

Wichtig: Lest euch diese paar Zeilen durch auch wenn Ihr dieses Dokument aus einem ganz anderen Grund runtergeladen und geöffnet habt!!!

Das vorliegende Dokument erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit oder Richtigkeit. Alle Fehler die während Abtestaten gefunden wurden, aber keine Überarbeitung erforderten, sind hier NICHT berichtet. Wie viele andere Praktikumsberichte, ist auch dieser, noch mit vielen Fehlern behaftet.

Schreibt also bitte weder aus diesem noch aus anderen Berichten einfach ab!

-Fehlerrechnung: Die Praktikumshefter liefern in manchen Fällen nur die systematischen Fehler. In dem Fall, dass eure Ergebnisse inklusive Fehler nicht den Literaturwert einschließen, sollte die Fehlerrechnung überarbeitet werden! Beispiel: Im Versuch „W5 – Kondensationswärme des Wasserdampfes“ (Seite 25) muss der Fehler mindestens 100% betragen, in unserem Fall waren es aber lediglich 50%. Der systematische Fehler (Seite 32) war zu gering anstatt 2K (Kelvin) müssen es 6K sein. Dies resultierte aus der Messmethode, da die beiden Thermometer jeweils einen Fehler von 2K aufweisen und nicht synchronisiert sind.

Wesentlich für dieses Praktikum ist die Fehlerrechnung! Auch wenn es manchmal an den Harren herbeigezogen wirkt, wie die Fehlerrechnung zustande kommt (pi*Daumen), sollte euer Hauptaugenmerk darauf liegen, die richtigen Gesamtfehler unter „Punkt 5.“ (allgemeine Nummerierung für Messunsicherheiten) aufzuführen. Denn sieht der Prüfende dort die richtige bzw. eine plausible Zahl, werdet ihr sehr viel weniger Fragen beantworten müssen, da euer Protokoll oftmals nicht so genau angeschaut wird, weil ja davon ausgegangen wird, dass ihr alles richtig gerechnet habt.

In fast allen unseren Berichten fehlt eine prosaische Versuchsbeschreibung, stattdessen klafft an diesen Stellen ein riesiges, selten nützliches Foto von der offiziellen OVGU-Praktikumsseite. Der Grund dafür liegt darin, dass wir erst im vorletzten Abtestat darauf angesprochen wurden. Eigentlich ist es stets erforderlich (spart aber viel Zeit, wenn man es nicht machen musste ☺).

Auf der zweiten Seite findet Ihr die Noten die Konrad und ich für die Berichte bekommen haben. Eine vage Orientierungshilfe damit Ihr die Qualität des Berichtes einschätzen könnt. Aber Vorsicht: Entscheidend ist das Abtestat für die Note. Selbst mit einem sehr guten Bericht kann man eine drei bekommen oder umgekehrt mit einem schlechten eine eins; abhängig davon, wie gut man seinen Kopf aus der Fragenschlinge zu ziehen weiß (Bsp „W5“: Hauptsätze der Thermodynamik? Bedeutung für diesen Versuch?). Erzählt euch also untereinander, was für Fragen gestellt wurden.

Warum wurden Fehler nicht behoben? Zu hoher Zeitaufwand, wie Ihr selbst merken werdet! Kein weiterer Nutzen, da insbesondere die Praktikumsnote NICHT in die Endnote (so zumindest in diesem Semester: „SS10“ der Fall) einfließt.

Hinweis zur Klausur: In diesem Semester „SS10“ und im letzten „SS09“ wurden ca 3-4 Wochen vor der Physik Klausur Aufgabenpools herausgegeben mit einer Größe von ca. 30 Aufgaben. Diese wurden in der sog. Konsultation ca 1-2 Wochen vor der Klausur auf einen Umfang von ca. 10 Aufgaben zusammengefasst. Von diesen 10 finden wiederum 4-6 fast unverändert (nur mit anderen Zahlenwerten damit man nichts Mitgebrachtes abgibt und vllt. anderen Beschreibungen, so wird aus einem Flugzeug ein Wetterballon oder ähnliche Späße) Eingang in die Klausur. Durchfallquote 10% und das sind die, die nicht mal die 10 Aufgaben am Ende auswendig gelernt haben...

Also lehnt euch bei Streitenberger zurück und genießt die Show!

Universität

Otto von Guericke Universität

Adresse

Universitätsplatz 2
39106 Magdeburg



Physikalisches Grundpraktikum

im Studiengang Systemtechnik und technische Kybernetik

Leitung

Dr. Ing. W. Knapp

Praktikanten

Konrad Krön

Daniel Keck

Ort

Fakultät für Naturwissenschaften

Institut für Experimentelle Physik

Zeitraum

Sommersemester 2010

Übersicht der Versuche

Versuchsnummer	Seite	Note
M1	3-14	1,0 wurde aus Absprachegründen nicht vergeben; es gab nur „bestanden“
M8	15-24	1,7
W5	25-33	2,0
O4	34-42	3,0
M7	43-49	1,0
E5	50-58	2,0 obwohl wir einen riesen Fehler gemacht haben

M 1 – Dichtebestimmung

1. Aufgabenstellung

Die Dichte eines kugelförmigen Probekörpers ist aus seiner geometrischen Abmessung und Masse zu bestimmen. Die Verteilung der gemessenen Durchmesser ist zu analysieren und die Messabweichungen sind anzugeben.

- 1.1. Der Durchmesser d des Körpers ist mit einer Bügelmessschraube 50-mal zu messen. Die Messwerte sind in sieben Klassen einzuteilen, die relativen Häufigkeiten sind als Histogramm darzustellen. Mittelwert, Standardabweichung und Vertrauensbereich sind zu berechnen und mit den Fehlergrenzen des Messgeräts zu vergleichen.
- 1.2. Der Durchmesser d ist mit Hilfe eines Messschiebers einmalig zu ermitteln.
- 1.3. Die Masse m des Körpers ist durch einmalige Wägung auf einer mechanischen Feinwaage zu bestimmen.
- 1.4. Die Dichte des Probekörpers ist einerseits aus 1.1 und 1.3 und andererseits aus 1.2 und 1.3 zu berechnen. Außerdem sind die Größtabweichungen der Dichte zu bestimmen, die sich in beiden Fällen durch lineare Fehlerfortpflanzung aus den Größtabweichungen der gemessenen Größen ergeben. Anhand beider Messergebnisse ist zu überprüfen, ob sich die Ergebnisintervalle überlappen.
- 1.5. Die Dichte des Probekörpermaterials ist durch Kombination der Messergebnisse aus 1.1 und 1.3 aller Versuchsgruppen an Kugeln gleicher Dichte (gleiche Farbe), aber unterschiedlicher Masse durch lineare Regression zu berechnen. Dazu ist die funktionale Abhängigkeit des Kugelvolumens V von der Masse m , $V = V(m)$ sowie die Regressionsgerade graphisch darzustellen, die mittleren Abweichungen der Regressionsparameter sind anzugeben.

2. Grundlagen zum Versuch

Die Termini und zugehörigen mathematischen Formeln werden nach der Reihenfolge ihres Auftretens in der Aufgabenstellung erklärt.

Die relative Häufigkeit H_r gibt die Anzahl A von Objekten x mit einer bestimmten Eigenschaft $\varepsilon(x)$ gegenüber der Gesamtanzahl B von Objekten x einer Grundmenge G an, die auch Objekte ohne diese Eigenschaft enthält.

$$H_r = \frac{A_{x:\varepsilon(x)}}{B_x} \quad (2.1)$$

Da anzunehmen ist, dass gemessene Werte um einen angenommenen wahren, nicht empirisch belegbaren Wert (Erwartungswert μ) statistisch streuen, also Fehler verschiedenen Vorzeichens mit gleicher Häufigkeit eingehen, ist der beste in einer n -Mal wiederholten Messung anzugebende Wert das arithmetische Mittel:

$$\bar{x}_{arith} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}. \quad (2.2)$$

Als ein Maß für die Streuung solcher zufälliger Fehler gilt die sog. empirische Standardabweichung s_x bzw. σ_{n-1} . Sie ist der mittlere quadratische Fehler von der Einzelmessung zum Mittelwert also auch ein Maß für die Qualität des Messverfahrens.

$$s_x = \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.3)$$

Während σ_{n-1} den Fehler auf die Einzelmessung x_i zum Mittelwert \bar{x} angibt, steht σ_n bzw. $s_{\bar{x}}$ für den Fehler des Mittelwerts \bar{x} vom wahren Wert μ . Standardabweichung des arithmetischen Mittels:

$$s_{\bar{x}} = \sigma_n = \Delta x_{streu} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (2.4)$$

Geht man nun davon aus, dass der systematische vom statistischen bzw. zufälligen Fehler weit überwogen wird, kann man mit einer 68,27%igen Wahrscheinlichkeit sagen, dass der wahre Wert $\mu=x_w$ innerhalb des betragsmäßigen Abstandes vom Mittelwert \bar{x} und seinem statistischen Fehler liegt. Dieses Intervall I_v wird Vertrauensbereich genannt. Die Annahme ist zulässig, weil für eine große Messungszahl n der Student-Faktor t_v der t-Verteilung mit dem Koeffizienten k_g der gaußschen Normalverteilung zusammenfällt. Das v im Index gibt das Vertrauensniveau an.

$$\bar{x} + |t_v * \sigma_n| = \bar{x} \pm t_v * \sigma_n = I_v \ni x_w \quad \begin{matrix} k_g = t_{68,27\%} = 1 : \lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_n \\ \Rightarrow \\ t_{68,27\%} \approx 1,01 : \lim_{n \rightarrow 50} \sigma_n \end{matrix} \quad \bar{x} - t_v \frac{s_x}{\sqrt{n}} \leq x_w \leq \bar{x} + t_v \frac{s_x}{\sqrt{n}} \quad (2.5)$$

In Folge der Forderung nach einem Vertrauensniveau von 99,73% liefert die gaußsche Normalverteilung, dass 99,73% aller Messergebnisse eine Abweichung von maximal $3\sigma_n$ vom Erwartungswert haben. Für hinreichend große n gilt also auch hier $k_g = t_{99,73\%} = 3$. Für eine Messung vom Umfang $n=50$ gilt:

$$t_{99,73\%} \approx 1 \quad 3,157. \quad (2.5.1)$$

¹ Zahlenwert errechnet mit: <http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/studentf.php>; 17.04.2010, 17:05

Die Dichte ρ eines homogenen Körpers ist das Verhältnis seiner Masse m in [kg] zu seinem Volumen V in [m³]:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.6)$$

Wobei sich das Volumen einer Kugel nach folgender Gleichung berechnet:

$$V_K = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{1}{6}\pi d^3. \quad (2.6.1)$$

Die Größtabweichung $\Delta\bar{x}_G$ ist die Summe aus systematischem Fehler Δx_{sys} und zufälligem Fehler $\Delta\bar{x}_{zuf}$. Wobei der zufällige Fehler das Produkt aus Fehler des Mittelwerts \bar{x} vom wahren Wert μ und dem Student-Faktor t_v ist.

$$\Delta\bar{x} = \Delta\bar{x}_G = \Delta x_{sys} + \Delta\bar{x}_{zuf} = \Delta x_{sys} + t_v * \Delta x_{Streu} \quad (2.7)$$

Daraus ergibt sich das Messergebnis x mit Fehlerangabe zu:

$$x = (\bar{x} \pm \Delta\bar{x}) * [Einheit] \quad (2.7.1)$$

Die Abweichung ΔE einer Ergebnisgröße E (genannt Größtwert der Messunsicherheit bzw. Größtabweichung siehe 2.7.) hängt gemäß linearem Fehlerfortpflanzungsgesetz von Messunsicherheiten $\Delta x_1, \Delta x_2$ der Messgrößen x_1, x_2 und partiellen Ableitungen der Funktion $E = \mathcal{L}(x_1, x_2)$ gegen die jeweilige Messgröße ab.

$$\Delta E = \left| \frac{\partial E}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial E}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 = \left| \frac{\partial}{\partial x_1} \mathcal{L} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial}{\partial x_2} \mathcal{L} \right| \Delta x_2 \quad (2.8)$$

Um herauszufinden, ob und welcher Zusammenhang zwischen gemessenen Größen existiert, kann die sog. lineare Regression herangezogen werden. Hierbei wird eine abhängige Variable y durch mindestens eine Veränderliche x erklärt:

$$y = f(x) = mx + b.$$

Wobei m die Steigung und b der Achsenabschnitt ist. Für die Parameter b und m gilt:

$$b = \bar{y} - m\bar{x} \quad \wedge \quad m = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad : \quad \overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad \wedge \quad \overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2. \quad (2.9)$$

Die Abweichungen der Parameter m und b seien s_m und s_b für die mittlere Abweichung gilt:

$$\bar{s}_m = \sqrt{\frac{1}{n-2} \frac{\overline{\Delta y^2}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}} \quad \wedge \quad \bar{s}_b = \bar{s}_m \sqrt{\bar{x}^2} \quad : \quad \overline{\Delta y^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (mx_i + b - y_i = \Delta y_i)^2. \quad (2.9.1)$$

3. Versuchsaufbau

Gemäß Aufgabenstellung werden drei Geräte benötigt.

- 3.1. Eine Bügelmessschraube *BMS* (digital), mit einer Messgenauigkeit $\Delta d_{BMS} = 0,01 \text{ mm} = 0,01 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.
- 3.2. Ein Messschieber *MS* (analog), mit einer Messgenauigkeit $\Delta d_{MS} = 0,1 \text{ mm} = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.
- 3.3. Eine Feinwaage *FW* (mechanisch), mit einer Messgenauigkeit $\Delta m_{FW} = 1 \text{ mg} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$.

In Abbildung M1.1 sind die verwendeten Messgeräte abgebildet.



Analoger
Messschieber



Abbildung M1.1 Messgeräte

4. Messergebnisse

4.1. In diesem Abschnitt finden sich alle Messergebnisse, die im Labor gefunden bzw. erarbeitet wurden.

4.1.1. Fünfzig Messungen des Kugeldurchmessers mittels digitaler Bügelmessschraube. Der jeweils gemessene Durchmesser d_i ist in tabellarischen Ansicht an der Stelle i zu finden.

Tabelle M1.1 Messwerte Kugeldurchmesser mit BMS

Index i	Wert d_i [mm]								
1	20,793	11	21,091	21	21,559	31	21,972	41	20,931
2	20,952	12	20,853	22	21,161	32	20,780	42	21,588
3	20,911	13	21,404	23	21,447	33	20,930	43	21,582
4	21,594	14	21,659	24	20,904	34	20,742	44	21,250
5	21,683	15	21,052	25	21,608	35	20,433	45	21,309
6	21,472	16	21,598	26	21,260	36	21,608	46	21,598
7	21,177	17	20,867	27	21,669	37	21,114	47	20,708
8	21,548	18	20,911	28	20,814	38	20,918	48	21,003
9	21,362	19	20,685	29	21,521	39	20,887	49	20,978
10	21,000	20	20,408	30	21,014	40	21,132	50	21,438

4.1.2. Einmalige Messung des Kugeldurchmessers mittels analogem Messschieber ergab:

$$d_{MS} = 21,6 \text{ mm.}$$

4.1.3. Einmalige Wägung der Kugelmasse mittels mechanischer Feinwaage ergab:

$$m_{FW} = 12,1584 \text{ g.}$$

4.1.4. Siebzehn Einzelmessungen jeweils vom Durchmesser mit Messschieber und Kugelmasse mit Feinwaage aller Gruppen. Der jeweils gemessene Wert einer Gruppe g für den Durchmesser ist an der Stelle d_g und für die Masse an der Stelle m_g zu finden.

Tabelle M1.2 Messwerte über Masse m und Kugeldurchmesser d der 17 Gruppen

Gruppe g	Wert m_g [g]	Wert d_g [mm]	Gruppe g	Wert m_g [g]	Wert d_g [mm]
1	4,9713	15,9	10	6,266	16,7
2	12,1584	21,6	11	7,0403	17,4
3	5,4215	15,8	12	5,8233	16,4
4	6,1788	16,5	13	4,935	15,5
5	4,481	15,9	14	4,757	15,3
6	12,2842	21,3	15	5,2206	16,0
7	10,8654	20,4	16	17,8107	23,9
8	32,3105	20,0	17	10,3941	20,2
9	6,3489	16,9			

4.2. Berechnung aller geforderten Größen laut Aufgabenstellung 1.1.

- 4.2.1. Der kleinste Wert nach 4.1.1. $d_{min} = 20,408$ mm, der größte $d_{max} = 21,972$ mm. Das Intervall I_{Mess} in dem alle Messwerte liegen ist demnach $d_{max} - d_{min} = 1,564$ mm breit. Jede einzelne der sieben Klasse hat damit eine Breite von $\frac{|I_{Mess}|}{7} = 0,22343$ mm. Nach 2.1. sind die absoluten Werte der Häufigkeitsverteilung im Zähler der Ordinate zu finden, die Elementanzahl der Grundmenge bzw. die Versuchsanzahl in ihrem Nenner.

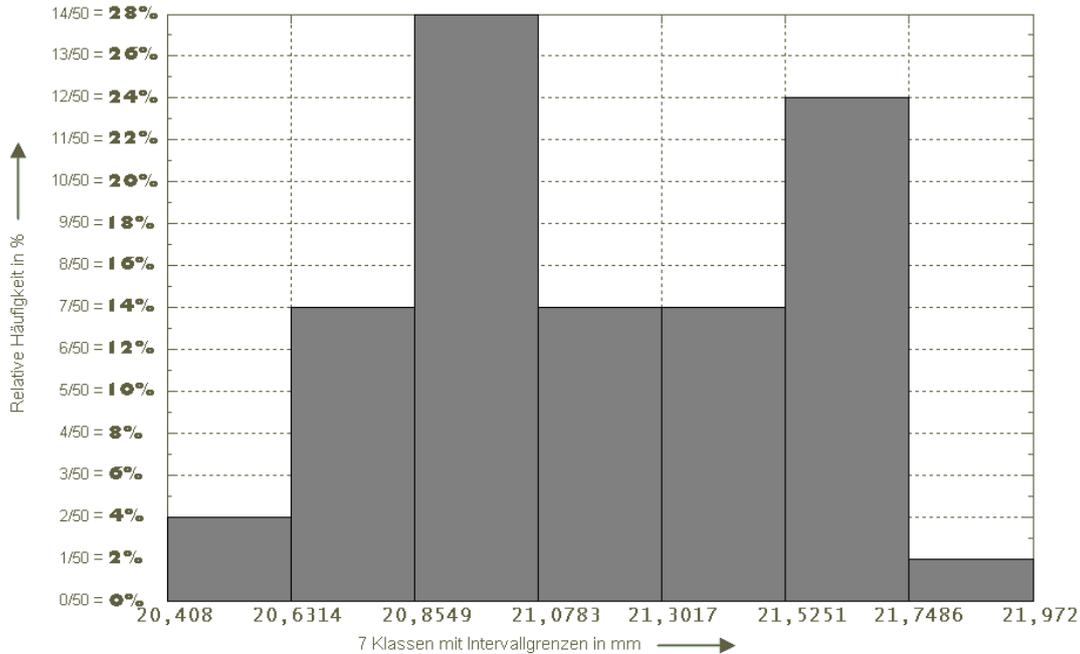


Abbildung M1.2

7-Klassen-Histogramm über relative Häufigkeiten der gemessenen Durchmesser

- 4.2.2. Für den Mittelwert der gemessenen Durchmesser in 4.1.1. gilt nach 2.2.:

$$\bar{d} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} d_i = 21,1776 \text{ mm}$$

- 4.2.3. Für die (empirische) Standardabweichung nach 2.3. gilt:

$$s_d = \sqrt{\frac{1}{49} \sum_{i=1}^{50} (d_i - \bar{d})^2} = \sqrt{\frac{6,4711}{49} \text{ mm}^2} = 0,3634 \text{ mm}$$

- 4.2.4. Für den Vertrauensbereich nach 2.4. und 2.5. gilt:

$$\bar{d} - 3,157 \frac{s_d}{\sqrt{50}} \leq d_w \leq \bar{d} + 3,157 \frac{s_d}{\sqrt{50}}$$

$$21,1776 \text{ mm} - 3,157 \frac{0,3634 \text{ mm}}{\sqrt{50}} \leq d_w \leq 21,1776 \text{ mm} + 3,157 \frac{0,3634 \text{ mm}}{\sqrt{50}}$$

$$21,0154 \leq d_w \leq 21,3398$$

Daraus folgt:

- I. Mit 99,73%iger Wahrscheinlichkeit liegt d_w im Vertrauensbereich $I_v = [21,0154; 21,3398]$
- II. Untere und obere Vertrauensgrenze schließen einen Bereich der Breite 0,3244 mm ein. Untere und obere Fehlergrenze Δd_{BMS} schließen einen Bereich der Breite 0,02 mm. Ihr Quotient ist $0,1622 \cong 3,157 \frac{s_d}{\sqrt{50}}$ mm. Daraus folgt, dass die Messtoleranz des zufälligen Fehlers 16-mal so groß wie die des systematischen ist.

