

Physikalisches Grundpraktikum

Protokollheft

Stephanie Geist

Robert Salbert

Gruppe ET 01.99

Inhaltsverzeichnis

Versuchsnummer	Bezeichnung des Versuchs	Seite	Datum der Durchführung
M1	Einführungsversuch (Dichtebestimmung)	3	11.04.2000
M7	Stoßpendel	13	25.04.2000
W5	Kondensationswärme des Wasserdampfes	20	09.05.2000
E16	Schwingkreise	29	23.05.2000
O4	Brennweite von Linsen	42	06.06.2000
O11	Beugung an Spalt und Gitter	49	20.06.2000

1. Aufgabenstellung

Die Dichte eines Probekörpers ist aus dessen Abmessungen und Masse durch lineare Regression zu bestimmen, die Messunsicherheit ist anzugeben, die Verteilung der Messwerte ist zu analysieren.

- 1.1 Der Durchmesser d eines kugelförmigen Probekörpers ist durch Mehrfachmessung (50 Messungen) mit Hilfe eines Schraubenmikrometers zu bestimmen. Standardabweichung und Vertrauensbereich des Mittelwerts sind zu berechnen, die Fehlergrenzen des Messgeräts sind damit zu vergleichen und erforderlichenfalls zu berücksichtigen.
- 1.2 Die Messwerte sind in 7 Klassen einzuteilen, die relativen Häufigkeiten sind als Histogramm graphisch darzustellen.
- 1.3 Zu Prüfling auf Normalverteilung der Messwerte sind die Summenhäufigkeiten in einem Wahrscheinlichkeitsnetz darzustellen. Außerdem ist die einer Normalverteilung entsprechende Wahrscheinlichkeitsverteilung zu berechnen und in das Histogramm nach 1.2 einzuzeichnen.
- 1.4 Die Masse des Probekörpers ist durch Wägung auf einer Feinwaage zu bestimmen.
- 1.5 Die Dichte des Probekörpers ist einerseits aus Masse m nach 1.4 und Volumen V nach 1.1 direkt, andererseits durch Kombination der Messergebnisse aller Versuchsgruppen an Kugeln gleicher Dichte (Farbe), aber unterschiedlicher Masse durch lineare Regression zu berechnen. Die funktionale Abhängigkeit $m = f(V)$ ist graphisch darzustellen. Die Messunsicherheit der Dichte ist für beide Fälle zu bestimmen, der Einfluss der Unsicherheiten einzelner Messgrößen ist zu analysieren.

2. Grundlagen zum Versuch

Berechnung der Dichte des gemessenen Körpers:

Formel zur Berechnung des Kugelvolumens (1): $V = \frac{\pi d^3}{6} \quad [V] = \text{m}^3$

Formel zur Berechnung der Dichte (2): $\rho = \frac{m}{V} \quad [\rho] = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (2a)$

$$\rightarrow \rho = \frac{6m}{\pi d^3} \quad (2b)$$

Grundlagen zur Bestimmung der Messunsicherheiten

Es werden unterschieden:

1. Grobe Abweichungen: diese sind durch gewissenhafte Arbeit vermeidbar
2. systematische Abweichungen: Diese können nicht vermieden werden, da sie durch das Messverfahren selbst hervorgerufen werden. Sie beeinflussen die Messergebnisse unter gleichen Bedingungen und in gleicher Weise. Die Erfassbarkeit der systematischen Abweichungen ist prinzipiell gegeben, z.B. bestimmte Toleranzen der Messgeräte.
3. zufällige Abweichungen: sind nicht erfassbar oder vermeidbar, die Streuung der Messwerte ist nur über statistische Auswertungen abzuschätzen. Präzisere Wahrscheinlichkeitsaussagen über die Messwerte sind durch Vielfachmessungen erreichbar.

Formeln zur Fehlerrechnung:

Arithmetischer Mittelwert (3): $\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$ $n = \text{Anzahl der Messungen}$

Standardabweichung (4): $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

Gaußsche Normalverteilung (5): $w(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

μ ist der wahre Wert der Messgröße da dieser jedoch meist unbekannt ist verwenden wir

für μ den arithmetischen Mittelwert \bar{x} .

σ stellt die Standardabweichung S_x dar.

Damit ergibt sich für die Gaußsche Normalverteilung (6): $w(x) = \frac{1}{S_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2S_x^2}}$

Mittlere quadratische Abweichung des Mittelwertes (7): $\bar{S} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$

Vertrauensbereich (8): $\Delta x_{zuf} = t_v * \bar{s}$ $t_v = \text{Student-Faktor}$

Angabe der Messunsicherheit (9): $\Delta x = \Delta x_{sys} + \Delta x_{zuf}$

Damit ergibt sich aus (8) und (9) für die Gesamtabweichung des Mittelwertes (10):

$$\Delta \bar{x} = t_v * \bar{s} + \Delta x_{sys}$$

Lineares Fortpflanzungsgesetz zur Berechnung der größten Messunsicherheit (11):

$$\Delta\rho = \left| \frac{\delta\rho}{\delta m} \right| \Delta m + \left| \frac{\delta\rho}{\delta d} \right| \Delta d$$

Mit (2b) ergibt sich (12):

$$\Delta\rho = \left| \frac{6}{\pi d^3} \right| \Delta m + \left| -\frac{18m}{\pi d^4} \right| \Delta d = \frac{6}{\pi d^3} \Delta m + \frac{18m}{\pi d^4} \Delta d$$

3. Versuchsaufbau

3.1 Geräte: Schraubenmikrometer
Feinwaage

3.2 Durchführung: Die Bestimmung der Dichte der Glaskugel erfolgt über die Ermittlung der Masse des Probekörpers sowie dessen Volumens. Das Kugelvolumen wird durch mehrmaliges messen (50 Messungen) des Durchmessers, in verschiedenen Lagen, mit Hilfe des Schraubenmikrometers bestimmt. Die Masse wird durch einmaliges Wägen mit der Feinwaage ermittelt.

4. Messergebnisse

4.1 Messwertaufnahme zum Kugeldurchmesser:

Mess Nr.	Durchmesser in mm	Mess Nr.	Durchmesser in mm	Mess Nr.	Durchmesser in mm
1	19,768	21	20,232	41	20,070
2	19,998	22	20,058	42	20,054
3	20,064	23	20,060	43	20,058
4	19,961	24	20,358	44	20,131
5	20,270	25	20,068	45	20,135
6	19,920	26	20,183	46	20,080
7	20,043	27	20,108	47	20,012
8	20,373	28	20,096	48	19,949
9	19,822	29	20,248	49	19,990
10	20,352	30	20,299	50	20,000
11	19,978	31	20,222		
12	19,694	32	20,320		
13	20,013	33	20,349		
14	19,699	34	20,035		
15	20,058	35	20,039		
16	20,100	36	20,079		
17	20,321	37	20,112		
18	20,022	38	20,161		
19	20,061	39	20,127		
20	20,135	40	20,053		

arithmetischer Mittelwert des Durchmessers nach (3): $\bar{d} = 20,087 \text{ mm}$

4.2 Bestimmung der Masse m der Glaskugel

$$m = 10,393\text{g}$$

4.3 Berechnung des Kugelvolumens nach (1)

$$V = \frac{1}{6} \pi \bar{d}^3$$

$$V = 4243,69 \text{ mm}^3$$

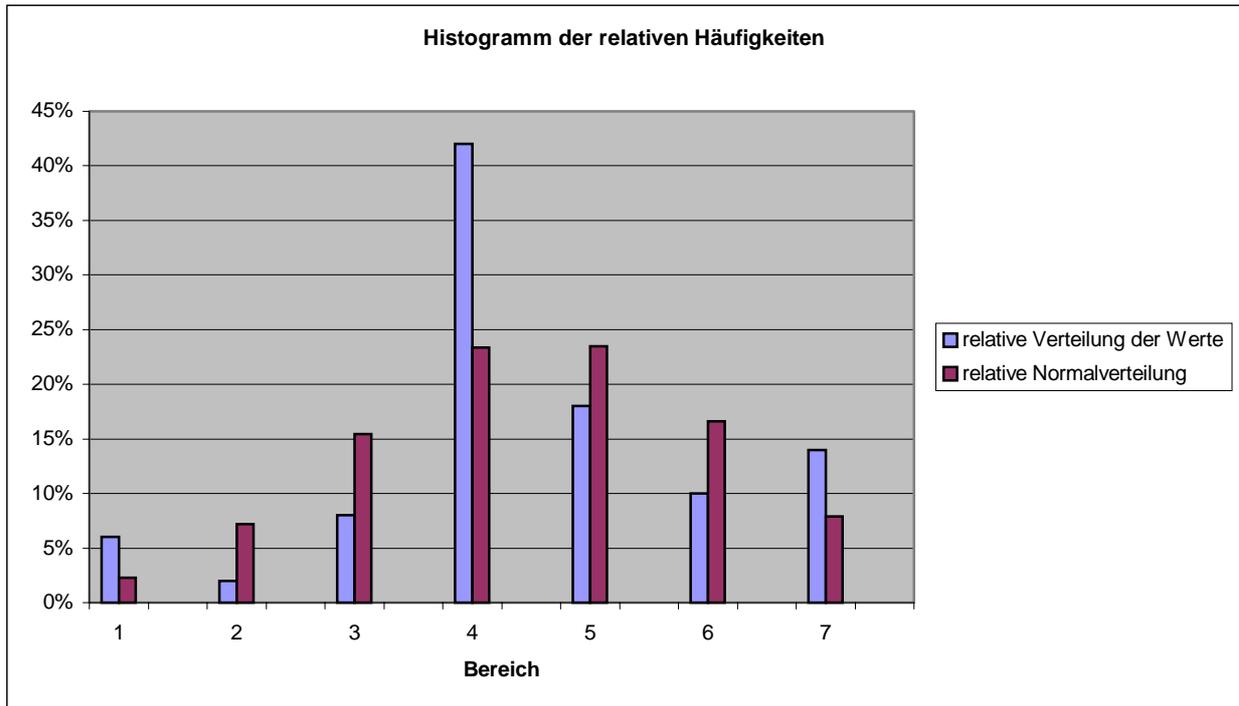
4.4 Dichteberechnung nach (2):

