

1 Aufgabenstellung

1. 1 Die Strom-Spannungs-Charakteristiken dreier Widerstände sind aufzunehmen und graphisch darzustellen.
1. 2 Aus den Strom-Spannungs-Charakteristiken sind die Widerstandswerte in Abhängigkeit von der Stromstärke zu ermitteln und graphisch darzustellen.
1. 3 Die Widerstände dreier unterschiedlicher Materialien bzw. Widerstandstypen (z. B. NTC-, PTC-Widerstand u. a.) sind in Abhängigkeit von der Temperatur (Bereich $\approx 10 \dots 90^\circ\text{C}$) zu messen und graphisch darzustellen. Der Widerstandstyp ist zu identifizieren, die Temperaturkoeffizienten α des Widerstands bei Raumtemperatur und bei 80°C sind zu ermitteln.

1. 4 Für die NTC-Widerstände (Heißleiter) ist die funktionale Abhängigkeit

$$\ln R = f\left(\frac{1}{T}\right) \quad (1)$$

graphisch darzustellen, die Aktivierungsenergie E_A ist durch lineare Regression zu bestimmen.

2 Grundlagen zum Versuch

Charakteristisch für den ohmschen Widerstand ist die Proportionalität von Spannung und Strom in einem Stromkreis:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\Delta u}{\Delta i} \quad (2)$$

Für allgemeine Widerstände gilt dieses Gesetz jedoch nur im Differentiellen, d.h. der Widerstand kann veränderlich sein:

$$r = \frac{du}{di} \quad (3)$$

Einen solchen, nicht-ohmschen Widerstand kann man dann anhand seiner typischen Kennlinie identifizieren.

Der Widerstand eines Metalldrahtes hängt zum einen von Materialeigenschaften und zum anderen von seiner Geometrie ab. Dabei gilt:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} \quad (4)$$

ρ ist der spezifische Widerstand. Dieser ist material- und ggf. temperaturabhängig. A und l beschreiben die Geometrie des Körpers.

In Metallen bilden die nicht an bestimmte Atome gebundenen Elektronen ein Elektronengas, das bei angelegter äußerer Spannung den Stromfluss bewirkt.

Durch Wärmebewegungen der Atome erfährt das Elektronengas einen Widerstand, der somit von der Temperatur abhängt. In guter Näherung gilt, dass die Abhängigkeit des elektrischen Widerstands von der Temperatur für metallische Stoffe durch die Beziehung

$$R(T) = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta) \quad (5)$$

dargestellt ist [3]. R_0 ist ein Widerstand bei einer festen Bezugstemperatur (meist 20°C) und α der Temperaturkoeffizient. $\Delta\vartheta$ beschreibt dann die Abweichung von der Bezugstemperatur.

Der Temperaturkoeffizient α beschreibt die zum Basiswiderstand relative Widerstandsänderung $\frac{\Delta R}{R_0}$ bei einer Temperaturänderung $\Delta\vartheta$:

$$\alpha = \frac{\Delta R}{\Delta\vartheta R_0} \quad (6)$$

Formel (6) erhält man, indem man Formel (5) nach α auflöst.

Bei einem Halbleiter nimmt man auch die Näherungsformel, um die Temperaturabhängigkeit zu beschreiben [2]:

$$R(T) = R_{20} \cdot e^{\frac{E_A}{k} \cdot (\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{20}})} \quad (7)$$

Hierbei ist E_A die Aktivierungsenergie, die es zu berechnen gilt, und k die Boltzmann-Konstante, die aus der Literatur bekannt ist mit:

$$k = 1,3806505 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

Wendet man auf (7) den Logarithmus an, so erhält man:

$$\ln R(T) = \ln R_{20} + \frac{E_A}{k} \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{20}} \right) \quad (8)$$

Der Anstieg der beschriebenen Geraden ist: $\frac{E_A}{k}$. Multipliziert man mit der Boltzmann-Konstante k , so hat man E_A .

3 Versuchsaufbau

Zur Versuchsdurchführung standen ein Netzgerät, ein digitales Thermometer, ein Peltierelement, ein Schaltungsbrett mit 3 Widerständen, eine Wasserschale zur Kühlung, zwei Multimeter und Verbindungskabel zur Verfügung.

Zuerst wurde der Vorwiderstand des Schaltungsbretts gemessen, anschließend die Widerstände der einzelnen Elemente. Danach wurden die Widerstände der drei Elemente jeweils durch Stromstärkerhöhung/Spannungserhöhung bzw. durch Temperaturerhöhung (10...90°C) gemessen.