4.3. Berechnung aller geforderten Größen laut Aufgabenstellung 1.4.

4.3.1. Berechnung der Dichte gemäß 1.1. und 1.3., nach 2.6. gilt:

$$\rho_1 = \frac{m_{FW}}{V_K} = \frac{m_{FW}}{\frac{\pi}{6} \bar{d}^3} = \frac{6m_{FW}}{\pi \bar{d}^3}$$

Wobei für die Masse nach 4.1.3. gilt:

$$m_{FW} = 12,1584 \text{ g}$$

Für die den Mittelwert des Durchmessers nach 4.2.2. gilt:

$$\bar{d} = 21,1776 \text{ mm} = 2,11776 \text{ cm}$$

Einsetzen liefert:

$$\rho_1 = \frac{6 * 12,1584 \text{ g}}{\pi * (2,11776 \text{ cm})^3} = 2,4448 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

4.3.2. Analog erfolgt die Berechnung der Dichte gemäß 1.2. und 1.3., nach 2.6. gilt:

$$\rho_2 = \frac{m_{FW}}{V_K} = \frac{m_{FW}}{\frac{\pi}{6} d_{MS}^3} = \frac{6m_{FW}}{\pi d_{MS}^3}$$

Für den Durchmessers ermittelt mit dem Messschieber gilt nach 4.1.2.:

$$d_{MS} = 21,6 \text{ mm} = 2,16 \text{ cm}$$

Einsetzen liefert:

$$\rho_2 = \frac{6 * 12,1584 \text{ g}}{\pi * (2,16 \text{ cm})^3} = 2,3042 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

4.4. Größtabweichungen der gemessenen Größen laut Aufgabenstellung 1.4. Für diese gelten nach 2.7.

$\Delta \bar{x}_G = \Delta x_{sys} + \Delta \bar{x}_{zuf}$ hier entsprechen die systematischen Fehler Δx_{sys} den in 3.1. bis 3.3. genannten Messgenauigkeiten Δd_{BMS} , Δd_{MS} und Δm_{FW} . Die zufälligen Fehler bzw. Streu- oder statistischen Fehler $\Delta \bar{x}_{zuf}$ sind gegeben durch $t_v * \Delta x_{Streu} = t_v * \frac{s_x}{\sqrt{n}}$.

4.4.1. Für die Größtabweichung von \bar{d} gilt:

$$\Delta \bar{d}_G = \Delta \bar{d}_{zuf} + \Delta d_{sys} \quad : \quad \Delta d_{sys} = \Delta d_{BMS} = 0,01 \text{ mm}$$

$\Delta \bar{d}_{zuf}$ wurde bereits in 4.2.4. berechnet:

$$\Delta \bar{d}_{zuf} = 0,1622 \text{ mm} \quad (= 3,157 \frac{0,3634}{\sqrt{50}} \text{ mm})$$

$$\Delta \bar{d} = \Delta \bar{d}_G = \Delta \bar{d}_{zuf} + \Delta d_{sys} = 0,1622 \text{ mm} + 0,01 \text{ mm} = 0,1722 \text{ mm}$$

4.4.2. Für die Größtabweichung von d_{MS} gilt:

$$\Delta d_{MS,G} = \Delta d_{MS,zuf} + \Delta d_{MS,sys} \quad : \quad \Delta d_{MS,sys} = \Delta d_{MS} = 0,1 \text{ mm}$$

$\Delta d_{MS,zuf}$ ist (ungefähr) die Hälfte des Skaleneinteilungswerts, da eine einmalige Messung keine sinnvoll nutzbare statistische Verteilung erzeugt und auch kein *Student*-Faktor angebar ist:

$$\Delta d_{MS,zuf} = \frac{\Delta d_{sys}}{2} = 0,05 \text{ mm}$$

$$\Delta d_{MS,G} = \Delta d_{MS,zuf} + \Delta d_{MS,sys} = 0,15 \text{ mm}$$

4.4.3. Für die Größtabweichung von m_{FW} gilt:

$$\Delta m_{FW,G} = \Delta m_{FW,zuf} + \Delta m_{FW,sys} \quad : \quad \Delta m_{FW,sys} = \Delta m_{FW} = 1 \text{ mg}$$

$\Delta m_{FW,zuf}$ ist auch hier (ungefähr) die Hälfte des Skaleneinteilungswerts, da auch hier nur eine einmalige Messung vorliegt:

$$\Delta m_{FW,zuf} = \frac{\Delta m_{FW,sys}}{2} = 0,5 \text{ mg}$$

$$\Delta m_{FW,G} = \Delta m_{FW,zuf} + \Delta m_{FW,sys} = 1,5 \text{ mg} = 0,0015 \text{ g}$$

4.5. Größtabweichung der Dichte mittels linearen Fehlerfortpflanzungsgesetzes nach 2.8. Die Funktion sie heiße im Folgenden f ist abhängig von zwei Veränderlichen der Masse m und dem Durchmesser d . Weiterhin soll die Funktion die physikalische Dichte einer als homogen angenommenen Kugel beschreiben. Nach 4.3.1 gilt $\frac{6m_{FW}}{\pi d^3}$ für die Dichte ρ einer Kugel.

$$\rho = f(m, d) = \frac{6m_{FW}}{\pi d_{1;2}^3} \Rightarrow f_1(m_{FW}, \bar{d}) \wedge f_2(m_{FW}, d_{MS})$$

Allgemein lautet das lineare Fehlerfortpflanzungsgesetz für n Messgrößen:

$$\Delta E = \left| \frac{\partial E}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial E}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial E}{\partial x_n} \right| \Delta x_n$$

Unsere Ergebnisgröße $E = \rho_i$; unsere Messgrößen sind:

$$\begin{array}{ll} x_1 = m \quad \wedge \quad x_2 = d & \text{mit } \Delta d = \Delta \bar{d} = \Delta \bar{d}_G \quad \text{im Fall von } f_1 \Rightarrow \rho_1 \\ x_1 = m \quad \wedge \quad x_2 = d & \text{mit } \Delta d = \Delta d_{MS,G} \quad \text{im Fall von } f_2 \Rightarrow \rho_2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \Delta \rho_i &= \left| \frac{\partial f}{\partial m} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial f}{\partial d} \right| \Delta d = \left[\left| \frac{d}{dm} \left(\frac{6m}{\pi d^3} \right) \right| \right] \Delta m + \left[\left| \frac{d}{dd} \left(\frac{6m}{\pi d^3} \right) \right| \right] \Delta d \\ \Delta \rho_i &= \left[\left(\frac{6}{\pi d^3} \right) \right] \Delta m + \left[\left(\frac{d}{dd} d^{-3} \right) \right] * \left(\frac{6m}{\pi} \right) \Delta d = \frac{6}{\pi d^3} \Delta m + \frac{18m}{\pi d^4} \Delta d \end{aligned}$$

4.5.1. Größtabweichung der Dichte $\Delta \rho_1$ bezogen auf 4.3.1. mit $\Delta m = \Delta m_{FW,G} = 0,0015 \text{ g}$ gemäß 4.4.3. und mit $\Delta d = \Delta \bar{d}_G = 0,1722 \text{ mm}$ gemäß 4.4.1. und mit $d = \bar{d} = 21,1776 \text{ mm}$ gemäß 4.2.2. und mit $m = m_{FW} = 12,1584 \text{ g}$ gemäß 4.1.3.:

$$\Delta \rho_1 = \frac{6}{\pi * (2,11776 \text{ cm})^3} 0,0015 \text{ g} + \frac{18 * 12,1584 \text{ g}}{\pi * (2,11776 \text{ cm})^4} 0,01722 \text{ cm} = 0,06 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

4.5.2. Größtabweichung der Dichte $\Delta \rho_2$ bezogen auf 4.3.2. mit $\Delta m = \Delta m_{FW,G} = 0,0015 \text{ g}$ gemäß 4.4.3. und mit $\Delta d = \Delta d_{MS,G} = 0,15 \text{ mm}$ gemäß 4.4.2. und mit $d = d_{MS} = 21,6 \text{ mm}$ gemäß 4.1.2. und mit $m = m_{FW} = 12,1584 \text{ g}$ gemäß 4.1.3.:

$$\Delta \rho_2 = \frac{6}{\pi * (2,16 \text{ cm})^3} 0,0015 \text{ g} + \frac{18 * 12,1584 \text{ g}}{\pi * (2,16 \text{ cm})^4} 0,015 \text{ cm} = 0,05 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

4.5.3. Prüfen ob Intervalle sich schneiden:

$$\rho_{BM} = \rho_1 \pm \Delta \rho_1 = (2,4448 \pm 0,06) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow I_{\rho_1F} = [2,38; 2,50]$$

$$\rho_{MS} = \rho_2 \pm \Delta \rho_2 = (2,3042 \pm 0,05) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow I_{\rho_2F} = [2,25; 2,35]$$

Kein Element von $I_{\rho_{BM}}$ ist Element von $I_{\rho_{MS}}$ und umgekehrt: Intervalle schneiden sich nicht.

4.6. Berechnung aller geforderten Größen laut Aufgabenstellung 1.5. Es ist ein funktioneller Zusammenhang $V=V(m)$ gesucht, m eignet sich besser, da sog. „nichtfehlerbehaftete Abszissenwerte“ vorausgesetzt werden und der Fehler gegenüber dem Durchmesser sehr viel kleiner ist. Die Ableitung $\frac{dV}{dm} = \frac{1}{\rho}$ ist die Steigung der Geraden und die gesuchte Größe der Dichte ihr Kehrwert.

4.6.1. Da laut Aufgabenstellung Kugeln gleicher Dichte, gleicher Farbe zu verwenden sind, ist vorab zu prüfen, ob sich nicht Kugeln ohne diese Anforderung im Messwertpool befinden. Ein einfaches Kriterium ist zu Prüfen ob die übereinander angeordneten Wertepaare m_g und d_g (siehe 4.1.4.) einen immer positiven oder negativen Abstand von einander haben; Wertepaare werden als Skalar angenommen:

$$(m_g - d_g) < 0$$

Diese Relation trifft für alle Paare außer jenes mit dem Index 8 zu. Es wird folglich nicht in die Betrachtung mit einbezogen und die Größe Messwertpool verringert sich um eins also auf 16 Wertepaare.

4.6.2. Um die lineare Regression durchführen zu können, fehlen noch einige Zwischenergebnisse, welche die folgende Tabelle unter Zuhilfenahme der Formeln 2.2 und 2.6.1 und der Tabelle M1.2 liefert:

Tabelle M1.3 Parameterberechnung für lineare Regression

Gruppe g	Wert m_g [g]	Wert d_g [mm]	Wert d_g [cm]	Wert V_g [cm ³]	Wert $V_g m_g$ [cm ³ g]	Wert m_g^2 [g ²]
1	4,9713	15,9	1,59	2,1047	10,4631	24,7138
2	12,1584	21,6	2,16	5,2767	64,1559	147,827
3	5,4215	15,8	1,58	2,0652	11,1967	29,3927
4	6,1788	16,5	1,65	2,3521	14,5330	38,1776
5	4,481	15,9	1,59	2,1047	9,43116	20,0794
6	12,2842	21,3	2,13	5,0598	62,1562	150,9016
7	10,8654	20,4	2,04	4,4452	48,2986	118,0569
8	32,3105	20,0	Wert gestrichen! Begründung siehe 4.6.1			
9	6,3489	16,9	1,69	2,5273	16,0457	40,3085
10	6,266	16,7	1,67	2,4386	15,2805	39,2628
11	7,0403	17,4	1,74	2,7583	19,4195	49,5658
12	5,8233	16,4	1,64	2,3096	13,4493	33,9108
13	4,935	15,5	1,5	1,9498	9,62234	24,3542
14	4,757	15,3	1,53	1,8753	8,92085	22,6291
15	5,2206	16,0	1,60	2,1447	11,1964	27,2547
16	17,8107	23,9	2,39	7,1481	127,313	317,2210
17	10,3941	20,2	2,02	4,3157	44,8580	108,0373
$\overline{\text{Wert}}_g$	7,80978	17,85625	1,785625	3,17974	30,39627	74,48080

4.6.3. Nach 2.9. gelten für die in 4.1.4. gefundenen Wertepaare die folgenden Gesetzmäßigkeiten um durch lineare Regression die Dichte finden zu können; wobei der Achsenabschnitt b Null gesetzt wird, um sinnhafter Weise zu erzwingen, dass ohne Masse auch kein Volumen existiert:

$$b = \bar{V} - \rho \bar{m} = 0 \quad \wedge \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\overline{mV} - \bar{m}\bar{V}}{\overline{m^2} - \bar{m}^2} = \frac{(30,39627 - (7,80978 * 3,17974))g \text{ cm}^3}{(74,48080 - 7,80978^2)g^2} = 0,41245 \frac{\text{cm}^3}{g}$$

$$\Rightarrow \rho = 2,4245 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

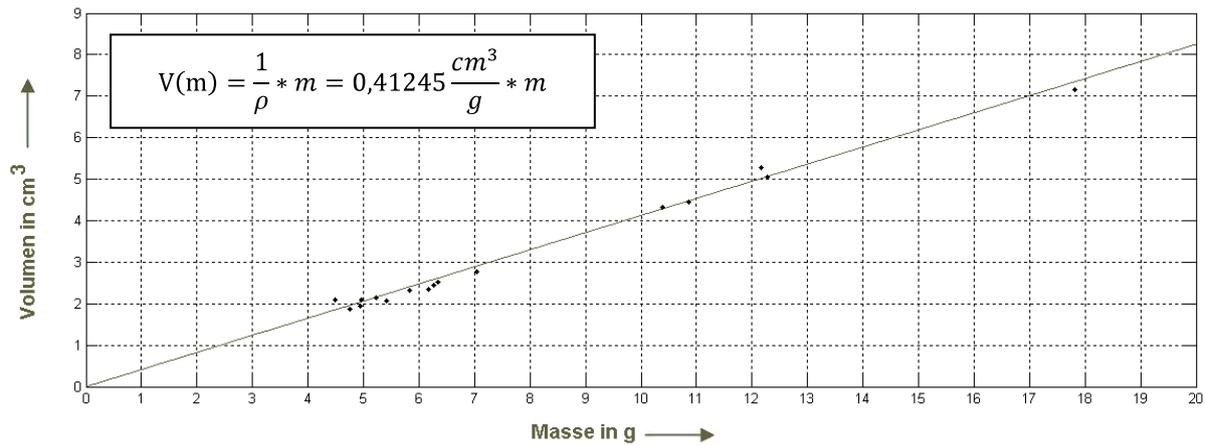


Abbildung M1.3 Regressionsgerade

4.6.4. Die Abweichungen der Parameter ρ und b seien s_ρ und s_b für die mittlere Abweichung dieser gilt:

$$\bar{s}_\rho = \sqrt{\frac{1}{n-2} \frac{\overline{\Delta V^2}}{\bar{m}^2 - \bar{m}^2}} \wedge \bar{s}_b = \bar{s}_\rho \sqrt{\bar{m}^2} = 0 : \overline{\Delta V^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\rho} m_i - V_i \right)^2$$

$$\overline{\Delta V^2} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} \left(\frac{1}{\rho} m_g - V_g \right)^2 = \frac{0,32062}{16} = 0,02004 \text{ cm}^6$$

$$\bar{s}_\rho = \sqrt{\frac{1}{16-2} * \frac{0,02004 \text{ cm}^6}{(74,48080 - 7,80978^2)g^2}} = \sqrt{\frac{1}{14} * 0,001485750 \frac{\text{cm}^6}{g^2}} = 0,01030 \frac{\text{cm}^3}{g}$$

5. Messunsicherheiten

Bügelmessschraube:	$\Delta \bar{d} = 0,1722 \text{ mm}$	nach 4.4.1
Messschieber:	$\Delta d_{MS,G} = 0,15 \text{ mm}$	nach 4.4.2.
Feinwaage:	$\Delta m_{FW,G} = 0,0015 \text{ g}$	nach 4.4.3.
Dichte mit 1.1.:	$\Delta \rho_{BM} = \Delta \rho_1 = 0,06 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	nach 4.5.1.
Dichte mit 1.2.:	$\Delta \rho_{MS} = \Delta \rho_2 = 0,05 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	nach 4.5.2.
Regressionsparameterabweichung:	$\bar{s}_\rho = 0,01030 \frac{\text{cm}^3}{\text{g}}$	nach 4.6.4.
Regressionsparameterabweichung:	$\bar{s}_b = 0 \text{ g}$	nach 4.6.4 nach Bed. in 4.6.3.

6. Zusammenfassung und Diskussion

6.1. Zusammenfassung

Bügelmessschraube:	$d_{BMS,f} = (\bar{d} \pm \Delta \bar{d}) \text{ mm} = (21,178 \pm 0,172) \text{ mm}$
Messschieber:	$d_{MS,f} = (d_{MS} \pm \Delta d_{MS,G}) \text{ mm} = (21,6 \pm 0,15) \text{ mm}$
Feinwaage:	$d_{FW,f} = (d_{FW} \pm \Delta d_{FW,G}) \text{ g} = (12,1584 \pm 0,0015) \text{ g}$
Dichte mit 1.1.:	$\rho_{BM} = \rho_1 \pm \Delta \rho_1 = (2,44 \pm 0,06) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Dichte mit 1.2.:	$\rho_{MS} = \rho_2 \pm \Delta \rho_2 = (2,30 \pm 0,05) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Dichte Regression:	$\rho_{Regr} = 2,425 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

6.2. Diskussion

Abbildung M1.2 zeigt die Tendenz des Messenden bei einer nicht optimal runden Kugel besonders kleine oder große Durchmesser zu messen. Da die Kugel innerhalb ihres winzigen Spielraums während des Einspannens dazu tendiert unter dem Einfluss wachsender Spannung wegzurutschen, liefert dies die kleinen Durchmesser, während das Neujustieren der Kugel, sollte sie vollständig abgerutscht sein, die größeren Durchmesser liefert.

Damit lässt sich erklären warum der zufällige Fehler weit über dem systematischen Fehler liegt (16 fach). Die große Streuung ist aber nicht nur von den genannten Faktoren, sondern insbesondere durch unbedarftes Messen zu erklären. Dies belegt die Tatsache, dass sich die beiden ermittelten Dichteintervalle inklusive ihrer Fehler nicht schneiden. Dass es sich vor allem um einen groben Fehler beim einmaligen Messen mit dem Messschieber handeln muss, zeigt die Tatsache, dass die Dichte mittels Regression ermittelt sehr nahe an der Dichte mittels Bügelmessschraube liegt.

Die Vernachlässigung des Luftauftriebs beim Messen der Masse der Kugel ist unter Berücksichtigung, dass die Genauigkeit der Feinwaage um eine Zehnerpotenz genauer ist als der systematische Fehler der BMS absolut zulässig.

