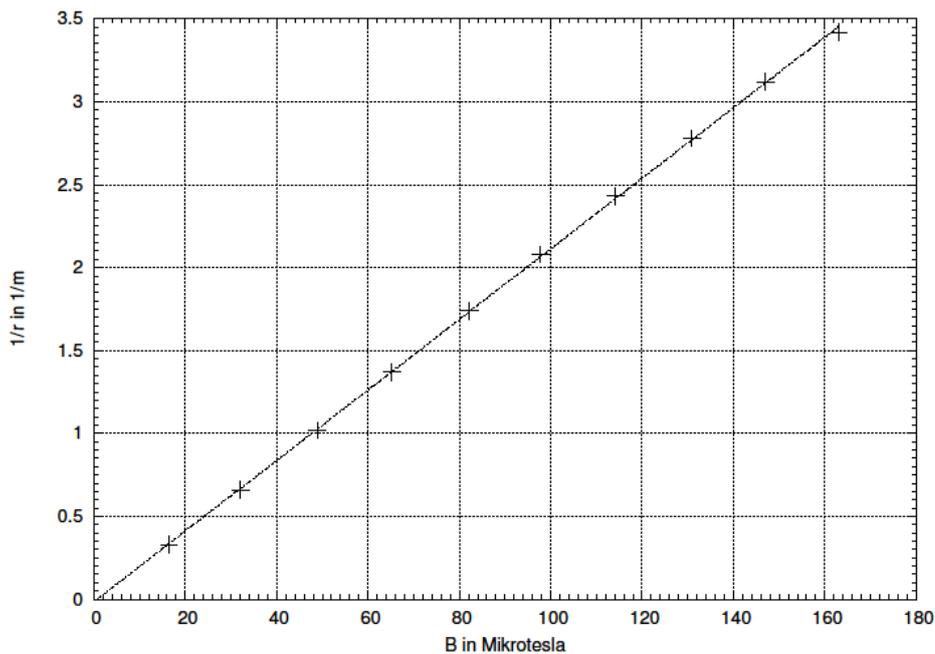


Diagramm 2: Regressionsgerade U = 260,1V

Spezifische Ladung aus Regression:

$$\frac{e}{m} = a^2 \cdot 2U = \left(21118,300 \frac{1}{m \cdot T}\right)^2 \cdot 2 \cdot 260,1V = \mathbf{2,320 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}}$$

5 Messunsicherheiten

Messunsicherheiten der Messgeräte:

Lineal $\Delta d = \pm 0,5\text{mm}$

Digitalmultimeter (vom Messwert (v.M.) und vom Endwert(v.E.))

bei $500\text{V} \pm (0,05\% \text{ v.M.} + 0,002\% \text{ v.E.})$

bei $500\text{mA} \pm (0,2\% \text{ v.M.} + 0,004\% \text{ v.E.})$

Spannung

$$U = 260,1\text{V} \pm 0,14\text{V}$$

$$\Delta U_1 = 260,1\text{V} * 0,0005 + 500\text{V} * 0,00002 = 0,14\text{V}$$

$$U = 301,6\text{V} \pm 0,16\text{V}$$

$$\Delta U_2 = 301,6\text{V} * 0,0005 + 500\text{V} * 0,00002 = 0,16\text{V}$$

Strom

$$\Delta I_1 = 10,2\text{mA} * 0,002 + 500 * 0,00004 = 0,04\text{mA}$$

$$\Delta I_1 = 10,7\text{mA} * 0,002 + 500 * 0,00004 = 0,041\text{mA}$$

Fehlerfortpflanzung

Radius

$$\Delta r = \left[\frac{l^2}{h^2} \right] \cdot \Delta h + \left[\frac{l}{h} \right] \cdot \Delta l = \left[\frac{(151\text{mm})^2}{(3,8\text{mm})^2} \right] \cdot 0,1\text{mm} + \left[\frac{151\text{mm}}{3,8\text{mm}} \right] \cdot 0,1\text{mm} = 161,88\text{mm}$$

Induktion

hier liegt für R eine Messung mit dem Lineal zugrunde

$$\begin{aligned} \Delta B &= 0,7155 \left[\frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R^2} \right] \Delta R + 0,7155 \left[\frac{\mu_0 \cdot N}{R} \right] \Delta I \\ &= \left| 0,7155 \left[\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 240 \cdot 10,2 \cdot 10^{-3} \text{A}}{(132,5 \cdot 10^{-3} \text{m})^2} \right] 0,1 \cdot 10^{-5} \text{m} \right| \\ &\quad + \left| 0,7155 \left[\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 240}{132,5 \cdot 10^{-3} \text{m}} \right] 4 \cdot 10^{-5} \text{A} \right| \end{aligned}$$

$$\Delta B = \pm 0,0653 \cdot 10^{-6} \text{T}$$

Daraus folgt:

$$B = B \pm \Delta B = 16,6 \cdot 10^{-6} \text{T} \pm 0,0653 \cdot 10^{-6} \text{T}$$

Fehler der spezifischen Ladung aus der Regressionsgleichung

$$\text{bei } U=260,1\text{V} \text{ und } a = 21118,3 \frac{1}{\text{m} \cdot \text{T}} \pm 117,399 \frac{1}{\text{m} \cdot \text{T}}$$

$$\Delta \frac{e}{m} = |a \cdot 4U| \cdot \Delta a + |2a^2| \cdot \Delta U$$

$$\Delta \frac{e}{m} = \pm 0,027 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

$$\text{bei } U=301,6\text{V} \text{ und } a = 19975,947 \frac{1}{\text{m} \cdot \text{T}} \pm 347,847 \frac{1}{\text{m} \cdot \text{T}}$$

$$\Delta \frac{e}{m} = |a \cdot 4U| \cdot \Delta a + |2a^2| \cdot \Delta U$$

$$\Delta \frac{e}{m} = \pm 0,085 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

6 Zusammenfassung und Diskussion

Der Krümmungsradius beträgt $r = 3259,0 \pm 161,88\text{mm}$ bei 260V und 10mA bei einer magnetischen Induktion $B = 16,6 * 10^{-6} T \pm 0,0653 * 10^{-6} T$.

Dabei ergeben sich aus der linearen Regression zwei Werte für die spezifische Ladung, die mittels Physikhelfer für Versuch E12 berechnet wurden. Hierbei wird der Einfluss des Erdmagnetfeldes auf ein Minimum reduziert.

bei U=260,1V

$$\frac{e}{m} = 2,320 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \pm 0,027 * 10^{11} \frac{C}{kg}$$

bei U=301,6V

$$\frac{e}{m} = 2,407 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \pm 0,085 * 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Für den Wert aus dem Tabellenbuch von $1,758 * 10^{11} \frac{C}{kg}$ ist eine Abweichung bei U = 260,1V von 32% und U = 301,6V von 36,9% .

Die Ergebnisabweichung ist somit sehr hoch.

Die Differenz ist zum einen durch systematische Fehler zu erklären, welche hier in Relation zu den statistischen Fehlern sehr klein sind, sowie der Versuchsaufbau an sich.

Anzuführende Ungenauigkeit ergibt sich aus:

1. Dem Verhältnis der zu messenden Elektronenauslenkung und dem Elektronenkegel
2. Mit zunehmender Dauer bildet sich eine Elektronenwolke welche den Elektronen Strahl beeinflusst
3. Ableseungenauigkeit an der Oszilloskopenröhre und Lineal (Parallaxefehler)
4. Bei er Versuchsanordnung an sich, treten durch das Lineal und die leicht gewölbten Röhre sicherlich die Größten Ungenauigkeiten auf
5. Dem nur annähernd realen homogenen Magnetfeld der Helmholtzspulen.

7 Literaturverzeichnis

https://wiki.physik.fu-berlin.de/praktikum/doku.php?id=spezifische_ladung

<http://www.cloudt.de/Dateien/PDF/1vertrau.pdf>

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf

Praktikum der Physik von Wilhelm Walcher 7. Auflage

Stochastik Formeln und Tabellen von Paetec

Das Neue Physikalische Praktikum Springer Verlag

Der kleine Helfer für das Physikalische Praktikum
(<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/>)

http://www.zum.de/Faecher/Gk/RP/8202_Material_-_Tabellensammlung_Chemie_-_Dichte_verschiedener_Stoffe.pdf ()

M7 Stoßpendel

1 Aufgabenstellung

Die Geschwindigkeit einer Luftgewehrkugel ist mit Hilfe des Stoßpendels zu bestimmen.

- 1.1 Die horizontale Auslenkung des Stoßpendels nach Eindringen der Luftgewehrkugel ist bei 2 unterschiedlichen Pendellängen jeweils mehrfach zu bestimmen.
- 1.2 Der Einfluss des Luftstoßes auf die Pendelauslenkung ist zu untersuchen.
- 1.3 Aus der auf Luftstoß korrigierten Pendelauslenkung ist die Geschwindigkeit zu berechnen.

Zusatzaufgabe:

- 1.4 Die Größenordnung der Dauer eines elastischen Stoßes ist aus dem Durchmesser des Abdrucks zu bestimmen, den eine Kugel beim Stoß gegen eine Platte hinterlässt.

2 Grundlagen zum Versuch

Eine sich schnell vollziehende Wechselwirkung zwischen Körpern bzw. Teilchen, wobei es zur Impuls- und Energieänderung der Körper kommt, bezeichnet man als Stoß.

Impulserhaltungssatz:

Summe der Impulse vor dem Stoß = Summe der Impulse nach dem Stoß, in einem abgeschlossenen System

$$P_{ges} = \sum m_i \vec{v}_i \quad (1)$$

Energieerhaltungssatz:

Da Energie sich lediglich von einer Form in eine andere umwandeln lässt, kann sie weder verloren gehen noch von selbst entstehen.

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = const. \quad (2)$$

Gerader Stoß

Stoßrichtung und Kugelmittelpunkte liegen auf einer Verbindungslinie

Schiefer Stoß

Bewegungsrichtung des stoßenden Körpers bildet mit der Mittelpunktgeraden einen Winkel

Unelastischer Stoß

Verformungen bleiben erhalten und Körper bewegen sich gemeinsam weiter, ein Teil der Bewegungsenergie geht in Verformungsenergie über

Elastischer Stoß

Körper deformieren sich nicht und es wird keine Bewegungsenergie in eine andere Energieform umgewandelt

Demzufolge handelt es sich in unserem Versuch um einen geraden unelastischen Stoß.

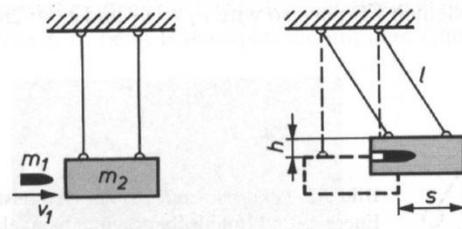


Abbildung 1: Ballistisches Pendel
(Quelle: Stroppe Physik)

Formeln zur Berechnung

Gemeinsame Geschwindigkeit c

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) c \quad \rightarrow \quad c = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

Energieänderung ΔE

$$\Delta E = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 \quad (4)$$

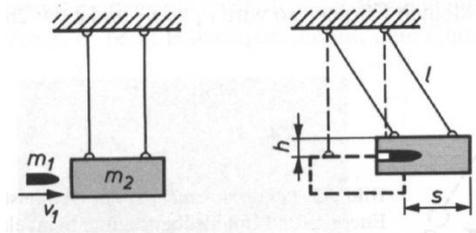


Abbildung 2: Ballistisches Pendel
(Quelle: Stroppe Physik)

Bei $v_2 = 0$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) \cdot c \quad c = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 \quad (5)$$

Und kinetische Energie

$$E_{kin} = m_1 \cdot v_1^2 / 2 \quad (6)$$

Für Pendelbewegung folgt

$$(m_1 + m_2) \frac{c^2}{2} = (m_1 + m_2) g h \quad (7)$$

Für die Auslenkung

$$s^2 = l^2 - (l - h)^2 = 2lh - h^2 \quad \approx 2lh \quad (h \ll l) \quad (8)$$

$$h = l - \sqrt{l^2 - s^2} \quad \text{und} \quad \text{abzüglich } s_{Luft}$$

$$h = l - \sqrt{l^2 - (s - s_{Luft})^2} \quad (9)$$

Aus (5),(7) und (9)

$$v_1 = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \sqrt{2g(l - \sqrt{l^2 - (s - s_{Luft})^2})} \quad (10)$$

Fehlerfortpflanzung

$$\Delta v = \left[\frac{\partial v}{\partial m}\right] \Delta m_1 + \left[\frac{\partial v}{\partial m}\right] \Delta m_2 + \left[\frac{\partial v}{\partial s}\right] \Delta s + \left[\frac{\partial v}{\partial l}\right] \Delta l \quad (11)$$

Mit $m_1 \ll m_2$ und $h \ll l$

$$v_1 = \left(\frac{m_2}{m_1}\right) \cdot (s - s_{Luft}) \sqrt{g/l} \quad (12)$$

Messergebnis mit Fehlerangabe $x = \bar{x} \pm \Delta x$ (13)

Mittelwert aus n Messungen $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ (14)

Standardabweichung $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ (15)

Abweichung der Einzelwerte vom Mittelwert $\delta_i = x_i - \bar{x}$ (16)

Durchschnittliche Abweichung $\delta_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\delta_i|$ (17)

Vertrauensbereich

Um den Mittelwert (P=99,73%)

t-Faktor aus Tabelle mit n=50

und P=99,73%, t=3,16

$$\Delta d_z = \pm \frac{t}{\sqrt{n}} \cdot s \quad (18)$$

Gesamtunsicherheit

$$\Delta d = \Delta d_z + \Delta d_s \quad (19)$$

3 Versuchsaufbau

3.1 Geräte

Pendel mit Knete ausgefüllt
Aufhängung
arretiertes Luftgewehr
Gewehrkugeln
Lineal zur Messung der Auslenkung
Waage



Abbildung 3: Versuchsaufbau
(Quelle: www.iep.ovgu.de/praktika/)

3.2 Durchführung

Zwecks Wägung ist der Pendelkörper aus den Aufhängefäden auszuhängen. Die Massezunahme nach Einschuss ist bei den nachfolgenden Messungen zu berücksichtigen, sofern die Kugeln nicht entfernt werden.

Die mittlere Kugelmasse ist durch Wägung von mindestens 10 Kugeln zu ermitteln. Das Einschussloch ist nach jedem Schuss abzudecken.

Der Pendelkörper ist mittels Vertikal- und Horizontalverstellung und durch geeignete Fadenführung so zu justieren, dass die Kugel den Pendelkörper axial trifft und dieser bei der Auslenkung keine Schlingerbewegungen ausführt. Zur Variation der Pendellänge werden die Aufhängefäden nach Lösen der Klemmschrauben verkürzt; anschließend wird der Pendelkörper mit dem Hubtrieb auf die erforderliche Höhe abgesenkt.

Messungen der Auslenkung bei Luftstoß sind vor Beginn und nach Abschluss der Messreihe nach 1.1 jeweils mindestens dreimal durchzuführen.

Die Geschwindigkeit ist aus der horizontalen Pendelauslenkung nach Abzug der Auslenkung bei Luftstoß zu berechnen. Der (gegenüber der Pendellänge geringere) Abstand der Messskala vom Aufhängepunkt ist zu registrieren und erforderlichenfalls bei der Berechnung zu berücksichtigen.

Die Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Pendelauslenkung ist herzuleiten.