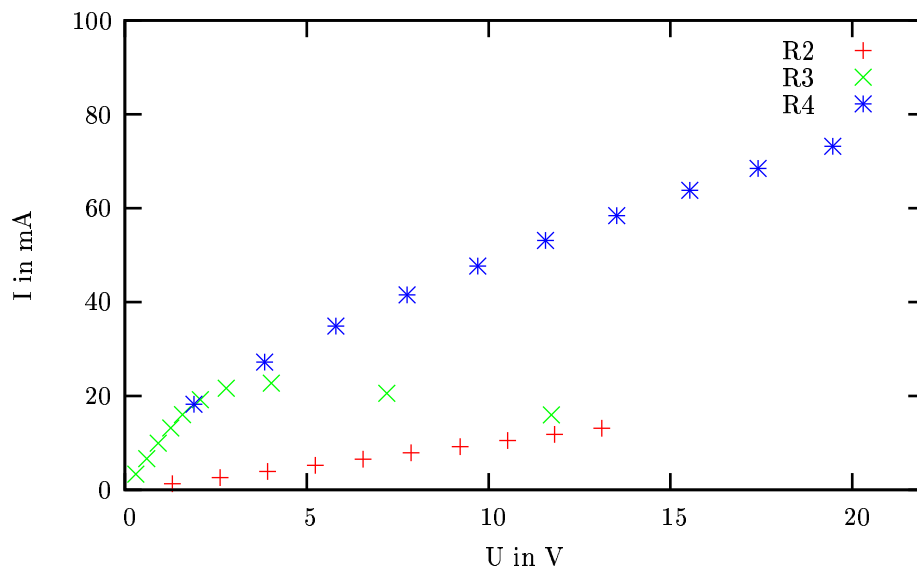


Abbildung 1: Strom-Spannungs-Charakteristik aller drei aufgenommenen Widerstände

4 Messwerte

Wir haben die Strom-Spannungs-Charakteristik für drei Widerstände aufgenommen. Unsere Messwerte sind in Abbildung 1 dargestellt (Alle Ströme in mA , alle Widerstände in Ω , alle Spannungen in V). Aus den Messwerten lassen sich die Widerstands-Strom-Daten errechnen, sie sind in Abbildung 2 dargestellt.

Im zweiten Versuchsteil haben wir die Widerstände nicht mehr indirekt über den Stromfluss erwärmt, sondern direkt mit einem Peltierelement die Zieltemperatur eingestellt und anschließend den Widerstand gemessen (Abbildung 3). Außerdem haben wir im zweiten Versuchsteil die Spannung konstant gelassen (vom Messgerät bestimmt), um die Messwerte nicht zu verfälschen. Zu beachten ist, dass hier R_2 bis R_4 andere Widerstände bezeichnen.

In dem zweiten Versuchsteil stieg der Widerstand R_2 bei wachsender Temperatur erst langsam, dann jedoch ab ca. 60° sehr rapide an. Es handelt sich offensichtlich um einen Kaltleiter (z.B. ein Metall), daher erwarten wir einen positiven Temperaturkoeffizienten. Anders verhielten sich die Widerstände R_3 und R_4 . Sie wurden beide mit zunehmender Temperatur geringer, man spricht vom Heißleiter. Es werden sich positive Temperaturkoeffizienten herausstellen (vergleiche Tabelle 1). Rein quantitativ war bei dem Widerstand R_3 zu beobachten, dass er bei kalten Temperaturen noch sehr viel besser leitet als der Widerstand R_4 .

Für die Steigung des $\ln R = f(T^{-1})$ -Diagramms (Abbildung 4) erhielten wir für R_3 : $\frac{E_{A3}}{k} = 3700K$ sowie für R_4 : $\frac{E_{A4}}{k} = 4123K$. Daraus folgt für die Aktivierungsenergie nach Formel (8): $E_{A3} = 5,11 \cdot 10^{-20}J = 0,3189eV$ bzw.