7. Literatur

Als Fußnoten aufgeführte Einzelverweise werden hier nicht noch einmal hinterlegt.

- 7.1. Schaaf, P.; Große-Knetter, J.: *Das Physikalische Praktikum*, Göttingen: Universitätsverlag Göttingen, 2008. ISBN 978-3-940344-27-4
- 7.2. Eichler, H. J.; Kronfeldt, H.-D.; Sahm, J.: *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*, 2. Auflage, Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2006. ISBN 978-3-540-21453-3
- 7.3. Institut für Experimentelle Physik,
Fakultät für Naturwissenschaften,
Otto von Guericke Universität Magdeburg, Webseiten:
 - 7.3.1. http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/praktikumsordnung.pdf; 17.04.2010, 17:05
 - 7.3.2. http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf; 17.04.2010, 17:05
 - 7.3.3. <http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/fehlerrechnung.pdf>; 17.04.2010, 17:05
- 7.4. Quellen von Abbildungen, die nicht selbst erstellt wurden:
 - 7.4.1. *Abbildung M1.1 Laboransicht*;
http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/mechanik/M_01-width-640-height-480-p-17.jpeg; 17.04.2010, 17:05
 - 7.4.2. *Abbildung M1.1 Messschieber*;
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/32/Caliper_full_view.jpeg/400px-Caliper_full_view.jpeg; 30.04.2010, 21:00

M 8 – Pendelschwingungen

1. Aufgabenstellung

- 1.1. Die Schwingungsdauer T eines Fadenpendels ist bei mindestens 6 unterschiedlichen Pendellängen l zu messen, die Funktion $T^2 = f(l)$ ist graphisch darzustellen, die Schwerebeschleunigung g ist durch lineare Regression zu ermitteln.
- 1.2. Die Abhängigkeit der Periodendauern T_A und T_B der Schwingungen eines physikalischen Pendels (Reversionspendels) um seine beiden möglichen Drehachsen A und B vom Abstand x des Laufgewichts von einer der Drehachsen ist aufzunehmen und graphisch darzustellen. Daraus ist die Schwingungsdauer T zu ermitteln, für die der Achsabstand der reduzierten Pendellänge entspricht.
- 1.3. Aus der auf Amplitudenabhängigkeit korrigierten Schwingungsdauer T des Reversionspendels und der reduzierten Pendellänge ist die Schwerebeschleunigung g zu berechnen.

2. Grundlagen zum Versuch

Die Termini und zugehörigen mathematischen Formeln werden nach der Reihenfolge ihres Auftretens in der Aufgabenstellung erklärt.

Ein Fadenpendel der Länge l in $[m]$ unter Einfluss der Erdbeschleunigung g in $[\frac{m}{s^2}]$ in der Form eines mathematisch idealisierten Pendels (Auslenkung wesentlich kleiner als Fadenlänge, Masse in einem Punkt, masseloser Faden) hat eine Schwingungsdauer bzw. Periode T in $[s]$ von:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2.1)$$

Für die darzustellende Funktion $f(l)$ ergibt sich ein linearer Zusammenhang mit Steigung m :

$$T^2(l) = ml : m = \frac{4\pi^2}{g} \quad (2.2)$$

Im Gegensatz dazu gilt für ein physikalisches Pendel:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_r}{g}} : l_r = \frac{J}{md} \quad (2.3)$$

Wobei ω in $[\frac{1}{s}]$ die Kreisfrequenz, J in $[kg \cdot m^2]$ das Massenträgheitsmoment, d in $[m]$ Distanz von Schwingungsmittelpunkt zum Drehpunkt, m in $[kg]$ die Masse des Reversionspendel und l_r in $[\frac{kg \cdot m^2}{kg \cdot m} = m]$ die sog. reduzierte Pendellänge eines mathematischen Pendeläquivalents ist.

Da die Schwingungsdauern nur für harmonische Schwingungen gelten, das reale Experiment aber gedämpfte Schwingungen wegen Reibungen zum Resultat haben wird, muss eine Korrektur vorgenommen werden:

$$T_{korr} = \frac{T}{1 + \frac{\hat{\phi}^2}{16}} \quad (2.4)$$

3. Versuchsaufbau

Gemäß Aufgabenstellung werden fünf Geräte benötigt.

- 3.1. Ein Fadenpendel FP, mit einer Messgenauigkeit $\Delta\varphi_{FP} = 0,5^\circ$.
- 3.2. Ein Reversionspendel RP, mit einer Messgenauigkeit $\Delta\varphi_{RP} = 0,5^\circ$.
- 3.3. Eine Stoppuhr (Digitalzähler) DZ (digital), mit einer Messgenauigkeit $\Delta t_{DZ} = \frac{1}{2} d. 4. Nkstelle = 5 \cdot 10^{-5} s$.
- 3.4. Eine zweite Stoppuhr (Hand) SU (digital), mit einer Messgenauigkeit $\Delta t_{SU} = 5 \cdot 10^{-4} t + 1 Digit$.
- 3.5. Ein Maßband MB mit einer Messgenauigkeit $\Delta l_{MB} = 0,5 mm$.



Stoppuhr
(Hand)



Maßband



Abbildung M8.1 Messgeräte

4. Messergebnisse

4.1. In diesem Abschnitt finden sich alle Messergebnisse, die im Labor gefunden bzw. erarbeitet wurden.

4.1.1. Dreißig Messungen der Schwingungsdauer t_i bei sechs verschiedenen Pendellängen „Länge Faden“ LF und ES_i Einzelschwingungen mittels digitaler Stoppuhr SU . Die jeweils gemessene Periodendauer t_i ist in tabellarischen Ansicht an der Stelle i zu finden und bezieht sich stets auf eine Schwingungszahl ES_i von 5 oder 20. Die Schwingungszahl wurde bei jeder Pendellänge jeweils einmal variiert, um die Auswirkungen von Luftreibung und Reibung am Aufhängungspunkt sichtbar machen zu können.

Tabelle M8.1 Messungen mit Fadenpendel bei 6 Pendellängen

Index i	Wert ES_i [skalar]	Wert t_i [s]	Index i	Wert ES_i [skalar]	Wert t_i [s]
Länge Faden: 50 cm			Länge Faden: 115 cm		
1	5	7,23	16	5	10,70
2	5	7,18	17	5	10,53
3	5	7,15	18	5	10,64
4	5	7,14	19	5	10,60
5	20	29,32	20	20	43,15
Länge Faden: 75 cm			Länge Faden: 130 cm		
6	5	8,64	21	5	11,21
7	5	8,29	22	5	11,21
8	5	8,77	23	5	11,13
9	5	8,80	24	5	11,20
10	20	34,76	25	20	46,00
Länge Faden: 100 cm			Länge Faden: 150 cm		
11	5	10,03	26	5	12,21
12	5	10,26	27	5	12,19
13	5	9,77	28	5	11,96
14	5	9,98	29	5	12,37
15	20	40,21	30	20	49,22

4.1.2. Elf mal zwei Messungen der Schneiden A, B im Abstandsintervall l von zehn Zentimetern ab Aufhängepunkt.

Tabelle M8.2 Messungen mit Reversionspendel

l [cm]	T_A [s]	T_B [s]
10	2,3032	2,3393
20	2,2870	2,2849
30	2,2754	2,2439
40	2,2662	2,2210
50	2,2607	2,2082
60	2,2591	2,2058
70	2,2607	2,2123
80	2,2651	2,2266
90	2,2718	2,2478
100	2,2819	2,2737
110	2,2939	2,3046

4.1.3. Oberer Schnitt der Schneiden A und B .

Tabelle M8.3 Messungen mit Reversionspendel – Schnittpunkt #1

l [cm]	T_A [s]	T_B [s]
12	2,3000	2,3274
14	2,2972	2,3156
16	2,2936	2,3040
18	2,2907	2,2935
20	2,2873	2,2829
22	2,2844	2,2758

4.1.4. Unterer Schnitt der Schneiden A und B .

Tabelle M8.4 Messungen mit Reversionspendel – Schnittpunkt #2

l [cm]	T_A [s]	T_B [s]
100	2,2816	2,2735
102	2,2838	2,2792
104	2,2873	2,2871
106	2,2888	2,2913
108	2,2919	2,2974
110	2,2946	2,3043

4.2. Berechnung aller geforderten Größen laut Aufgabenstellung 1.1.

4.2.1. Um die lineare Regression durchführen zu können, fehlen noch einige Zwischenergebnisse, welche die folgende Tabelle unter Zuhilfenahme der Formeln M1.2.2 und M1.2.9. und der Tabelle M8.1 liefert. $\overline{T_{LF}}$ ist der über t_i gemittelte Wert in Abhängigkeit zu ES_i .

Tabelle M8.5 Parameterberechnung für lineare Regression

ES	Wert $l=LF$ [m]	Wert $\overline{T_{LF}}$ [s]	Wert $\overline{T_{LF}}^2$ [s ²]	Wert $l \overline{T_{LF}}^2$ [ms ²]	Wert l^2 [m ²]
5	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	0,50	1,4350	2,0592	1,0296	0,2500
	0,75	1,7250	2,9756	2,2317	0,5625
	1,00	2,0020	4,0080	4,0080	1,0000
	1,15	2,1235	4,5093	5,1856	1,3225
	1,30	2,2375	5,0064	6,5083	1,6900
	1,50	2,4365	5,9365	8,9048	2,2500
$\overline{Wert_{ES}}$	0,88571	1,70850	3,49929	3,98116	1,01071
20	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	0,50	1,4660	2,1492	1,0746	0,2500
	0,75	1,7380	3,0206	2,2655	0,5625
	1,00	2,0105	4,0421	4,0421	1,0000
	1,15	2,1575	4,6548	5,3530	1,3225
	1,30	2,3000	5,2900	6,8770	1,6900
	1,50	2,4610	6,0565	9,0848	2,2500
$\overline{Wert_{ES}}$	0,88571	1,73329	3,60189	4,09957	1,01071

Laut 2.2. wird folgender Zusammenhang gesucht: $T^2(l) = ml : m = \frac{4\pi^2}{g}$ Der Achsenabschnitt b wird in den Ursprung geschoben, weil ohne Pendellänge keine Schwingzeit existiert.

4.2.1.1. Für die mit fünf Einzelschwingungen gemittelten Werte ergibt sich (T_1^2):

$$b = \overline{T^2} - \rho \overline{l} = 0 \quad \wedge \quad m = \frac{\overline{lT^2} - \overline{l} \overline{T^2}}{\overline{l^2} - \overline{l}^2} = \frac{(3,98116 - (0,88571 * 3,49929))m s^2}{(1,01071 - 0,88571^2)m^2} = 3,8979 \frac{s^2}{m}$$

$$m = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow 3,8979 \frac{s^2}{m} = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{3,8979 \frac{s^2}{m}} = 10,1281 \frac{m}{s^2}$$

4.2.1.2. Für die mit 20 Einzelschwingungen gemittelten Werte ergibt sich (T_2^2):

$$b = \overline{T^2} - \rho \overline{l} = 0 \quad \wedge \quad m = \frac{\overline{lT^2} - \overline{l} \overline{T^2}}{\overline{l^2} - \overline{l}^2} = \frac{(4,09957 - (0,88571 * 3,60189))m s^2}{(1,01071 - 0,88571^2)m^2} = 4,0196 \frac{s^2}{m}$$

$$m = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow 4,0196 \frac{s^2}{m} = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{4,0196 \frac{s^2}{m}} = 9,8215 \frac{m}{s^2}$$

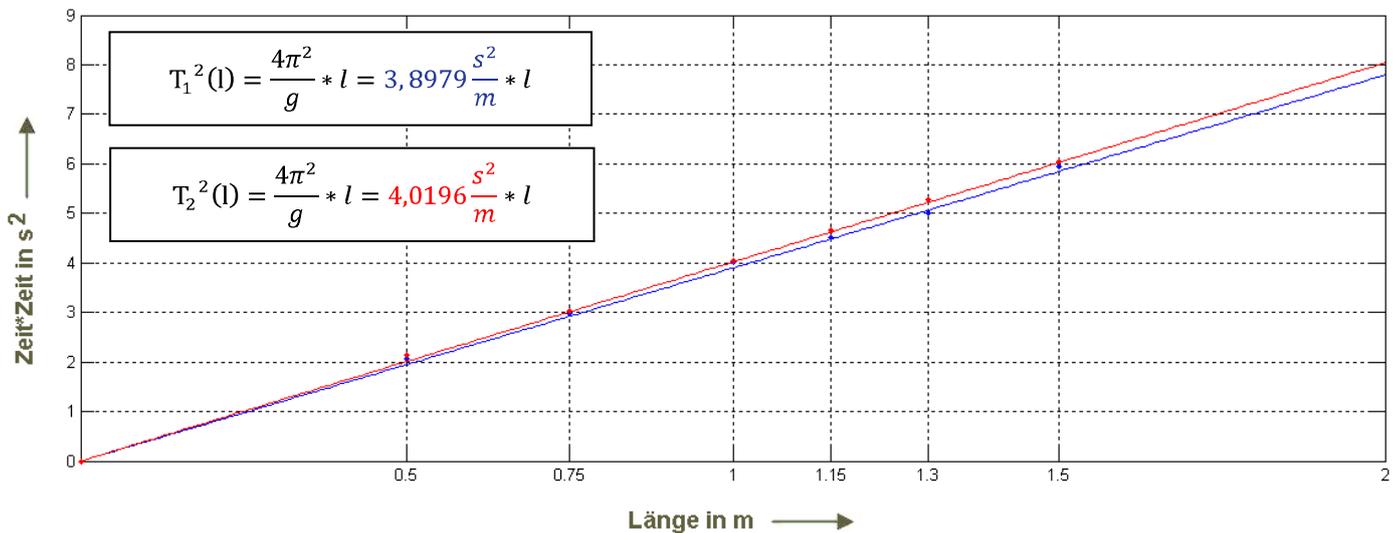


Abbildung M8.2 Regressionsgeraden

4.3. Berechnung aller geforderten Größen laut Aufgabenstellung 1.2.

Durch eine quadratische Regressionskurve über die Messwerte erhält man zwei Schnittpunkte:

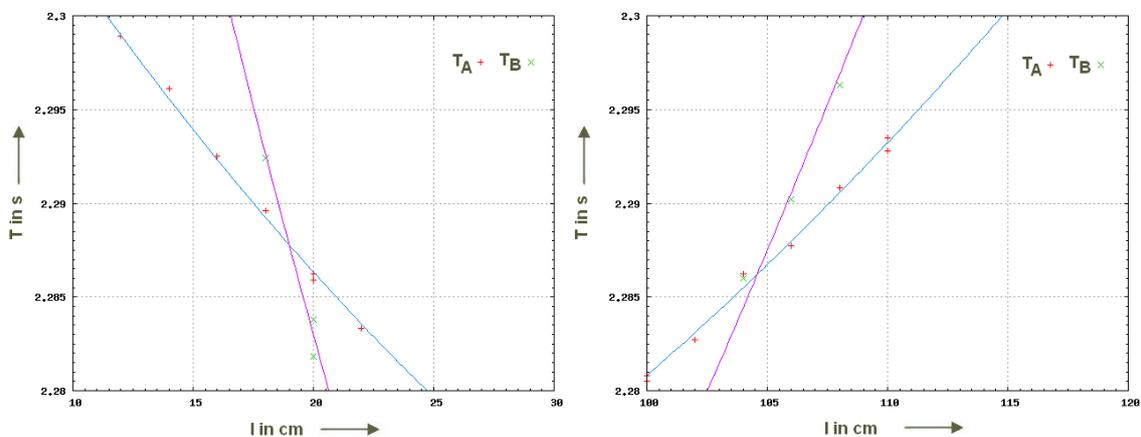


Abbildung M8.3 Schnittpunkte quadratische Regressionskurve

Schnittpunkt 1 bei $l = 18,99 \text{ cm}$ und Periodendauer $T = 2,28778 \text{ s}$. Schnittpunkt 2 bei $l = 104,58 \text{ cm}$ und Periodendauer $T = 2,28619 \text{ s}$. Mittelwert beider Periodendauern ist $2,28698 \text{ s}$. Der Mittelwert entspricht der Periodendauer eines mathematischen Pendels mit der reduzierten Pendellänge l .

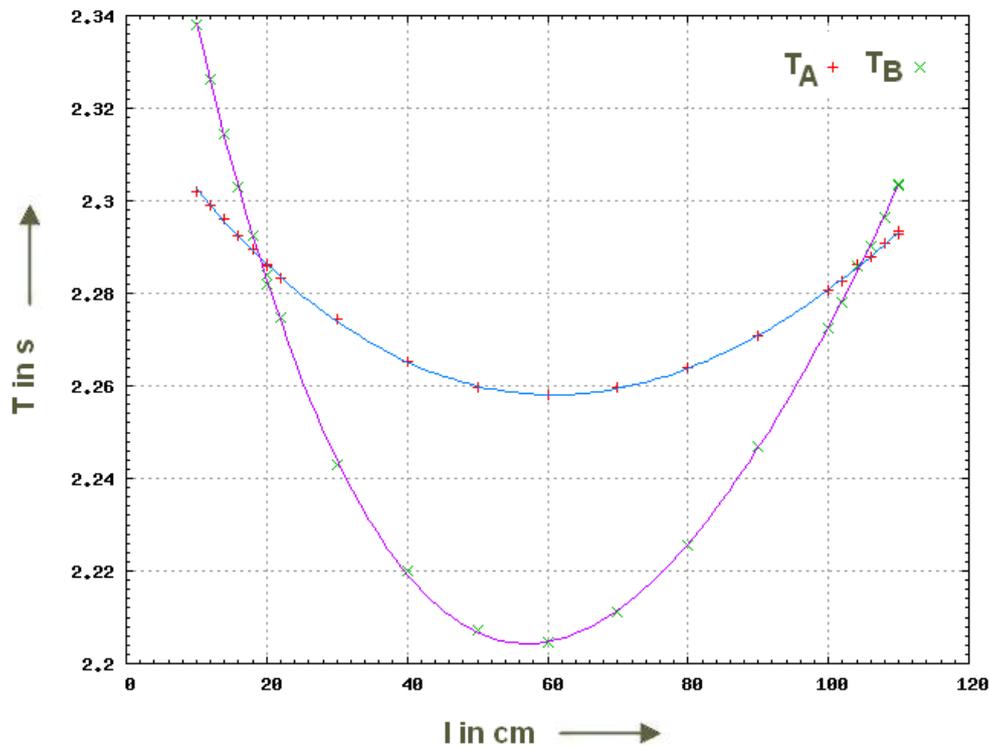


Abbildung M8.4 Abhängigkeiten T_A und T_B und entsprechende Regressionskurven

4.4. Berechnung aller geforderten Größen laut Aufgabenstellung 1.3.

$$T_{\text{korr}} = \frac{T}{1 + \frac{\hat{\varphi}^2}{16}} = \frac{2,28698 \text{ s}}{1 + \frac{5^2}{16}} = \frac{2,28698 \text{ s}}{1 + \frac{(5 * \frac{2\pi}{360})^2}{16}} = \frac{2,28698 \text{ s}}{1,000475965} = 2,28589 \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4\pi^2 * 1,30 \text{ m}}{2,28589^2 \text{ s}^2} = 9,8218 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4.5. Fehlerrechnung

4.5.1. Für die Anordnung in Aufgabe 1.1. gilt: Da keine Standardabweichung und Vertrauensniveau für die Stoppuhr SU gefragt ist, wird ihre Abweichung auf Grundlage des systematischen Fehlers mit $5 \cdot 10^{-4} \cdot 2,3393 + 0,01 = 11,16965 \cdot 10^{-3} s = \Delta t_{SU,G}$. Nun werden die Periodendauern je Pendellänge auf ihre Intervalllänge geprüft $\frac{\max_{t_i} ES_i - \min_{t_i} ES_i}{ES_i} : ES_i = 5$. Die Pendellänge mit 75 cm weist das größte Intervall auf mit $\Delta t_{absolut} = 0,102 s$. Hier findet sich also auch die größte Einzelabweichung zum Mittelwert von $\Delta t = 0,067 s \geq \Delta t_{SU,G}$. $\Delta l_{MB,G} = \Delta l = 0,5 mm$

4.5.2. Analog gilt für das Reversionspendel: $\Delta t = \Delta t_{DZ,G} = 5 \cdot 10^{-5} s$ und $\Delta l = \Delta l_{MB,G} = 0,5 mm$

4.5.3. Für die Abweichung der Erdbeschleunigung ergibt sich gemäß 4.4. und nach linearem Fehler

$$\Delta g_i = \left[\frac{d}{dl} \left(\frac{4\pi^2 * l}{T^2} \right) \right] \Delta l + \left[\left| \left(\frac{d}{dt} T^{-2} \right) \right| * (4\pi^2 * l) \right] \Delta t = \frac{4\pi^2}{T^2} \Delta l + \frac{8\pi^2 * l}{T^3} \Delta t$$

$$\Delta g_{lin Reg1} = \frac{4\pi^2}{(1,70850s)^2} \Delta l + \frac{8\pi^2 * 0,88571m}{(1,70850s)^3} \Delta t = 0,94 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta g_{lin Reg2} = \frac{4\pi^2}{(1,73329s)^2} \Delta l + \frac{8\pi^2 * 0,88571m}{(1,73329s)^3} \Delta t = 0,9 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta g_{quad Reg2} = \frac{4\pi^2}{(2,28698)^2} \Delta l + \frac{8\pi^2 * 1,30m}{(2,28698)^3} \Delta t_{DZ,G} = 42,036 * 10^{-3} \frac{m}{s^2}$$

5. Messunsicherheiten

Fadenpendel:	$\Delta\varphi_{FP}$	= 0,5°	fand keine Beachtung in den Rechnungen
Reversionspendel:	$\Delta\varphi_{RP}$	= 0,5°	fand keine Beachtung in den Rechnungen
Digitalzähler:	$\Delta t_{DZ,G}$	= $5 * 10^{-5} s$	kein zufälliger Fehler; Uhr stoppt selbst
Maßband:	$\Delta l_{MB,G}$	= 0,5 mm	keine Standardabweichung weil jeweils nur eine Messung erfolgte
Stoppuhr	$\Delta t_{SU,G}$	= $11,16965 * 10^{-3} s$	nach 4.5.
Erdbeschleunigung mit 4.2.1.1.:	$\Delta g_{lin Reg1}$	= $0,94 \frac{m}{s^2}$	nach 4.5.3.
Erdbeschleunigung mit 4.2.1.2.:	$\Delta g_{lin Reg2}$	= $0,90 \frac{m}{s^2}$	nach 4.5.3.
Erdbeschleunigung mit 4.4.:	$\Delta g_{quad Reg}$	= $0,042 \frac{m}{s^2}$	nach 4.5.3.