$$\rho = 2,449 \text{ g/cm}^3$$

4.5 Verteilung der Messwerte

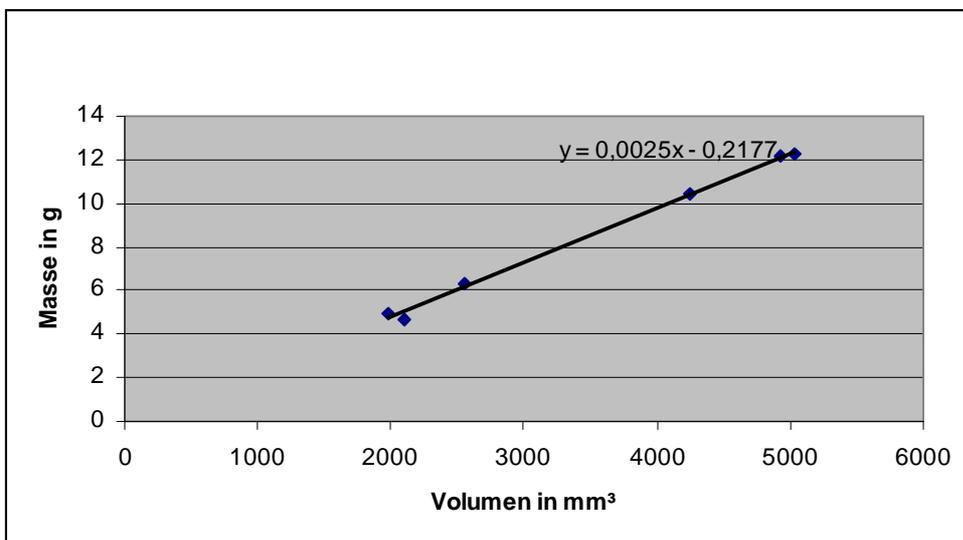
Nr.	Intervall		Häufigkeit der Werte			normierte Intergations- grenze	Häufigkeit der Normalverteilung	
	Grenze	Mittelwert	Absolut	Relativ	Summe		intergal	relativ
	19,694					-2,53550	0,00554	
1		19,7425	3	6%	6%			0,02253
	19,791					-1,90969	0,02807	
2		19,8395	1	2%	8%			0,07220
	19,888					-1,28388	0,10027	
3		19,9365	4	8%	16%			0,15436
	19,985					-0,65807	0,25463	
4		20,0335	21	42%	58%			0,23340
	20,082					-0,03226	0,48803	
5		20,1305	9	18%	76%			0,23437
	20,179					0,59355	0,72240	
6		20,2275	5	10%	86%			0,16637
	20,276					1,21936	0,88877	
7		20,3245	7	14%	100%			0,07907
	20,373					1,84517	0,96784	

4.6 Grafische Darstellung der Messwertverteilung



4.7 Lineare Regression der Messwerte der Gruppen

Masse	Durchmesser	Volumen
12,16	21,1104	4925,92743
4,696	15,89194	2101,49989
4,931	15,583	1981,30728
12,2839	21,253	5026,42665
6,342	16,964	2556,1328
10,393	20,087	4243,69205



$$m(V) = bV + a$$

$$b = \frac{\overline{mV} - \bar{V} * \bar{m}}{\overline{V^2} - (\bar{V})^2}$$

$$a = \bar{m} - b\bar{V}$$

$$\overline{mV} = 33599,5925 \text{ g} \cdot \text{mm}^3$$

$$\bar{V} = 3472,49768 \text{ mm}^3$$

$$\bar{m} = 8,46765 \text{ g}$$

$$\overline{V^2} = 13735723,9 \text{ mm}^6$$

$$(\bar{V})^2 = 12058240,2 \text{ mm}^6$$

$$b = 0,0025 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

$$a = -0,2177 \text{ g}$$

$$\text{Regressionsgerade: } m(V) = 0,0025 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} V - 0,2177 \text{ g}$$

Mittlere Abweichung:

$$s_b = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \frac{(\Delta y)^2}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{0,15962 \text{ g}^2}{13735724 \text{ mm}^6 - 12058241 \text{ mm}^6}} = 1,542 \cdot 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

$$(\overline{\Delta y})^2 = \frac{1}{n} \sum (\Delta y_i)^2 \quad \text{mit} \quad \Delta y_i = a + bx_i - y_i$$

$$s_a = s_b \sqrt{\overline{x^2}} = 1,542 \cdot 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} \cdot \sqrt{13735724 \text{ mm}^6} = 0,5716 \text{ g}$$

5. Messunsicherheiten

Systematische Fehler: der Feinwaage: $\Delta m_{\text{sys}} = 0,001 \text{ g}$

des Schraubenmikrometers: $\Delta d_{\text{sys}} = \pm 0,001 \text{ mm}$

5.1 Durchmesser

Mittelwert (3): $\bar{d} = 20,087 \text{ mm}$

Standardabweichung (4): $s = 0,15999 \text{ mm}$

Vertrauensniveau: 99,73%

Student-Faktor: $t_v = 3,16$

Zufällige Fehler (8):

$$\Delta \overline{d}_{\text{zuf}} = t_v * \frac{s}{\sqrt{n}} = 3,16 * \frac{0,15999 \text{ mm}}{\sqrt{50}} = 0,0715 \text{ mm}$$

Gesamte Messunsicherheit (9):

$$\Delta \bar{d} = \Delta \bar{d}_{zuf} + \Delta d_{sys} = 0,0725 \text{ mm}$$

Durchmesser

$$\underline{\underline{d = \bar{d} \pm \Delta \bar{d} = (20,087 \text{ mm} \pm 0,073 \text{ mm})}}$$

5.2 Masse

ermittelte Masse: 10,393 g

zufälliger Fehler (bestimmt durch Skaleneinteilung): $\Delta m_{zuf} = 0,0005 \text{ g}$

$$\Delta m = \Delta m_{zuf} + \Delta m_{sys} = 0,0005 \text{ g} + 0,001 \text{ g} = 0,0015 \text{ g}$$

Masse

$$\underline{\underline{m = (10,393 \text{ g} \pm 0,002 \text{ g})}}$$

5.3 Dichte

lineares Fehlerfortpflanzungsgesetz (11):

$$\begin{aligned} \Delta \rho &= \left| \frac{6}{\pi d^3} \right| \Delta m + \left| -\frac{18m}{\pi d^4} \right| \Delta d = \frac{6}{\pi d^3} \Delta m + \frac{18m}{\pi d^4} \Delta d \\ \Delta \rho &= \frac{6}{\pi * 8104,85 \text{ mm}^3} * 0,0015 \text{ g} + \frac{18 * 10,393 \text{ g}}{\pi * 162802,22 \text{ mm}^4} * 0,0725 \text{ mm} \\ \Delta \rho &= 2,687 * 10^{-5} \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} = 0,02687 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3} \end{aligned}$$

Dichte:

$$\underline{\underline{\rho = \bar{\rho} \pm \Delta \rho = (2,449 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \pm 0,027 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3)}}$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

Die mit Hilfe der gemessenen Werte bestimmte Dichte beträgt:

$$\underline{\underline{\rho = \bar{\rho} \pm \Delta \rho = (2,449 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \pm 0,027 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3)}}$$

Damit beträgt der Fehler der Dichte 1,1%.

Aufgrund der geringen Messerfahrung unsererseits sind wir mit der Messunsicherheit von 1,1% zufrieden.

Da in den letzten drei Intervallen größere Durchmesser gemessen wurden als in den ersten drei Intervallen, liegt der Mittelwert erst zwischen dem 4. und 5. Intervall und die relative Normalverteilung ist nach hinten verschoben.

7. Literatur

- (1) Stroppe,H „Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften“
11.Auflage Fachbuchverlag Leipzig-Köln
- (2) Internethinweise „Bestimmung der Messunsicherheit“
- (3) Lothar Papula „Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler“
Band 3 Vieweg

[<Zurück>](#)

1. Aufgabenstellung

Die Geschwindigkeit einer Luftgewehrkugel ist mit Hilfe des Stoßpendels zu bestimmen.

1.1 Die horizontale Auslenkung des Stoßpendels nach Eindringen der Luftgewehrkugel ist bei 2 unterschiedlichen Pendellängen jeweils mehrfach zu bestimmen.

1.2 Der Einfluss des Luftstoßes auf die Pendelauslenkung ist zu untersuchen.

1.3 Aus der auf Luftstoß korrigierten Pendelauslenkung ist die Geschossgeschwindigkeit zu berechnen.

Zusatzaufgabe

1.4 Die Größenordnung der Dauer eines elastische Stoßes ist aus dem Durchmesser des Abdrucks zu bestimmen, den eine Kugel beim Stoß gegen eine Platte hinterlässt.

2. Grundlagen

Der Stoß ist eine sich rasch vollziehende Wechselwirkung zwischen Körpern, in deren Folge es zu Impuls- und Energieumwandlungen kommt.