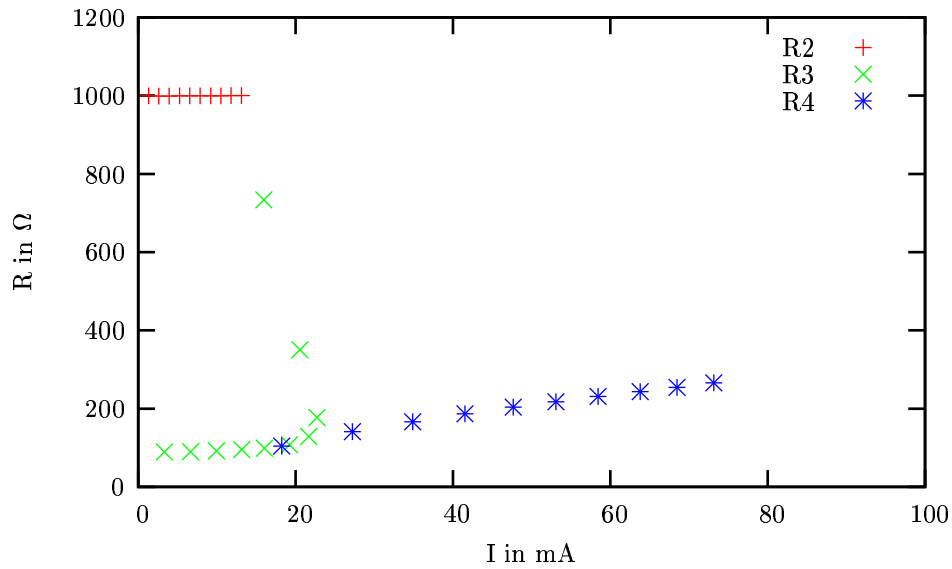


Abbildung 2: Widerstands-Strom-Kennlinien zu den gemessenen Widerständen

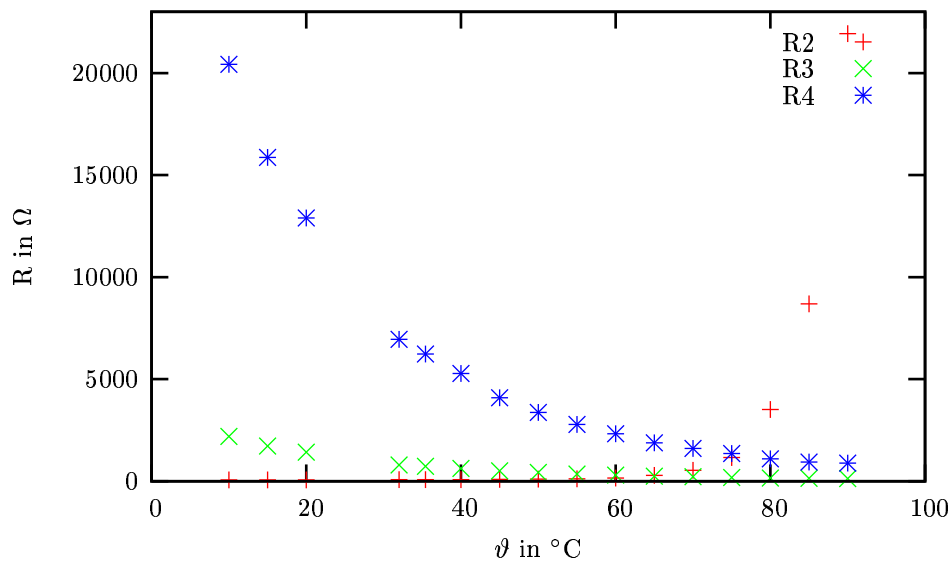


Abbildung 3: Temperaturabhängigkeit des zweiten Widerstandssatzes

Temperatur in °C	α für R_2 in °C ⁻¹	α für R_3 in °C ⁻¹	α für R_4 in °C ⁻¹
10	-0,0030	-0,0540	-0,0583
15	-0,0015	-0,0418	-0,0460
20			
32	0,00448	-0,0366	-0,0384
35	0,00525	-0,0317	-0,0336
40	0,00775	-0,0281	-0,0296
45	0,01132	-0,0258	-0,0273
50	0,01608	-0,0234	-0,0246
55	0,02293	-0,0214	-0,0224
60	0,03363	-0,0196	-0,0205
65	0,06929	-0,0183	-0,0190
70	0,13623	-0,0169	-0,0175
75	0,28994	-0,0158	-0,0163
80	0,83698	-0,0148	-0,0152
85	1,92940	-0,0139	-0,0143
90	4,54300	-0,0130	-0,0133

Tabelle 1: Errechnete (lineare) Temperaturkoeffizienten für alle Temperaturen mit dem Basiswert 20°C

$$E_{A4} = 5,69 \cdot 10^{-20} J = 0,3554 eV.$$

5 Messunsicherheiten

Aus der linearen Fehlerfortpflanzung erhält man als systematische Abweichung für den Temperaturkoeffizienten α :

$$\Delta\alpha = \left| \frac{1}{R_0 \cdot \Delta\vartheta} \right| \cdot \Delta\Delta R + \left| \frac{\Delta R}{\Delta\vartheta} R_0^{-2} \right| \cdot \Delta R_0 + \left| \frac{\Delta R}{R_0} \Delta\vartheta^{-2} \right| \cdot \Delta\Delta\vartheta \quad (9)$$

Anhand dieser Formel erhält man Abweichungen in der Größenordnung $\Delta\alpha = 0,0005 K^{-1}$ für die Bereiche, in denen die Kurve Widerstand linear von der Temperatur abhängt, ansonsten sogar Werte bis zu $\Delta\alpha = 0,1 K^{-1}$.