6. Zusammenfassung und Diskussion

6.1. Zusammenfassung

Erdbeschleunigung mit 4.2.1.1.:	$\Delta g_{lin Reg1} = (10,1281 \pm 0,94) \frac{m}{s^2}$
Erdbeschleunigung mit 4.2.1.2.:	$\Delta g_{lin Reg2} = (9,8215 \pm 0,90) \frac{m}{s^2}$
Erdbeschleunigung mit 4.4.:	$\Delta g_{quad Reg} = (9,8218 \pm 0,042) \frac{m}{s^2}$

6.2. Diskussion

Die Bestimmung der Schwerebeschleunigung mittels des Reversionspendels ist wesentlich genauer als die Bestimmung mit dem Fadenpendel. Dies liegt an der genaueren Zeitmessung. Durch die Form der Masse (Kugel) die Elastizität des Fadens konnte die Länge des dieses auch nicht sehr genau bestimmt werden.

Schwingungen im Faden sorgten für eine nicht konstante Bewegung in der Ebene. Aufgrund von Reibung sollte eigentlich die Zahl der Auslenkungen exponentiell abnehmen, was im Zusammenhang mit dem Vergleich der Ergebnisse in 4.2. (Erdbeschleunigung über lineare Regression bestimmen) für eine große Überraschung sorgte. Eigentlich war erwartet worden, dass die Erdbeschleunigung niedriger sein müsste als der Literaturwert. Stattdessen hat die Reibung (Lager/Luft) aber zu einem Ausgleich unserer manuellen Messfehler gesorgt, denn die Messreihe zu je fünf Schwingungen hatte einen deutlich über dem Literaturwert liegendes Ergebnis ($10,128 \frac{m}{s^2}$).

Ein weiterer Vorteil für das Reversionspendel im Zuge der hier dargestellten Rechnungen ist, dass die Amplitudenabhängigkeit zwar beim Reversions-, nicht jedoch beim Fadenpendel berücksichtigt wurde. Eine weitere Verbesserung der Versuchsanordnung wäre das Stattfinden des Versuchs im Vakuum. Eine weitere wesentliche Verbesserung ist es, die beiden Partner nicht in ihren Aufgaben Zeit nehmen und Pendel loslassen zu tauschen, denn durch das Einfügen von ähnlichen Fehlern durch individuelle Eigenarten des Messenden, lassen sich diese später durch Regression besser ausmerzen. Als Beispiel sei hier die Messreihe mit 100 cm Pendellänge angegeben: Es lässt sich klar erkennen, dass fast kein Unterschied zwischen ES=20 bzw. 5 vorliegt, dies liegt am Wechsel des Messenden nach zwei Werten.

7. Literatur

Als Fußnoten aufgeführte Einzelverweise werden hier nicht noch einmal hinterlegt.

[1] Schaaf, P.; Große-Knetter, J.: *Das Physikalische Praktikum*, Göttingen: Universitätsverlag Göttingen, 2008. ISBN 978-3-940344-27-4

[2] Eichler, H. J.; Kronfeldt, H.-D.; Sahm, J.: *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*, 2. Auflage, Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2006. ISBN 978-3-540-21453-3

[3] Institut für Experimentelle Physik,
Fakultät für Naturwissenschaften,

Otto von Guericke Universität Magdeburg, Webseiten:

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/praktikumsordnung.pdf; 01.05.2010, 20:05

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf; 01.05.2010, 20:05

<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/fehlerrechnung.pdf>; 01.05.2010, 20:05

Quellen von Abbildungen, die nicht selbst erstellt wurden:

[4] *Abbildung M8.1 Laboransicht*;

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/mechanik/M_08-width-640-height-480-p-20.jpeg; 01.05.2010, 20:05

[5] *Abbildung M8.1 Stoppuhr*;

http://bilder.afterbuy.de/images/2668/71158_StoppuhrSW6.jpg; 01.05.2010, 20:05

[6] *Abbildung M8.1 Maßband*;

<http://www.mathe-online.at/materialien/anita.dorfmayr/files/klasse1/massband.jpg>

Abbildung M8.3/.4 Regressionsparabel;

http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/M8_2.php; 01.05.10; 20:05

W 5 – Kondensationswärme des Wasserdampfes

1. Aufgabenstellung

- 1.1. Die Wärmekapazität eines Kalorimeters ist mindestens zweimal nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist durch Extrapolation aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.

- 1.2. Mit dem Mischungskalorimeter ist die spezifische Kondensationswärme des Wasserdampfes bei Siedetemperatur zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist wieder aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.

2. Grundlagen zum Versuch

Die Termini und zugehörigen mathematischen Formeln werden nach der Reihenfolge ihres Auftretens in der Aufgabenstellung erklärt.

Die Mischungsmethode zur Ermittlung der Wärmekapazität eines Kalorimeters beruht auf dem Energieerhaltungssatz und einem Wärmeaustausch zwischen kaltem Wasser im Kalorimeter und wärmeren Wasser, das man dazu gibt. Mit Hilfe der spezifischen Wärmekapazität des Wasser c_W kann man anhand der entstehenden Mischungstemperatur T_m die Wärmeenergie, die das warme Wasser (mit der Masse m_1 und der Temperatur T_1) abgibt, und die Wärmeenergie, die das kalte Wasser (mit der Masse m_2 und der Temperatur T_2) aufnimmt, durch den Energieerhaltungssatz gleich setzen um so die Wärmekapazität des Kalorimeters C_K zu ermitteln.

$$\Delta Q_1 = m_1 c_W (\vartheta_1 - \vartheta_m) \quad (2.1)$$

$$\Delta Q_2 = (m_2 c_W + C_K) (\vartheta_m - \vartheta_2) \quad (2.2)$$

$$C_K = c_W \left(m_1 \frac{\vartheta_1 - \vartheta_m}{\vartheta_m - \vartheta_2} - m_2 \right) \quad (2.3)$$

Die oben verwendete Mischungstemperatur ist durch Extrapolation zu ermitteln. Dabei wird unter der Annahme eines linearen Verhaltens der Messgrößen auf Werte außerhalb des gemessenen Bereichs geschlossen.

Auf der Grundlage des Energieerhaltungssatzes kann man davon ausgehen, dass die zur Verdunstung eines Stoffes aufgenommene Wärmeenergie bei der Kondensation wieder abgegeben wird. Die Kondensationswärme entspricht also der Verdunstungswärme Q_v , die zur Ermittlung der Wärmemenge Q_1 für die Verdampfung eines Stoffes mit bestimmter Masse und bei konstanter Temperatur verwendet wird.

$$Q_3 = Q_v m_1 \quad (2.4)$$

Da dies der Mischungsmethode zu Grunde liegt, da das warme Wasser, diesmal im gasförmigen Zustand, wieder in kaltes Wasser im Kalorimeter geleitet wird, sind die obigen Gleichungen unter der Berücksichtigung der zusätzlichen Wärmemenge Q_1 wieder zu verwenden.

$$Q_1 + Q_3 = Q_2 \quad (2.5)$$

$$Q_v m_1 + m_1 c_W (\vartheta_1 - \vartheta_m) = (m_2 c_W + C_K) (\vartheta_m - \vartheta_2) \quad (2.6)$$

$$Q_v = \frac{(m_2 c_W + C_K) (\vartheta_m - \vartheta_2)}{m_1} - c_W (\vartheta_1 - \vartheta_m) \quad (2.7)$$

3. Versuchsaufbau

Gemäß Aufgabenstellung werden drei Geräte benötigt.

- 3.1. Eine Heizplatte, ein Kondensatfänger, ein Kochbehälter und ein Rührer, ein Kalorimeter, ein Thermometer, eine Stoppuhr und eine Feinwaage.

In Abbildung W5.1 sind die verwendeten Messgeräte abgebildet.



Abbildung W5.1 Messgeräte

4. Messergebnisse

4.1. In diesem Abschnitt finden sich alle Messergebnisse, die im Labor gefunden bzw. erarbeitet wurden (Bezeichnungen gemäß „2. Grundlagen zum Versuch“).

4.1.1. Messungen der Temperatur des Wassers vor, während und nach dem Mischvorgang des ersten Versuchs beim Mischen von kaltem Wasser mit warmem.

Tabelle W5.2 Werte vom Mischen von kaltem Wasser mit warmem

Zeit t [s]	Temperatur ϑ [°C]						
0	23,4	300	23,6	311	45,0	390	46,2
30	23,4	302	23,8	312	45,5	420	46,0
60	23,5	303	26,1	313	45,7	450	45,9
90	23,5	304	29,6	314	45,9	480	45,8
120	23,5	305	35,4	315	46,0	510	45,7
150	23,5	306	39,3	316	46,1	540	45,6
180	23,5	307	41,3	317	46,2	570	45,6
210	23,5	308	42,3	320	46,3	600	45,5
240	23,6	309	43,8	330	46,3	630	45,5
270	23,6	310	44,5	360	46,2	660	45,3

4.1.2. Einmalige Messung der Temperatur des kalten und des warmen Wasser vor Versuchsbeginn:

$$\vartheta_1 = 71,2^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_2 = 23,3^\circ\text{C}.$$

4.1.3. Wägung des Wassers mittels elektronischer Waage ergab:

$$m_1 = 187,14 \text{ g}$$

$$m_2 = 194,9 \text{ g}.$$

4.1.4. Messungen der Temperatur des Wassers vor, während und nach dem Mischvorgang des zweiten Versuchs beim Mischen von warmem Wasser mit kaltem.

Tabelle W5.3 Werte vom Mischen von warmem Wasser mit kaltem

Zeit t [s]	Temperatur ϑ [°C]						
0	63,6	300	60,0	311	41,7	390	41,0
30	63,1	302	59,1	312	41,4	420	41,0
60	62,6	303	51,8	313	41,3	450	40,9
90	62,1	304	48,6	314	41,2	480	40,9
120	61,7	305	46,5	315	41,1	510	40,9
150	61,3	306	44,9	316	41,0	540	40,9
180	61,0	307	43,8	317	41,0	570	40,9
210	60,7	308	43,0	320	40,9	600	40,9
240	60,5	309	42,4	330	40,9	630	40,9
270	60,3	310	42,0	360	40,9	660	40,9

4.1.5. Einmalige Messung der Temperatur des kalten und des warmen Wasser vor Versuchsbeginn:

$$\vartheta_1 = 64,1^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_2 = 23,2^\circ\text{C}.$$

4.1.6. Wägung des Wassers mittels elektronischer Waage ergab:

$$m_1 = 191,38 \text{ g}$$

$$m_2 = 208,93 \text{ g.}$$

4.1.7. Messungen der Temperatur des Wassers vor, während und nach dem Mischvorgang des ersten Versuchs beim Mischen von kaltem Wasser mit warmem.

Tabelle W5.4 Werte vom Mischen von kaltem Wasser mit Wasserdampf

Zeit t [s]	Temperatur ϑ [°C]								
0	31,2	300	31,0	355	38,8	405	47,2	560	50,8
30	31,2	310	30,9	360	40,2	410	48,5	580	50,8
60	31,2	315	31,6	365	40,7	415	49,2	600	50,7
90	31,2	320	32,7	370	41,2	420	49,9	620	50,7
120	31,1	325	33,8	375	41,3	440	51,1	640	50,6
150	31,1	330	34,7	380	42,1	460	51,0	660	50,6
180	31,1	335	35,5	385	43,0	480	51,0	680	50,5
210	31,1	340	36,2	390	44,0	500	51,0	700	50,5
240	31,1	345	37,2	395	45,0	520	50,9	720	50,4
270	31,0	350	37,9	400	46,1	540	50,9		

4.1.8. Einmalige Messung der Temperatur des kalten und des warmen Wasser vor Versuchsbeginn:

$$\vartheta_1 = 100,1^\circ\text{C}$$

$$\vartheta_2 = 31,2^\circ\text{C.}$$

4.1.9. Wägung des Wassers mittels elektronischer Waage ergab:

$$m_1 = 13,75 \text{ g}$$

$$m_2 = 396,35 \text{ g}$$

4.2. Graphische Darstellung der Messwerte aus 4.1.

4.2.1.

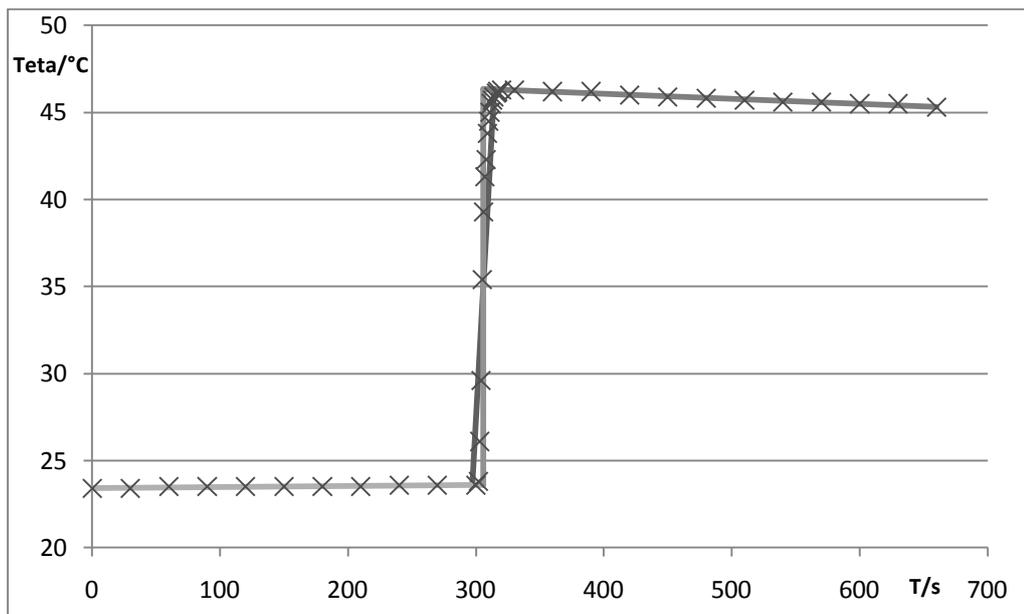


Diagramm W5.5 Kurvenverlauf nach W5.2

Dazugehörige Mischtemperatur: $\vartheta_m = 46,4^\circ\text{C}$

4.2.2.

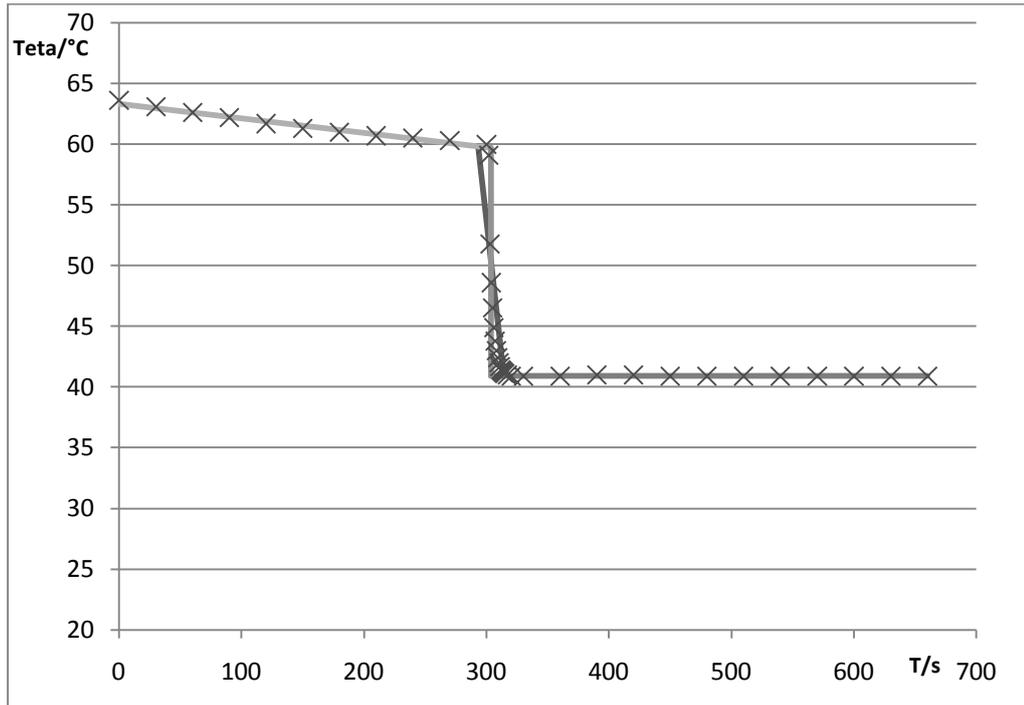


Diagramm W5.6 Kurvenverlauf nach W5.3

Dazugehörige Mischtemperatur: $\vartheta_m = 40,9^\circ\text{C}$

4.2.3.