Impulserhaltungssatz: In einem abgeschlossenen System bleibt die Summe aller Impulse (nach Betrag und Richtung) konstant.
 → Summe der Impulse vor dem Stoß = Summe der Impulse nachdem Stoß

$$\vec{p}_{ges} = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i \quad (1)$$

Energieerhaltungssatz: In einem abgeschlossenen System bleibt, unabhängig von ihrer jeweiligen Erscheinungsform, die Gesamtenergie erhalten. Da Energie sich lediglich von einer Form in eine andere umwandeln lässt, kann sie weder verloren gehen noch von selbst entstehen.

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = \text{const.} \quad (2)$$

Man unterscheidet folgende Stoßarten:

- a) zentraler Stoß: Die Stoßpartner treffen, im Gegensatz zum nichtzentralen Stoß, genau mit den Massenmittelpunkten aufeinander, so dass sie idealisiert als Punktmassen interpretiert werden können.
- b) gerader Stoß: Die Stoßrichtung fällt in die Verbindungsgerade der Massenmittelpunkte.
- c) schiefer Stoß: Die Bewegungsrichtung schließt mit den Massenmittelpunktsgereaden einen Winkel ein.
- d) elastischer Stoß: Auftretende Verformungen werden vollständig zurück gebildet. Daher gilt der Energieerhaltungssatz. Die Stoßpartner bewegen sich i.a. mit unterschiedlichen Endgeschwindigkeiten weiter.

e) unelastischer Stoß: Verformungen bleiben erhalten und der Energieerhaltungssatz lässt sich nicht anwenden. Die Stoßpartner bewegen sich nach dem Stoß mit einer gemeinsamen Endgeschwindigkeit.

In unserem Versuch handelt es sich näherungsweise um einen geraden zentralen unelastischen Stoß.

Daher ergibt sich für die Berechnung der Geschwindigkeit:

$$\text{mit (1) } m_k \cdot v_k = (m_p + m_k) \cdot v' \quad (3)$$

$$v_k = \frac{(m_p + m_k) \cdot v'}{m_k} \quad (4)$$

$$\text{mit (2) } E_{pot_p} = E_{kin_p}$$

$$(m_k + m_p)gh = \frac{1}{2}(m_k + m_p)v'^2 \quad (5)$$

$$v' = \sqrt{2gh} \quad (6)$$

$$\text{mit (6) in (4) } v_k = \frac{(m_k + m_p)\sqrt{2gh}}{m_k} \quad (7)$$

v' = gemeinsame Endgeschwindigkeit nach dem Stoß

v_k = Geschwindigkeit der Kugel

m_k = Masse der Kugel

m_p = Masse des Pendels

g = Fallbeschleunigung ($g = 9,816 \text{ m/s}^2$)

h = Höhe des Pendels bei größter Amplitude

(Nullpunkt ist der Masseschwerpunkt des Pendels in Ruhelage)

Die Höhe h berechnet sich aus den trigonometrischen Beziehungen:

$$l^2 = b^2 + x^2 \quad (8)$$

$$b = \sqrt{l^2 - x^2} \quad (9)$$

$$x = x_{ges} - x_{Luft} \quad (10)$$

$$h = l - b \quad (11)$$

daraus folgt (9 und 10 in 11):

$$h = l - \sqrt{l^2 - (x_{ges} - x_{Luft})^2} \quad (12)$$

damit ergibt sich für die Geschwindigkeit (12 in 7):

$$v_k = \frac{(m_k + m_p) \cdot \sqrt{2g(l - \sqrt{l^2 - (x_{ges} - x_{Luft})^2})}}{m_k} \quad (13)$$

l = Pendellänge
 b = Pendellänge – Auslenkungshöhe
 x = Auslenkung
 x_{ges} = gesamte Auslenkung
 x_{Luft} = durch den Luftstoß verursachte Auslenkung

3. Versuchsaufbau

3.1 Geräte:

Pendel mit Knete ausgefüllt
 Aufhängung
 aritiertes Luftgewehr
 Gewehrkugeln
 Lineal zur Messung der Auslenkung

3.2 Durchführung

Mit einem Luftgewehr wird auf ein Pendel geschossen, die dadurch entstehende horizontale Auslenkung wird gemessen. Da der Luftstoß berücksichtigt werden soll, wird die durch den Luftstoß verursachte Auslenkung separat vermessen. Um eine größere Genauigkeit zu erreichen wird mehrmals auf das Pendel, bei zwei unterschiedlichen Pendellängen, geschossen und vermessen.

4 Messergebnisse

$m_p = 333,16\text{g}$ (Masse des Pendels)
 $m_k = 0,501\text{g}$ (mittlere Masse von 10 Kugeln)

Luftstoß

Nr.	Auslenkung in mm	
	davor	danach
1	5	5
2	5	5
3	5	5

Fadenlänge $l = 1012,5\text{mm}$

Nr.	Auslenkung x_{ges} in mm	Masse des Pendels in g	v_k in m/s
1	60	333,160	114,039
2	62	333,661	118,367
3	63	334,162	120,625
4	60	334,663	114,553
5	59	335,164	112,637
6	59	335,665	112,805
7	59	336,166	112,973
8	58	336,667	111,044
9	62	337,168	119,619
10	61	337,669	117,683

Mittelwert v_k

115,4345m/s

Luftstoß

Nr.	Auslenkung in mm	
	davor	danach
1	4,5	4
2	5	4
3	4,5	4

Fadenlänge $l =$ 894,5mm

Nr.	Auslenkung x_{ges} in mm	Masse des Pendels in g	v_k in m/s
1	55	338,170	113,450
2	55	338,671	113,619
3	56	339,172	116,034
4	56	339,673	116,205
5	57	340,174	118,631
6	55	340,675	114,290
7	57	341,176	118,980
8	56	341,677	116,890
9	55	342,178	114,793
10	56	342,679	117,232

Mittelwert v_k

116,0124m/s

5.Fehlerrechnung

$$\Delta m_{p_{\text{sys}}} = 0,02 \text{ g}$$

$$\Delta m_{p_{\text{zuf}}} = 0,005 \text{ g}$$

$$\Delta m_p = 0,025 \text{ g}$$

$$\Delta m_{k_{\text{sys}}} = 0,02 \text{ g}$$

(Messunsicherheit der Waage)

$$\Delta m_{k_{\text{zuf}}} = 0,005 \text{ g}$$

$$\Delta m_k = 0,025 \text{ g}$$

$$\Delta l_{\text{sys}} = 3 \text{ mm}$$

$$\Delta l_{\text{zuf}} = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta l = 4 \text{ mm}$$

$$\Delta x_{\text{sys}} = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta x_{\text{zuf}} = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta x = 2 \text{ mm}$$

$$x_{\text{luf}} = 5 \text{ mm}$$

$$\Delta h = \left| 1 - \frac{l}{\sqrt{l^2 - (x - x_{\text{luf}})^2}} \right| \Delta l + \left| \frac{-(x + x_{\text{luf}})}{\sqrt{l^2 - (x - x_{\text{luf}})^2}} \right| \Delta x$$

$$\Delta h_1 = 0,115 \text{ mm}$$

$$\Delta h_2 = 0,121 \text{ mm}$$

$$\Delta v_k = \left| \frac{m_p \sqrt{2gh}}{m_k^2} \right| \Delta m_k + \left| \frac{\sqrt{2gh}}{m_k} \right| \Delta m_p + \left| \frac{g(m_k + m_p)}{\sqrt{2gh} * m_k} \right| \Delta h$$

$$\Delta v_{k_1} = 10,15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v_{k_2} = 10,52 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\underline{\underline{v_{k_1} = 113,48 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 10,15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

$$\underline{\underline{v_{k_2} = 116,01 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 10,52 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

Die von uns erhaltenen Geschossgeschwindigkeiten sind realistische Werte. Die relativ grobe Messunsicherheit für die Geschossgeschwindigkeit resultiert vor allem aus den hohen Ablesungenauigkeiten, da diese vom Reaktionsvermögen und dem Geschick des Betrachters abhängig sind. Desweiteren ist ein Großteil der Fehler bedingt durch die schwer zurealisierende genaue Versuchsanordnung.

7. Literatur

- (1) Stroppe,H „Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften“
11.Auflage Fachbuchverlag Leipzig-Köln
- (2) Internethinweise „Bestimmung der Messunsicherheit“
- (3) Lothar Papula „Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler“
Band 3 Vieweg

[<Zurück>](#)

1. Aufgabenstellung

- 1.1 Die Wärmekapazität eines Kalorimeters ist mindestens zweimal nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist durch Extrapolation aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.
- 1.2 Mit dem Mischungskalorimeter ist die spezifische Kondensationswärme des Wasserdampfes bei Siedetemperatur zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist wieder aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.

2. Grundlagen

Um den Wärmeaustausch möglichst gering zu halten, wird der Versuch in einem Kalorimeter durchgeführt. Um die tatsächlich auftretende Abstrahlung zu kompensieren, wird angenommen, dass der Temperaturengleich für kurze Zeitintervalle linear verläuft. Um die Temperatur zum Zeitpunkt des Mischungsvorganges zu erhalten, werden die aufgenommenen Werte durch lineare Regression extrapoliert.

Die Mischung erfolgt bei (annähernd) konstanten Druck, d.h. es handelt sich um einen isobaren Prozess.