Bei der Berechnung der Aktivierungsenergie wurde für R_3 eine mittlere quadratische Abweichung von $\sigma_3^2 = 52,03 K$ bzw. bei R_4 eine von $\sigma_4^2 = 84,44 K$ festgestellt. Multipliziert man die Wurzel mit der Boltzmann-Konstante, rechnet auf Elektronenvolt um und multipliziert mit dem Studentfaktor [4] 3,4942 für $n = 16$ und $p = 0,997$, so erhält man als statistische Messabweichung $\Delta E_{A3} = 0,00217 eV$ sowie $\Delta E_{A4} = 0,00277 eV$, also stets grob $\Delta E_A = 0,003 eV$.

6 Zusammenfassung und Diskussion

Im ersten Versuchsteil war R_2 ein normaler, ohmscher Widerstand und R_4 vermutlich ein Kaltleiter. Der Kennlinie von R_3 konnten wir keinem uns bekannten Widerstandstyp zuordnen.

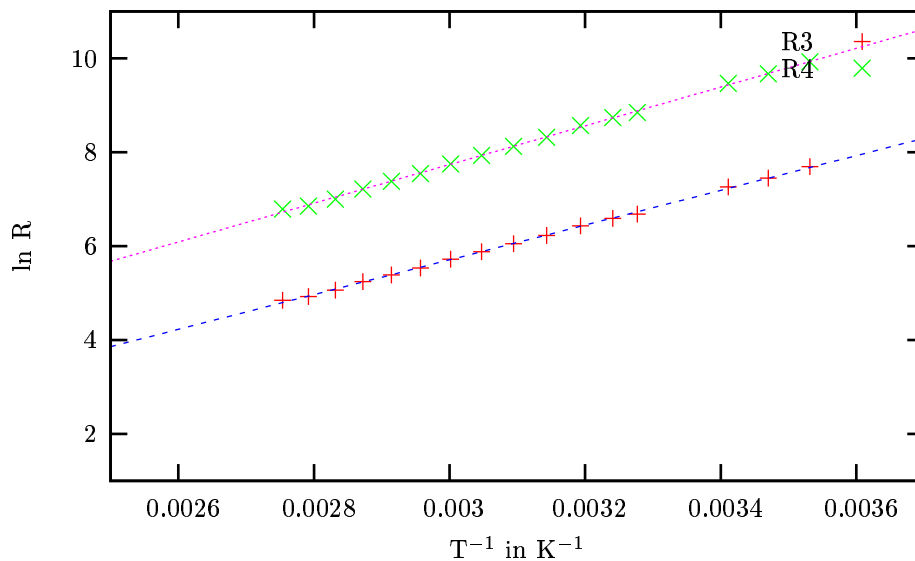


Abbildung 4: Regressionsdiagramm, um die Aktivierungsenergie zu bestimmen

Im zweiten Teil des Versuches stellte sich R_2 als Kaltleiter heraus, die anderen beiden Widerstände R_3 und R_4 waren Heißeiter. Wir ermittelten (unter anderem) folgende Temperaturkoeffizienten:

ϑ	α für R_2 in $^{\circ}\text{C}^{-1}$	α für R_3 in $^{\circ}\text{C}^{-1}$	α für R_4 in $^{\circ}\text{C}^{-1}$
32 $^{\circ}\text{C}$	$0,0045 \pm 0,0007$	$-0,037 \pm 0,006$	$-0,0384 \pm 0,007$
80 $^{\circ}\text{C}$	$0,84 \pm 0,03$	$-0,0148 \pm 0,0005$	$-0,0152 \pm 0,0005$

Für die beiden Halbleiter, d.h. die NTC-Widerstände, erhielten wir als Aktivierungsenergie:

Widerstand	E_A
R_3	$0,319 \pm 0,003\text{eV}$
R_4	$0,355 \pm 0,003\text{eV}$

7 Literatur

- [1] *Aufgabenstellung Grundpraktikum E1*, (http://www.uni-magdeburg.de/iep/gp12/E_01.pdf, 2005).
- [2] Wikipedia *Heißeiter*, (<http://de.wikipedia.org/wiki/NTC>, 2005).
- [3] Paetec: Meyer u.A. *Formel Sammlung, Formeln Tabellen Daten*, (Gesellschaft für Bildung und Technik mbH, 2003, Seite 98).
- [4] *Berechnung des Student-Faktors*, (<http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/student.php>, 2005).