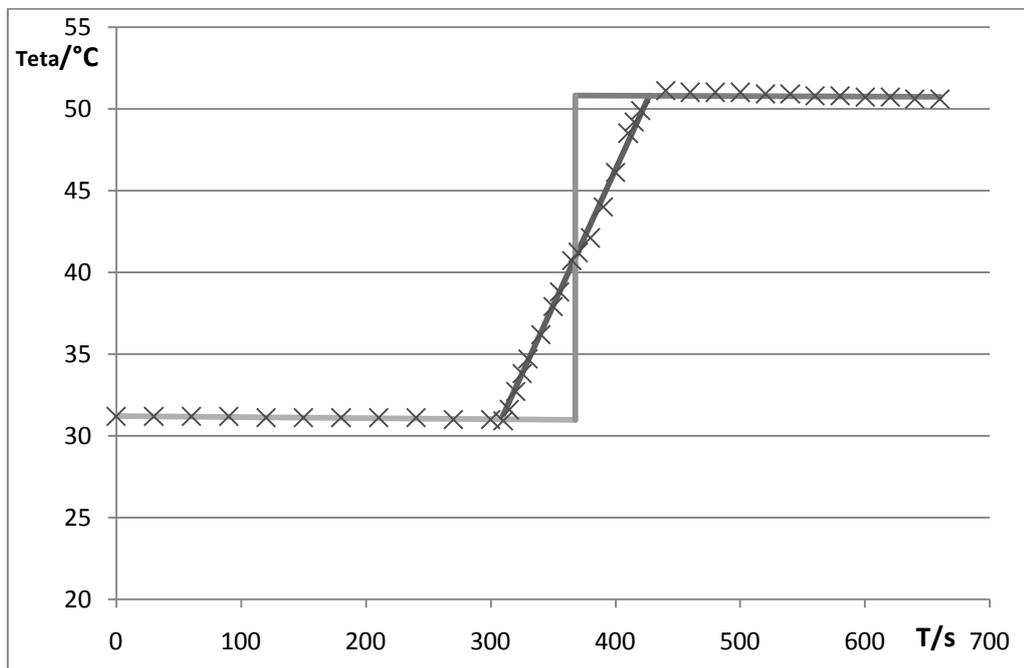


Diagramm W5.7 Kurvenverlauf nach W5.4

Mischtemperatur für die Kondensationswärme: $\vartheta_m = 50,8^\circ\text{C}$

4.3. Berechnung der geforderten Größen:

4.3.1. Berechnung der Wärmekapazität des Kalorimeters, nach 2.3 gilt:

$$C_K = c_W \left(m_1 \frac{\vartheta_1 - \vartheta_m}{\vartheta_m - \vartheta_2} - m_2 \right)$$

Für die Wärmekapazität des Wassers wird die spezifische Wärmekapazität des Wassers angenommen:

$$c_W = 4,186 \frac{kJ}{kg * K} = 4,186 \frac{J}{g * K}$$

4.3.1.1. Für den ersten Versuch, also das Mischen von kaltem Wasser mit warmem:

Mit dem Temperaturen und den Massen:

$$\vartheta_1 = 71,2^\circ C, \vartheta_2 = 23,3^\circ C, \vartheta_m = 46,4^\circ C$$

$$m_1 = 187,14 g, m_2 = 194,9 g$$

Einsetzen liefert:

$$C_{K1} = 4,186 \frac{J}{g * K} \left(187,14 g * \frac{(71,2 - 46,4)^\circ C}{(46,4 - 23,3)^\circ C} - 194,9 g \right) = 25,17 \frac{J}{K}$$

4.3.1.2. Für den zweiten Versuch, also das Mischen von warmem Wasser mit kaltem:

Mit dem Temperaturen und den Massen:

$$\vartheta_1 = 64,1^\circ C, \vartheta_2 = 23,2^\circ C, \vartheta_m = 40,9^\circ C$$

$$m_1 = 191,38 g, m_2 = 208,93 g$$

Einsetzen liefert:

$$C_{K2} = 4,186 \frac{J}{g * K} \left(191,38 g * \frac{(64,1 - 40,9)^\circ C}{(40,9 - 23,2)^\circ C} - 208,93 g \right) = 175,47 \frac{J}{K}$$

4.3.2. Berechnung der Kondensationswärme des Wasserdampfes, nach 2.7 gilt:

$$Q_v = \frac{(m_2 c_W + C_K)(\vartheta_m - \vartheta_2)}{m_1} - c_W(\vartheta_1 - \vartheta_m)$$

Auch hier wieder mit der spezifischer Wärmekapazität des Wassers:

$$c_W = 4,186 \frac{kJ}{kg * K} = 4,186 \frac{J}{g * K}$$

Und den Temperaturen und Massen:

$$\vartheta_1 = 100,1^\circ C = 373,25 K, \vartheta_2 = 31,2^\circ C = 304,35 K, \vartheta_m = 50,8^\circ C = 323,95 K$$

$$m_1 = 13,75 g, m_2 = 396,35 g$$

Einsetzten liefert mit C_{K1} :

$$Q_v = \frac{\left(396,35 g * 4,186 \frac{J}{g * K} + 25,17 \frac{J}{K} \right) * (323,95 - 304,35) K}{13,75 g} - 4,186 \frac{J}{g * K} * (373,25 - 323,95) K$$

$$= 2194,51 \frac{J}{g} = 2,195 \frac{MJ}{kg}$$

Einsetzten liefert mit C_{K2} :

$$Q_v = \frac{\left(396,35 g * 4,186 \frac{J}{g * K} + 175,47 \frac{J}{K} \right) * (323,95 - 304,35) K}{13,75 g} - 4,186 \frac{J}{g * K} * (373,25 - 323,95) K$$

$$= 2408,76 \frac{J}{g} = 2,409 \frac{MJ}{kg}$$

5. Messunsicherheiten

5.1. Systematischer Fehler:

Doppelthermometer: $\Delta\vartheta_1 = \Delta\vartheta_2 = \Delta\vartheta_m = 0,2 \text{ K}$

Waage: $\Delta m_1 = \Delta m_2 = 0,02 \text{ g}$

5.2. Fehlerfortpflanzung:

Für die Wärmekapazität der 1. Versuchsdurchführung:

$$\Delta C_{K1} = \left| c_W \frac{\vartheta_1 - \vartheta_m}{\vartheta_m - \vartheta_2} \right| \Delta m_1 + |-c_W| \Delta m_2 + \left| \frac{c_W m_1}{\vartheta_m - \vartheta_2} \right| \Delta\vartheta_1 + \left| -c_W m_1 \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_m)}{(\vartheta_m - \vartheta_2)^2} \right| \Delta\vartheta_2 + \left| c_W m_1 \frac{(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{(\vartheta_m - \vartheta_2)^2} \right| \Delta\vartheta_m$$

$$\Delta C_{K1} = 0,089 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 0,084 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 6,724 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 7,282 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 14,064 \frac{\text{J}}{\text{K}} = 28,243 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Für die Wärmekapazität der 2. Versuchsdurchführung:

$$\Delta C_{K2} = \left| c_W \frac{\vartheta_1 - \vartheta_m}{\vartheta_m - \vartheta_2} \right| \Delta m_1 + |-c_W| \Delta m_2 + \left| \frac{c_W m_1}{\vartheta_m - \vartheta_2} \right| \Delta\vartheta_1 + \left| -c_W m_1 \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_m)}{(\vartheta_m - \vartheta_2)^2} \right| \Delta\vartheta_2 + \left| c_W m_1 \frac{(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{(\vartheta_m - \vartheta_2)^2} \right| \Delta\vartheta_m$$

$$\Delta C_{K2} = 0,109 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 0,084 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 9,052 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 11,865 \frac{\text{J}}{\text{K}} + 20,917 \frac{\text{J}}{\text{K}} = 43,027 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Für die Kondensationswärme mit C_{K1} :

$$\Delta Q_{v1} = \left| \frac{(m_2 c_W + C_{K1})(\vartheta_m - \vartheta_2)}{-m_1^2} \right| \Delta m_1 + \left| c_W \frac{(\vartheta_m - \vartheta_2)}{m_1} \right| \Delta m_2 + |-c_W| \Delta\vartheta_1 + \left| -\frac{m_2 c_W + C_{K1}}{m_1} \right| \Delta\vartheta_2 + \left| c_W + \frac{m_2 c_W + C_{K1}}{m_1} \right| \Delta\vartheta_m + \left| \frac{\vartheta_m - \vartheta_2}{m_1} \right| \Delta C_{K1}$$

$$\Delta Q_{v1} = 3,492 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 0,119 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 0,084 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 2,449 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 2,534 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 40,259 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 48,937 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 0,049 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

Für die Kondensationswärme mit C_{K2} :

$$\Delta Q_{v2} = \left| \frac{(m_2 c_W + C_{K2})(\vartheta_m - \vartheta_2)}{-m_1^2} \right| \Delta m_1 + \left| c_W \frac{(\vartheta_m - \vartheta_2)}{m_1} \right| \Delta m_2 + |-c_W| \Delta\vartheta_1 + \left| -\frac{m_2 c_W + C_{K2}}{m_1} \right| \Delta\vartheta_2 + \left| c_W + \frac{m_2 c_W + C_{K2}}{m_1} \right| \Delta\vartheta_m + \left| \frac{\vartheta_m - \vartheta_2}{m_1} \right| \Delta C_{K2}$$

$$\Delta Q_{v2} = 3,804 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 0,119 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 0,084 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 2,668 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 2,752 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 61,333 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 70,76 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 0,071 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

6.1. Zusammenfassung

Wärmekapazität:

$$\begin{aligned} 1. \text{ Versuchsdurchführung} \quad C_{K1} &= (C_{K1} \pm \Delta C_{K1}) \frac{J}{K} = (25,17 \pm 28,243) \frac{J}{K} \\ 2. \text{ Versuchsdurchführung} \quad C_{K2} &= (C_{K2} \pm \Delta C_{K2}) \frac{J}{K} = (175,47 \pm 43,027) \frac{J}{K} \end{aligned}$$

Kondensationswärme:

$$\begin{aligned} \text{Mit } C_{K1} \quad \Delta Q_{v1} &= (Q_{v1} \pm \Delta Q_{v1}) \frac{MJ}{kg} = (2,195 \pm 0,049) \frac{MJ}{kg} \\ \text{Mit } C_{K2} \quad \Delta Q_{v2} &= (Q_{v2} \pm \Delta Q_{v2}) \frac{MJ}{kg} = (2,409 \pm 0,071) \frac{MJ}{kg} \end{aligned}$$

6.2. Diskussion

Die Wärmekapazität der 1. Versuchsdurchführung scheint eindeutig falsch zu sein, schon da der errechnete Wert kleiner ist als die dazugehörige Messunsicherheit, aber auch weil der Wert allgemein zu klein ist für einen Kalorimeter, was wahrscheinlich auf Messfehler zurückzuführen ist.

Da der tabellierte Werte für die spezifische Kondensationswärme von Wasser bei $2,26 \text{ MJ/kg}$ liegt haben wir schon eine gute Näherung errechnet. Die letzten Abweichungen folgen aus den Fehlern beim Ermitteln der Wärmekapazität des Kondensators. Auf Grund des Größenunterschiedes zwischen der Kondensationswärme mit „MJ“ und der Wärmekapazität mit „J“ ergeben auch größere Abweichungen bei der Wärmekapazität nur geringe Abweichungen bei der Kondensationswärme.

7. Literatur

Als Fußnoten aufgeführte Einzelverweise werden hier nicht noch einmal hinterlegt.

[1] Schaaf, P.; Große-Knetter, J.: *Das Physikalische Praktikum*, Göttingen: Universitätsverlag Göttingen, 2008. ISBN 978-3-940344-27-4

[2] Eichler, H. J.; Kronfeldt, H.-D.; Sahm, J.: *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*, 2. Auflage, Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2006. ISBN 978-3-540-21453-3

[3] Institut für Experimentelle Physik,
Fakultät für Naturwissenschaften,

Otto von Guericke Universität Magdeburg, Webseiten:

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/praktikumsordnung.pdf; 01.05.2010,20:05

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf; 01.05.2010, 20:05

<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/fehlerrechnung.pdf>; 01.05.2010, 20:05

[4] Bergmann-Schäfer: *Lehrbuch der Experimentalphysik*, Berlin: de Gruyter, 1998.
ISBN 978-3110128703

O 4 – Brennweite von Linsen

1. Aufgabenstellung

Die Brennweite dünner Linsen ist nach unterschiedlichen Verfahren zu bestimmen, Abbildungsfehler sind zu untersuchen.

- 1.1. Die Brennweite einer Sammellinse ist durch Autokollimation zu bestimmen.
- 1.2. Die Brennweite der Sammellinse ist durch Messung von Bild- und Gegenstandsweite aus der graphischen Darstellung der reziproken Werte dieser Größen zu bestimmen.
- 1.3. Die Brennweite der Sammellinse ist aus Gegenstandsweite und Abbildungsmaßstab durch lineare Regression zu bestimmen.
- 1.4. Die Brennweite einer Zerstreuungslinse ist durch Kombination mit der Sammellinse nach dem Verfahren von Bessel zu bestimmen.
- 1.5. Die Differenz der Brennweiten der Sammellinse für Rand- und Zentralstrahlen (sphärische Aberration) ist aus der Änderung von Bild- und Gegenstandsweite zu bestimmen.

2. Grundlagen zum Versuch

Die Termini und zugehörigen mathematischen Formeln werden nach der Reihenfolge ihres Auftretens in der Aufgabenstellung erklärt.

Da in diesem Versuch nur dünne Linsen betrachtet werden, kann man sich die zweimalige Brechung des Lichtes, beim Eintreten sowie Austreten aus der Linse, durch eine einmalige Brechung an der Mittelebene der Linse vorstellen. Konvexlinsen (Sammellinsen), sind nach außen gewölbt, d.h. sie sind in der Mitte dicker als an ihrem Rand. Das Parallel zur optischen Achse einfallende Licht wird im Brennpunkt F vereinigt, dabei ist der Abstand des Brennpunktes F von der Mittelebene die Brennweite f einer Linse. Konkavlinsen (Zerstreuungslinsen), sind nach innen gewölbt und somit am Rand dicker als in der Mitte. Dadurch wird das parallel zur optischen Achse einfallende Licht so gebrochen, als ob es vom Brennpunkt F kommen würde, d.h. der Brennpunkt der Linse ist ein virtueller Brennpunkt, da er vor der Linse liegt und somit sich das Licht nur virtuell in der rückwärtigen Verlängerung der Strahlen vereinigt.

Autokollimationsverfahren: Man bringt hinter der Linse einen ebenen Spiegel senkrecht zur optischen Achse an und verschiebt eine als Gegenstand dienende leuchtende Marke solange, bis ihr Bild in der Gegenstandsebene scharf erscheint. Ist dies erreicht, so befindet sich der Gegenstand in der Brennweite der Linse. Alle von einem Punkt des Gegenstands ausgehenden Lichtstrahlen treten daher parallel aus der Linse aus, werden reflektiert und in der Brennebene wieder zu einem Punkt vereinigt.

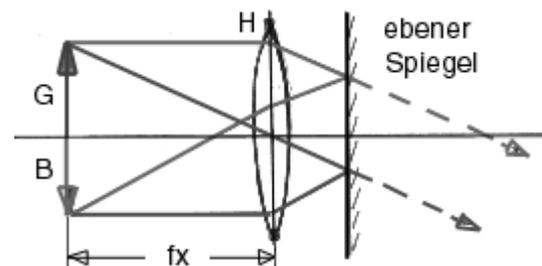


Abbildung O4.1 Autokollimationsverfahren

Brennweitenbestimmung durch b Bild- und g Gegenstandsweite:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (2.1)$$

Brennweitenbestimmung durch Abbildungsmaßstab $\beta = \frac{b}{g}$:

$$g = f \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (2.2)$$

Bei gefassten Linsen kann die Lage der Mittelebene nicht genau festgestellt werden, daher verwendet man das Bessel-Verfahren, bei dem Gegenstands- und Bildweite indirekt durch genauer messbare Größen ermittelt werden. Bei festem Abstand s zwischen Gegenstand und Schirm erhält man bei zwei symmetrischen Linsenstellungen I und II scharfe reelle Bilder auf dem Schirm (I vergrößert, II verkleinert), wenn der Abstand s größer als die vierfache Brennweite der Linse (des Systems) ist. Ist die Größe der Verschiebung der Stellung I nach Stellung II gleich e , so gilt wegen der Symmetrie der Linsenstellungen die Bessel Gleichung:

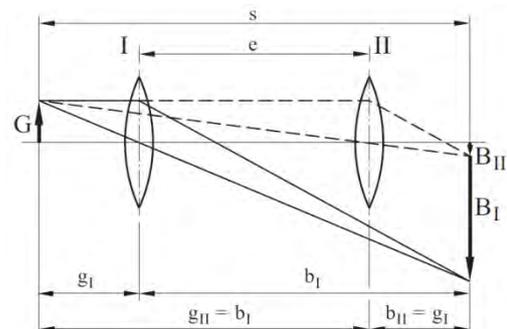


Abbildung O4.2 Bessel-Verfahren

$$e = g_{II} - g_I ; s = g_I + b_I = g_{II} + b_{II} \Rightarrow f = \frac{1}{4} \left(s - \frac{e^2}{s} \right) \quad (2.3)$$

Da diese Gleichung jedoch nur für eine Sammellinse und nicht wie gefordert für eine Zerstreuungslinse gilt, benutzt man ein System aus der Konkav- und einer Konvexlinse mit bekannter Brennweite f_s , welches insgesamt sammelnd wirkt:

$$\frac{1}{f_g} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_z} \Rightarrow f_z = -\frac{f_g * f_s}{f_g - f_s} \quad (2.4)$$

Da die Abbildung mit Zerstreuungslinsen nur virtuelle Bilder liefert, muss deren Brennweite indirekt gemessen werden. Man setzt zu diesem Zwecke die Zerstreuungslinse, deren Brennweite f_z zu messen ist, mit einer Sammellinse bekannter Brennweite f_s , so dicht wie möglich zu einem zentrierten Linsensystem zusammen. Ist der Linsenabstand zu vernachlässigen, so ergibt sich die Brennweite f_g . Da f_z negativ ist muss die Brennweite der Sammellinse kleiner als der Betrag der Brennweite der Zerstreuungslinse sein. Die überwiegende Sammelwirkung erzeugt ein positives Vorzeichen

Die sphärische Aberration ist ein Abbildungsfehler, der bei der Abbildung achsnaher Objekte auftritt. Strahlen, die durch die Randbereiche der abbildenden Linse verlaufen. Sie werden anders gebrochen als paraxiale Strahlen. Es ergibt sich für Zonenstrahlen somit ein anderer Abbildungsort als für paraxiale Strahlen. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 2.3 dargestellt. Der Abstand zwischen diesen Schnittpunkten wird longitudinale sphärische Aberration genannt.

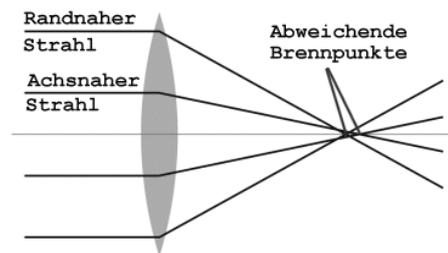


Abbildung O4.3 Sphärische Aberration

Für die Brennweitendifferenz gilt nach umstellen von 2.1. mit den Gegenstandsweiten Δg :

$$\Delta f = \frac{\Delta g(s - \Delta g)}{s} \quad (2.5)$$

3. Versuchsaufbau

Geräte: Maßband, Lichtquelle, Linsen (konvex und konkav), optische Bank, halbtransparenter Schirm, Spiegel, Loch- und Ringblende



Abbildung O4.4 Messgeräte

4. Messergebnisse

4.1. In diesem Abschnitt finden sich alle Messergebnisse, die im Labor gefunden bzw. erarbeitet wurden.

4.1.1. Zwei Wertepaare für die Bestimmung der Brennweite durch das Autokollimationsverfahren.

Tabelle O4.1 Messwerte für Aufgabe 1.1

Index i	Bildweite b_i [cm]	Gegenstandsweite g_i [cm]
1	11,3	19,3
2	10,8	19,3

4.1.2. Vierzehn Messungen von Bildweite bw , Gegenstandsweite gw und Bildgröße bg zur Bestimmung der Brennweite durch graphische Darstellung der reziproken Werte und linearer Regression.