Zusatz:

Zur Bestimmung der Größenordnung der Dauer eines (tatsächlich nicht vorliegenden) elastischen Stoßes lässt man eine Kugel aus Stahl, Hartgummi, Stein o. ä. aus einer Höhe $h < 20$ cm zwei- bis dreimal auf eine am Fußboden liegende Platte aus ähnlichem Material fallen, auf die unter Zwischenlegen eines dünnen weißen Bogens ein Blatt Blaupapier gelegt wurde. Die Abmessungen der Abdrücke werden an mehreren Stellen mit dem Messschieber bestimmt, daraus wird die maximale Eindringtiefe x der Kugel berechnet.

4 Messergebnisse

Messreihe 1

Masse der Kugel $m_1 = 496mg \pm 2mg$

Masse des Pendels $m_2 = 301100mg \pm 2mg$

Pendellänge $l_1 = 895mm \pm 1mm$

Luftstoßausl. (vor) s / [mm]	Auslenkung s / [mm]	Luftstoßausl. (nach) s / [mm]	Geschwindigkeit mit Formel (10) v / [m/s]
6	62	7	110,773
7	63	8	112,772
7	64	7	114,805
	64		114,805
	61		108,757
	64		114,805
	63		112,772
	64		114,805
	63		112,772
	62		110,773

Tabelle 1: Messreihe 1

Mittelwert der Auslenkung

$$\bar{s} = 63mm \pm 1,8mm$$

Mittelwert der Luftstoßausl.

$$\bar{s}_l = 7mm \pm 1,8mm$$

Aus (10)

$$v_1 = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \sqrt{2g(l - \sqrt{l^2 - (s - s_{Luft})^2})}$$

$$v_1 = \left(1 + \frac{301100mg}{496mg}\right) \sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{m}{s^2} \cdot (0,895m - \sqrt{(0,895m)^2 - (0,056m)^2})}$$

$$v_1 = 112,772m/s$$

Messreihe 2

Masse der Kugel $m_1 = 496mg \pm 2mg$

Masse des Pendels $m_2 = 301100mg \pm 2mg$

Pendellänge $l_2 = 1423mm \pm 1mm$

Luftstoßausl. (vor) s / [mm]	Auslenkung s / [mm]	Luftstoßausl. (nach) s / [mm]	Geschwindigkeit Mit Formel(10) v / [m/s]
8	80	9	114,715
9	79	8	113,117
8	77	7	109,921
	78		111,519
	80		114,715
	77		109,921
	81		116,313
	81		116,313
	79		113,117
	80		114,715

Tabelle 2: Messreihe 2

Mittelwert der Auslenkung

$$\bar{s} = 79,2mm \pm 2,3mm$$

Mittelwert der Luftstoßausl.

$$\bar{s}_l = 8,2mm \pm 2,0mm$$

Aus (10)

$$v_1 = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \sqrt{2g(l - \sqrt{l^2 - (s - s_{Luft})^2})}$$

$$v_1 = \left(1 + \frac{301100mg}{496mg}\right) \sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{m}{s^2} \cdot (1,423m - \sqrt{(1,423m)^2 - (0,071m)^2})}$$

$$v_1 = 113,371m/s$$

5 Messunsicherheiten

Messunsicherheiten der Messgeräte:

Lineal $\Delta s = \pm 0,5\text{mm}$

Maßband $\Delta l = \pm 0,5\text{mm}$

Feinmesswaage $\Delta m = \pm 1\text{mg}$

Messfehler der Masse und Pendellänge

$$\Delta m = \Delta m_{\text{sys}} + \Delta m_{\text{zuf}} = 1\text{mg} + 1\text{mg} = \pm 2\text{mg}$$

$$\Delta l = \Delta l_{\text{sys}} + \Delta l_{\text{zuf}} = 0,5\text{mm} + 0,5\text{mm} = \pm 1\text{mm}$$

Messfehler der Auslenkungen aus Messreihe 1

Mittelwert der Auslenkung

$$\bar{s} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} s_i = 63\text{mm}$$

Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (s_i - 63\text{mm})^2}{10-1}} = 1,05\text{mm}$$

Vertrauensbereich

$$\Delta s_{\text{zuf}} = \pm \frac{3,957}{\sqrt{10}} \cdot 1,05\text{mm} = 1,32\text{mm}$$

$$\Delta s = \Delta s_{\text{sys}} + \Delta s_{\text{zuf}}$$

$$\Delta s = 0,5\text{mm} + 1,32\text{mm} = 1,83\text{mm}$$

$$\Delta s = \pm 1,8\text{mm}$$

Mittelwert der Luftstoßausl.

$$\bar{s}_l = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 s_{li} = 7\text{mm}$$

Standardabweichung

$$s_l = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (s_{li} - 7\text{mm})^2}{6-1}} = 0,63\text{mm}$$

Vertrauensbereich

$$\Delta s_{l\text{zuf}} = \pm \frac{4,904}{\sqrt{6}} \cdot 0,63\text{mm} = 1,27\text{mm}$$

$$\Delta s_l = \Delta s_{l\text{sys}} + \Delta s_{l\text{zuf}}$$

$$\Delta s_l = 0,5\text{mm} + 1,27\text{mm} = 1,77\text{mm}$$

$$\Delta s_l = \pm 1,8\text{mm}$$

Messfehler der Auslenkungen aus Messreihe 2

Mittelwert der Auslenkung

$$\bar{s} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} s_i = 79,2 \text{ mm}$$

Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (s_i - 79,2 \text{ mm})^2}{10-1}} = 1,48 \text{ mm}$$

Vertrauensbereich

$$\Delta s_{zuf} = \pm \frac{3,957}{\sqrt{10}} \cdot 1,48 \text{ mm} = 1,85 \text{ mm}$$

$$\Delta s = \Delta s_{sys} + \Delta s_{zuf}$$

$$\Delta s = 0,5 \text{ mm} + 1,85 \text{ mm} = 2,35 \text{ mm}$$

$$\Delta s = \pm 2,4 \text{ mm}$$

Mittelwert der Luftstoßausl.

$$\bar{s}_l = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 s_{li} = 8,2 \text{ mm}$$

Standardabweichung

$$s_l = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (s_{li} - 8,2 \text{ mm})^2}{6-1}} = 0,75 \text{ mm}$$

Vertrauensbereich

$$\Delta s_{l,zuf} = \pm \frac{4,904}{\sqrt{6}} \cdot 0,75 \text{ mm} = 1,51 \text{ mm}$$

$$\Delta s_l = \Delta s_{l,sys} + \Delta s_{l,zuf}$$

$$\Delta s_l = 0,5 \text{ mm} + 1,51 \text{ mm} = 2,01 \text{ mm}$$

$$\Delta s_l = \pm 2,0 \text{ mm}$$

Fehlerfortpflanzung für Messreihe 1

$$\Delta v = \left[\frac{\partial v}{\partial m_1} \right] \Delta m_1 + \left[\frac{\partial v}{\partial m_2} \right] \Delta m_2 + \left[\frac{\partial v}{\partial s} \right] \Delta s + \left[\frac{\partial v}{\partial s_l} \right] \Delta s_l + \left[\frac{\partial v}{\partial l} \right] \Delta l$$

Ableitung nach m_1

$$\left| \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot (l - \sqrt{l^2 - (s - s_l)^2}) \cdot m_2}}{m_1^2} \right| \Delta m_1 = \left| \frac{\sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0,895 \text{ m} - \sqrt{(0,895 \text{ m})^2 - (0,056 \text{ m})^2}) \cdot 301100 \text{ mg}}}{(496 \text{ mg})^2} \right| \cdot 2 \text{ mg}$$

$$= 0,454 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ableitung nach m_2

$$\left| \left(\frac{1+m_1}{m_1} \right) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (l - \sqrt{l^2 - (s - s_l)^2})} \right| \Delta m_2 =$$

$$\left| \left(\frac{1+496 \text{ mg}}{496 \text{ mg}} \right) \cdot \sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,895 \text{ m} - \sqrt{(0,895 \text{ m})^2 - (0,056 \text{ m})^2})} \right| \cdot 2 \text{ mg}$$

$$= 0,372 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ableitung nach l

$$\left| \frac{g \cdot (m_1 + m_2) \left(1 - \frac{l}{\sqrt{l^2 - (s-s_l)^2}} \right)}{\sqrt{2 \cdot g \cdot (l - \sqrt{l^2 - (s-s_l)^2})} \cdot m_1} \right| \Delta l = \left| \frac{9,807 \frac{m}{s^2} (301596 mg) \left(1 - \frac{0,895 m}{\sqrt{(0,895 m)^2 - (0,056 m)^2}} \right)}{\sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{m}{s^2} (0,895 m - \sqrt{(0,895 m)^2 - (0,056 m)^2})} \cdot 496 mg} \right| \cdot 1 mm$$

$$= 0,063 \frac{m}{s}$$

Ableitung nach s

$$\left| \frac{g \cdot (m_1 + m_2) (s - s_l)}{\sqrt{2 \cdot g \cdot (l - \sqrt{l^2 - (s-s_l)^2})} \cdot m_1 \cdot \sqrt{l^2 - (s-s_l)^2}} \right| \Delta s = \left| \frac{9,807 \frac{m}{s} \cdot (301596 mg) (0,056 m)}{\sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{m}{s^2} \cdot (0,895 m - \sqrt{(0,895 m)^2 - (0,056 m)^2})} \cdot 496 mg \cdot \sqrt{(0,798 m)^2}} \right| \cdot 1,8 mm$$

$$= 3,628 \frac{m}{s}$$

Ableitung nach s_l

$$\left| \frac{g \cdot (m_1 + m_2) (s - s_l)}{\sqrt{2 \cdot g \cdot (l - \sqrt{l^2 - (s-s_l)^2})} \cdot m_1 \cdot \sqrt{l^2 - (s-s_l)^2}} \right| \Delta s_l = \left| \frac{9,807 \frac{m}{s} \cdot (301596 mg) (0,056 m)}{\sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{m}{s^2} \cdot (0,895 m - \sqrt{(0,895 m)^2 - (0,056 m)^2})} \cdot 496 mg \cdot \sqrt{(0,798 m)^2}} \right| \cdot 1,8 mm$$

$$= 3,628 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v = 0,454 \frac{m}{s} + 0,372 \frac{m}{s} + 0,063 \frac{m}{s} + 3,628 \frac{m}{s} + 3,628 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v = \pm 8,145 \frac{m}{s}$$

Somit ergibt sich die größte Abweichung aus der Messung der Auslenkung!

Fehlerfortpflanzung für Messreihe 2

Ableitung nach m_1

$$\left| \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot (l - \sqrt{l^2 - (s - s_l)^2})} \cdot m_2}{m_1^2} \right| \Delta m_1 = \left| \frac{\sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{m}{s^2} (1,423m - \sqrt{(1,423m)^2 - (0,071m)^2})} \cdot 301100mg}{(496mg)^2} \right| \cdot 2mg$$
$$= 0,456 \frac{m}{s}$$

Ableitung nach m_2

$$\left| \left(\frac{1+m_1}{m_1} \right) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (l - \sqrt{l^2 - (s - s_l)^2})} \right| \Delta m_2 =$$
$$\left| \left(\frac{1+496mg}{496mg} \right) \cdot \sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{m}{s^2} \cdot (1,423m - \sqrt{(1,423m)^2 - (0,071m)^2})} \right| \cdot 2mg$$
$$= 0,374 \frac{m}{s}$$

Ableitung nach l

$$\left| \frac{g \cdot (m_1 + m_2) \left(1 - \frac{l}{\sqrt{l^2 - (s - s_l)^2}} \right)}{\sqrt{2 \cdot g \cdot (l - \sqrt{l^2 - (s - s_l)^2})} \cdot m_1} \right| \Delta l = \left| \frac{9,807 \frac{m}{s^2} \cdot (301596mg) \left(1 - \frac{1,423m}{\sqrt{(1,423m)^2 - (0,071m)^2}} \right)}{\sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{m}{s^2} (1,413m - \sqrt{(1,423m)^2 - (0,071m)^2})} \cdot 496mg} \right| \cdot 1mm$$
$$= 0,04 \frac{m}{s}$$

Ableitung nach s

$$\left| \frac{g \cdot (m_1 + m_2) (s - s_l)}{\sqrt{2 \cdot g \cdot (l - \sqrt{l^2 - (s - s_l)^2})} \cdot m_1 \cdot \sqrt{l^2 - (s - s_l)^2}} \right| \Delta s =$$
$$\left| \frac{9,807 \frac{m}{s^2} \cdot (301596mg) (0,071m)}{\sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{m}{s^2} \cdot (1,423m - \sqrt{(1,423m)^2 - (0,071m)^2})} \cdot 496mg \cdot \sqrt{(2,02m)^2}} \right| \cdot 2,4mm$$
$$= 3,835 \frac{m}{s}$$

Ableitung nach s_l

$$\left| \frac{g \cdot (m_1 + m_2)(s - s_l)}{\sqrt{2 \cdot g \cdot (l - \sqrt{l^2 - (s - s_l)^2})} \cdot m_1 \cdot \sqrt{l^2 - (s - s_l)^2}} \right| \Delta s =$$

$$\left| \frac{9,807 \frac{m}{s} \cdot (301596 mg)(0,071 m)}{\sqrt{2 \cdot 9,807 \frac{m}{s^2} \cdot (1,423 m - \sqrt{(1,423 m)^2 - (0,071 m)^2})} \cdot 496 mg \cdot \sqrt{(2,02 m)^2}} \right| \cdot 2 mm$$

$$= 3,196 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v = 0,456 \frac{m}{s} + 0,374 \frac{m}{s} + 0,04 \frac{m}{s} + 3,835 \frac{m}{s} + 3,196 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v = \pm 7,901 \frac{m}{s}$$

Auch hier geht die größte Abweichung aus der Auslenkung hervor!

6 Zusammenfassung und Diskussion

Geschwindigkeit der Kugel aus Messreihe 1

$$v_1 = 112,772 \frac{m}{s} \pm 8,145 \frac{m}{s} \quad \Delta v_{rel} \pm 7,22\%$$

Geschwindigkeit der Kugel aus Messreihe 2

$$v_1 = 113,371 \frac{m}{s} \pm 7,901 \frac{m}{s} \quad \Delta v_{rel} \pm 6,97\%$$

Wie aus den Geschwindigkeitswerten und der Fehlerfortpflanzung zu erkennen ist resultiert aus einer Verlängerung des Pendels um ca.60% eine Verringerung der Abweichung um ca. 0,25%.

Hierbei resultieren die größten Abweichungen aus der Auslenkung selbst, sowie die Berücksichtigung des Luftstoßes bei der Auslenkung.

Auch muss beachtet werden, dass es sich nicht um einen idealen zentralen und geraden Stoß handelt, sondern leichte Torsionsbewegungen auftreten.

Eine weitere und auch die größte Fehlerquelle stellt das Ablesen der Auslenkung dar. Hier sollte die Auslenkung mit Hilfe einer Kamera gemessen werden.

Eine Verfälschung der Ergebnisse aufgrund sich ändernder Oberflächenstruktur des Einschusskörpers ist nicht festzustellen.

Bei der Länge des Fadens müsste noch untersucht werden ob diese eine gewichtigere Rolle spielt, da man sehen konnte, dass das Geschoss im Mittel 0,5m/s schneller war im Vergleich zur ersten Messreihe. Ebenfalls sollte dann auch sichergestellt werden, dass die Luftreibung des Einschusskörpers verkleinert wird z.B. Durch eine spitze an der Rückwand.