Energiebilanz:

Aus dem Energieerhaltungssatz folgt:

Abgegebene Wärme = aufgenommene Wärme

$$c_1 m_1 \Delta T_1 + K \Delta T_1 = c_2 m_2 \Delta T_2 \quad (1)$$

$$K = c_{H_2O} \left(m_2 \frac{T_m - T_2}{T_1 - T_m} - m_1 \right) \quad (2)$$

K = Wärmekapazität des Kalorimeters (in J/K)

c = spezifische Wärmekapazität

T_m = Mischungstemperatur

Bei der Bestimmung der spezifischen Kondensationswärme des Wasserdampfes bei Siedetemperatur tritt eine Aggregatzustandsänderung auf. Deshalb muss in der Energiebilanz die spezifische Kondensationswärme berücksichtigt werden. Damit ergibt sich:

$$(T_1 - T_m)(m_1 c_1 + K) + m_2 c_2 (T_2 - T_m) + m_2 q_k = 0 \quad (3)$$

$$q_k = \frac{(m_1 c_{H_2O} + K)(T_1 - T_m) + m_2 c_{H_2O} (T_2 - T_m)}{-m_2} \quad (4)$$

q_k = spezifische Kondensationswärme (in J/kg)

3. Versuchsaufbau

3.1 Geräte

Kalorimeter
Rührer
Thermometer
Kondensatfänger
Verbindungsschläuche
Stoppuhr
Heizplatte
Kochbehälter

3.2 Durchführung

zu 1.1

Die Bestimmung der Wärmekapazität erfolgt durch die Ermittlung der Mischungstemperatur zweier unterschiedlich temperierten Wassermengen im Kalorimeter. Hierfür wird zuerst die Masse sowie die Temperatur der beiden Wassermengen ermittelt. Nach dem Zusammengießen der beiden Wassermengen wird die Temperatur in kurzen Zeitintervallen gemessen. Aus diesen Messwerten wird die Mischungstemperatur mit Hilfe der linearen Regression extrapoliert.

zu 1.2

Durch Erhitzen des Wassers im Dampferzeuger entsteht Wasserdampf. Dieser wird mittels des Dampf Schlauches in das mit Wasser gefüllte Kalorimeter eingeleitet. Hierbei wird ebenfalls die Temperatur in kurzen Zeitintervallen gemessen.

4. Messergebnisse

4.1 1. Messung Wärmekapazität kalt → warm

$m_{\text{warm}} = 310,67 \text{ g}$
 $m_{\text{kalt}} = 303,51 \text{ g}$
 $m_{\text{ges}} = 611,22 \text{ g}$
 $\vartheta_{\text{warm}} = 58,5^\circ\text{C}$

t in s	ϑ in °C	t in s	ϑ in °C	t in s	ϑ in °C
0	24,7	300	24,6	450	40,4
30	24,7	305	26,9	480	40,3
60	24,6	310	29,2	510	40,3
90	24,6	315	31,5	540	40,3
120	24,6	320	33,8	570	40,3
150	24,6	325	36,1	600	40,2
180	24,6	330	40,6	630	40,2
210	24,6	360	40,5	660	40,2
240	24,6	390	40,4		
270	24,6	420	40,4		

4.2.2. Messung Wärmekapazität warm → kalt

$$\begin{aligned}
 m_{\text{warm}} &= 288,48 \text{ g} \\
 m_{\text{kalt}} &= 297,40 \text{ g} \\
 m_{\text{ges}} &= 583,28 \text{ g} \\
 \vartheta_{\text{kalt}} &= 24,4^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

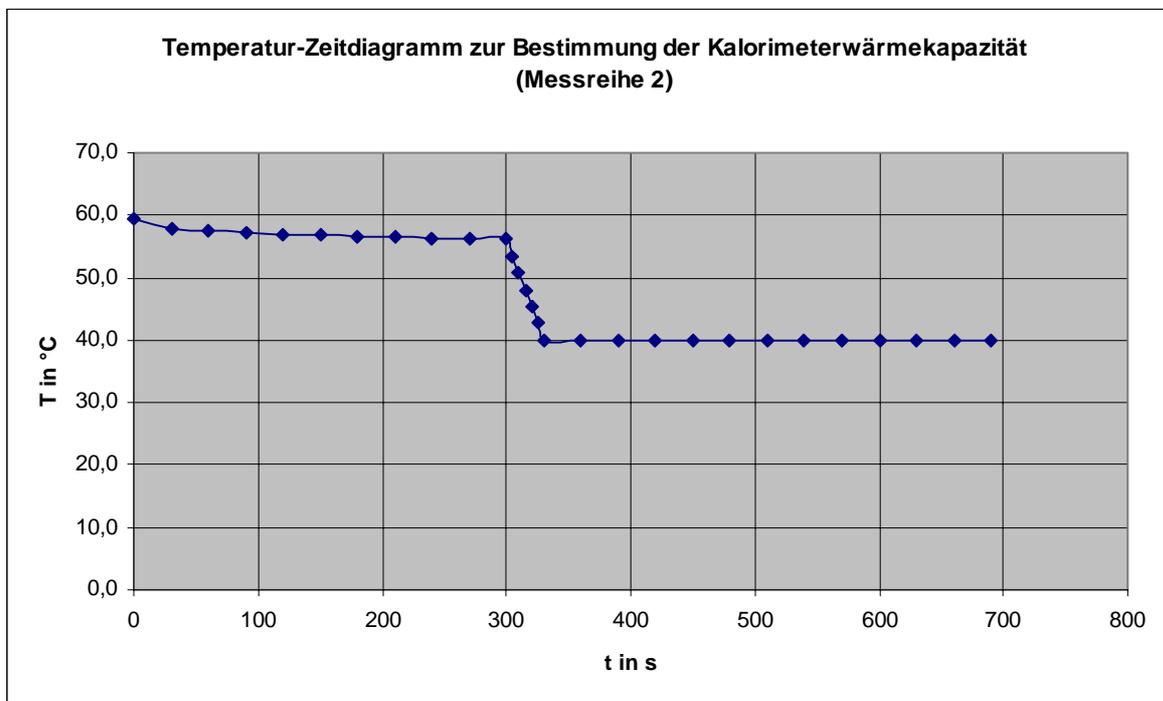
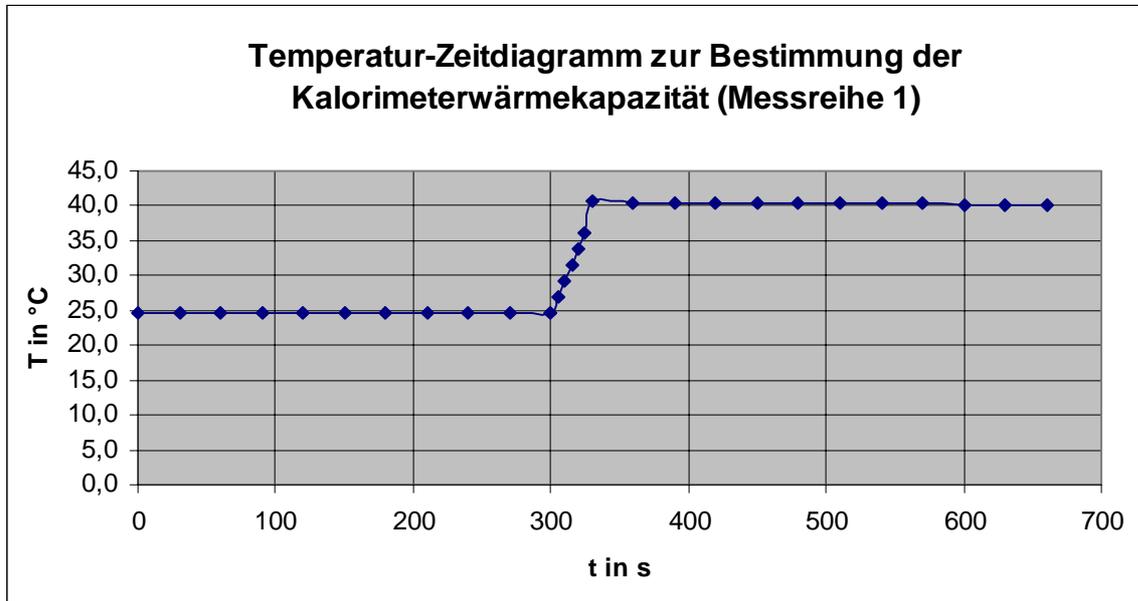
t in s	ϑ in °C	t in s	ϑ in °C	t in s	ϑ in °C
0	59,5	300	56,2	450	40,0
30	57,8	305	53,5	480	40,0
60	57,5	310	50,8	510	40,0
90	57,2	315	48,1	540	40,0
120	57,0	320	45,4	570	40,0
150	56,9	325	42,7	600	40,0
180	56,7	330	40,0	630	39,9
210	56,6	360	40,0	660	39,9
240	56,4	390	40,0	690	39,9
270	56,3	420	40,0		