Tabelle O4.2 Messwerte für Aufgabe 1.2 und 1.3

Index i	Wert bw_i [cm]	Wert gw_i [cm]	Wert bg_i [cm]	Index i	Wert bw_i [mm]	Wert gw_i [cm]	Wert bg_i [cm]
1	79,6	13,9	12,2	8	42,6	15,7	5,9
2	74,4	13,9	11,4	9	36,6	16,6	4,8
3	69,4	14,0	10,3	10	29,9	18,4	3,6
4	64,1	14,2	9,5	11	21,9	21,7	2,2
5	59,0	14,4	8,6	12	6,7	31,1	1,3
6	53,7	14,7	7,8	13	14,6	40,3	0,8
7	48,4	15,0	6,9	14	13,0	61,2	0,5

4.1.3. Zwei Paar Werte für die Bestimmung der Brennweite durch das Verfahren von BESSEL. Der feste Abstand zwischen Gegenstand und Schirm beträgt: $s = 90 \text{ cm}$.

Tabelle O4.3 Messwerte für Aufgabe 1.4

Index i	Gegenstandsweite g_{i1} [cm]	Gegenstandsweite g_{i2} [cm]	Abstandsdifferenz e_i [cm]
1	21,2	71,3	50,1
2	22,8	72,5	49,7

4.1.4. Zwei Paar Werte für die Bestimmung der Brennweite durch sphärische Aberration. Der feste Abstand zwischen Gegenstand und Schirm beträgt: $s = 79,8 \text{ cm}$.

Tabelle O4.4 Messwerte für Aufgabe 1.5

Index i	Bildweite b_i [cm]	Gegenstandsweite g_i [cm]
1 (randnah)	12,1	67,6
2 (achsnahe)	13,1	66,7

4.2. Bestimmung der Brennweiten durch die in den Aufgabenstellungen geforderten Verfahren.

4.2.1. Bestimmung durch Autokollimation nach (2.1):

$$f = \frac{b * g}{b + g}$$

Einsetzen liefert:

$$f_1 = \frac{11,3 * 19,3}{11,3 + 19,3} = 7,13 \text{ cm}$$

$$f_2 = \frac{10,8 * 19,3}{10,8 + 19,3} = 6,92 \text{ cm}$$

$$\bar{f} = 7,03 \text{ cm}$$

4.2.2. Bestimmung durch graphische Darstellung:

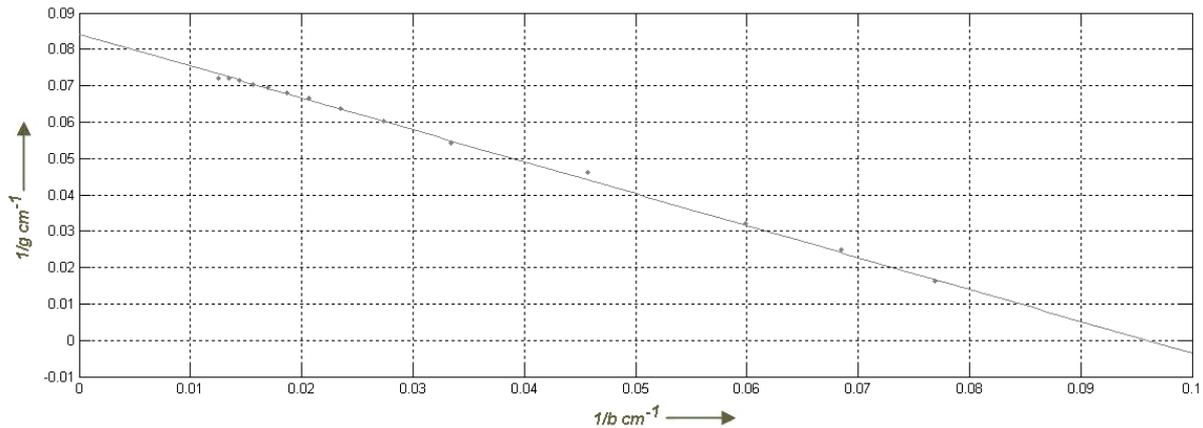


Abbildung O4.5 Brennweite über reziproke Werte von Gegenstands- und Bildweite

$$y = (-0,883x + 0,0842)cm^{-1} \Rightarrow f = \frac{1}{0,0842} = 11,88 \text{ cm}$$

Für die Abweichung gilt mittels Korrelationskoeffizient:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 * \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \wedge \Delta f = \sqrt{\frac{1}{n-2} \frac{f^2(1-r^2)}{r^2}} \text{ für } r = -0,9993 \Rightarrow \Delta f = 0,1238 \text{ cm}$$

4.2.3. Bestimmung durch lineare Regression

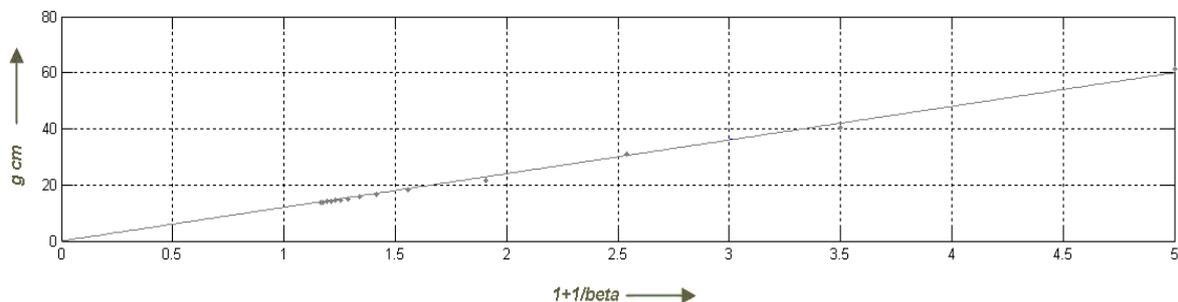


Abbildung O4.6 Brennweite über Abbildungsmaßstab β und Gegenstandsweite

$$y = (12,188x - 0,65128)cm^{-1} \Rightarrow f = 12,19 \text{ cm}$$

Für die Abweichung s der Parameter gilt:

$$\bar{s}_m = \sqrt{\frac{1}{n-2} \frac{\Delta y^2}{x^2 - \bar{x}^2}} \wedge \bar{s}_b = \bar{s}_m \sqrt{x^2} \Rightarrow \bar{s}_b = 0,1663 * \sqrt{4,5677} = 0,3554 \Rightarrow \Delta f = 0,1663 \text{ cm}$$

4.2.4. Bestimmung durch das Verfahren von BESSEL nach (2.3) und (2.4):

$$f_g = \frac{1}{4} \left(s + \frac{e^2}{s} \right)$$

$$f_z = \frac{f_g * f_s}{f_g - f_s}$$

Für f_g erhält man nach einsetzen:

$$\begin{aligned}f_{g1} &= 15,53 \text{ cm} \\f_{g2} &= 15,64 \text{ cm} \\ \bar{f}_g &= 15,59 \text{ cm}\end{aligned}$$

Für f_z erhält man nach einsetzen:

$$\bar{f}_g = 15,59 \text{ cm}, f_s = 12,19 \text{ cm (siehe 4.2.3.)}$$

$$f_z = \frac{15,59 * 12,19}{15,59 - 12,19} \text{ cm} = 55,89 \text{ cm}$$

4.2.5. Bestimmung durch sphärische Aberration nach (2.5):

$$\begin{aligned}\Delta f &= \frac{\Delta g(s - \Delta g)}{s} \\ \Delta g &= |g_1 - g_2| = (67,6 - 66,7) \text{ cm} = 0,9 \text{ cm}\end{aligned}$$

Für Δf erhält man nach einsetzen:

$$\Delta f = \frac{0,9(79,8 - 0,9)}{79,8} \text{ cm} = 0,89 \text{ cm}$$

5. Messunsicherheiten

5.1. Systematische Fehler:

Maßband: $\Delta l = 0,05 \text{ cm}$

5.2. Fehlerfortpflanzungsgesetz:

Für (2.1)
$$\Delta f = \left| \frac{g^2}{(b+g)^2} \right| \Delta b + \left| \frac{b^2}{(b+g)^2} \right| \Delta g$$

$$\Delta f = 0,02 \text{ cm} + 0,01 \text{ cm} = 0,03 \text{ cm}$$

Für (2.3):
$$\Delta f_g = \left| \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\bar{e}^2}{s^2} \right) \right| \Delta s + \left| \frac{\bar{e}}{2s} \right| \Delta e$$

$$\Delta f_g = 0,016 \text{ cm} + 0,028 \text{ cm} = 0,044 \text{ cm}$$

Für (2.4):
$$\Delta f_z = \left| \frac{-f_s^2}{(f_g - f_s)^2} \right| \Delta f_g + \left| \frac{f_g^2}{(f_g - f_s)^2} \right| \Delta f_s$$

$$\Delta f_z = 0,566 \text{ cm} + 3,496 \text{ cm} = 4,062 \text{ cm}$$

Für (2.5):
$$\Delta f = \left| \frac{\Delta g(s - (s - \Delta g))}{s^2} \right| \Delta s + \left| \frac{s - 2\Delta g}{s} \right| \Delta(\Delta g)$$

$$\Delta f = 0,000006 \text{ cm} + 0,098 \text{ cm} = 0,098 \text{ cm}$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

6.1. Zusammenfassung

Brennweiten der Sammellinse:

Durch Autokollimation: $f = (\bar{f} \pm \Delta f) \text{ cm} = (7,03 \pm 0,03) \text{ cm}$

Durch graphische Darstellung: $f = (f \pm \Delta f) \text{ cm} = (11,88 \pm 0,1238) \text{ cm}$

Durch lineare Regression: $f = (f \pm \Delta f) \text{ cm} = (12,19 \pm 0,1663) \text{ cm}$

Brennweite der Streuungslinse:

$$f = (f \pm \Delta f) \text{ cm} = (55,89 \pm 4,062) \text{ cm}$$

Differenz der Brennweiten:

$$\Delta f = (\Delta f \pm \Delta f) \text{ cm} = (0,89 \pm 0,098) \text{ cm}$$

6.2. Diskussion

Die Fehler, die beim Erstellen der Messreihen aufgetreten sind lassen sich insbesondere auf das persönliche Empfinden der Schärfe der Abbildung zurückführen, was in diesen Versuchen eine entscheidende Rolle gespielt hat. Allgemein war das Augenmaß des Betrachters eine große Fehlerquelle für die exakte Ermittlung der benötigten Längen.

7. Literatur

Als Fußnoten aufgeführte Einzelverweise werden hier nicht noch einmal hinterlegt.

Schaaf, P.; Große-Knetter, J.: *Das Physikalische Praktikum*, Göttingen: Universitätsverlag Göttingen, 2008. ISBN 978-3-940344-27-4

Eichler, H. J.; Kronfeldt, H.-D.; Sahm, J.: *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*, 2. Auflage, Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2006. ISBN 978-3-540-21453-3

Institut für Experimentelle Physik,
Fakultät für Naturwissenschaften,
Otto von Guericke Universität Magdeburg, Webseiten:

Quellen von Abbildungen, die nicht selbst erstellt wurden:

Abbildung O4.1 Autokollimation;

http://www.flaschenboden.de/images/sphaerische_aberration.gif; 26.05.2010, 16:11

Abbildung O4.2 Bessel-Verfahren;

http://www.uni-jena.de/unijenamedia/Downloads/faculties/physik_astro/phys_gp/V_403_1.pdf
(Seite 4); 26.05.2010, 16:11

Abbildung O4.3 Sphärische Aberration;

https://elearning.mat.univie.ac.at/physikwiki/images/thumb/3/38/Bessel_Methode.jpg/300px-Bessel_Methode.jpg; 26.05.2010, 16:11

M 7 – Stoßpendel

1. Aufgabenstellung

Die Geschwindigkeit einer Luftgewehrkugel ist mit Hilfe des Stoßpendels zu bestimmen.

- 1.1. Die horizontale Auslenkung des Stoßpendels nach Eindringen der Luftgewehrkugel ist bei 2 unterschiedlichen Pendellängen jeweils mehrfach zu bestimmen.
- 1.2. Der Einfluss des Luftstoßes auf die Pendelauslenkung ist zu untersuchen.
- 1.3. Aus der auf Luftstoß korrigierten Pendelauslenkung ist die Geschwindigkeit zu berechnen.
- 1.4. Zusatzaufgabe: Die Größenordnung der Dauer eines elastischen Stoßes ist aus dem Durchmesser des Abdrucks zu bestimmen, den eine Kugel beim Stoß gegen eine Platte hinterlässt.

2. Grundlagen zum Versuch

Die Termini und zugehörigen mathematischen Formeln werden nach der Reihenfolge ihres Auftretens in der Aufgabenstellung erklärt.

Es handelt sich bei dem Schuss mit dem Gewehr auf die Knetmasse um einen **geraden** (Stoßrichtung fällt in die Verbindungsgerade der Massenmittelpunkte), **zentralen** (Stoßpartner treffen, mit den Massenmittelpunkten aufeinander, so dass sie als Punktmassen interpretiert werden können), **plastischen** (vollkommen unelastischer) **Stoß** (bleibende Deformation infolge von Umwandlung kinetischer in innere Energie U).

Es gilt der Impulserhaltungssatz für das sog. ballistische Pendel:

$$\begin{aligned} m_{Kugel} \cdot v_{Kugel} + m_{Pendel} \cdot v_{Pendel} &= p_{vor} \\ (m_{Kugel} + m_{Pendel}) \cdot v_{gesamt} &= p_{nach} \\ v_{Pendel} = 0 : p_{vor} = p_{nach} &\Leftrightarrow m_K v_K = (m_K + m_P) \cdot v_g \end{aligned} \quad (2.1)$$

Da das System „Pendel-Kugel“ nun abgeschlossen ist, darf der Energieerhaltungssatz angewendet werden, obwohl wir nicht wissen, wie viel Bewegungsenergie der Kugel aufgewendet wurde, um die Knete zu deformieren ($E_{kin,vor} \rightarrow U$ umzusetzen): $E_{pot,nach} = E_{kin,nach}$

$$\frac{1}{2} (m_K + m_P) v_g^2 + U = (m_K + m_P) g h + U \Rightarrow v_g = \sqrt{2gh} \quad (2.2)$$

Die Höhe berechnet sich aus der Geometrie:

$$\begin{aligned} (L - h)^2 + s^2 &= L^2 \Leftrightarrow h_{1/2} = L \pm \sqrt{L^2 - s^2}; h < L \Rightarrow \\ h &= L - \sqrt{L^2 - s^2} \text{ einsetzen von (2.3) in (2.2) und (2.2) in} \\ &\text{(2.1) liefert Geschwindigkeit der Kugel:} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$v_K = \frac{m_K + m_P}{m_K} \sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s^2})} : g = 9,81 \frac{m}{s^2} \quad (2.4)$$

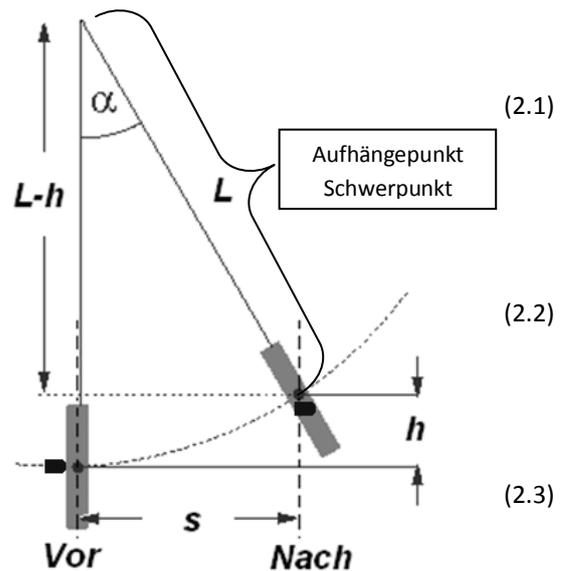


Abbildung M7.1 Ablauf d. Versuchs

Für die Luftstoßkorrektur wird eine Differenz aus der gemessenen Auslenkung s_g und dem Luftstoßeinfluss s_{Luft} angegeben, die den Effektivwert der Auslenkung s angibt.

$$v_K = \frac{(m_K + m_P)}{m_K} \sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_g^2})} - \frac{m_P}{m_K} \sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_{Luft}^2})} \quad (2.5)$$

3. Versuchsaufbau

Gemäß Aufgabenstellung werden drei Geräte benötigt.

Ein Luftgewehr.

Ein mit Knete gefülltes Pendel P mit Skala, mit einer Messgenauigkeit $\Delta d_P = 0,5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.

Ein Maßband MB , mit einer Messgenauigkeit $\Delta d_{MB} = 0,5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.

Eine Feinwaage FW (mechanisch), mit einer Messgenauigkeit $\Delta m_{FW} = 1 \text{ mg} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$.

Durchführung

Mit einem Luftgewehr wird auf ein Pendel geschossen, die dadurch entstehende horizontale Auslenkung wird gemessen. Da der Luftstoß berücksichtigt werden soll, wird die durch den Luftstoß verursachte Auslenkung separat vermessen. Um eine größere Genauigkeit zu erreichen wird mehrmals auf das Pendel, bei zwei unterschiedlichen Pendellängen, geschossen und vermessen. Das Gewicht der Kugeln wurde vorher mit einer Feinwaage ermittelt (fünf einzeln, fünf und zehn zusammen). Nach jeweils fünf Schuss wurden die Kugeln entfernt und der Pendelkörper neu gewogen, da u.a. auch Knete an unseren Händen kleben blieb, war dies notwendig. Abbildung M7.2 zeigt das Luftgewehr zusammen mit dem Pendel



Abbildung M7.2 Geräte

4. Messergebnisse

In diesem Abschnitt finden sich alle Messergebnisse, die im Labor gefunden bzw. erarbeitet wurden.

4.1. Messungen der Kugelmasse: $i=6$ ist durch 5 und $i=7$ durch 10 zu teilen.

Tabelle M7.1 Messwerte Kugelmasse mit Feinwaage

Index k	Wert d_i [g]	Bemerkung
1	0,5181	Fünf Einzelmessungen von fünf Kugeln
2	0,5165	
3	0,5148	
4	0,5212	
5	0,5024	
6	2,4963	Fünf Kugeln zusammen
7	4,9878	Zehn Kugeln zusammen
Wert_t	0,50286	Mittelwert

4.2. Es ist bei zwei möglichst weit auseinanderliegenden (um Einfluss der Länge sichtbar machen zu können) Pendellängen zu messen.