7 Literaturverzeichnis

https://wiki.physik.fu-berlin.de/praktikum/doku.php?id=spezifische_ladung

<http://www.cloudt.de/Dateien/PDF/1vertrau.pdf>

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf

Praktikum der Physik von Wilhelm Walcher 7. Auflage

Stochastik Formeln und Tabellen von Paetec

Das Neue Physikalische Praktikum Springer Verlag

Der kleine Helfer für das Physikalische Praktikum
(<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/>)

http://www.zum.de/Faecher/Gk/RP/8202_Material_-_Tabellensammlung_Chemie_-_Dichte_verschiedener_Stoffe.pdf ()

W4 Spezifische Wärmekapazität von Festkörpern

1 Aufgabenstellung

Die spezifische Wärmekapazität zweier fester Probekörper ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen.

- 1.1 Die Wärmekapazität eines Kalorimeters ist mindestens zweimal nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist durch Extrapolation aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.
- 1.2 Die spezifische Wärmekapazität zweier Probekörper ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist wieder aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.
- 1.3 Die molare Masse des Probenmaterials ist nach der Regel von Dulong-Petit zu errechnen.

2 Grundlagen zum Versuch

Um die Wärmekapazität des Kalorimeters bestimmen zu können, legt man zu Grunde, dass die von der warmen Flüssigkeit in Form von Wärme abgegebene Energie gleich der von der kalten Flüssigkeit und der vom Kalorimeter aufgenommenen Energie ist. Die Wärmekapazität Q eines Körpers errechnet sich aus dem Produkt seiner spezifischen Wärmekapazität c , seiner Masse m und der Temperaturänderung dT .

Formeln

Grundlegende Formeln

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T \quad (1)$$

Q - Wärme

m - Masse des Körpers

$\Delta T = T_2 - T_1$ als Differenz der Endtemperatur und der Anfangstemperatur

c - spezifische Wärmekapazität des Stoffes

$$C = c \cdot m \quad (2)$$

C - Wärmekapazität des Körpers

aus (1) und (2) folgt

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad (3)$$

$$c_m = c \cdot M \quad (4)$$

C_m - Molwärme

M - Molare Masse des Stoffes

Bei festen Körpern, bei nicht zu niedrigen Temperaturen, gilt für die Molwärme die Dulong - Petit-Regel:

$$c_m = \frac{6}{2}R = 3R \quad [c_m] = \left[\frac{J}{K \cdot mol} \right] \quad (5)$$

wobei R die universelle Gaskonstante ist mit $R=8,314472 \frac{J}{K \cdot mol}$
(Gymnasium Tafelwerk Ernst Klett Verlag)

Mit dem Energieerhaltungssatz, dass die abgegebene Wärmeenergie des wärmeren Stoffes gleich der aufgenommenen Wärmeenergie vom Kalorimeter und des kälteren Stoffes ist, gilt unter folgenden Bedingungen:

- keine Aggregatzustandsänderung auftritt,
- es einer isobaren Mischung entspricht
- nur Flüssigkeiten gemischt werden

$$m_w \cdot c_w (\vartheta_w - \vartheta_m) = m_k \cdot c_k (\vartheta_m - \vartheta_k) + C_K (\vartheta_m - \vartheta_k) \quad (6)$$

umgestellt nach der Wärme des Kalorimeters C_k

Mischen von warmer Flüssigkeit in kalte Flüssigkeit

$$C_k = c_w \left[m_{ww} \frac{\vartheta_{ww} - \vartheta_M}{\vartheta_M - \vartheta_{kw}} - m_{kw} \right] \quad (7.1)$$

Mischen von kalter Flüssigkeit in warme Flüssigkeit

$$C_k = c_w \left[m_{kw} \frac{\vartheta_M - \vartheta_{kw}}{\vartheta_{ww} - \vartheta_M} - m_{ww} \right] \quad (7.2)$$

$$c_w = \text{spezifische Wärmekapazität des Wassers} = 4,19 \frac{J}{g \cdot K}$$

(Gymnasium Tafelwerk Ernst Klett Verlag)

m_{ww} = Masse warmes Wasser

m_{kw} = Masse kaltes Wasser

ϑ_{ww} = Temperatur warmes Wasser

ϑ_{kw} = Temperatur kaltes Wasser

ϑ_M = Temperatur nach dem Mischen

Berechnung der Wärmekapazität des Festkörpers gilt dann:

$$C_f = (c_w m_{kw} + C_k) \frac{(\vartheta_M - \vartheta_{kw})}{m_K (\vartheta_K - \vartheta_M)} \quad (8)$$

ϑ_K = Temperatur des Festkörpers

m_{kw} = Masse des Wassers

m_K = Masse des Festkörpers

c_K = spezifische Wärmekapazität des Festkörpers in $\left[\frac{J}{g \cdot K} \right]$

Für die Molare Masse des Stoffes ergibt sich damit aus (4) u. (5)

$$M = \frac{3R}{c} \quad (9)$$

3 Versuchsaufbau

Geräteliste

- Waage
- digitales Thermometer
- Stoppuhr
- Kalorimeter
- Zwei Festkörper

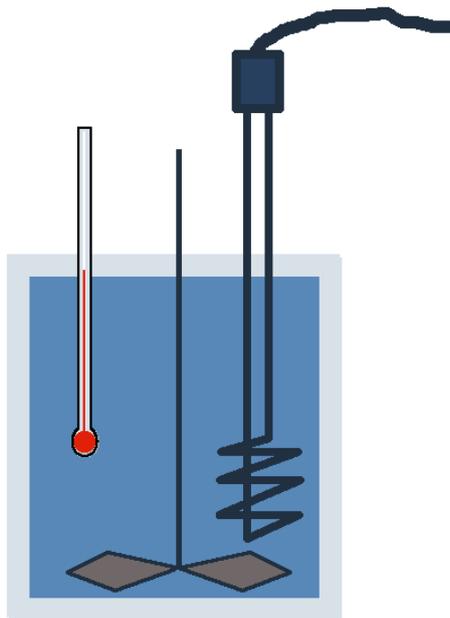


Bild 1: Kalorimeter
Quelle: <http://www.wasser-wiki.de>

4 Messergebnisse

Massenbestimmung

Messreihe	Masse Kalorimeter				
	leer m / [g]	mit kaltem Wasser m / [g]	mit warmen Wasser m / [g]	mit Körper 1 m / [g]	mit Körper 2 m / [g]
1	390,43	539,84	651,92	-	-
2	390,80	688,90	581,70	-	-
3	390,98	734,22	-	1163,60	-
4	391,77	691,18	-	-	783,00

Tabelle 1 Massenbestimmung

Aus den Differenzen der Massen ergeben sich folgende Messwerte:

Messreihe 1 Masse kaltes Wasser: $m_{kw} = 149,41\text{g} \pm 0,02\text{g}$
Masse warmes Wasser: $m_{ww} = 112,08\text{g} \pm 0,02\text{g}$

Messreihe 2 Masse kaltes Wasser: $m_{kw} = 107,20\text{g} \pm 0,02\text{g}$
Masse warmes Wasser: $m_{ww} = 190,90\text{g} \pm 0,02\text{g}$

Messreihe 3 Masse kaltes Wasser: $m_{kw} = 343,24\text{g} \pm 0,02\text{g}$
Masse Körper 1: $m_K = 429,38\text{g} \pm 0,02\text{g}$

Messreihe 4 Masse kaltes Wasser: $m_{kw} = 299,41\text{g} \pm 0,02\text{g}$
Masse Körper 2: $m_K = 91,82\text{g} \pm 0,02\text{g}$

Messreihe 1

Messreihe 1					
Bestimmung von C; warmes in kaltes Wasser					
Vorperiode		Mischperiode		Nachperiode	
$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$	$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$	$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$
30	22,2	301	22,1	320	38,0
60	22,2	302	25,1	350	37,8
90	22,2	303	28,3	380	37,6
120	22,2	304	30,9	410	37,5
150	22,2	305	35,3	440	37,4
180	22,2	306	36,3	470	37,3
210	22,2	307	36,8	500	37,2
240	22,2	308	37,2	530	37,1
270	22,2	309	37,5	560	37,0
300	22,2	310	37,6	590	36,9
		311	37,8		
		312	38,0		
		313	38,1		
		314	38,1		
		315	38,2		
		316	38,2		
		317	38,2		
		318	38,3		
		319	38,3		

Tabelle 2: Messreihe1

Diagramm mit Extrapolation und Bestimmung der Temperaturen

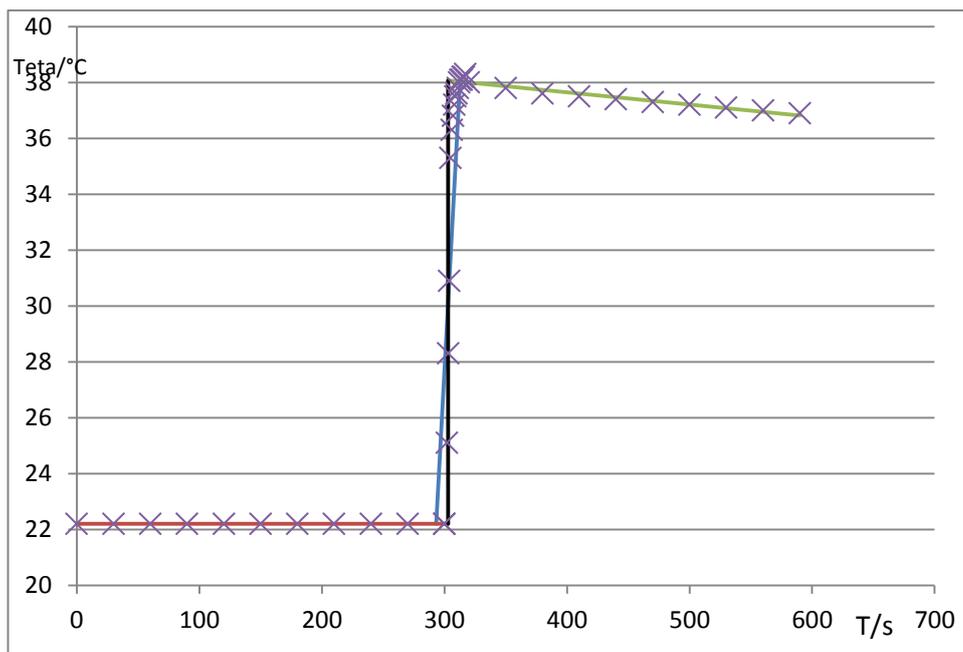


Diagramm 1: Extrapolation der Messreihe 1

Aus der Extrapolation von Messreihe 1 ergeben sich folgende Werte, die mit der vorhandenen Excel-Programmermittelt wurden:

$$\vartheta_{ww} = 61,1^{\circ}\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

$$\vartheta_{kw} = 22,2^{\circ}\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

$$\vartheta_M = 38,1^{\circ}\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

Berechnung von C_k aus den Massen und Temperaturen mit Formel (7.1)

$$C_k = c_w \left[m_{ww} \frac{\vartheta_{ww} - \vartheta_M}{\vartheta_M - \vartheta_{kw}} - m_{kw} \right]$$

$$C_k = 4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \left[112,08\text{g} \frac{61,1^{\circ}\text{C} - 38,1^{\circ}\text{C}}{38,1^{\circ}\text{C} - 22,2^{\circ}\text{C}} - 149,41\text{g} \right]$$

$$C_k = 4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \left[112,08\text{g} \frac{23\text{K}}{15,9\text{K}} - 149,41\text{g} \right]$$

$$C_{k1} = 53,29 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Hierzu sei noch gesagt, dass die Fehlerfortpflanzung im Kapitel 5 Messunsicherheiten erklärt wird!

Messreihe 2

Messreihe 2					
Bestimmung von C; kaltes in warmes Wasser					
Vorperiode		Mischperiode		Nachperiode	
$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$	$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$	$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$
30	80,3	301	75,3	320	56,6
60	79,5	302	75,1	350	56,5
90	79,0	303	74,1	380	56,4
120	78,3	304	72,9	410	56,3
150	77,8	305	71,6	440	56,3
180	77,2	306	68,7	470	56,2
210	76,7	307	65,9	500	56,0
240	76,2	308	63,6	530	55,9
270	75,8	309	61,9	560	55,8
300	75,4	310	60,2	590	55,7
		311	59,4		
		312	58,8		
		313	58,1		
		314	57,8		
		315	57,5		
		316	57,3		
		317	57,2		
		318	57,0		
		319	56,8		

Tabelle 3: Messreihe2

Diagramm mit Extrapolation und Bestimmung der Temperaturen

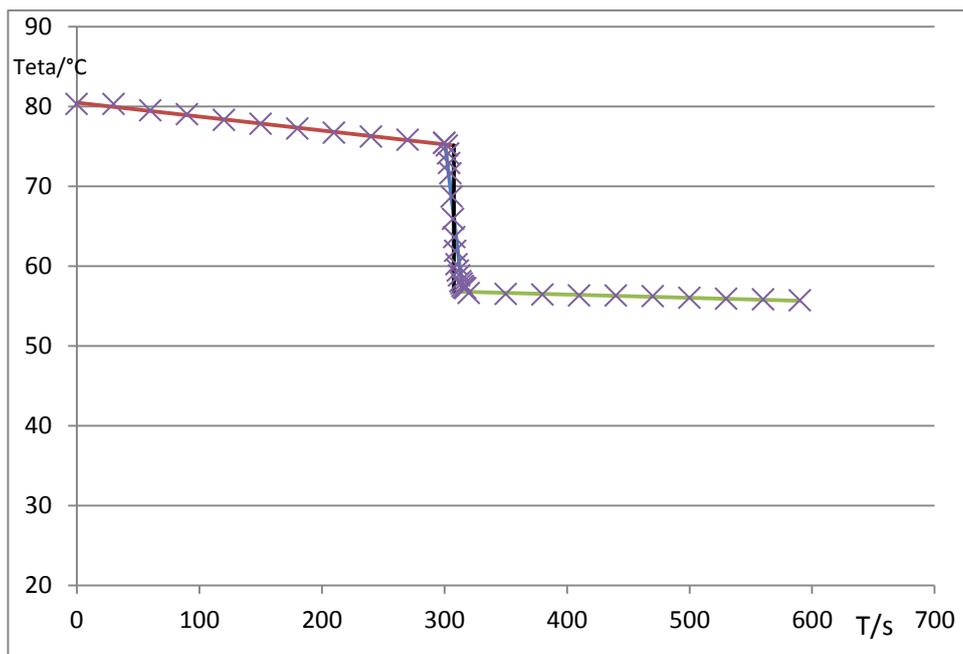


Diagramm 2: Extrapolation der Messreihe 2

Aus der Extrapolation von Messreihe 2 ergeben sich folgende Werte, die mit der vorhandenen Excel-Programmermittelt wurden:

$$\vartheta_{ww} = 75,1^{\circ}\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

$$\vartheta_{kw} = 22,0^{\circ}\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

$$\vartheta_M = 56,8^{\circ}\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