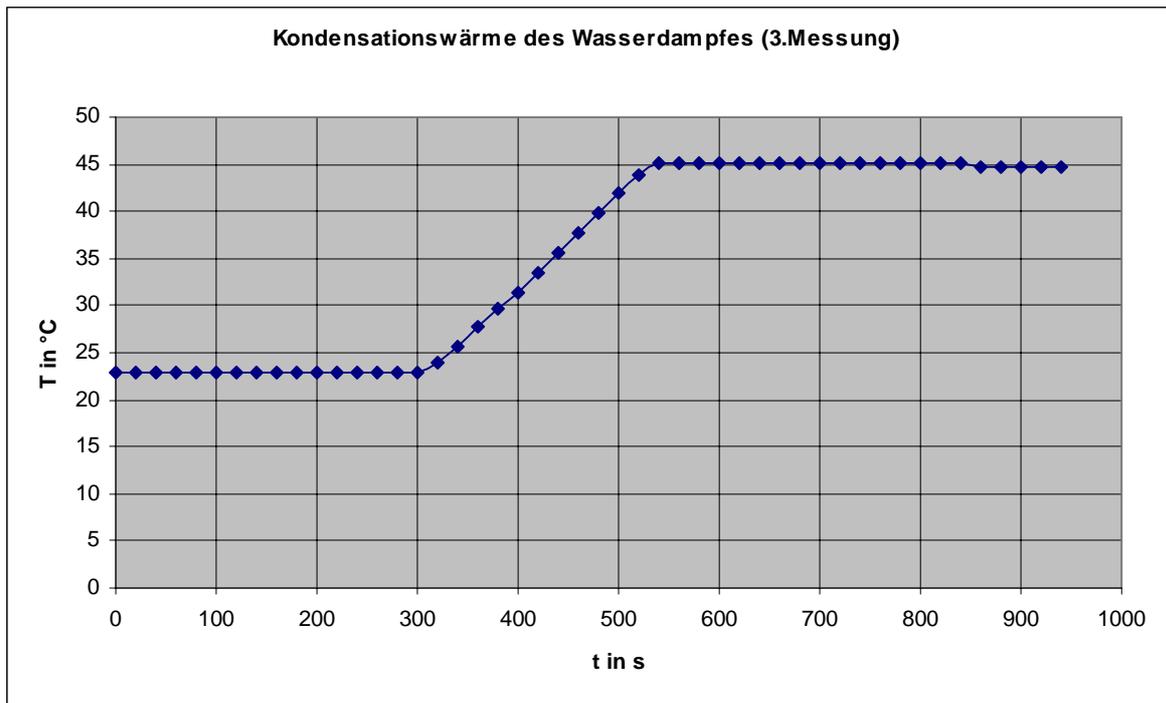
4.2.3. Messung Kondensationswärme des Wasserdampfes

$$\begin{aligned}
 m_{\text{kalt}} &= 485,36 \text{ g} \\
 m_{\text{ges}} &= 583,28 \text{ g} \\
 \rightarrow m_{\text{dampf}} &= 19,26 \text{ g}
 \end{aligned}$$

t in s	ϑ in °C	t in s	ϑ in °C	t in s	ϑ in °C
0	22,9	320	24	640	45,1
20	22,9	340	25,7	660	45,1
40	22,9	360	27,7	680	45,1
60	22,9	380	29,6	700	45,1
80	22,9	400	31,4	720	45,1
100	22,9	420	33,5	740	45,1
120	22,9	440	35,6	760	45,1
140	22,9	460	37,7	780	45,1
160	22,9	480	39,9	800	45,1
180	22,9	500	41,9	820	45,1
200	22,9	520	43,9	840	45,1
220	22,9	540	45,1	860	44,7
240	22,9	560	45,1	880	44,7
260	22,9	580	45,1	900	44,7
280	22,9	600	45,1	920	44,7
300	22,9	620	45,1	940	44,6

4.3. Diagramme der Messwerte





4.5 Berechnungen

$$c_{H_2O} = 4,186 \frac{kJ}{kgK}$$

Wärmekapazität des Kalorimeters (1.Messung) nach (2)

$$K_1 = 4,186 \frac{kJ}{kgK} * \left[0,31067kg * \frac{40,80^\circ C - 58,50^\circ C}{24,60^\circ C - 40,80^\circ C} - 0,30351kg \right]$$

$$K_1 = 0,15039 \frac{kJ}{K} = 150,39 \frac{J}{K}$$

Wärmekapazität des Kalorimeters (2.Messung) nach (2)

$$K_2 = 4,186 \frac{kJ}{kgK} * \left[0,2974kg * \frac{59,30^\circ C - 40,60^\circ C}{40,60^\circ C - 24,40^\circ C} - 0,28848kg \right]$$

$$K_2 = 0,22945 \frac{kJ}{K} = 229,45 \frac{J}{K}$$

Kondensationswärme des Wasserdampfes nach (4)

$$q_{k1} = \frac{(0,4853\text{kg} * 4,186 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} + 0,15039 \frac{\text{kJ}}{\text{K}})(22,9^\circ\text{C} - 45,1^\circ\text{C}) + 0,01926\text{kg} * 4,186 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}(100^\circ\text{C} - 45,1^\circ\text{C})}{-0,01926\text{kg}}$$

$$q_{k1} = 2285,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 2,28 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

$$q_{k2} = \frac{(0,4853\text{kg} * 4,186 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} + 0,22945 \frac{\text{kJ}}{\text{K}})(22,9^\circ\text{C} - 45,1^\circ\text{C}) + 0,01926\text{kg} * 4,186 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}(100^\circ\text{C} - 45,1^\circ\text{C})}{-0,01926\text{kg}}$$

$$q_{k2} = 2376,23 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 2,38 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

5. Fehlerrechnung

Es kann nur der systematische Fehler berechnet werden, da nur einzelne Messungen durchgeführt wurden.

5.1 für die spezifische Kondensationswärme ergibt sich:

$$q_k = \left| \frac{\delta q_K}{\delta m_D} \right| \Delta m_D + \left| \frac{\delta q_K}{\delta m_W} \right| \Delta m_W + \left| \frac{\delta q_K}{\delta K} \right| \Delta K + \left| \frac{\delta q_K}{\delta T_W} \right| \Delta T_W + \left| \frac{\delta q_K}{\delta T_D} \right| \Delta T_D$$

$$q_k = \left| \frac{-m_W c - K}{m_D^2} (T_m - T_W) \right| \Delta m_D + \left| \frac{c}{m_D} (T_m - T_W) \right| \Delta m_W + \left| \frac{T_m - T_W}{m_D} \right| \Delta K + \left| \frac{-m_W c - K}{m_D} \right| \Delta T_W + \left| \left(\frac{m_W c + K}{m_D} + c \right) \right| \Delta T_D$$

$$\Delta q_1 = (0,029 + 0,096 + 0,064 + 0,023 + 0,023) \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = 0,235 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

$$\Delta q_2 = (0,027 + 0,096 + 0,057 + 0,023 + 0,024) \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = 0,227 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

5.2. für die Kalorimeterwärme ergibt sich :

$$\Delta m_k = \Delta m_w = 0,02\text{g} \quad (\text{Garantiefehler der Waage})$$

$$\Delta T_k = \Delta T_m = \Delta T_w = 0,2\text{K}$$

$$\Delta K = \left| \frac{\delta K}{\delta m_K} \Delta m_K \right| + \left| \frac{\delta K}{\delta m_W} \Delta m_W \right| + \left| \frac{\delta K}{\delta T_K} \Delta T_K \right| + \left| \frac{\delta K}{\delta T_W} \Delta T_W \right| + \left| \frac{\delta K}{\delta T_m} \Delta T_m \right|$$

$$\Delta K = \left| \frac{T_m - T_K}{T_W - T_m} c_{H_2O} \Delta m_K \right| + \left| c_{H_2O} \Delta m_W \right| + \left| \frac{-m_K c_{H_2O}}{T_W - T_m} \Delta T_K \right|$$

$$+ \left| m_K c_{H_2O} \frac{T_K - T_m}{(T_W - T_m)^2} \Delta T_W \right| + \left| m_K c_{H_2O} \frac{T_W - T_K}{(T_W - T_m)^2} \Delta T_m \right|$$

$$\Delta K_1 = (0,077 + 0,084 + 14,356 + 13,139 + 27,495) \frac{J}{K} = 55,15 \frac{J}{K}$$

$$\Delta K_2 = (0,073 + 0,084 + 13,315 + 11,535 + 24,849) \frac{J}{K} = 49,86 \frac{J}{K}$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

Für die Wärmekapazität des Kalorimeters ergibt sich:

$$1. \text{ Messreihe : } K_1 = (150,39 \pm 55,15) \frac{J}{K}$$

$$2. \text{ Messreihe : } K_2 = (229,45 \pm 49,86) \frac{J}{K}$$

Für die spezifische Kondensationwärme des Wasserdampfes ergibt sich:

$$1. \text{ Messreihe : } q_{K1} = (2,28 \pm 0,24) \frac{MJ}{kg}$$

$$2. \text{ Messreihe : } q_{K2} = (2,38 \pm 0,23) \frac{MJ}{kg}$$

Da die Wärmekapazität des eingefüllten Wassers relativ groß, im Vergleich zur Wärmekapazität des Kalorimeters, ist ergeben auch kleine Messungenauigkeiten einen relativ großen Fehler. Dem gegen über wirkt sich aber der Fehler nicht stärker auf das Endergebnis aus als die Temperaturmessungenauigkeiten, da die verwendeten Wassermengen etwa gleichgroß waren. Dem entsprechend liegt die auftretende Fehler Schwankung noch in der Fehlergrenze des systematischen Fehlers.

Der Tabellenwert für die spezifische Kondensationswärme des Wassers beträgt 2,26 MJ/kg. Dem entsprechend stellen unsere Messwerte eine gut Näherung für die Kondensationswärme des Wasserdampfes dar. Da diese sehr groß, gegenüber der Wärme die vom Kalorimetergefäß aufgenommen wird, beeinträchtigt der hohe Fehler der Wärmekapazität des Kalorimeters die Kondensationswärme nur gering.

7. Literatur

- (1) Stroppe,H „Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften“
11.Auflage Fachbuchverlag Leipzig-Köln
- (2) Internethinweise „Bestimmung der Messunsicherheit“
- (3) Lothar Papula „Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler“
Band 3 Vieweg

[<Zurück>](#)

1. Aufgabenstellung

- 1.1 Eigenfrequenz und logarithmisches Dekrement der freien elektromagnetischen Schwingung sind oszillographisch zu messen, die Güte Q des Schwingkreises ohne Zusatzdämpfung ist zu bestimmen.
- 1.2 Für einen Reihenschwingkreis sind die Resonanzkurven des Stromes I und der Kondensatorspannung UC bei 2 unterschiedlichen Dämpfungen aufzunehmen und graphisch darzustellen. Resonanzfrequenzen, Resonanzüberhöhungen und Bandbreiten sind zu bestimmen, Dekrement und Güte daraus zu berechnen.