Tabelle M7.2 Zwei unterschiedliche Pendellängen

Pendellänge	Wert [cm]
Kurz k	89,5
Lang l	128,3

4.3. Die folgende Tabelle zeigt die einzelnen Auslenkungen bezogen auf eine Referenzlänge s_0 . Dabei stellen die jeweils in mm angegebene Werte, die tatsächlich auf der Messkala abgelesenen Werte dar. Die Masse des Pendels m_p wird mit jeder Zeile um den ermittelten Mittelwert eine Kugel erhöht. Dabei stellen die Indizes 1, 6, 11, 14 und 21 bis 26 explizit mit der Feinwaage gemessenen Wert dar. „ k “ und „ l “ stellen die jeweils zugehörige Länge des Pendels dar. So ist z.B. für Index $i=1$ bis $i=10$ die kurze Pendellänge verwendet worden. Die Indizes 21 bis 26 stellen das Schießen ohne Kugel dar. Die reale Auslenkung s ist dementsprechend die Differenz von „ s_0 “ minus abgelesener Auslenkung „ $Auslk$.“

Tabelle M7.3 Auslenkungen

Index i	Ref s_0 [mm]	Masse m_p [g]	Auslk. [mm]	Index i	Ref s_{0i} [mm]	Masse m_p [g]	Auslk. [mm]
1 k	113	278,375	53	14	116	276,235	43
2	113	278,87786	52	15	116	276,73786	43
3	112	279,38072	52	16	116	277,24072	43
4	112	279,88358	55	17	116	277,74358	44
5	112	280,38644	52	18	116	278,24644	43
6	112	277,845	52	19	116	278,7493	44
7	112	278,34786	52	20	116	279,25216	44
8	112	278,85072	51	21 k	105	278,375	103
9	112	279,35358	51	22	105	278,375	103
10	112	279,85644	52	23	105	277,845	102
11 l	116	278,325	45	24 l	108	278,325	102
12	116	278,82786	46	25	108	276,235	103
13	116	279,33072	46	26	108	276,235	103

4.4. Berechnung der Geschwindigkeiten der Kugel nach 2.4. ohne Berücksichtigung des Luftstoßeinflusses. Die Indizes 11 bis 13 und 24 bis 26 repräsentieren die „Geschwindigkeit der Luft“ da hier faktisch ohne Kugel geschossen wurde. Die Werte für den Luftstoß wurden nach 2.5. 2.Summand* berechnet. Da die Masse der Kugel hier Null ist, würde diese im Nenner auftauchen, es wird also davon ausgegangen wir haben eine Kugel aus Luft mit der gleichen Masse, in Verbindung mit der Weite kann man sich nun fragen, wie schnell wäre eine vergleichbare echte Metallkugel und diese Geschwindigkeit wird in 11-13 und 24-26 angegeben. Zu 1.2.: v_{Luft} und v_{Eff} gehen als vektorielle Größe mit gleichem Winkel und Vorzeichen in den sichtbaren Messwert ein.

Tabelle M7.3 Geschwindigkeitsberechnung nach 2.4 bezogen auf Tabelle M7.3

Index j	v_k [m/s]	Index i M7.3	Bemerkung	Index j	v_k [m/s]	Index i M7.3	Bemerkung
1	109,38	1	Kurze Pendellänge nach 2.4.	14	108,9	11	Lange Pendellänge nach 2.4.
2	111,41	2		15	106,56	12	
3	109,78	3		16	106,56	13	
4	104,47	4		17	111,99	14	
5	110,18	5		18	112,19	15	
6	110,37	6		19	112,4	16	
7	110,57	7		20	111,05	17	
8	112,07	8		21	112,8	18	
9	112,07	9		22	110,25	19	
10	110,02	10		23	110,45	20	
\overline{Wert}_{jkk}	110,03			\overline{Wert}_{jlk}	110,31		
11	3,6718	21	Luftstoß nach 2.5.(2*)	24	9,1829	24	Luftstoß nach 2.5.(2*)
12	3,6784	22		25	7,6662	25	
13	5,5276	23		26	7,6800	26	
\overline{Wert}_{jkl}	4,2926			\overline{Wert}_{jll}	8,1764		

Gemäß 2.5. ist nun der Effektivwert

$$\overline{Wert}_{j\text{kurzkugel}} - \overline{Wert}_{j\text{kurzluft}} = (110,03 - 4,2926) \frac{m}{s} = 105,7374 \frac{m}{s}$$

bzw.

$$\overline{Wert}_{j\text{langkugel}} - \overline{Wert}_{j\text{langluft}} = (110,31 - 8,1764) \frac{m}{s} = 102,1336 \frac{m}{s}$$

Dies sind dann auch gleichzeitig die unter 1.3. geforderten korrigierten Pendelauslenkungen. Die Fehlerrechnung zu den beiden Größen erfolgt unter 5.

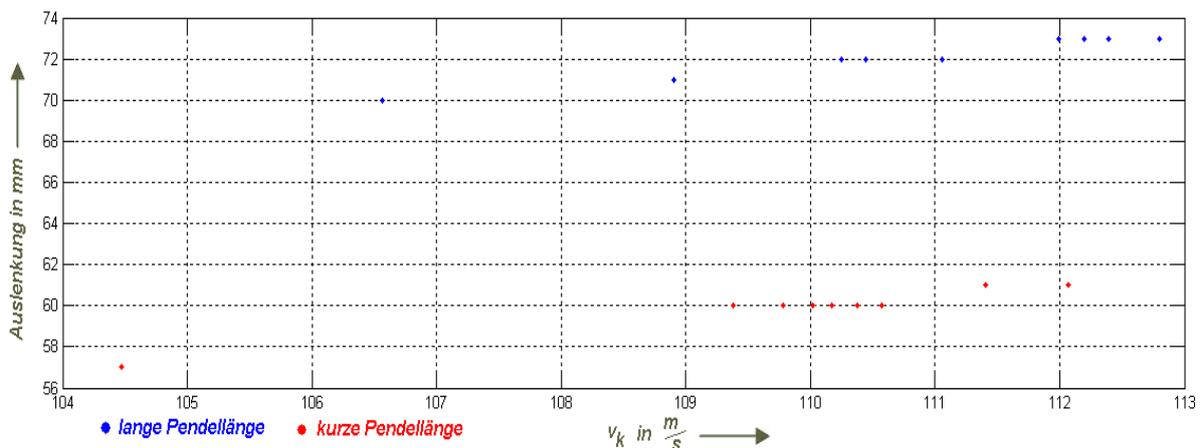


Abbildung M7.3 Funktionaldiskreter Zusammenhang $f(v_k)=s$

5. Messunsicherheiten

Die Größtabweichung einer Ergebnisgröße ist die Summe der partiellen Ableitungen der Ergebnisgröße nach allen gemessenen Einflussgrößen. Betrachten wir also für die Ergebnisgröße v_K die Einflussfaktoren. Gemessen wurden: Masse Kugel m_K Masse Pendel m_P Pendellänge L Gesamtauslenkung s_g und Luftauslenkung s_{Luft} . Wobei v_K nach 2.5. wie folgt definiert ist:

$$v_K = \frac{(m_K + m_P)}{m_K} \sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_g^2})} - \frac{m_P}{m_K} \sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_{Luft}^2})} = \mathcal{L}(m_K, m_P, L, s_g, s_{Luft})$$

Es ist also folgendes zu berechnen (dies geschieht mit einem Computeralgebrasystem):

$$\Delta v_K = \Delta \mathcal{L} = \left| \frac{\partial}{\partial m_K} \mathcal{L} \right| \Delta m_K + \left| \frac{\partial}{\partial m_P} \mathcal{L} \right| \Delta m_P + \left| \frac{\partial}{\partial L} \mathcal{L} \right| \Delta L + \left| \frac{\partial}{\partial s_g} \mathcal{L} \right| \Delta s_g + \left| \frac{\partial}{\partial s_{Luft}} \mathcal{L} \right| \Delta s_{Luft}$$

$$\left| \frac{\partial}{\partial m_K} \mathcal{L} \right| = \left| \frac{m_P}{m_K^2} * \left(\sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_{Luft}^2})} - \sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_g^2})} \right) \right|$$

$$\left| \frac{\partial}{\partial m_P} \mathcal{L} \right| = \left| \frac{1}{m_K} * \left(\sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_g^2})} - \sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_{Luft}^2})} \right) \right|$$

$$\left| \frac{\partial}{\partial L} \mathcal{L} \right| = \left| \frac{g}{m_K} * \left(\frac{(m_K + m_P) \left(1 - \frac{L}{\sqrt{L^2 - s_g^2}} \right)}{\sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_g^2})}} - \frac{m_P \left(1 - \frac{L}{\sqrt{L^2 - s_{Luft}^2}} \right)}{\sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_{Luft}^2})}} \right) \right|$$

$$\left| \frac{\partial}{\partial s_g} \mathcal{L} \right| = \left| \frac{g s_g (m_K + m_P)}{m_K} * \frac{1}{\sqrt{L^2 - s_g^2} * \sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_g^2})}} \right|$$

$$\left| \frac{\partial}{\partial s_{Luft}} \mathcal{L} \right| = \left| -\frac{g s_{Luft} m_P}{m_K} * \frac{1}{\sqrt{L^2 - s_{Luft}^2} * \sqrt{2g(L - \sqrt{L^2 - s_{Luft}^2})}} \right|$$

$m_K = 0,50286g$ nach Tabelle M7.1; $m_{P, kurzesPendel} = 279,1157g$ nach Tabelle M7.3 Index 1 bis 10; $m_{P, langesPendel} = 278,0689g$ nach Tabelle M7.3 Index 11 bis 20; $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$; L entweder „Langes Pendel“ oder „Kurzes Pendel“; $s_{g, kurzesPendel} = 60mm$ nach Tabelle M7.3 Index 1 bis 10; $s_{g, langesPendel} = 71,9mm$ nach Tabelle M7.3 Index 11 bis 20; $s_{Luft, kurzesPendel} = 2,33mm$ nach Tabelle M7.3 Index 21 bis 23; $s_{Luft, langesPendel} = 5,33mm$ nach Tabelle M7.3 Index 24 bis 26.

Tabelle M7.4 Abweichungen bezogen auf die jeweils einzelne Einflussgröße

Partielle Abl. Einflussgröße	Kurzes Pendel=895mm	Langes Pendel=1283mm
$\left \frac{\partial}{\partial m_K} \mathcal{L} \right $	106,04 $\frac{m}{sg}$	101,83 $\frac{m}{sg}$
$\left \frac{\partial}{\partial m_P} \mathcal{L} \right $	0,366 $\frac{m}{sg}$	0,380 $\frac{m}{sg}$
$\left \frac{\partial}{\partial L} \mathcal{L} \right $	594,897 $\frac{1}{s}$	398,306 $\frac{1}{s}$
$\left \frac{\partial}{\partial s_g} \mathcal{L} \right $	1844,0624 $\frac{1}{s}$	1533,640 $\frac{1}{s}$
$\left \frac{\partial}{\partial s_{Luft}} \mathcal{L} \right $	1837,644 $\frac{1}{s}$	1529,077 $\frac{1}{s}$

Die „Einflussfaktoren“ sind bekannt als $\Delta\bar{x} = \Delta x_{sys} + \Delta\bar{x}_{zuf} = \Delta x_{sys} + t_v * \Delta x_{Streu}$. Die systematischen Fehler sind unter 3.1. aufgelistet. Der Studentfaktor t_v beträgt aufgrund der kleinen Messwertreihe von 20 einen Wert von 3,4221 bei $\nu = 99,73\%$ Vertrauensniveau (Praktikumshelfer).

Der zufällige Anteil von ΔL wird mit 2mm geschätzt, da ein Standardabweichung nicht angegeben werden kann. Der zufällige Anteil für die Auslenkungen errechnet sich über die Standardabweichung $\sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})^2}$. multipliziert mit dem Studentfaktor. Für die Massen existiert nur der systematische Fehler. Die hierbei entstehenden Fehler sind sehr klein, da es eine sehr geringe Streuung gibt. Tatsächlich könnte aber innerhalb einer Schrecksekunde jeweils der Höchstausschlag des Pendels nicht gesehen worden sein. Es wird angenommen, dass sich das Pendel insgesamt bis zu einem halben Zentimeter weiter bewegt ohne das der Betrachter einen Unterschied wahrnimmt.

$$\begin{aligned} \Delta m_K &= 1 * 10^{-3} g; \quad \Delta m_P = 1 * 10^{-2} g; \quad \Delta L = (0,5 + 2) mm; \\ \Delta s_{g, kurz} &= (0,5 + 7,5) mm; \quad \Delta s_{g, lang} = (0,5 + 8,0) mm \\ \Delta s_{Luft, kurz} &= (0,5 + 5) mm; \quad \Delta s_{Luft, lang} = (0,5 + 5) mm; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta v_{K, kurz} &= \left| \frac{\partial}{\partial m_K} \mathcal{L} \right| \Delta m_K + \left| \frac{\partial}{\partial m_P} \mathcal{L} \right| \Delta m_P + \left| \frac{\partial}{\partial L} \mathcal{L} \right| \Delta L + \left| \frac{\partial}{\partial s_{g, kurz}} \mathcal{L} \right| \Delta s_g + \left| \frac{\partial}{\partial s_{Luft, kurz}} \mathcal{L} \right| \Delta s_{Luft} \\ \Delta v_{K, kurz} &= 106,04 \frac{m}{sg} * 10^{-3} g + 0,366 \frac{m}{sg} * 10^{-2} g + 594,897 \frac{1}{s} * 0,0025 m + 1844,0624 \frac{1}{s} * 0,008 m + 1837,644 \frac{1}{s} * 0,0055 m \\ \Delta v_{K, kurz} &= (0,106 + 0,00366 + 1,487 + 11,99 + 9,65) \frac{m}{s} = 23,24 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta v_{K, lang} &= \left| \frac{\partial}{\partial m_K} \mathcal{L} \right| \Delta m_K + \left| \frac{\partial}{\partial m_P} \mathcal{L} \right| \Delta m_P + \left| \frac{\partial}{\partial L} \mathcal{L} \right| \Delta L + \left| \frac{\partial}{\partial s_{g, lang}} \mathcal{L} \right| \Delta s_g + \left| \frac{\partial}{\partial s_{Luft, lang}} \mathcal{L} \right| \Delta s_{Luft} \\ \Delta v_{K, lang} &= 101,83 \frac{m}{sg} * 10^{-3} g + 0,380 \frac{m}{sg} * 10^{-2} g + 398,306 \frac{1}{s} * 0,0025 m + 1533,640 \frac{1}{s} * 0,0085 m + 1529,077 \frac{1}{s} * 0,0055 m \\ \Delta v_{K, lang} &= (0,102 + 0,0038 + 0,996 + 10,35 + 8,03) \frac{m}{s} = 19,48 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

6.1. Zusammenfassung

$$\begin{aligned} \text{Geschwindigkeit (lang):} & \quad v_{k, \text{kurz}} = (105,74 \pm 23,24) \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \text{Geschwindigkeit (kurz):} & \quad v_{k, \text{lang}} = (102,13 \pm 19,48) \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

6.2. Diskussion

Man kann anhand der aufgeschlüsselten Fehlerrechnung sehen, dass die Messung der Auslenkung und damit einhergehend auch der Einfluss des Luftstoßes auf diese den bedeutenden Anteil des Fehlers ausmachen. 93 bzw. 94%. Nimmt man nun sogar an das Pendel habe im Bereich von einem Zentimeter Spielraum anstatt einem halben, so vergrößern sich die Fehler auf 98-99% mit $\Delta v_{k, \text{lang}} = 37,86 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ u. $\Delta v_{k, \text{kurz}} = 44,87 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Man kann also behaupten, dass das Messverfahren sehr ungenau ist und damit einhergehend der Fehler praktisch geraten, denn nimmt man an, dass der Ablesende stets den höchsten Punkt der ersten Periode als Ablesewert in die Rechnung einfügt, so liegt der Fehler bei 2 bis 3 Meter pro Sekunde, was ein sehr genaues Messverfahren suggeriert. Eine bessere Messapparatur könnte hier Abhilfe schaffen. Man könnte beispielsweise mit einem Laser und einem Kamm an der Anordnung die durchlaufenen Stäbe zählen. Auch mit einer Videoaufnahme z.B. mit einem Handy wären bessere Ergebnisse möglich, da die Auswertung in Ruhe und mehrfach geschehen kann.

7. Literatur

Als Fußnoten aufgeführte Einzelverweise werden hier nicht noch einmal hinterlegt.

Schaaf, P.; Große-Knetter, J.: *Das Physikalische Praktikum*, Göttingen: Universitätsverlag Göttingen, 2008. ISBN 978-3-940344-27-4

Eichler, H. J.; Kronfeldt, H.-D.; Sahm, J.: *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*, 2.Auflage, Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2006. ISBN 978-3-540-21453-3

Institut für Experimentelle Physik,
Fakultät für Naturwissenschaften,
Otto von Guericke Universität Magdeburg, Webseiten:

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/praktikumsordnung.pdf; 17.04.2010, 17:05

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf; 17.04.2010, 17:05

<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/fehlerrechnung.pdf>; 17.04.2010, 17:05

Achtung: Für die Darstellung $P = f(R_a)$ ist zu berücksichtigen, dass $R_a \neq R_i$ ist !!!

Das haben wir nicht beachtet!!! Also die Rechnung stimmt zwar aber falsche Zahlenwerte benutzt, daher sind die Graphiken auch falsch; sehen nur ungefähr so, wie die richtigen aus.

E 5 – Gleichstromquellen

1. Aufgabenstellung

- 1.1. Die Leerlaufspannungen (Quellenspannungen) einer elektrochemischen Spannungsquelle und eines Solarmoduls (bei fester Bestrahlungsstärke) sind mit Hilfe der Kompensationsmethode nach Poggendorff zu bestimmen.
- 1.2. Die Strom-Spannungs-Charakteristik der elektrochemischen Spannungsquelle ist aufzunehmen und graphisch darzustellen. Leerlaufspannung, Kurzschlussstrom und Innenwiderstand R_i sind durch lineare Regression zu bestimmen.
- 1.3. Die Strom-Spannungs-Charakteristik eines Solarmoduls ist bei 2 unterschiedlichen Bestrahlungsstärken aufzunehmen und graphisch darzustellen. Die Leerlaufspannungen, Kurzschlussströme und die Innenwiderstände R_i bei Anpassung, bei geringer und bei hoher Belastung sind zu bestimmen.
- 1.4. Die abgegebene Leistung ist als Funktion des äußeren Widerstands R_a für beide Spannungsquellen graphisch darzustellen. Die maximale Leistung und der dieser entsprechende Widerstand R_a sind zu ermitteln und mit den Werten von R_i aus 1.2 und 1.3 zu vergleichen.

2. Grundlagen zum Versuch

Die Termini und zugehörigen mathematischen Formeln werden nach der Reihenfolge ihres Auftretens in der Aufgabenstellung erklärt.

Bei der Kompensationsmethode nach Poggendorff wird die Leerlaufspannung E_x der zu untersuchenden Spannungsquelle dadurch ermittelt, dass der Spannung E_x eine Hilfsspannung U_H , bekannter Größe, entgegen gerichtet wird. Durch ein Wendepotentiometer wird ein Abgleich vorgenommen, so dass kein Strom mehr fließt und sich die Spannungsquellen gegenseitig kompensieren. Mit Hilfe einer Referenzspannung, bekannter Größe, lässt sich dann eine Verhältnisgleichung aufstellen, über die sich dann die gesuchte Leerlaufspannung ermitteln lässt.

$$\frac{U_N}{X_1} = \frac{E_x}{X_2} \quad (2.1)$$

$$E_x = U_N * \frac{X_2}{X_1} \quad (2.2)$$

Hierbei sei X_1 der Teilwiderstand für die Kompensation der Referenzspannung und X_2 der Teilwiderstand für die Kompensation der zu untersuchenden Spannungsquelle.

Für die Bestimmung der Leerlaufspannung, des Kurzschlussstroms und des Innenwiderstandes R_i für die Strom-Spannungs-Charakteristika sowie der abgegebenen Leistung gelten folgende Formeln:

$$R = \frac{U}{I} \quad (2.3)$$

$$R = R_i + R_L \quad (2.4)$$

$$P = U * I \quad (2.5)$$

3. Versuchsaufbau

Geräte: Elektrochemische Spannungsquelle, Solarmodul, Tastschalter, Umschalter, Wendelpotentiometer, Voltmeter, Amperemeter, Widerstandsdekaden



Abbildung E5.1 Messgeräte [1]

4. Messergebnisse

4.1. Werte zur Bestimmung der Leerlaufspannung zweier Spannungsquellen nach Poggendorff.

Die Referenzspannung beträgt 1 V mit einem Kompensationswiderstand von 1,010 Ω .