Berechnung von C_k aus den Massen und Temperaturen mit Formel (7.2)

$$C_k = c_w \left[m_{kw} \frac{\vartheta_M - \vartheta_{kw}}{\vartheta_{ww} - \vartheta_M} - m_{ww} \right]$$

$$C_k = 4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \left[107,2\text{g} \frac{56,8^{\circ}\text{C} - 22,0^{\circ}\text{C}}{75,1^{\circ}\text{C} - 56,8^{\circ}\text{C}} - 190,90\text{g} \right]$$

$$C_k = 4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \left[107,2\text{g} \frac{34,8\text{K}}{18,3\text{K}} - 190,90\text{g} \right]$$

$$C_{k2} = 54,28 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Zur Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters wird aus beiden Messreihen eine mittlere Wärmekapazität gebildet.

$$\overline{C_{k \text{ mittel}}} = \frac{1}{2} (C_{K1} + C_{K2})$$

$$\overline{C_{k \text{ mittel}}} = 53,79 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Messreihe 3

Messreihe 3					
Körper 1 (kaltes Wasser / warmer Körper)					
Vorperiode		Mischperiode		Nachperiode	
$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$	$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$	$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$
30	25,2	301	25,6	320	31,6
60	25,2	302	26,0	350	32,2
90	25,2	303	26,8	380	32,2
120	25,2	304	27,3	410	32,2
150	25,2	305	27,8	440	32,2
180	25,2	306	28,2	470	32,1
210	25,2	307	28,6	500	32,1
240	25,2	308	28,8	530	32,1
270	25,2	309	29,2	560	32,1
300	25,2	310	29,4	590	32,0
		311	29,7		
		312	29,9		
		313	30,1		
		314	30,3		
		315	30,5		
		316	30,7		
		317	30,9		
		318	31,1		
		319	31,3		

Tabelle 3: Messreihe3

Diagramm mit Extrapolation und Bestimmung der Temperaturen

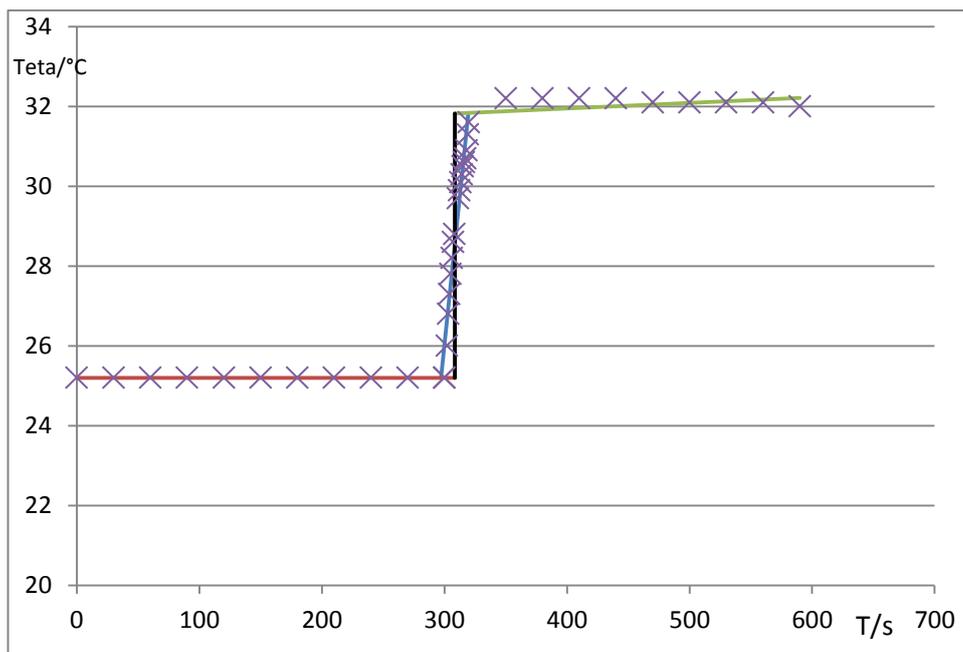


Diagramm 3: Extrapolation der Messreihe 3

Aus der Extrapolation von Messreihe 3 ergeben sich folgende Werte, die mit der vorhandenen Excel-Programmermittelt wurden:

$$\vartheta_K = 94,9^\circ\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

$$\vartheta_{kw} = 25,2^\circ\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

$$\vartheta_M = 31,5^\circ\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

Berechnung von C_k aus den Massen und Temperaturen mit Formel (7.2)

$$c_f = (c_w \cdot m_{kw} + C_k) \frac{(\vartheta_M - \vartheta_{kw})}{m_K(\vartheta_K - \vartheta_M)}$$

$$c_f = \left(4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \cdot 343,24\text{g} + 53,79 \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \cdot \left(\frac{31,5^\circ\text{C} - 25,2^\circ\text{C}}{429,38\text{g} \cdot (94,9^\circ\text{C} - 31,5^\circ\text{C})}\right)$$

$$c_f = \left(4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \cdot 343,24\text{g} + 53,79 \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \cdot \left(\frac{6,3\text{K}}{429,38\text{g} \cdot 63,4\text{K}}\right)$$

$$c_f = 0,345 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} = 345 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Der kupferfarbene Körper hat somit eine spezifische Wärmekapazität von

$$c_{f1} = 345 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Spezifische Wärmekapazität aus Tafelwerk

$$c_{f \text{ Kupfer}} = 389 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad (\text{Cu } 99,9\%)$$

(Gymnasium Tafelwerk Ernst Klett Verlag)

Messreihe 4

Messreihe 4					
Körper 2 (kaltes Wasser / warmer Körper)					
Vorperiode		Mischperiode		Nachperiode	
$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$	$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$	$t / [s]$	$\delta / [^{\circ}C]$
30	24,2	301	24,6	320	28,5
60	24,2	302	24,8	350	28,5
90	24,3	303	25,2	380	28,5
120	24,3	304	25,6	410	28,4
150	24,3	305	25,9	440	28,3
180	24,3	306	26,2	470	28,3
210	24,3	307	26,6	500	28,2
240	24,3	308	27,0	530	28,2
270	24,3	309	27,2	560	28,2
300	24,3	310	27,5	590	28,2
		311	27,7		
		312	27,8		
		313	28,0		
		314	28,1		
		315	28,2		
		316	28,3		
		317	28,4		
		318	28,4		
		319	28,4		

Tabelle 4: Messreihe 4

Diagramm mit Extrapolation und Bestimmung der Temperaturen

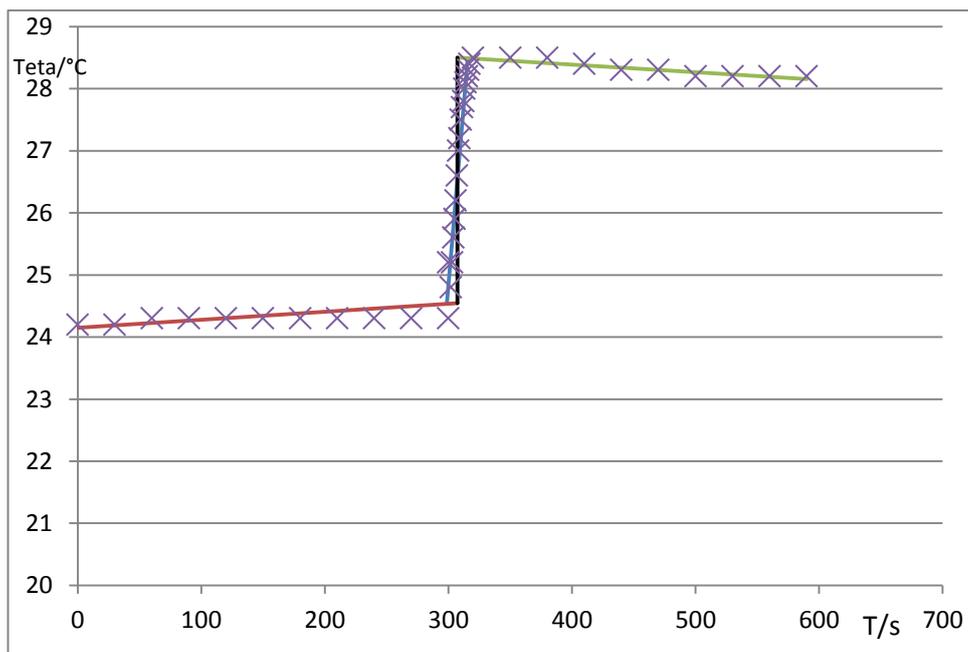


Diagramm 4: Extrapolation der Messreihe 4

Aus der Extrapolation von Messreihe4 ergeben sich folgende Werte, die mit der vorhandenen Excel-Programmermittelt wurden:

$$\vartheta_K = 97,3^\circ\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

$$\vartheta_{kw} = 24,2^\circ\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

$$\vartheta_M = 28,5^\circ\text{C} \pm 0,2\text{K}$$

Berechnung von C_k aus den Massen und Temperaturen mit Formel (7.2)

$$c_f = (c_w \cdot m_{kw} + C_k) \frac{(\vartheta_M - \vartheta_{kw})}{m_K(\vartheta_K - \vartheta_M)}$$

$$c_f = \left(4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \cdot 299,41\text{g} + 53,79 \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \cdot \left(\frac{(28,5^\circ\text{C} - 24,2^\circ\text{C})}{91,82\text{g} \cdot (97,3^\circ\text{C} - 28,5^\circ\text{C})}\right)$$

$$c_f = \left(4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \cdot 299,41\text{g} + 53,79 \frac{\text{J}}{\text{K}}\right) \cdot \left(\frac{4,3\text{K}}{91,82\text{g} \cdot 68,8\text{K}}\right)$$

$$c_f = 0,891 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} = 891 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Der aluminiumfarbene Körper hat somit eine spezifische Wärmekapazität von

$$c_{f2} = 891 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Spezifische Wärmekapazität aus Tafelwerk

$$c_{\text{Aluminium}} = 921 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

(Gymnasium Tafelwerk Ernst Klett Verlag)

Die Dulong-Petit-Regel

Die Dulong-Petit-Regel trifft zwei Vorhersagen:

Alle Festkörper haben dieselbe molare Wärmekapazität!

Die molare Wärmekapazität ist $c_m = 3 R$!

Daraus kann die Molmasse berechnet, sowie Aussagen zum tatsächlichen Werkstoff getroffen werden.

Somit ergibt sich aus Formel (3) und Formel (9)

$$c_f \cdot M_M = 3R$$

Und für die Molmasse eines Stoffes $M_M = \frac{3R}{c_f}$

$$M_M = \frac{3R}{c_f} = \frac{3 \cdot 8,314472 \frac{J}{mol \cdot K}}{c_f \frac{J}{g \cdot K}} = \frac{24,943416 \frac{g}{mol}}{c_f}$$

$$M_{Körper 1} = \frac{24,943416}{0,345} = 72,299 \frac{g}{mol}$$

$$M_{Körper 2} = \frac{24,943416}{0,891} = 27,995 \frac{g}{mol}$$

Zum Vergleich die Werte aus dem Tafelwerk *[7]

$$M_{Kupfer} = 64,267 \frac{g}{mol}$$

$$M_{Aluminium} = 26,981 \frac{g}{mol}$$

5 Messunsicherheiten

Messunsicherheiten der Messgeräte:

$$\text{Digital Thermometer} \quad \Delta\vartheta = \pm 0,2\text{K}$$

$$\text{Feinmesswaage} \quad \Delta m = \pm 0,01\text{g}$$

Messfehler der Masse und Temperaturen

$$\Delta m = \Delta m_{\text{sys}} + \Delta m_{\text{zuf}} = 0,01\text{g} + 0,01\text{g} = \pm 0,02\text{g}$$

$$\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_{\text{sys}} + \Delta\vartheta_{\text{zuf}} = 0,2\text{K} + 0,2\text{K} = \pm 0,4\text{K}$$

Fehlerfortpflanzung für Kalorimeter Messreihe 1 aus Formel (7.1)

Ableitung nach m_{ww}

$$\left| \frac{(\delta_{ww} - \delta_M) \cdot c_w}{\delta_M - \delta_{kw}} \right| \cdot \Delta m_{ww} = \left| 6,06 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \right| \cdot 0,02\text{g} = 0,12 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Ableitung nach m_{kw}

$$|c_w| \cdot \Delta m_{kw} = \left| 4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \right| \cdot 0,02\text{g} = 0,08 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Ableitung nach δ_{ww}

$$\left| \frac{m_{ww} \cdot c_w}{\delta_M - \delta_{kw}} \right| \cdot \Delta\delta_{ww} = \left| 29,54 \frac{\text{J}}{\text{K}^2} \right| \cdot 0,4\text{K} = 11,82 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Ableitung nach δ_{kw}

$$\left| \frac{m_{ww} \cdot c_w \cdot (\delta_{ww} - \delta_M)}{(\delta_M - \delta_{kw})^2} \right| \cdot \Delta\delta_{kw} = \left| 42,72 \frac{\text{J}}{\text{K}^2} \right| \cdot 0,4\text{K} = 17,09 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Ableitung nach δ_M

$$\left| c_w \cdot \left(\frac{-m_{ww}}{\delta_M - \delta_{kw}} - \frac{m_{ww} \cdot (\delta_{ww} - \delta_M)}{(\delta_M - \delta_{kw})^2} \right) \right| \cdot \Delta\delta_M = \left| -72,26 \frac{\text{J}}{\text{K}^2} \right| \cdot 0,4\text{K} = 28,90 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Somit ergibt sich für den Kalorimeterwert 1

$$\Delta C_{K1} = 0,12 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 0,08 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 11,82 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 17,09 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 28,90 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta C_{K1} = \pm 58,01 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Fehlerfortpflanzung für Kalorimeter Messreihe 2 aus Formel (7.2)

Ableitung nach m_{kw}

$$\left| \frac{(\delta_M - \delta_{kw}) \cdot c_w}{\delta_{ww} - \delta_{ww}} \right| \cdot \Delta m_{kw} = \left| 7,97 \frac{J}{g \cdot K} \right| \cdot 0,02g = 0,16 \frac{J}{K}$$

Ableitung nach m_{ww}

$$|c_w| \cdot \Delta m_{ww} = \left| 4,19 \frac{J}{g \cdot K} \right| \cdot 0,02g = 0,08 \frac{J}{K}$$

Ableitung nach δ_{kw}

$$\left| -\frac{m_{kw} \cdot c_w}{\delta_{ww} - \delta_M} \right| \cdot \Delta \delta_{kw} = \left| -24,54 \frac{J}{K^2} \right| \cdot 0,4K = 9,82 \frac{J}{K}$$

Ableitung nach δ_{ww}

$$\left| \frac{-m_{kw} \cdot c_w \cdot (\delta_M - \delta_{kw})}{(\delta_{ww} - \delta_M)^2} \right| \cdot \Delta \delta_{ww} = \left| 46,68 \frac{J}{K^2} \right| \cdot 0,4K = 18,67 \frac{J}{K}$$

Ableitung nach δ_M

$$\left| c_w \cdot \left(\frac{m_{kw}}{\delta_{ww} - \delta_M} + \frac{m_{kw} \cdot (\delta_M - \delta_{kw})}{(\delta_{ww} - \delta_M)^2} \right) \right| \cdot \Delta \delta_M = \left| 71,22 \frac{J}{K^2} \right| \cdot 0,4K = 28,49 \frac{J}{K}$$

Somit ergibt sich für den Kalorimeterwert 2

$$\Delta C_{K2} = 0,16 \frac{J}{K} + 0,08 \frac{J}{K} + 9,82 \frac{J}{K} + 18,67 \frac{J}{K} + 28,49 \frac{J}{K}$$

$$\Delta C_{K2} = \pm 57,22 \frac{J}{K}$$

Zur Bestimmung der Abweichung der Wärmekapazität des Kalorimeters wird aus beiden Abweichungen der Messreihen eine mittlere Abweichung der Wärmekapazität gebildet.

$$\overline{\Delta C_{k \text{ mittel}}} = \pm \frac{1}{2} (\Delta C_{K1} + \Delta C_{K2})$$

$$\overline{\Delta C_{k \text{ mittel}}} = \pm 57,62 \frac{J}{K}$$

Somit entsteht eine hohe Abweichung, die bei über 100% liegt!?