Wahlaufgaben:

- 1.3 a Am Reihenschwingkreis ist der Phasenwinkel j zwischen Strom I und Spannung U als Funktion der Frequenz f bei den beiden in 1.2 benutzten Dämpfungen oszillographisch zu messen und graphisch darzustellen, die Resonanzfrequenzen sind anzugeben. Außerdem ist $(f \times \tan j)$ als Funktion von f_2 darzustellen; Resonanzfrequenz und Güte sind durch lineare Regression zu ermitteln.
- 1.3 b Am Parallelschwingkreis ohne Zusatzdämpfung sind die Resonanzkurven des Gesamtstroms und des Teilstroms IC durch den Kondensator aufzunehmen und graphisch darzustellen. Aus der IC-Resonanzkurve sind die in 1.2 genannten Größen zu bestimmen; daraus ist die Güte Q zu berechnen.

2. Grundlagen

Unter einem Schwingkreis versteht man elektrische Schaltungen mit kapazitiven und induktiven Blindwiderständen, zwischen denen ein periodischer Energieaustausch möglich ist. Das heißt, die elektrische Energie und die magnetische Energie wechseln sich in ihren zeitlichen Höchstwerten ab. Wird ein Schwingkreis an eine Wechselspannung angeschlossen, so schwingt die Energie innerhalb dieser Schaltung mit der ihr aufgezwungenen Frequenz. Diesen Vorgang bezeichnet man als erzwungene Schwingung. Gleichet sich die im Schwingkreis gespeicherte elektrische und magnetische Energie ohne äußere Einwirkung (ohne angeschlossene Spannungsquelle) aus, so spricht man von freien Schwingungen.

Jedes schwingungsfähige elektrische System besitzt eine Eigenfrequenz. Wenn diese Eigenfrequenz mit der dem System aufgezwungenen Erregerfrequenz übereinstimmt, kommt es zum Zustand der Resonanz. Bei Resonanz sind der kapazitive und der induktive Blindwiderstand gleich groß und heben sich aufgrund der verschiedenen Vorzeichen gegenseitig auf. Im Schwingkreis ist dann nur noch der Wirkwiderstand wirksam.

In dem Versuch geht es um das Verhalten von Reihen- und Parallelschwingkreisen, Schwingkreis- und Bauelementegrößen wie z.B. Resonanzfrequenz, Schwingkreisgüte, Bandbreite und um die Aufnahme und die Darstellung von Frequenzverläufen.

Eigenfrequenz des gedämpften Schwingkreises:

$$\omega_{\delta} = \sqrt{(\omega_0^2 - \delta^2)} \quad (1)$$

Dämpfungsfaktor:

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (2)$$

Logarithmisches Dekrement:

$$D = \delta \cdot T = \ln \frac{u(t)}{u(t+T)} \quad (3)$$

$$D = \delta \cdot T = \pi \cdot \frac{\sqrt{2f_r^2(I) - 2 \cdot f_r^2(U_c)}}{f_r(I)} \quad (4)$$

Güte Q des Schwingkreises:

a) aus dem Dekrement: $Q = \frac{\pi}{D}$ (5a)

b) aus der Bandbreite $\Delta f(I)$ der Stromresonanzkurve

$$Q = \frac{f_r(I)}{\Delta f(I)} \quad (5b)$$

c) aus der Resonanzhöhung $(U_c/U)_{res} \approx Q$ (5c)

Thomsonsche Schwingungsgleichung:

$$T = \frac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (6)$$

Resonanzbreite:

$$\Delta\omega = 2\delta \quad (7)$$

Kreisfrequenz:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (8)$$

3. Versuchsaufbau

3.1 Geräte

Bauelemente (Widerstand, Spule, Kondensator)
 Digitalmultimeter
 Oszilloskop
 Stromversorgung

3.2 Durchführung

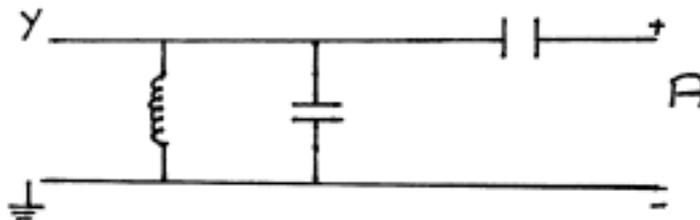
zu 1.1 oszillographische Messung der elektromagnetischen Schwingung

zu 1.2 Messung des Stromes der Kondensatorspannung und der gesamt Spannung am Reihenschwingkreis

zu 1.3.b Messung des Gesamtstromes und des Kondensatorstromes am Parallelschwingkreis

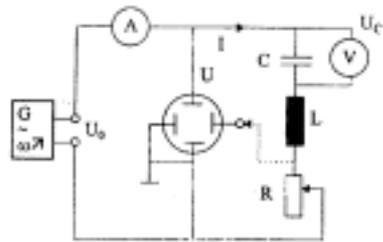
3.3 Schaltpläne

zu 1.1

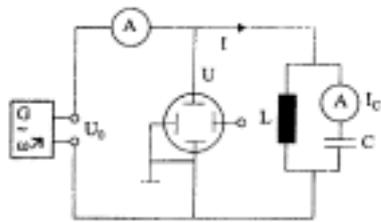


A ist der Ausgang des Oszilloskop
 Y ist der Eingang des Oszilloskop

Zu 1.2



zu 1.3



4.Messergebnisse

zu 1.1

u_i in mV	D
42	
	0,241
33	
	0,238
26	
	0,214
21	
	0,272
16	
	0,208
13	
	0,262
10	
	0,223
8	

$$\bar{D} = 0,2369$$

$$T = 0,3\text{ms}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-4} \text{s}}$$

$$\omega_0 = 20944 \text{s}^{-1}$$

$$Q = \frac{\pi}{D} = \frac{\pi}{0,2369}$$

$$Q = 13,26$$

f in kHz	U _{C1} in V	I ₁ in mA
0,00	0,407	15,4
2,00	0,448	19,1
2,50	0,592	31,5
2,60	0,629	34,6
2,70	0,675	38,5
2,80	0,724	42,8
2,90	0,787	48,4
3,00	0,845	54,0
3,10	0,886	58,2
3,20	0,915	62,0
3,25	0,922	63,5
3,28	0,923	63,9
3,30	0,921	64,5
3,39	0,909	64,8
3,40	0,898	64,7
3,50	0,850	63,1
3,70	0,721	56,4
4,00	0,523	44,4
5,00	0,228	24,2
6,00	0,134	17,0
7,00	0,088	13,1
10,00	0,038	8,1
15,00	0,016	4,9
20,00	0,008	3,6

$$U_0 = 0,3V$$

$$R = 1\Omega$$

$$L = 0,624mH$$

$$C = 3,3\mu F$$

Resonanzfrequenzen:

$$f_r(I) = 3,39kHz$$

$$f_r(U_C) = 3,28kHz$$

Resonanzbreiten:

$$\Delta f(I) = 1,1kHz$$

$$\Delta f(U_C) = 1kHz$$

Resonanzüberhöhungen:

$$\frac{U_C}{U_0} = 3,08$$

$$\frac{I}{U_0} = 216 \frac{mA}{V}$$

logarithmisches Dekrement nach():

$$D = \pi \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot (3,39\text{kHz})^2 - 2 \cdot (3,28\text{kHz})^2}}{3,39\text{kHz}}$$

$$D = 1,123$$

Güte:

$$\text{a) } Q = \frac{\pi}{1,123}$$

$$Q = 2,80$$

$$\text{b) } Q = \frac{3,39\text{kHz}}{1,1\text{kHz}}$$

$$Q = 3,08$$

$$\text{c) } Q \approx \frac{0,923}{0,3}$$

$$Q \approx 3,08$$

f in kHz	U _{C2} in V	I ₂ in mA
0,00	0,341	12,8
2,00	0,348	14,7
2,50	0,355	18,7
2,60	0,354	19,3
2,70	0,351	19,9
2,80	0,348	20,5
2,90	0,343	21,0
3,00	0,336	21,4
3,10	0,330	21,6
3,20	0,323	21,8
3,30	0,314	21,9
3,40	0,305	21,8
3,50	0,295	21,8
3,70	0,275	21,4
4,00	0,242	20,4
5,00	0,157	16,5
6,00	0,107	13,5
7,00	0,076	11,2
10,00	0,036	7,4
15,00	0,015	4,8
20,00	0,008	3,5

$$U_0 = 0,3V$$

$$R = 10\Omega$$

$$L = 0,624mH$$

$$C = 3,3\mu F$$

Resonanzfrequenzen:

$$f_r(I) = 3,30\text{kHz}$$

$$f_r(U_c) = 2,50\text{kHz}$$

Resonanzbreiten:

$$\Delta f(I) = 3\text{kHz}$$

Resonanzüberhöhungen:

$$\frac{U_c}{U_0} = 1,18$$

$$\frac{I}{U_0} = 73 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$$

logarithmisches Dekrement nach():

$$D = \pi \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot (3,30\text{kHz})^2 - 2 \cdot (2,50\text{kHz})^2}}{3,30\text{kHz}}$$

$$D = 2,900$$

Güte:

$$\text{a) } Q = \frac{\pi}{2,900}$$

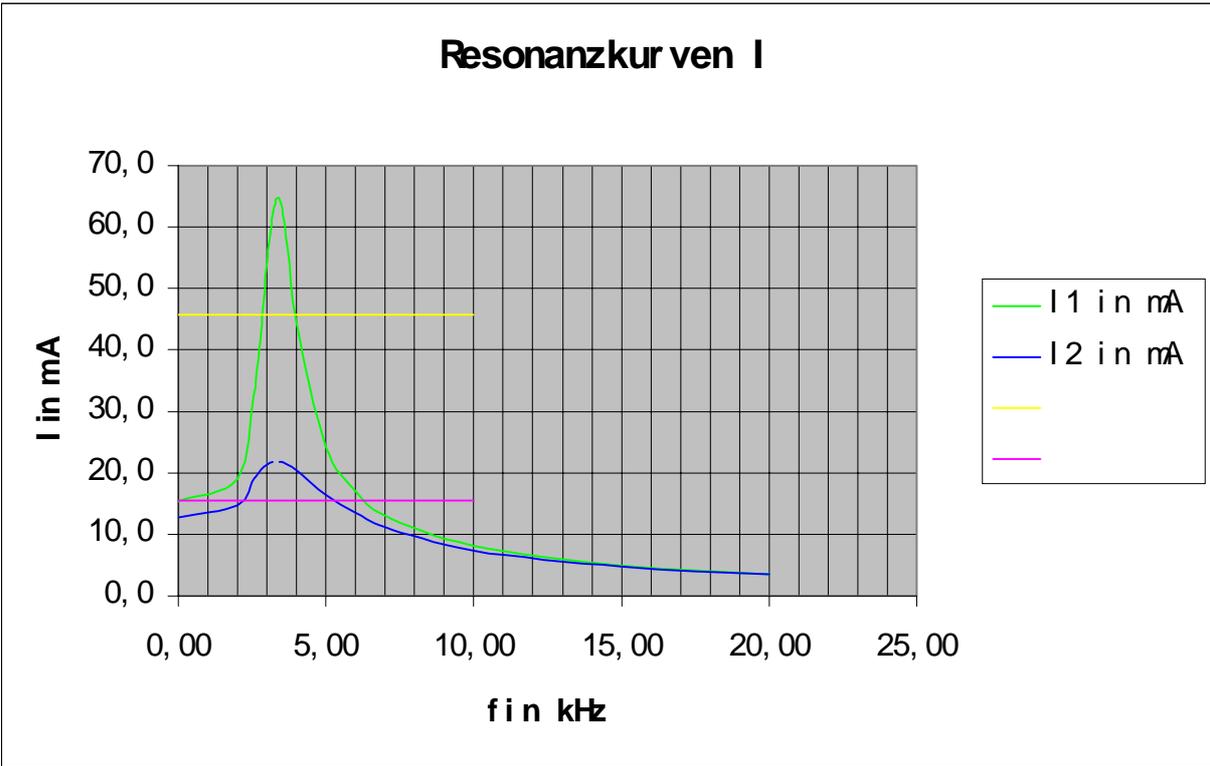
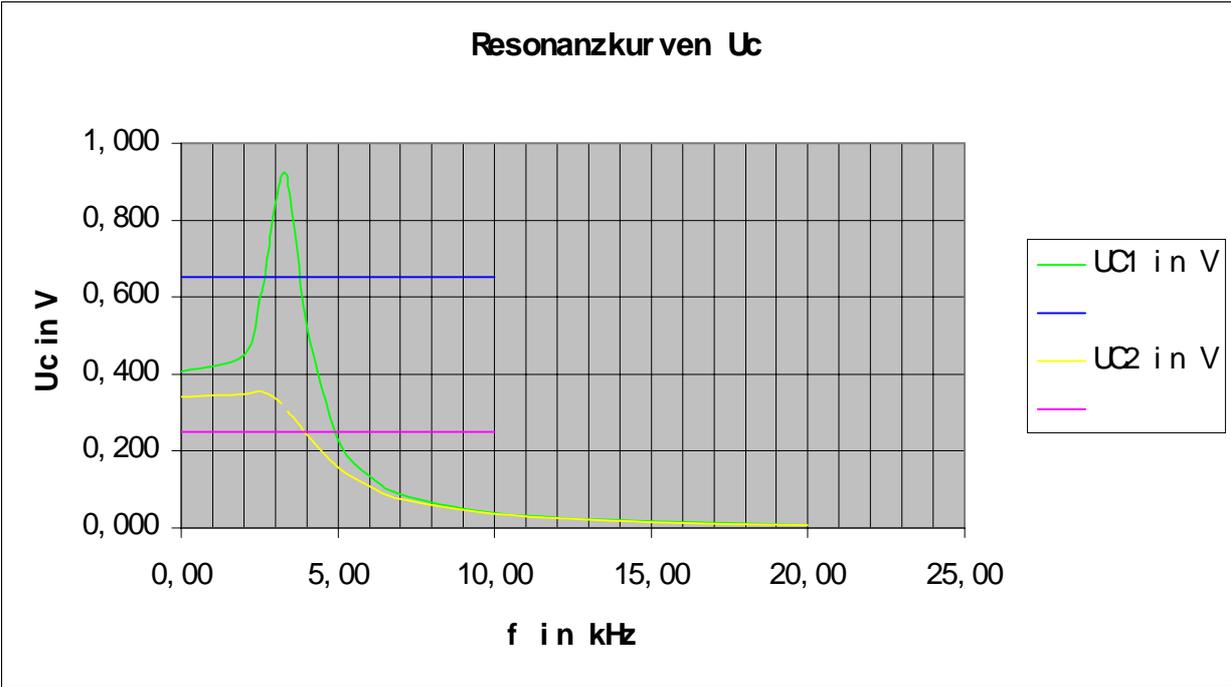
$$Q = 1,08$$