Tabelle E5.1 Messwerte für Aufgabe 1.1

Spannungsquelle	Widerstand X_2 [Ω]	Leerlaufspannung E_x [cm]
Elektrochemisch	1,340	1,327
Solarmodul	3,740	3,703

4.2.1. Neunzehn Messungen zur Strom-Spannungs-Charakteristik der elektrochemischen Spannungsquelle.

Tabelle E5.2 Messwerte für Aufgabe 1.2

Index	Lastwiderstand R_L [Ω]	Spannung U_a [V]	Außenstrom I_a [mA]	Außenwiderstand R_a [Ω]	Leistung P_a [mW]
1	∞	1,332	0	-	0
2	150	1,234	7,56	0,163	9,329
3	140	1,230	7,92	0,155	9,742
4	130	1,225	8,35	0,147	10,229
5	120	1,222	8,79	0,139	10,741
6	110	1,205	9,99	0,121	12,038
7	100	1,196	10,74	0,111	12,845
8	90	1,185	11,73	0,101	13,900
9	80	1,178	12,08	0,098	14,230
10	70	1,150	14,36	0,080	16,514
11	60	1,131	15,96	0,071	18,051
12	50	1,104	18,03	0,061	19,905
13	40	1,024	24,08	0,043	24,658
14	30	0,984	27,06	0,036	26,627
14	20	0,861	38,02	0,023	32,735
16	10	0,800	53,06	0,015	42,448
17	7	0,594	60,01	0,010	35,646
18	5	0,454	71,06	0,006	32,261
19	3	0,357	79,4	0,004	28,346

4.2.2. Bestimmung der Leerlaufspannung, des Kurzschlussstroms und des Innenwiderstands.

$$y = a * x + b$$

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} * \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}, \quad b = \bar{y} - a * \bar{x}$$

$$\bar{x} = 1,007, \quad \bar{y} = 26,567, \quad \overline{xy} = 20,569, \quad \overline{x^2} = 1,089$$

$$a = -83,223, \quad b = 110,373$$

Leerlaufspannung bei $y = 0$: $U_L = \frac{b}{-a} = 1,326 \text{ V}$
 Kurzschlussstrom bei $x = 0$: $I_K = b = 110,373 \text{ mA}$
 Innenwiderstand: $R_i = \frac{U_L}{I_K} = 12,014 \text{ } \Omega$

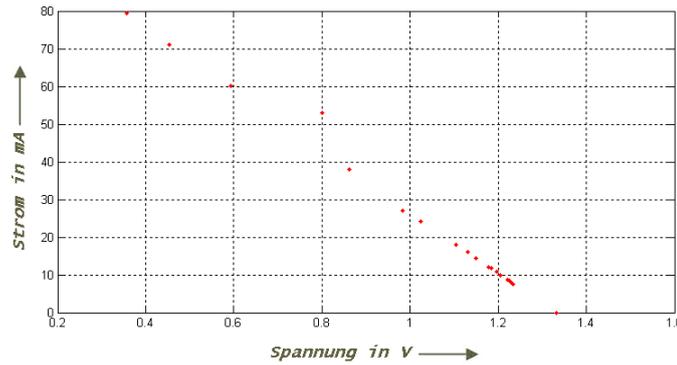


Abbildung E5.2 Batterie

4.3.1. Achtunddreißig Messungen zur Strom-Spannungs-Charakteristik des Solarmoduls. Die ersten Werte wurden bei hoher und die zweiten bei niedriger Bestrahlungsstärke aufgenommen.

Tabelle E5.3 Messwerte für Aufgabe 1.3

Index	Lastwiderstand R_L [Ω]	Spannung U_{a1}/U_{a2} [V]		Außenstrom I_{a1}/I_{a2} [mA]		Außenwiderstand R_{a1}/R_{a2} [Ω]		Leistung P_{a1}/P_{a2} [mW]	
1	∞	3,79	3,50	0	0	-	-	0	0
2	1000000	3,79	3,50	3,8	3,4	997,368	1029,412	14,402	11,9
3	900000	3,84	3,46	4,2	3,9	914,286	887,179	16,128	13,494
4	800000	3,84	3,51	4,7	4,3	817,021	816,279	18,048	15,093
5	700000	3,82	3,50	5,4	4,9	707,407	714,286	20,628	17,15
6	600000	3,82	3,48	6,3	5,7	606,349	610,526	24,066	19,836
7	500000	3,85	3,50	7,6	6,9	506,579	507,246	29,26	24,15
8	400000	3,84	3,50	9,5	8,7	404,211	402,299	36,48	30,45
9	300000	3,83	3,50	12,6	11,5	303,968	304,348	48,258	40,25
10	200000	3,86	3,52	19	17,4	203,158	202,299	73,34	61,248
11	100000	3,86	3,53	37,8	34,5	102,116	102,319	145,908	121,785
12	90000	3,86	3,53	42,2	38,6	91,469	91,451	162,892	136,258
13	80000	3,86	3,53	47,4	43,4	81,435	81,336	182,964	153,202
14	70000	3,87	3,54	54,1	49,5	71,534	71,515	209,367	175,23
15	60000	3,86	3,53	62,5	57,6	61,76	61,285	241,25	203,328
16	50000	3,86	3,53	75,2	68,6	51,330	51,458	290,272	242,158
17	40000	3,84	3,52	93,3	85,5	41,158	41,170	358,272	300,96
18	30000	3,85	3,51	123,1	112,9	31,275	31,089	473,935	396,279
19	20000	3,83	3,51	182,1	165,4	21,032	21,221	697,443	580,554
20	10000	3,78	3,41	370	333	10,216	10,240	1398,6	1135,53
21	9000	3,78	3,41	414	376	9,130	9,069	1564,92	1282,16
22	8000	3,80	3,40	469	419	8,102	8,115	1782,2	1424,6
23	7000	3,79	3,38	531	475	7,137	7,116	2012,49	1605,5
24	6000	3,77	3,36	616	548	6,120	6,131	2322,32	1841,28
25	5000	3,73	3,32	731	649	5,103	5,116	2726,63	2154,68
26	4000	3,70	3,26	901	791	4,107	4,121	3333,7	2578,66
27	3000	3,65	3,16	1173	1008	3,112	3,135	4281,45	3185,28
28	2000	3,54	2,85	1679	1346	2,108	2,117	5943,66	3836,1
29	1000	3,07	1,63	3080	1620	0,997	1,006	9455,6	2640,6
30	900	2,82	1,45	3140	1620	0,898	0,895	8854,8	2349
31	800	2,58	1,32	3180	1610	0,811	0,820	8204,4	2125,2
32	700	2,33	1,15	3260	1600	0,715	0,719	7595,8	1840
33	600	2,03	0,98	3320	1590	0,611	0,616	6739,6	1558,2
34	500	1,71	0,82	3510	1590	0,487	0,516	6002,1	1303,8
35	400	1,35	0,66	3280	1590	0,412	0,415	4428	1049,4
36	300	1,03	0,50	3270	1580	0,315	0,316	3368,1	790
37	200	0,70	0,39	3270	1580	0,214	0,247	2289	616,2
38	100	0,37	0,18	3270	1590	0,113	0,113	1209,9	286,2

4.3.2. Bestimmung der Leerlaufspannung, des Kurzschlussstroms und des Innenwiderstands.

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= 3,262, & \bar{y}_1 &= 1087,968, & \bar{x}_1\bar{y}_1 &= 2339,356, & \bar{x}_1^2 &= 11,647 \\ a_1 &= -1205,208, & b_1 &= 5019,878 \\ \bar{x}_2 &= 2,752, & \bar{y}_2 &= 611,830, & \bar{x}_2\bar{y}_2 &= 976,911, & \bar{x}_2^2 &= 8,906 \\ a_2 &= -530,867, & b_2 &= 2072,863 \end{aligned}$$

Leerlaufspannung bei $y = 0$: $U_{L1} = \frac{b}{-a} = 4,165 \text{ V}$ Leerlaufspannung bei $y = 0$: $U_{L2} = \frac{b}{-a} = 3,905 \text{ V}$
 Kurzschlussstrom bei $x = 0$: $I_{K1} = b = 5019,878 \text{ mA}$ Kurzschlussstrom bei $x = 0$: $I_{K2} = b = 2072,863 \text{ mA}$
 Innenwiderstand: $R_{i1} = \frac{U_L}{I_K} = 0,830 \Omega$ Innenwiderstand: $R_{i2} = \frac{U_L}{I_K} = 1,884 \Omega$

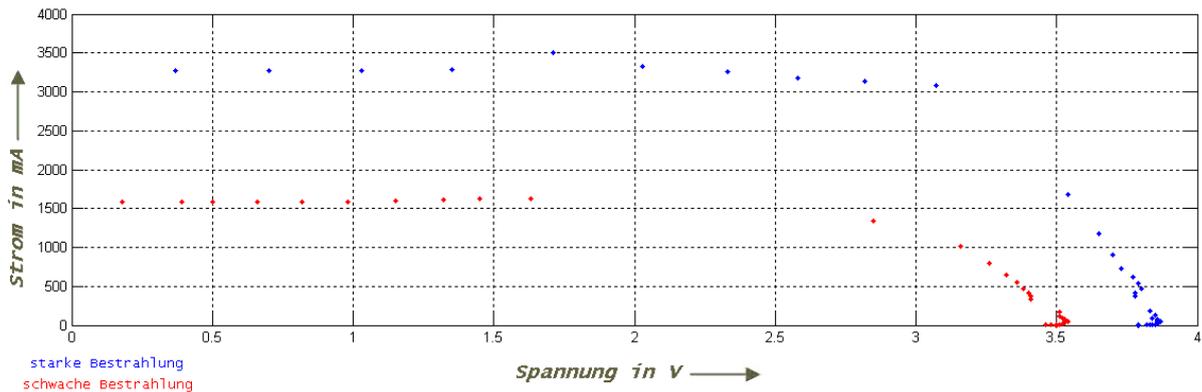


Abbildung E5.3 Solarzelle

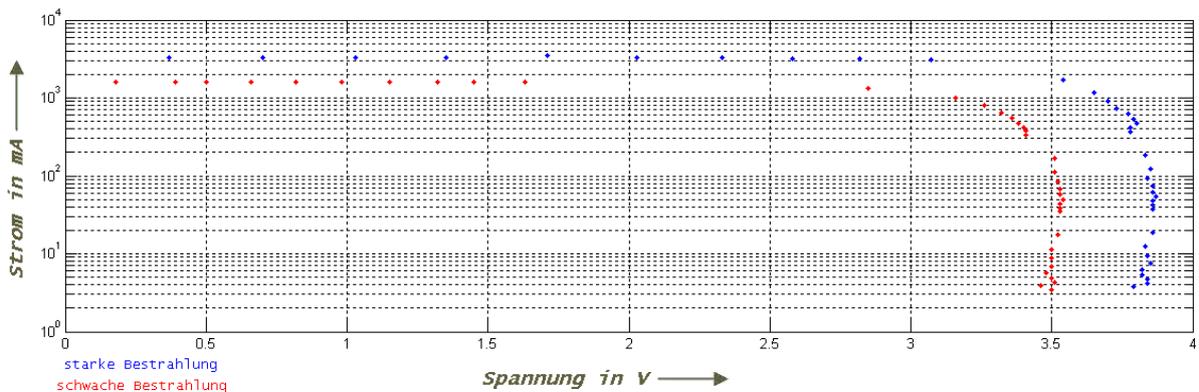


Abbildung E5.4 Solarzelle (logarithmische Ordinate)

4.4. Darstellung der Maximalleistung der Spannungsquellen.

Die elektrochemische Spannungsquelle:

Maximalleistung $P_{max} = 42,448 \text{ mW}$ bei einem Lastwiderstand $R_L = 10 \Omega$

Das Solarmodul bei hoher Bestrahlungsstärke:

Maximalleistung $P_{max} = 9455,6 \text{ mW}$ bei einem Lastwiderstand $R_L = 1000 \Omega$

Das Solarmodul bei niedriger Bestrahlungsstärke:

Maximalleistung $P_{max} = 3836,1 \text{ mW}$ bei einem Lastwiderstand $R_L = 2000 \Omega$

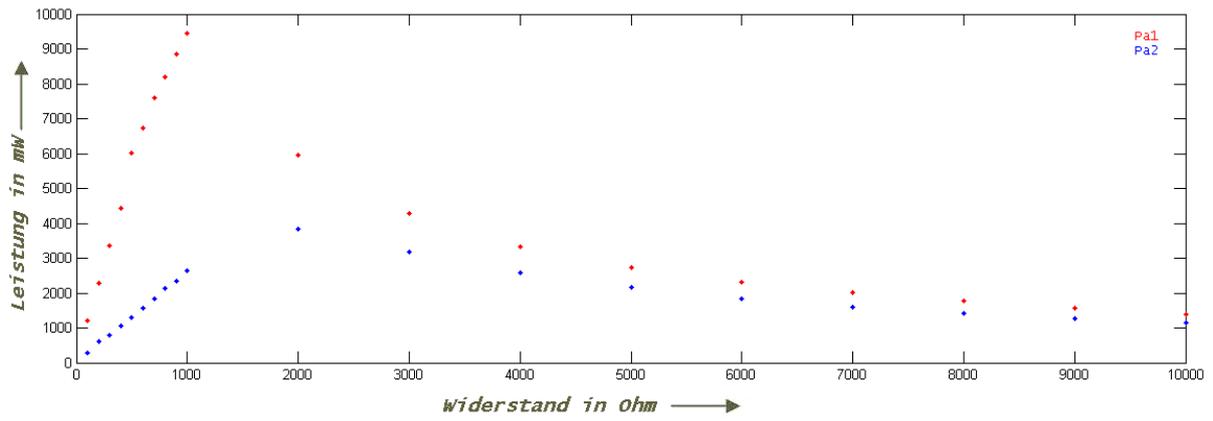


Abbildung E5.5 Leistung

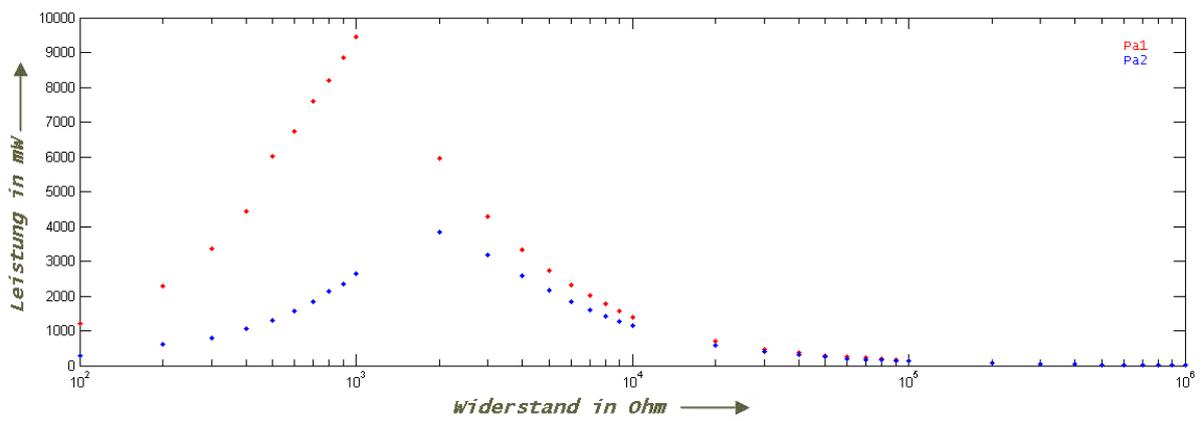


Abbildung E5.6 Leistung (logarithmische Abszisse)

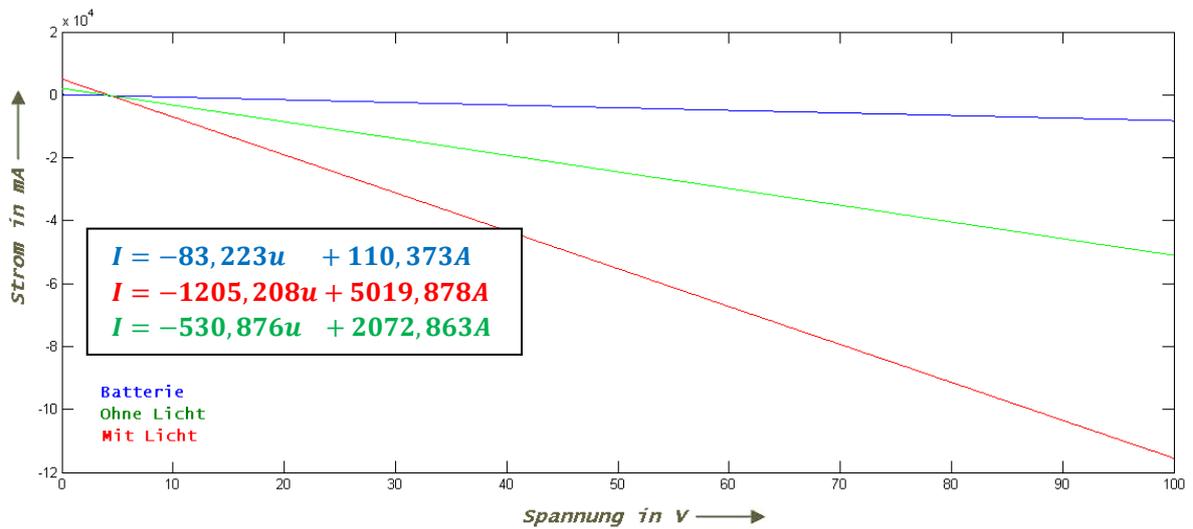


Abbildung E5.7 Lineare Regression

5. Messunsicherheiten

5.3. Systematische Fehler:

Messtoleranzen der Messgeräte: $\Delta U=0,1\%$, $\Delta I=0,4\%$

5.4. Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\Delta E_X = \left| \frac{X_2}{X_1} \right| \Delta E_N + \left| \frac{U_N}{X_1} \right| \Delta X_2 + \left| \frac{U_N X_2}{X_1^2} \right| \Delta X_1$$

$$\Delta E_{X1} = 0,0013 \text{ V} + 0,332 \text{ V} + 0,332 \text{ V} = 0,6593 \text{ V}$$

$$\Delta E_{X2} = 0,0037 \text{ V} + 0,926 \text{ V} + 0,926 \text{ V} = 1,8557 \text{ V}$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

6.3. Zusammenfassung

Leerlaufspannung nach Poggendorff:

Elektrochemische Spannungsquelle:

$$E_{X1} = (E_{X1} \pm \Delta E_{X1}) \text{ V} = (1,327 \pm 0,6593) \text{ V}$$

Solarmodul:

$$E_{X2} = (E_{X2} \pm \Delta E_{X2}) \text{ V} = (3,703 \pm 1,8557) \text{ V}$$

6.4. Diskussion

Mit dem Kompensationsverfahren nach Poggendorff ließen sich die Leerlaufspannungen der zu untersuchenden Spannungsquellen gut bestimmen. Die Leerlaufspannung der elektrochemischen Spannungsquelle nach Poggendorff und durch lineare Regression sind annähernd gleich, was zeigt, dass sie mit hoher Wahrscheinlichkeit richtig sind, wogegen der Fehler mit knapp 50% spricht. Bei dem Solarmodul ist die Abweichung der ermittelten Leerlaufspannung nach Poggendorff geringfügig kleiner.

7. Literatur

Schaaf, P.; Große-Knetter, J.: *Das Physikalische Praktikum*, Göttingen: Universitätsverlag Göttingen, 2008. ISBN 978-3-940344-27-4

Eichler, H. J.; Kronfeldt, H.-D.; Sahm, J.: *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*, 2. Auflage, Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2006. ISBN 978-3-540-21453-3

Institut für Experimentelle Physik,
Fakultät für Naturwissenschaften,

Otto von Guericke Universität Magdeburg, Webseiten:

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/praktikumsordnung.pdf; 17.04.2010, 17:05

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/bdm.pdf; 17.04.2010, 17:05

<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/fehlerrechnung.pdf>; 17.04.2010, 17:05

[1] Abbildung E5.1

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/elektrik/E_05-width-640-height-480-p-108.jpeg