Fehlerfortpflanzung für Messreihe 3 aus Formel (8)

Ableitung nach m_{wk}

$$\left| \frac{(\delta_M - \delta_{kw}) \cdot c_w}{(\delta_K - \delta_M) \cdot m_K} \right| \cdot \Delta m_{wk} = \left| 0,97 \times 10^{-3} \frac{J}{g^2 \cdot K} \right| \cdot 0,02g = 0,02 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Ableitung nach m_K

$$\left| \frac{m_{kw} \cdot c_w + c_k \cdot (\delta_M - \delta_{kw})}{(\delta_K - \delta_M) \cdot m_K^2} \right| \cdot \Delta m_K = \left| 0,8 \times 10^{-3} \frac{J}{g^2 \cdot K} \right| \cdot 0,02g = 0,02 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Ableitung nach C_K

$$\left| \frac{(\delta_M - \delta_{kw})}{(\delta_K - \delta_M) \cdot m_K} \right| \cdot \Delta C_K = \left| 0,23 \times 10^{-3} \frac{1}{g} \right| \cdot 57,62 \frac{J}{K} = 13,25 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Ableitung nach δ_{kw}

$$\left| \frac{-m_{kw} \cdot c_w + C_K}{(\delta_K - \delta_M) \cdot m_K} \right| \cdot \Delta \delta_{kw} = \left| 0,0548 \frac{J}{gK^2} \right| \cdot 0,4K = 21,92 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Ableitung nach δ_M

$$\left| \frac{(m_{kw} \cdot c_w + C_k) \cdot (\delta_M - \delta_{kw})}{(\delta_K - \delta_M)^2 \cdot m_K} + \frac{m_{kw} \cdot c_w + C_K}{(\delta_M - \delta_{kw}) \cdot m_K} \right| \cdot \Delta \delta_M = \left| 0,06025 \frac{J}{gK^2} \right| \cdot 0,4K = 24,10 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Ableitung nach δ_K

$$\left| \frac{-(\delta_M - \delta_{kw}) \cdot (m_{kw} \cdot c_w + C_K)}{(\delta_K - \delta_M)^2 \cdot m_K} \right| \cdot \Delta \delta_K = \left| 5,45 \times 10^{-3} \frac{J}{gK^2} \right| \cdot 0,4K = 2,18 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Somit beträgt die Abweichung der spezifischen Wärmekapazität von Körper 1

$$\Delta c_{f1} = 0 \frac{J}{Kg \cdot K} + 0 \frac{J}{Kg \cdot K} + 13 \frac{J}{Kg \cdot K} + 22 \frac{J}{Kg \cdot K} + 24 \frac{J}{Kg \cdot K} + 2 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

$$\Delta c_{f1} = \pm 61 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Fehlerfortpflanzung für Messreihe 4 aus Formel (8)

Ableitung nach m_{wk} und Ableitung nach m_K

kann man vernachlässigen! (sehr gering)

Ableitung nach C_K

$$\left| \frac{(\delta_M - \delta_{kw})}{(\delta_K - \delta_M) \cdot m_K} \right| \cdot \Delta C_K = \left| 0,68 \times 10^{-3} \frac{1}{g} \right| \cdot 57,62 \frac{J}{K} = 39,22 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Ableitung nach δ_{kw}

$$\left| \frac{-m_{kw} \cdot c_w + C_K}{(\delta_K - \delta_M) \cdot m_K} \right| \cdot \Delta \delta_{kw} = \left| 0,2071 \frac{J}{gK^2} \right| \cdot 0,4K = 82,84 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Ableitung nach δ_M

$$\left| \frac{(m_{kw} \cdot c_w + C_K) \cdot (\delta_M - \delta_{kw})}{(\delta_K - \delta_M)^2 \cdot m_K} + \frac{m_{kw} \cdot c_w + C_K}{(\delta_M - \delta_{kw}) \cdot m_K} \right| \cdot \Delta \delta_M = \left| 0,0567 \frac{J}{gK^2} \right| \cdot 0,4K = 22,68 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Ableitung nach δ_K

$$\left| \frac{-(\delta_M - \delta_{kw}) \cdot (m_{kw} \cdot c_w + C_K)}{(\delta_K - \delta_M)^2 \cdot m_K} \right| \cdot \Delta \delta_K = \left| 0,0129 \frac{J}{gK^2} \right| \cdot 0,4K = 5,18 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Somit beträgt die Abweichung der spezifischen Wärmekapazität von Körper 2

$$\Delta c_f = 39 \frac{J}{Kg \cdot K} + 83 \frac{J}{Kg \cdot K} + 23 \frac{J}{Kg \cdot K} + 5 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

$$\Delta c_{f2} = \pm 150 \frac{J}{Kg \cdot K}$$

Fehlerfortpflanzung der Molmassen

$$\text{Ableitung nach } c_f \quad \left| \frac{-3R}{c_f^2} \right| \cdot \Delta c_f = \pm \Delta c_f$$

Körper 1

$$\Delta M_{M1} = \left| 209,56 \frac{\frac{J}{mol \cdot K}}{\left(\frac{J}{g \cdot K}\right)^2} \right| \cdot 0,061 \frac{J}{g \cdot K} = 12,78 \frac{g}{mol}$$

Körper 2

$$\Delta M_{M2} = \left| 31,42 \frac{\frac{J}{mol \cdot K}}{\left(\frac{J}{g \cdot K}\right)^2} \right| \cdot 0,150 \frac{J}{g \cdot K} = 4,71 \frac{g}{mol}$$

6 Zusammenfassung und Diskussion

Wärmekapazität des Kalorimeters

$$C_K = 53,79 \frac{J}{K} \pm 57,62 \frac{J}{K}$$

Durch große Abweichungen im Bereich der Messfehler haben diese sich aufaddiert, so kam es zu einer größeren Abweichung als der errechnete Wert. Das lässt sich auf die große Fehlertoleranz schieben, da der statistische Fehler gleich dem systematischen Fehler ausgelegt wurde, da es bei einer Messreihe unmöglich ist einen konkreten statistischen Fehler rechnerisch zu ermitteln. Könnte man aus diesem Grund die Messreihe beliebig oft wiederholen würde man sicher feststellen, dass der statistische Fehler wesentlich kleiner ist als der systematische Fehler. Ebenfalls sollten dann genauere Messgerätschaften verwendet werden damit auch der systematische Fehler kleiner wird. Damit würde sich die Abweichung vom Realwert mit ziemlicher Sicherheit um mehr als 50% verkleinern.

Spezifische Wärmekapazität und Molmassen der Körper

Körper 1 – Kupfer

$$c_{f1} = 345 \frac{J}{kg \cdot K} \pm 61 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$M_{Körper\ 1} = 72,30 \frac{g}{mol} \pm 12,78 \frac{g}{mol}$$

Bei Körper 1 kann man mit großer Wahrscheinlichkeit davon ausgehen, dass es sich hier um Kupfer handelt. Das ist sehr naheliegend, da Kupfer mit $c = 389 \text{ J/kgK}$ sehr nahe am errechneten Wert liegt. Dazu kommt die molare Masse für Kupfer mit $M = 64,267 \text{ g/mol}$.

Körper 2 – Aluminium

$$c_{f2} = 891 \frac{J}{kg \cdot K} \pm 150 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$M_{Körper\ 2} = 27,99 \frac{g}{mol} \pm 4,71 \frac{g}{mol}$$

Bei Körper 2 kann man mit großer Wahrscheinlichkeit davon ausgehen, dass es sich hier um Aluminium handelt.

Ebenso kann man feststellen, dass der Kalorimeterwert bei der Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität eine untergeordnete Rolle spielt.

$$C_K \ll c_w \cdot m_{kw}$$

7 Literaturverzeichnis

- [1] <http://www.cloudt.de/Dateien/PDF/1vertrau.pdf>
- [2] http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf
- [3] Praktikum der Physik von Wilhelm Walcher 7. Auflage
- [4] Stochastik Formeln und Tabellen von Paetec
- [5] Das Neue Physikalische Praktikum Springer Verlag
- [6] Der kleine Helfer für das Physikalische Praktikum
(<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/>)
- [7] Gymnasium Tafelwerk Ernst Klett Verlag

M11 Trägheitsmomente aus Drehschwingungen

1 Aufgabenstellung

- 1.1 Die Winkelauslenkung des Zeigers der Schwingplatte ist in Abhängigkeit vom angreifenden Drehmoment zu messen und graphisch darzustellen. Das Direktionsmoment D der Spiralfeder ist daraus durch lineare Regression zu bestimmen (statische Methode).
- 1.2 Die Schwingungsdauer T der Schwingplatte mit aufgesetztem Vollzylinder ist in Abhängigkeit von dessen Abstand s von der Drehachse zu messen, die funktionale Abhängigkeit $T_2 = f(s_2)$ ist graphisch darzustellen, der Satz von Steiner ist zu bestätigen. Direktionsmoment D der Feder und Trägheitsmoment J der Schwingplatte sind durch lineare Regression zu ermitteln (dynamische Methode der D -Bestimmung).
- 1.3 Eine Koordinate des Massenmittelpunkts und eins der Hauptträgheitsmomente eines unregelmäßig geformten Körpers sind experimentell zu bestimmen.

2 Grundlagen zum Versuch

2.1 Formeln

2.1.1 Statische Methode zur Bestimmung des Direktionsmoment

$$D = -\frac{M_r}{\alpha} \quad (1)$$

D -Direktionsmoment
Mr -Rückstellmoment
 α -Drehwinkel

$$M_r = -M = -F_G * r \quad (2)$$

M -Drehmoment der Umlenkrolle
r -Radius der Umlenkrolle

aus (1) und (2) folgt:

$$D = -\frac{m * g * r}{\alpha} \quad (3)$$

$$\text{mit } r = \frac{1}{2}(d_R + d_F) \text{ (Rolle + Faden)} \quad (4)$$

Damit kann durch lineare Regression das Direktionsmoment anhand mehrerer Messwerte ermittelt werden.

$$\alpha(m) = a_1 m + a_0 \quad (5.1)$$

$$a_1 = \frac{gr}{D} \text{ bzw. } D = \frac{gr}{a_1} \quad (5.2)$$

2.2.2 Dynamische Methode zur Bestimmung des Direktionsmoment

Unter der Benutzung der Periodendauer für translatorische Schwingungen:

$$T = 2\pi * \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (6)$$

um sie in Abhängigkeit von J dem Trägheitsmoment und D dem Direktionsmoment zu setzen erhält man:

$$T = 2\pi * \sqrt{\frac{J}{D}} \quad (7)$$

Hierbei setzt sich das Trägheitsmoment J (Satz von Steiner) aus dem Trägheitsmoment des Zylinders J_z , dem des Drehtisches J_0 und dem Verschiebungsmoment J_v zusammen.

$$J_z = \frac{1}{2} m_z r_z^2 \quad (8.1)$$

$$J_v = m_z * s^2 \quad (8.2)$$

aus (6.1) folgt:

$$J_0 = \frac{b * D}{4\pi^2} - J_z \quad (8.3)$$

$$J = J_z + J_v + J_0 \quad (8.4)$$

wobei s - der Abstand des Zylinders von der Drehachse

b - der Achsenabschnitt durch lin. Regr. erhältlich

Damit folgt aus (5) und (6.4)

$$T = 2\pi * \sqrt{\frac{J_z + J_v + J_0}{D}} \quad (9.1)$$

daraus folgt nach dem quadrieren:

$$T^2 = 4\pi^2 * \frac{J_z + J_v + J_0}{D} = 4\pi^2 * \frac{J_z + m_z * s^2 + J_0}{D} = \frac{4\pi^2 (J_z + J_0)}{D} + \frac{4\pi^2 * m_z}{D} * s^2 \quad (9.2)$$

daraus folgt die Abhängigkeit von s^2 für T^2

$$T^2 = f(s^2) \quad (9.3)$$

Substituiert man mit:

$$b = \frac{4\pi^2 (J_z + J_0)}{D} \quad (10.1)$$

$$\text{und } a = \frac{4\pi^2 * m_z}{D} \quad (10.2)$$

erhält man:

$$T^2 = a s^2 + b \quad (10.3)$$

a - als Steigung

b - wie oben erwähnt als Schnitt der Ordinatenachse

aus (10.2) geht für D hervor:

$$D = \frac{4\pi^2 * m_z}{a} \quad (10.4)$$

2.1.3 Die Schwerpunktbestimmung

Durch die unregelmäßige Form des Versuchskörpers (mit der Masse m_K und dem Massenträgheitsmoment J_K) stimmt der Abstand s nicht mit der Entfernung des Massenmittelpunktes von der Drehachse des Drehtisches überein.

Für das Verschiebungsmoment nach Steiner (Formel 6.2) ergibt sich der Abstand des Massenmittelpunktes s_M vom Einsteckzapfen aus dem Abstand s vom Drehpunkt und einer unbekanntem Differenz. Hierzu wird die Abhängigkeit des Trägheitsmoments der schwingenden Anordnung von s genutzt.

$$J_0 + J(s) = J_0 + J_K + m_K \cdot (s - s_M)^2 = \frac{D}{4\pi^2} T^2 \quad (11)$$

Das Minimum des Graphen $J = f(s)$ liefert eines der Hauptträgheitsmomente und die Koordinate des Massenmittelpunkts in radialer Richtung.

Dies ist dann der Fall, wenn der Massenmittelpunkt des unregelmäßigen Körpers mit der Drehachse des Drehtisches zusammenfällt, d. h. wenn $s_M = s$.

Der Massenmittelpunkt liegt dann um s_M vom Mittelpunkt der Einsteckzapfen entfernt auf deren Mittelsenkrechten.

3 Versuchsaufbau

3.1 Geräteliste

Messschieber
Waage
digitalen Zeitmessgerätes



3.2 Durchführung

Quelle: http://www.iep.ovgu.de/praktika/praktika/grundpraktikum_i.html

Mindestens 10 unterschiedliche Drehmomente sind durch Anhängen von Hakengewichten (maximal 200 g) an einen um die Schnurrolle unter der Schwingplatte einlagig gewickelten Faden zu erzeugen. Das Drehmoment M ist aus Kraft und Radius der Schnurrolle, vermehrt um den Fadenradius, zu berechnen und als Funktion der Winkelauslenkung graphisch darzustellen.

D wird durch lineare Regression ermittelt.

Zur Messung der Schwingungsdauer dient eine Gabellichtschranke, die an den Eingang 1 eines digitalen Zeitmessgerätes 4-4 der Firma Phywe angeschlossen wird. Die Steuerimpulse zum Starten und Stoppen der Zeitmessung werden der gelben Buchse der oberen Buchsenreihe zugeführt, die Speisespannung der Lichtschranke von 5 V wird der roten Buchse der unteren Reihe entnommen. Die mit dem Massezeichen gekennzeichnete weiße Buchse ist gemeinsamer Bezugspol. Zur Messung der Dauer einer vollen Schwingung (Start mit dem ersten, Stop mit dem dritten Impuls) ist der Stufenschalter in Stellung 5 (von links) zu bringen. Messbereitschaft wird durch Druck der RESET-Taste hergestellt.

Die Schwingungsdauer T ist, beginnend mit $s = 0$, für sämtliche durch die Bohrungen im längeren, dem Zeiger abgewandten Teil der Schwingplatte vorgegebenen Abstände s der Zylinderachse von der Drehachse jeweils mindestens dreimal zu bestimmen. Die Startauslenkung des Zeigers an der Schwingplatte sollte im Bereich $40 \dots 60^\circ$ liegen und bei allen Messungen gleich sein.

Linearität der graphischen Darstellung $T^2 = f(s^2)$ bestätigt den Satz von Steiner, die funktionale Abhängigkeit ist herzuleiten. Durch lineare Regression wird aus dem Anstieg zunächst D und damit und mit dem aus Masse und Abmessung errechneten Trägheitsmoment des Zylinders aus dem Achsenschnittpunkt das Trägheitsmoment J der Schwingplatte bestimmt.

Der unregelmäßig geformte, zum Radius des Drehkreises symmetrische Körper wird in mindestens 10 unterschiedliche Steckpositionen bzw. Abstände s beiderseits der Drehachse gebracht. Abstände in Zeigerrichtung werden positiv, entgegengesetzt der Zeigerrichtung negativ gezählt.

Das Minimum des Graphen $J = f(s)$ liefert eines der Hauptträgheitsmomente und die Koordinate des Massenmittelpunkts in radialer Richtung.

Die übrigen Koordinaten ergeben sich aus Symmetriebetrachtungen. Der Massenmittelpunkt ist in eine maßstäbliche Darstellung des Körpers einzuzeichnen.

4 Messergebnisse

Statische Methode zur Bestimmung der Winkelrichtgröße

Messgeräte: Messschieber $\Delta_{sys} = \pm 0,1mm$
 Bügelmessschraube $\Delta_{sys} = \pm 0,01mm$
 Winkelmesser $\Delta_{sys} = \pm 1^\circ$

Durchmesser der Schnurrolle $d_R = 31,2mm \pm 0,1mm$

Durchmesser des Fadens $d_F = 0,11mm \pm 0,01mm$

Radius aus Formel (4) $r = \frac{1}{2}(d_R + d_F)$

$$r = \frac{1}{2}(31,2mm + 0,11mm) = 15,7mm$$

Tabelle 1: Messergebnisse der statischen Methode

Masse der Gewichte	Auslenkung	Auslenkung
m / [kg]	α / [°]	α / [rad]
0,02	9	0,1571
0,04	18	0,3142
0,06	27	0,4712
0,08	36	0,6283
0,10	44	0,7679
0,12	54	0,9425
0,14	63	1,0996
0,16	72	1,2566
0,18	82	1,4312
0,20	91	1,5882

somit kann die Direktionsgröße aus Formel (3) berechnet werden.

Berechnung nach Formel (3)

$$D = -\frac{m \cdot g \cdot r}{\alpha} = -\frac{0,02kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 15,7 \times 10^{-3} m}{9^\circ \cdot \pi \cdot 180^{\circ-1}} = -0,01961 \text{ Nm}$$

Umrechnung des Winkels ins Bogenmaß

$$\alpha' = \frac{\alpha \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{9^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = 0,1571$$

Ermittlung der Richtungsgröße durch lineare Regression mittels vorhandenen Praktikums Helfers.

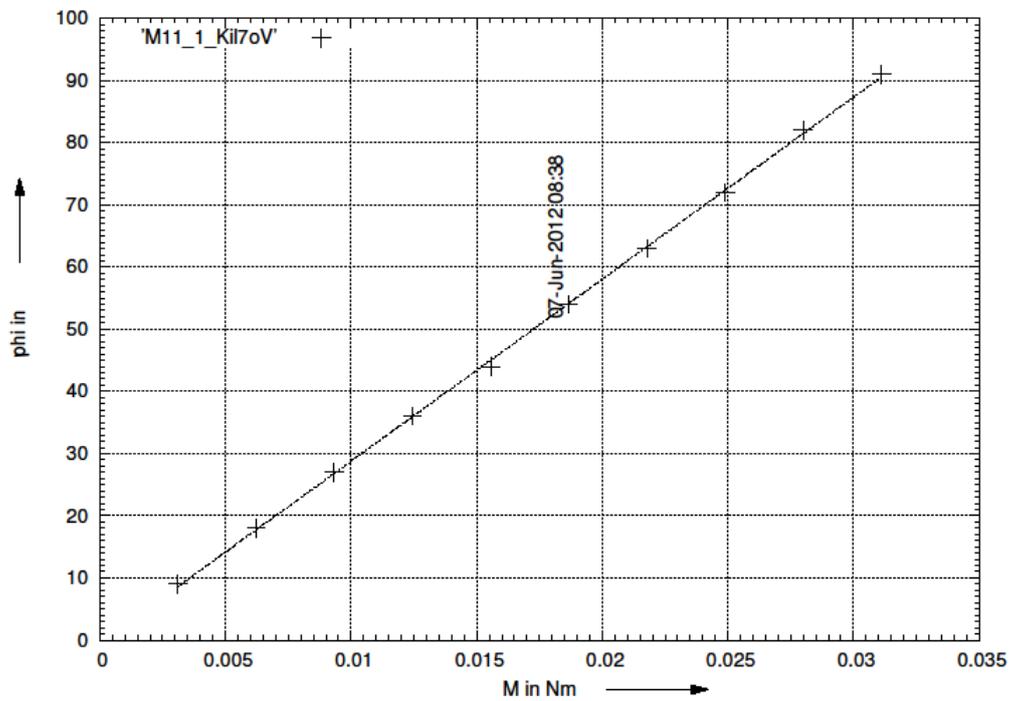


Diagramm 1: lineare Regression statische Methode

Aus der Regression lassen sich folgende Werte ermitteln:

Richtungsgröße aus der Regressionsgeraden:

$$D = 0,01933 \text{ Nm}$$

Mittlere Abweichung der Richtungsgröße:

$$\Delta D = 0,00012 \text{ Nm}$$

Dynamische Methode zur Bestimmung der Winkelrichtgröße

Masse des Zylinders $m_z = 179,70g \pm 0,01g$

Durchmesser des Zylinders $d_z = 32,2mm \pm 0,1mm$

$r_z = 16,1mm \pm 0,1mm$

Schwingungsdauer ohne Zylinder $T_0 = 0,784s \pm 0,001s$

Tabelle 2: Messergebnisse der dynamischen Methode

Abstand des Zylinders von der Drehachse s [mm]	Schwingungsdauer			
	T1 [s]	T2 [s]	T3 [s]	T mittel [s]
0	0,811	0,811	0,811	0,811
10	0,834	0,834	0,835	0,834
20	0,898	0,898	0,897	0,898
30	0,991	0,994	0,994	0,993
40	1,110	1,111	1,115	1,112
50	1,252	1,252	1,252	1,252
60	1,401	1,400	1,402	1,401
70	1,554	1,561	1,552	1,556
80	1,719	1,723	1,720	1,721
90	1,886	1,894	1,893	1,891

T^2 und s^2 werden mit linearer Regression ausgewertet.

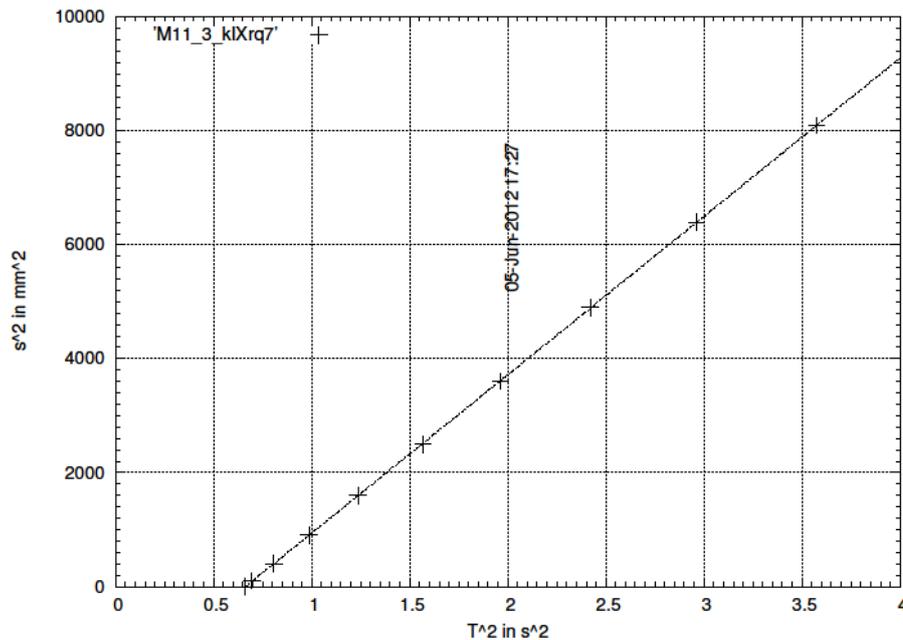


Diagramm 2: quadratische Regression

Aus dem Anstieg lässt sich bei bekannter Masse die Winkelrichtgröße D ermitteln und aus dem Ordinatenschnittpunkt die Summe $J_0 + J_z$ (Steinersche Anteil = 0).

Aus Formel (7.1) folgt
$$T^2 = \frac{4\pi^2 (J_z + J_0)}{D} + \frac{4\pi^2 \cdot m_z}{D} \cdot s^2$$

$$s^2 = \frac{D}{4\pi^2 \cdot m_z} \cdot T^2 - \frac{J_z + m_z s^2 + J_0}{m}$$

$$a = \frac{D}{4\pi^2 \cdot m_z} = 0,27793 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{s^2} \quad b = -\frac{J_z + J_0}{m} = -1,8391 \cdot 10^{-3} m^2$$

Daraus berechnen sich folgende Werte:

Direktionsmoment aus der Regressionsgeraden	$D = 0,01972 Nm$
mittlere Abweichung des Direktionsmomentes	$\Delta D = 0,00002 Nm$
Trägheitsmoment der Schwingplatte + Zylinder	$J_s = 0,0003305 kg m^2$
mittlere Abweichung	$\Delta J_s = 0,0000012 kg m^2$

Aus T_0 und D lässt sich das Trägheitsmoment der Schwingplatte berechnen.

$$J_0 = \frac{D \cdot T_0^2}{4\pi^2} = \frac{0,01972 Nm \cdot (0,784s)^2}{4\pi^2} = 0,003070 kg m^2$$

Trägheitsmoment der Schwingplatte $J_0 = 0,0003070 kg m^2$

Aus J_s und J_0 ermittelt man das Trägheitsmoment des Zylinders.
(Abstand des Zylinders von der Drehachse = 0 mm)

$$J_z = J_s - J_0 = 0,0003305 kg m^2 - 0,0003070 kg m^2 = 0,0000232 kg m^2$$

Trägheitsmoment des Zylinders aus der Regression $J_z = 0,0000232 kg m^2$

Zum Vergleich wird das Trägheitsmoment des Zylinders mit Formel (8.1) berechnet.

$$J_z = \frac{1}{2} m_z r_z^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,1797 kg \cdot (16,1 \cdot 10^{-3} m)^2 = 0,0000230 kg m^2$$

Bestimmung des Massenmittelpunktes und der Hauptträgheitsachse

Masse des unregelmäßigen Körper: $m_K = 276,02g \pm 0,01g$
Winkelrichtgröße D $D = 0,01972 Nm$

Tabelle 3: Messergebnisse zur Bestimmung des Massenmittelpunktes

Abstand des unregelmäßigen Körpers zur Drehachse s [mm]	Schwingungsdauer T mittel [s]	Trägheitsmomentes der schwingenden Anordnung J [kg m ²]
-60	1,335	0,0008902
-50	1,175	0,0006896
-40	1,042	0,0005424
-30	0,949	0,0004499
-20	0,910	0,0004136
-10	0,927	0,0004292
0	1,004	0,0005035
10	1,121	0,0006277
20	1,281	0,0008197
30	1,456	0,0010589
40	1,647	0,0013550
50	1,847	0,0017040
60	2,056	0,0021115
70	2,264	0,0025604

Abhängigkeit des Trägheitsmomentes der schwingenden Anordnung

$$J_0 + J(s) = J_0 + J_K + m_K \cdot (s - s_{min})^2 = \frac{D}{4\pi^2} T^2$$

Dabei trägt man das Gesamtträgheitsmoment ($J_0 + J(s)$), ermittelt durch $D/(4\pi^2 \cdot T^2)$ über s auf und führt eine quadratische Regression durch. Das Minimum dieser Funktion gibt die Lage des Schwerpunktes bezogen auf die geometrischen Abmessungen des Körpers wieder. Damit kann das Trägheitsmoment des Körpers bei bekannten J_0 berechnet werden.

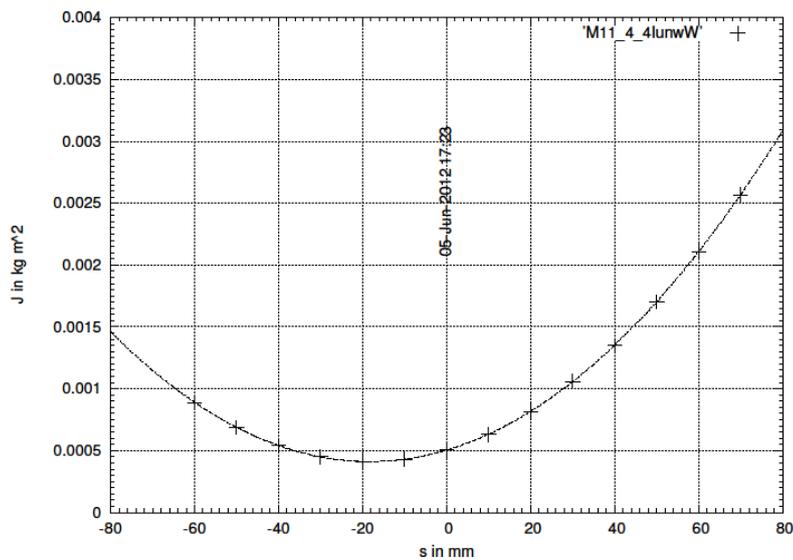


Diagramm 3: quadratische Regression

Koordinate bei minimalem Trägheitsmoment: $s = -18,35\text{mm}$

Somit liegt der Massenmittelpunkt des Körpers bei -18,35 mm von der „Einsteckachse“ entfernt, das entspricht **22,35 mm** von der Körperkante auf der Mittellinie (siehe Zeichnung).

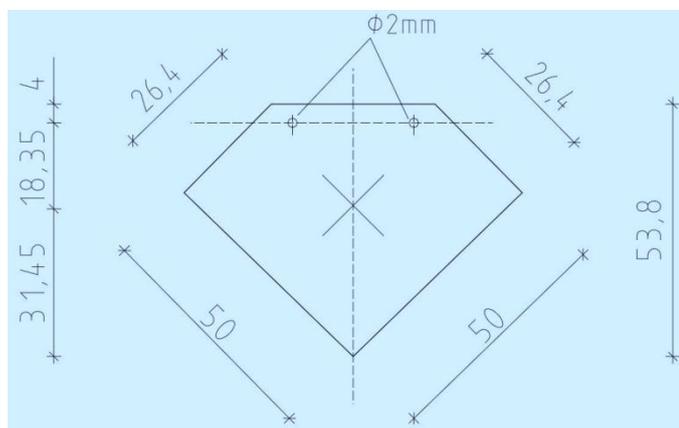


Bild 1: Skizze des Körpers

Berechnung des Trägheitsmomentes des Körpers:

$$J_k = \frac{D}{4\pi^2} T^2 - J_0 - m_K \cdot (s - s_{min})^2$$

$$J_k = (0,0005035 - 0,0003070 - 0,27602 \cdot (-0,01835)^2) \text{kg m}^2$$

$$\mathbf{J_K = 0,0001035 \text{ kg m}^2}$$

5 Messunsicherheiten

Messunsicherheiten der Messgeräte:

Messschieber $\Delta s = \pm 0,1 \text{ mm}$

Stoppuhr $\Delta t = \pm 0,001 \text{ s}$

Winkelmessung $\Delta \varphi = \pm 1^\circ$

Waage $\Delta m = 0,01 \text{ g}$

Messfehler der statischen Methode

Hier wurde die Winkelrichtgröße mittels linearer Regression bestimmt und die Abweichung über den Praktikumshefter ermittelt.

Mittlere Abweichung der Winkelrichtgröße: $\Delta D = \pm 0,00012 \text{ Nm}$

Messfehler der dynamischen Methode

Auch hier wurde die Winkelrichtgröße mittels linearer Regression bestimmt.

Mittlere Abweichung der Winkelrichtgröße: $\Delta D = \pm 0,00002 \text{ Nm}$

Mittlere Abweichung des Trägheitsmomentes: $\Delta J_s = \pm 0,0000012 \text{ kg m}^2$

Fehlerfortpflanzung des Trägheitsmomentes der Schwingplatte

$$\Delta J_0 = \left| \frac{T_0^2}{4\pi^2} \right| \Delta D + \left| \frac{D \cdot T_0}{2\pi^2} \right| \Delta T_0 = 0,0000003 \text{ kg m}^2 + 0,0000008 \text{ kg m}^2$$

$$\Delta J_0 = \pm 0,0000011 \text{ kg m}^2$$

Fehlerfortpflanzung des Trägheitsmomentes des Zylinders

$$\Delta J_z = \Delta J_s + \Delta J_0 = 0,0000012 \text{ kg m}^2 + 0,0000011 \text{ kg m}^2$$

$$\Delta J_z = \pm 0,0000023 \text{ kg m}^2$$

Messfehler des Massenmittelpunktes und des Trägheitsmomentes

Fehlerfortpflanzung des Trägheitsmomentes der Anordnung bei $s = 0$

$$\Delta J_s = \left| \frac{T_0^2}{4\pi^2} \right| \Delta D + \left| \frac{D \cdot T_0}{2\pi^2} \right| \Delta T_0 = 0,0000005 \text{ kg m}^2 + 0,0000010 \text{ kg m}^2$$

$$\Delta J_s = \pm 0,0000015 \text{ kg m}^2$$

Fehlerfortpflanzung des „Steinerschen Anteils“ bei $s = 0$

$$\Delta J(s) = |(s - s_{\min})^2| \Delta m_k + |2m_k(s - s_{\min})| \Delta s$$

$$\Delta J(s) = 0,0000034 \text{ kg m}^2 + 0,0000101 \text{ kg m}^2$$

$$\Delta J(s) = \pm 0,0000135 \text{ kg m}^2$$

Fehlerfortpflanzung des Trägheitsmomentes des Körpers

$$\Delta J_k = \Delta J_0 + \Delta J_s + \Delta J(s)$$

$$\Delta J_k = \pm 0,0000161 \text{ kg m}^2$$

Der Fehler der Koordinate des Massenmittelpunktes hat viele Einflussfaktoren (Direktionsgröße, Trägheitsmoment der Anordnung, Schwingungsdauer und der gemessene Abstand). Der relative Fehler dieser Größen beläuft sich auf etwa 10%-15%. Also kann man davon ausgehen, dass man den Fehler auf mindestens $\pm 10\%$ festlegen sollte.

$$\Delta s = |22,35 \cdot 10\%| \approx 2,4 \text{ mm}$$

$$\Delta s = \pm 2,4 \text{ mm}$$

6 Zusammenfassung und Diskussion

Das Direktionsmoment nach der statischen Methode aus der Regression beträgt:

$$D_s = (19,33 * 10^3 \pm 0,12 * 10^3) Nm$$

Dagegen das Direktionsmoment mit der dynamischen Methode beträgt:

$$D_d = (19,72 * 10^3 \pm 0,02 * 10^3) Nm$$

Das Trägheitsmoment der Schwingplatte ergibt sich aus der Differenz vom gesamt Trägheitsmoment J_s und dem Trägheitsmoment des Zylinders J_z :

$$J_s = 0,3305 g m^2 \pm 0,0012 g m^2$$

$$J_z = 0,0232 g m^2 \pm 0,0023 g m^2$$

$$J_0 = J_s - J_z = (0,3075 \pm 0,0035) g m^2$$

Der Steinersche Satz ist dahingehend bestätigt das die Linearität gegeben ist die aus ihm hervorgeht, sowie beim Steinerschen Anteil von 0 die Ordinate geschnitten wird und Schwingplatte sowie Zylinder eine gemeinsame Drehachse besitzen.

Die Koordinate bei minimalem Trägheitsmoment liegt bei: $s = -(18,35 \pm 2,4) mm$. Somit liegt der Massenmittelpunkt des Körpers bei $-18,35 mm$ von der „Einsteckachse entfernt“, das entspricht etwa $22,35 mm \pm 2,4 mm$ Körperkante auf der Mittellinie (siehe Zeichnung). Dazu noch einmal die Grafische Veranschaulichung

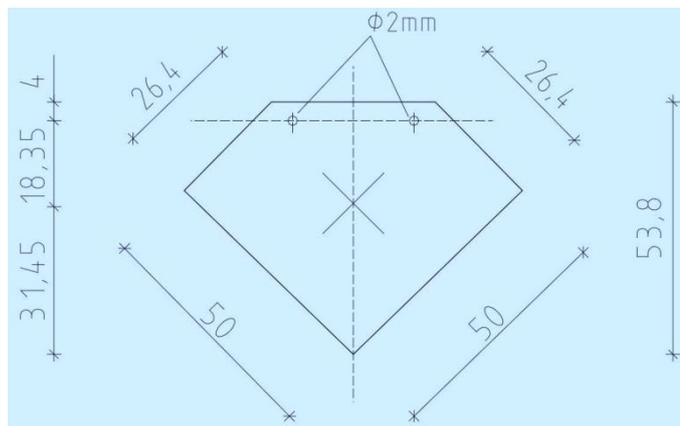


Bild 1: Skizze des Körpers

Dazu liegt eines der Hauptträgheitsmomente bei

$$J_K = 0,1035 g m^2 \pm 0,0161 g m^2$$

7 Literaturverzeichnis

- [1] <http://www.cloudt.de/Dateien/PDF/1vertrau.pdf>
- [2] http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf
- [3] Praktikum der Physik von Wilhelm Walcher 7. Auflage
- [4] Stochastik Formeln und Tabellen von Paetec
- [5] Das Neue Physikalische Praktikum Springer Verlag
- [6] Der kleine Helfer für das Physikalische Praktikum
(<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/>)

O3 Krümmungsradius von Linsen und Spiegeln

1 Aufgabenstellung

- 1.1 Die Krümmungsradien der beiden konvexen Flächen einer Sammellinse sind nach der Methode von Kohlrausch durch lineare Regression zu bestimmen. Aus den beiden Krümmungsradien ist die Brennweite der Sammellinse zu berechnen.
- 1.2 Die Krümmungsradien der beiden konkaven Flächen einer Zerstreuungslinse sind mit Hilfe des Autokollimationsverfahrens zu bestimmen. Aus den Krümmungsradien ist die Brennweite zu berechnen.
- 1.3 Krümmungsradius und Brennweite eines Hohlspiegels sind durch Autokollimation zu bestimmen.
- 1.4 Die Krümmungsradien der beiden sphärischen Flächen einer Linse sind mit dem Ringsphärometer (Tiefentaster) mehrfach zu bestimmen. Aus den Krümmungsradien ist die Brennweite zu berechnen.

2 Grundlagen zum Versuch

Kohlrausch

Zwei Lichtpunkte vor einer konvexen Linse mit dem Abstand X zur optischen Achse und einem Abstand x zur Linse, projizieren $Y=X'$ und $y=x'$ welche durch ein Fernrohr und mit Hilfe einer Skala an der Linse abgelesen werden können.

Hierfür ergibt sich mit dem Strahlensatz:

$$\frac{X}{x} = \frac{X'}{x'} = \frac{Y}{y} \quad (1)$$

Damit gilt für den Krümmungsradius:

$$r = \frac{2 \cdot y \cdot X}{Y - 2X} \quad (2)$$

Für den Brennpunkt folgt:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) * \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (3)$$

r - Radius der Seiten der Linse (bei konvex positiv bzw. konkav negativ)

f - Funktion für den Brennpunkt

n - Kronglas=1,52

Autokollimation

Eine nahezu punktförmige Lichtquelle, im Brennpunkt der Linse, wird mit einer Sammellinse und einem Planspiegel so ausgerichtet, dass hinter der Linse ein achsenparalleles Lichtbündel entsteht. Der Planspiegel wird dabei das Lichtbündel reflektieren, welche dann wieder im Brennpunkt liegt. Nach der Einstellung wird die Linse um 180° gedreht und die Einstellung von neuem Vorgenommen.

Daraus ergibt sich:

$$s = s_1 + s_2 = 2g + h \quad (4)$$

$$\text{mit } g = \frac{1}{4} \left[(d - h) - \frac{(b_1 - b_2)^2}{d - h} \right] \quad (5)$$

wobei h hier wieder nahezu Null ist, aufgrund der dünnen Linse.

$b_1 - b_2$ ist hier die Verschiebung beim drehen der Linse, diese kann an einer Marke an der Linse abgelesen werden.

Ringsphärometer

Zum messen der Tiefe der Linse für den Krümmungsradius:

$$r = \frac{d^2}{8t} + \frac{t}{2} \quad (6)$$

d - Durchmesser des Hohlzylinders auf welchem die Linse liegt

t - Tiefe der Linse

Brennweite mit (3)

Hohlspiegel

Mit Hilfe des Autokollimationsverfahrens wird der Radius r des konkaven Spiegels bestimmt.

Daraus ergibt sich dann die Brennweite x mit

$$f = \frac{r}{2} \quad (7)$$

3 Versuchsaufbau

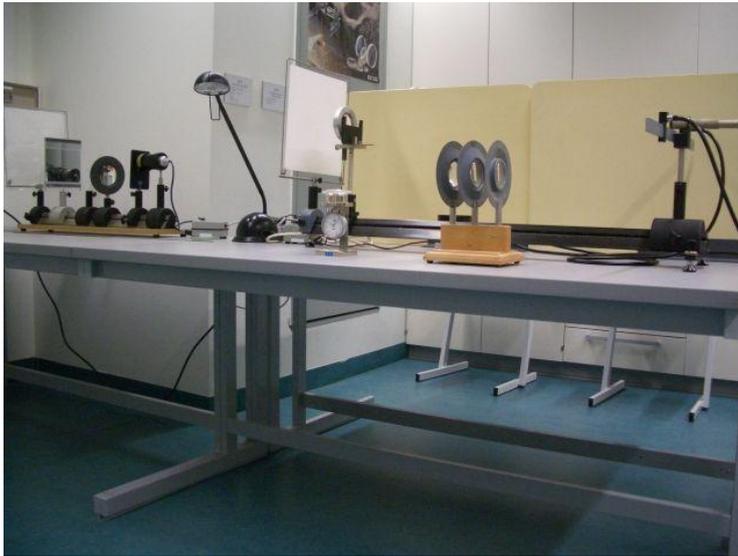


Bild1: Aufbau des Versuchs zur Ermittlung von Brennweiten verschiedener Linsen

3.1 Versuchsdurchführung

Bei der Methode nach Kohlrausch entstehen durch Reflexion an der vorderen (zu vermessenden) und an der hinteren Linsenfläche zwei Bilder jeder Lichtmarke, die sich durch ihre Eigenschaften (umgekehrt/aufrecht, reell/virtuell) unterscheiden. Die optischen Elemente sind zunächst so zu justieren, dass beide Bildpunktpaare konzentrisch und etwa in gleicher Höhe liegen. Durch Abdecken einer der Lichtmarken ist zu entscheiden, welches Bildpunktpaar durch Spiegelung an der Vorderfläche der Linse entsteht. Die Entscheidung ist anhand einer Bildkonstruktion zu begründen. Achtung, das Fernrohr bewirkt Bildumkehr!

Für die beiden konvexen Linsenflächen sind zu je 10 unterschiedlichen Abständen G der Lichtmarken die Bildpunktstände B' zu messen; der Abstand der Lichtmarkenebene zur Linse bleibt dabei konstant. B' ist als Funktion von G graphisch darzustellen, der Krümmungsradius R ist durch lineare Regression zu bestimmen.

Der Berechnung der Brennweiten wird in allen Aufgaben der Brechungsindex von Kronglas $n = 1,52$ zugrunde gelegt.

Vor der Messung mit dem Ringsphärometer ist der Nullpunkt mit Hilfe einer ebenen Glasplatte zu bestimmen.

Der Durchmesser des Ringes ist, falls er nicht auf dessen Innenseite eingeprägt ist, mit dem Messschieber zu ermitteln.

4 Messergebnisse

Messergebnisse zu 1.1 (Kohlrausch)

Krümmungsradien der Sammellinse (konvexe Flächen)

Abstand der Lichtmarken zur Linse: $y = 721,0\text{mm}$

Messergebnisse zu Aufgabe 1.1

Nr.	Linsenseite "A" Bildpunktabstand X / [mm]	Linsenseite "B" Bildpunktabstand X / [mm]	Abstand der Lichtmarken Y / [mm]
1	2,6	4,0	50,0
2	5,6	6,0	90,0
3	8,0	8,6	130,0
4	10,0	12,0	170,0
5	12,0	15,0	210,0
6	14,8	17,4	250,0
7	16,8	20,6	290,0
8	19,2	23,8	330,0
9	21,4	26,0	370,0
10	23,8	28,4	410,0

Tabelle 1: Messergebnisse Aufgabe 1.1

Die Messergebnisse werden mittels Regression ausgewertet.

Die Berechnungsformel(2) für R wird nach $Y=f(X)$ umgestellt.

$$Y = \left(\frac{2 \cdot y}{R} - 2\right) \cdot X$$

mit dem Anstieg $a = \left(\frac{2 \cdot y}{R} - 2\right)$.

Daraus ergibt sich für R $R = \frac{2 \cdot y}{a+2}$

Das folgende Diagramm wurde mit linearer Regression ermittelt.

Die Werte für den Anstieg und dessen Abweichung direkt aus dem Praktikumshelfer übernommen.

Regression für R1

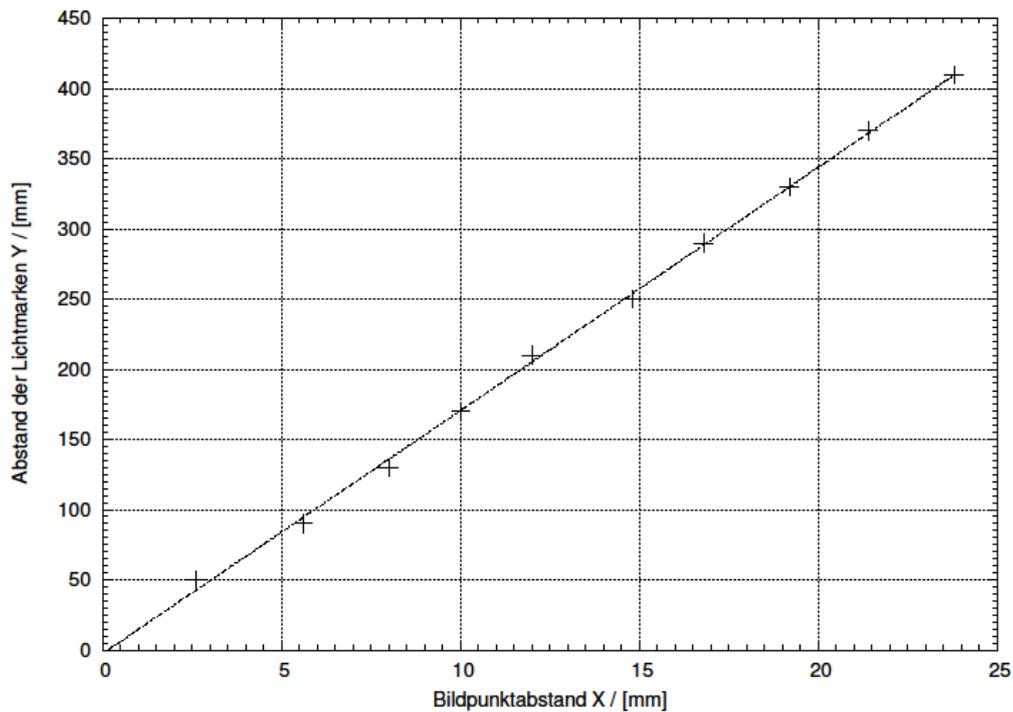


Diagramm 1: Regression der Messwerte für R1

Anstieg der Regressionsgeraden: $a = 17.32$

Ordinatenschnittpunkt: $b = -2.44$

mittlere Abweichung des Anstiegs: $\Delta a = \pm 0.21$

mittlere Abweichung des Ordinatenschnittpunkts: $\Delta b = \pm 3.15$

$$R1 = \frac{2 \cdot y}{a+2} = \frac{2 \cdot 721,00 \text{ mm}}{19,32} = 75 \text{ mm}$$

Regression für R2

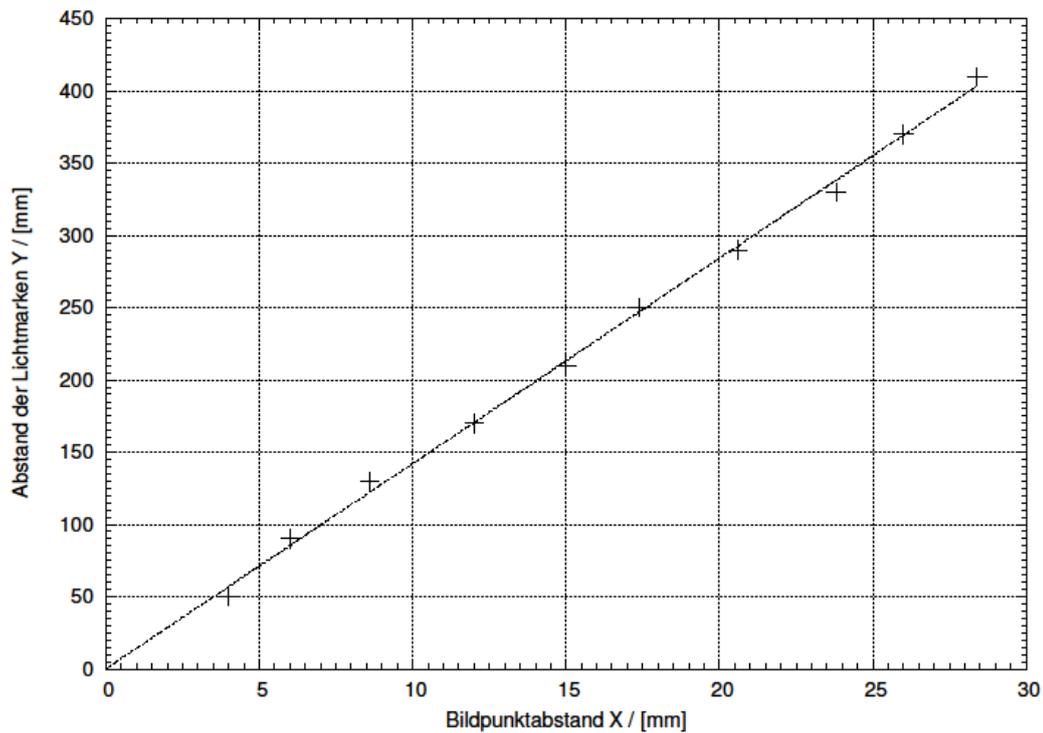


Diagramm 2: Regression der Messwerte für R2

Anstieg der Regressionsgeraden: $a = 14,20$

Ordinatenschnittpunkt: $b = 0,21$

mittlere Abweichung des Anstiegs: $\Delta a = \pm 0,22$

mittlere Abweichung des Ordinatenschnittpunkts: $\Delta b = \pm 4,07$

$$R2 = \frac{2 \cdot y}{a + 2} = \frac{2 \cdot 721,00 \text{ mm}}{16,20} = \mathbf{89 \text{ mm}}$$

Aus Formel (3) und $n=1,52$ (Kronglas) lässt sich nun die Brennweite berechnen.

$$\frac{1}{f} = (1,52 - 1) \cdot \left(\frac{1}{75 \text{ mm}} + \frac{1}{89 \text{ mm}} \right) = \frac{1}{0,0128 \text{ mm}}$$

Somit ergibt sich für die Brennweite $f = \mathbf{78 \text{ mm}}$

Messergebnisse zu 1.2 (Autokollimationsverfahren)

Krümmungsradien der Zerstreuungslinse (konkave Flächen)

$$R1 = 99\text{mm} \quad R2 = 102\text{mm}$$

Aus Formel (3) und $n=1,52$ (Kronglas) lässt sich nun die Brennweite berechnen.

$$\frac{1}{f} = (1,52 - 1) \cdot \left(\frac{1}{99\text{mm}} + \frac{1}{102\text{mm}} \right) = \frac{1}{0,01035\text{mm}}$$

Somit ergibt sich für die Brennweite $f = 97\text{mm}$

Messergebnisse zu 1.3 (Autokollimationsverfahren)

Krümmungsradius und Brennweite eines Hohlspiegels

$$R = 408\text{mm}$$

Aus Formel (7) wird die Brennweite berechnet.

$$f = \frac{R}{2} = \frac{408\text{mm}}{2} = 204\text{mm}$$

Messergebnisse zu 1.4 (Ringsphärometer)

Krümmungsradien zweier sphärischer Flächen einer Linse

$$\text{Durchmesser des Hohlzylinders} \quad d = 45\text{mm}$$

$$\text{Tiefe der Linse Seite 1} \quad t = 3,12\text{mm}$$

$$\text{Tiefe der Linse Seite 2} \quad t = 3,13\text{mm}$$

Die Berechnung des Radius erfolgt mit Formel (6)

$$R1 = \frac{d^2}{8t} + \frac{t}{2} = \frac{(45\text{mm})^2}{8 \cdot 3,12\text{mm}} + \frac{3,12\text{mm}}{2} = 83\text{mm}$$

$$R2 = \frac{d^2}{8t} + \frac{t}{2} = \frac{(45\text{mm})^2}{8 \cdot 3,13\text{mm}} + \frac{3,13\text{mm}}{2} = 83\text{mm}$$

Aus Formel (3) und $n=1,52$ (Kronglas) lässt sich nun die Brennweite berechnen.

$$\frac{1}{f} = (1,52 - 1) \cdot \left(\frac{1}{83\text{mm}} + \frac{1}{83\text{mm}} \right) = \frac{1}{0,01259\text{mm}}$$

Somit ergibt sich für die Brennweite $f = 80\text{mm}$

5 Messunsicherheiten

Messunsicherheiten der Messgeräte:

Lineal $\Delta_{\text{sys}} = \pm 0,5\text{mm}$

Maßband $\Delta_{\text{sys}} = \pm 0,5\text{mm}$

Ringsphärometer $\Delta_{\text{sys}} = \pm 0,01\text{mm}$

Messfehler der Abstandsmessung

$$\Delta(Y, X, y..) = \Delta_{\text{sys}} + \Delta_{\text{zuf}} = 0,5\text{mm} + 0,5\text{mm} = \pm 1\text{mm}$$

Fehlerfortpflanzung für Aufgabe 1

Fehler des Radius $R = \frac{2 \cdot y}{a+2}$

$$\Delta R1 = \left| \frac{-2y}{(a+2)^2} \right| \Delta a + \left| \frac{2}{(a+2)} \right| \Delta y = \left| \frac{-2 \cdot 721,0\text{mm}}{(17,3+2)^2} \right| \cdot 0,21 + \left| \frac{2}{(17,3+2)} \right| \cdot 1\text{mm}$$

$$\Delta R1 = 1,2\text{mm} + 0,1\text{mm} \rightarrow \Delta R1 = \pm 2\text{mm}$$

$$\Delta R2 = \left| \frac{-2y}{(a+2)^2} \right| \Delta a + \left| \frac{2}{(a+2)} \right| \Delta y = \left| \frac{-2 \cdot 721,0\text{mm}}{(14,2+2)^2} \right| \cdot 0,22 + \left| \frac{2}{(14,2+2)} \right| \cdot 1\text{mm}$$

$$\Delta R2 = 1,3\text{mm} + 0,12\text{mm} \rightarrow \Delta R2 = \pm 2\text{mm}$$

Fehler der Brennweite $\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} \right)$

$$\Delta \frac{1}{f} = \left| -\frac{n-1}{R1^2} \right| \Delta R1 + \left| -\frac{n-1}{R2^2} \right| \Delta R2 = 1,84 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}} + 1,31 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\Delta \frac{1}{f} = \pm 3,15 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}} \rightarrow f = \left(\frac{1}{f} \pm \Delta \frac{1}{f} \right)^{-1} \rightarrow 76\text{mm} \leq f \leq 80\text{mm}$$

$$\Delta f = \pm 2\text{mm}$$

Fehlerfortpflanzung für Aufgabe 2

$$\Delta R = \pm 1\text{mm}$$

$$\Delta \frac{1}{f} = \left| -\frac{n-1}{R1^2} \right| \Delta R1 + \left| -\frac{n-1}{R2^2} \right| \Delta R2 = 5,30 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{mm}} + 5,00 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\Delta \frac{1}{f} = \pm 10,30 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{mm}} \rightarrow f = \left(\frac{1}{f} \pm \Delta \frac{1}{f} \right)^{-1} \rightarrow 96\text{mm} \leq f \leq 98\text{mm}$$

$$\Delta f = \pm 1\text{mm}$$

Fehlerfortpflanzung für Aufgabe 3

$$\Delta R = \pm 1 \text{ mm} \text{ und aus } f = \frac{R}{2} \text{ folgt}$$

$$\Delta f = \pm 1 \text{ mm}$$

Fehlerfortpflanzung für Aufgabe 4

$$\text{Fehler des Radius } R = \frac{d^2}{8t} + \frac{t}{2}$$

$$\Delta d = \pm 0,5 \text{ mm} \quad \Delta t = \pm 0,02 \text{ mm}$$

$$\Delta R = \left| \frac{1}{2} - \frac{d^2}{8t^2} \right| \Delta t + \left| \frac{d}{4t} \right| \Delta d = \left| \frac{1}{2} - \frac{(45 \text{ mm})^2}{8 \cdot (3,130 \text{ mm})^2} \right| \cdot 0,02 \text{ mm} + \left| \frac{45 \text{ mm}}{(12,52 \text{ mm})} \right| \cdot 0,5 \text{ mm}$$

$$\Delta R = 0,41 \text{ mm} + 1,70 \text{ mm} \rightarrow \Delta R = \pm 2 \text{ mm}$$

$$\text{Fehler der Brennweite } \frac{1}{f} = (n-1) * \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\Delta \frac{1}{f} = \left| -\frac{n-1}{R_1^2} \right| \Delta R_1 + \left| -\frac{n-1}{R_2^2} \right| \Delta R_2 = 1,51 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}} + 1,51 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\Delta \frac{1}{f} = \pm 3,02 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{mm}} \rightarrow f = \left(\frac{1}{f} \pm \Delta \frac{1}{f} \right)^{-1} \rightarrow 78 \text{ mm} \leq f \leq 82 \text{ mm}$$

$$\Delta f = \pm 2 \text{ mm}$$

6 Zusammenfassung und Diskussion

1.1 Die Krümmungsradien der Sammellinse betragen:

$$R1 = 75\text{mm} \pm 2\text{mm}$$

$$R2 = 89\text{mm} \pm 2\text{mm}$$

woraus sich dann mit (3) die Brennweite der Sammellinse ergibt:

$$\mathbf{f = 78\text{mm} \pm 2\text{mm}}$$

1.2 Dagegen betragen die Krümmungsradien der konkaven Linsenseiten:

$$R1 = 99\text{mm} \pm 1\text{mm}$$

$$R2 = 102\text{mm} \pm 1\text{mm}$$

mit der Brennweite von

$$\mathbf{f = 97\text{mm} \pm 1\text{mm}}$$

1.3 Der durch Autokollimation bestimmte Krümmungsradius des Hohlspiegels beträgt:

$$R = 408\text{mm} \pm 1\text{mm}$$

mit der errechneten Brennweite von:

$$\mathbf{f = 204\text{mm} \pm 1\text{mm}}$$

1.4 Aus der Handhabe des Tiefentasters geht der Krümmungsradius

$$R1 = 83\text{mm} \pm 2\text{mm}$$

$$R2 = 83\text{mm} \pm 2\text{mm}$$

hervor mit der errechneten Brennweite von

$$\mathbf{f = 80\text{mm} \pm 2\text{mm}}$$

Da 1.1 und 1.4 sofern man von einer ähnlich gestalteten Sammellinse ausgehen kann, im Krümmungsradius nah beieinander liegt könnte man davon ausgehen, dass sich das Ergebnis dem wahren Wert nahe ist.

Wobei man dazu sagen muss, dass das Verfahren von Kohlrausch sehr ungenau erscheint, da die Radien sehr weit auseinander liegen.

Bei der Bestimmung der Brennweite mittels Ringsphärometer ist die mechanische Beanspruchung der Linse sehr groß.

7 Literaturverzeichnis

- [1] <http://www.cloudt.de/Dateien/PDF/1vertrau.pdf>
- [2] http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf
- [3] Praktikum der Physik von Wilhelm Walcher 7. Auflage
- [4] Stochastik Formeln und Tabellen von Paetec
- [5] Das Neue Physikalische Praktikum Springer Verlag
- [6] Der kleine Helfer für das Physikalische Praktikum
(<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/>)