$$\text{b) } Q = \frac{3,3\text{kHz}}{3\text{kHz}}$$

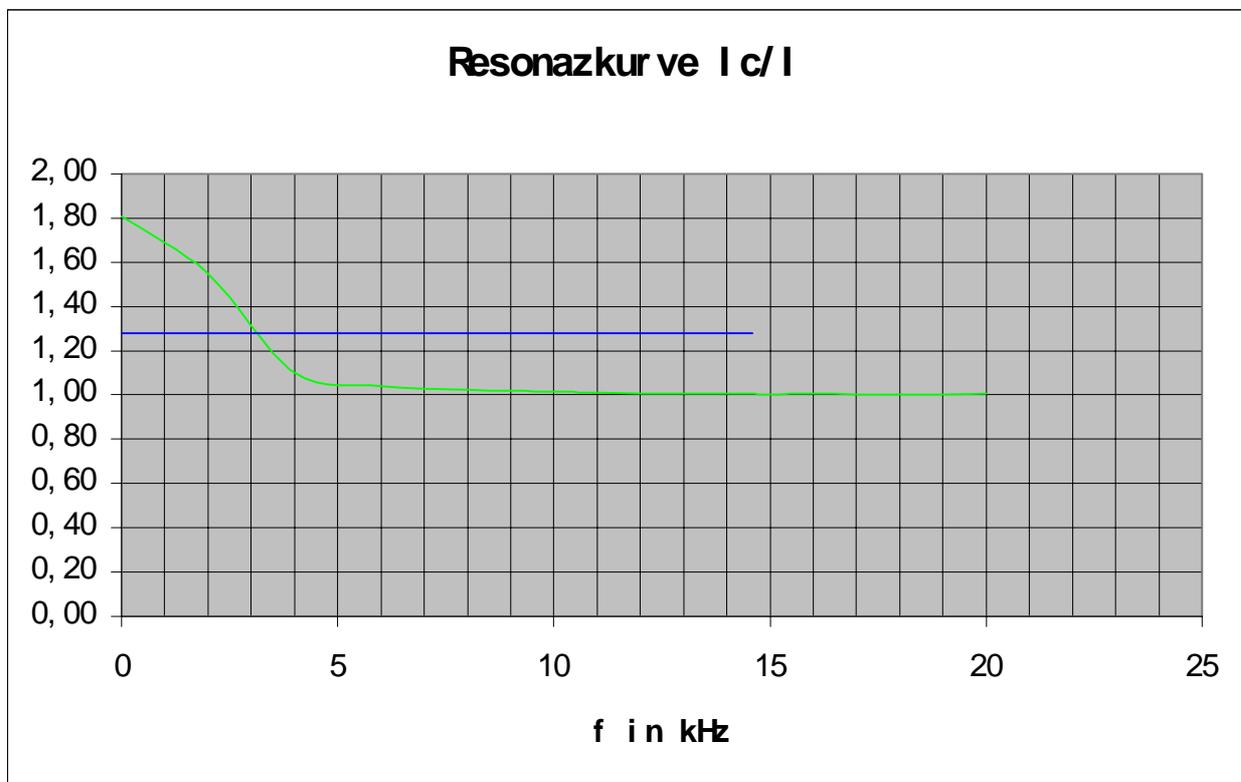
$$Q = 1,1$$

$$\text{c) } Q \approx \frac{0,355}{0,3}$$

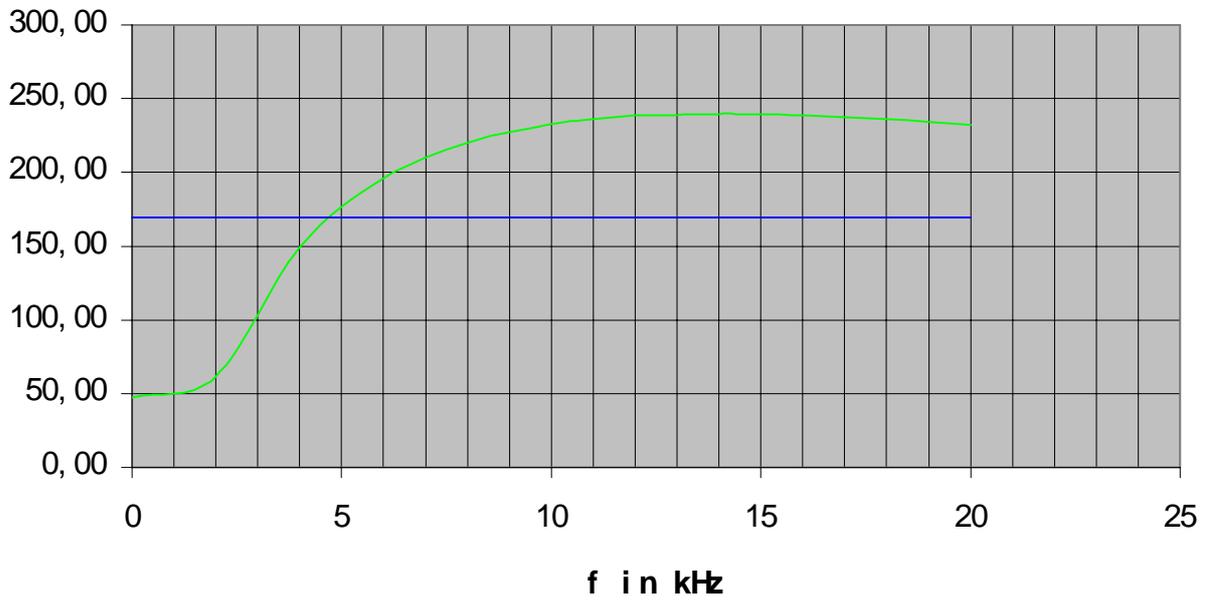
$$Q \approx 1,18$$



f in kHz	I in mA	I _c in mA	I/U ₀	I _c /I
0	14,2	25,7	47,33	1,81
2	18,5	28,6	61,67	1,55
4	44,7	49,1	149,00	1,10
6	58,8	61,2	196,00	1,04
8	66,1	67,6	220,33	1,02
10	69,9	71	233,00	1,02
11	70,9	71,8	236,33	1,01
12	71,6	72,2	238,67	1,01
13	71,6	72,2	238,67	1,01
13,2	71,7	72,2	239,00	1,01
13,4	71,7	72,3	239,00	1,01
13,6	71,7	72,3	239,00	1,01
13,8	71,7	72,3	239,00	1,01
14	71,8	72,3	239,33	1,01
14,2	71,9	72,3	239,67	1,01
14,4	71,8	72,3	239,33	1,01
14,6	71,8	72,2	239,33	1,01
15	71,7	72	239,00	1,00
16	71,5	71,9	238,33	1,01
17	71,2	71,5	237,33	1,00
18	70,8	71,1	236,00	1,00
19	70,3	70,5	234,33	1,00
20	69,7	70	232,33	1,00



Resonanzkurve I / U_b



5. Fehlerrechnung

$$\Delta U = 2mV$$
$$\Delta T = 0,02ms$$

zu 1.1

$$\Delta\omega_0 = \left| -\frac{2\pi}{T^2} \right| \Delta T$$
$$\Delta\omega_0 = 1396,3s^{-1}$$

zu 1.2

$$\Delta f_r(I) = 0,03kHz$$
$$\Delta f_r(U_c) = 0,03kHz$$

$$\Delta D = \left| \frac{\pi}{f_r(I)} * -\frac{2f_r(U)}{\sqrt{2f_r^2(I) - 2f_r^2(U)}} \right| \Delta f_r(U) + \left| \pi \frac{-2f_r^2(U)}{f_r^2(I)\sqrt{2f_r^2(I) - 2f_r^2(U)}} \right| \Delta f_r(I)$$

$$\Delta D_1 = 0,151 + 0,146 = 0,297$$

$$\Delta D_2 = 0,047 + 0,036 = 0,083$$

a) $\Delta Q = \left| -\frac{\pi}{D^2} \right| \Delta D$

$$\Delta Q_1 = 0,740$$

$$\Delta Q_2 = 0,031$$

b) $\Delta\Delta f(I) = 0,1kHz$

$$\Delta Q = \left| \frac{1}{\Delta f(I)} \right| \Delta f_r(I) + \left| -\frac{f_r(I)}{\Delta f^2(I)} \right| \Delta\Delta f(I)$$

$$\Delta Q_1 = 0,027 + 0,280 = 0,307$$

$$\Delta Q_2 = 0,046$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

zu 1.1

$$\omega_0 = 20944s^{-1} \pm 1396s^{-1}$$

$$Q = 13,26$$

Rechnerische Überprüfung mit den Kenngrößen der Bauelement:

$$\omega_0 = 22037s^{-1}$$

Die Ergebnisse entsprechen annähernd den erwarteten Werten.

Zu 1.2

$$D_1 = 1,123 \pm 0,297$$

$$D_2 = 2,900 \pm 0,083$$

a) $Q_1 = 2,80 \pm 0,740$

$$Q_2 = 1,08 \pm 0,031$$

b) $Q_1 = 3,08 \pm 0,307$

$$Q_2 = 1,1 \pm 0,046$$

Die Werte, die mit Methode a) und b) berechnet wurden sind ungefähr gleich. Die mit Methode c) berechneten Werte sind als Näherungswerte zu sehen, die sich lediglich zum Überschlagen eignen.

Zu 1.3 b)

Die Messwerte sind unbrauchbar und deshalb sind keine Berechnungen durchführbar. Trotz Verwendung mehrerer verschiedener Bauteile und Eingangsspannungen war keine große Verbesserung der Messwerte festzustellen.

7. Literatur

- (1) Stroppe, H. „Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften“
11. Auflage Fachbuchverlag Leipzig-Köln
- (2) Internethinweise „Bestimmung der Messunsicherheit“
- (3) Lothar Papula „Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler“
Band 3 Vieweg

[<Zurück>](#)

1. Aufgabenstellung

Die Brennweite dünner Linsen ist nach unterschiedlichen Verfahren zu bestimmen, Abbildungsfehler sind zu untersuchen.

- 1.1 Die Brennweite einer Sammellinse ist durch Autokollimation zu bestimmen.
- 1.2 Die Brennweite der Sammellinse ist durch Messung von Bild- und Gegenstandsweite aus der graphischen Darstellung der reziproken Werte dieser Größen zu bestimmen.
- 1.3 Die Brennweite der Sammellinse ist aus Gegenstandsweite und Abbildungsmaßstab durch lineare Regression zu bestimmen.
- 1.4 Die Brennweite einer Zerstreuungslinse ist durch Kombination mit der Sammellinse nach dem Verfahren von Bessel zu bestimmen.
- 1.5 Die Differenz der Brennweiten der Sammellinse für Rand- und Zentralstrahlen (sphärische Aberration) ist aus der Änderung von Bild und Gegenstandsweite zu bestimmen.

2. Grundlagen

Linsen sind Körper aus einer lichtbrechenden Substanz, welche in den meisten Fällen von zwei kugelförmigen Flächen begrenzt werden, wobei die optische Achse einer Linse die Verbindungslinie der Mittelpunkte dieser Flächen ist.

Da in diesem Versuch nur dünne Linsen betrachtet werden, kann man sich die zweimalige Brechung des Lichtes, beim Eintreten sowie Austreten aus der Linse, durch eine einmalige Brechung an der Mittelebene der Linse ersetzt denken.

Sammellinsen, sogenannte Konvexlinsen, sind nach Aussen gewölbt, d.h. sie sind in der Mitte dicker als an ihrem Rand. Das Parallel zur optischen Achse einfallende Licht wird im Brennpunkt F vereinigt, dabei ist der Abstand des Brennpunktes F von der Mittelebene die Brennweite f einer Linse.

Dem gegenüber sind Zerstreuungslinsen, Konkavlinsen, nach innen gewölbt und somit am Rand dicker als in der Mitte. Dadurch wird das Parallel zur optischen Achse einfallende Licht so gebrochen, als ob es vom Brennpunkt F kommen würde, d.h. der Brennpunkt der Linse ist ein virtueller Brennpunkt, da er vor der Linse liegt und somit sich das Licht nur virtuell in der rückwärtigen Verlängerung der Strahlen vereinigt.

Autokollimationsverfahren einer Sammellinse.

Ein ebener Spiegel wird senkrecht zur optischen Achse hinter einer Linse aufgestellt. Nun wird der Gegenstand so lange verschoben, bis das Bild scharf in der Gegenstandsebene erscheint, in diesem Punkt befindet sich der Gegenstand in der Brennweite der Linse.

Brennweitenbestimmung durch Bild- und Gegenstandsweite

Man misst die Bild- und Gegenstandsweite g und b eines Gegenstandes in dem man das Bild auf einem Schirm auffängt. Mit Hilfe der Formel (1):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

Lässt sich dann die Brennweite f bestimmen.

Brennweitenbestimmung mit Gegenstandsweite und Abbildungsmaßstab

Der Quotient aus Bild- und Gegenstandsgröße bzw. Bild- und Gegenstandsweite ist

definiert als Abbildungsmaßstab β : $\beta = \frac{B}{G} + \frac{b}{g}$ (2)

Daraus folgt für f : $f = g \frac{\beta}{(\beta + 1)}$ (3)

Brennweite einer Konkavlinse nach Bessel

Das Prinzip des Verfahrens nach Bessel beruht darauf, dass sich die Brennweite indirekt über genauer messbare Größen bestimmt. Bei konstantem Abstand s zwischen Schirm und Gegenstand gibt es zwei Stellungen der Linse, in denen sich ein scharfes reelles Bild erzeugen lässt, wobei s mindestens die vierfache Brennweite betragen

sollte. $f = \frac{1}{4} \left(s - \frac{e^2}{s} \right)$ (4)

mit e = Abstand der beiden Stellungen von einander

Da diese Gleichung jedoch nur für eine Sammellinse und nicht wie gefordert für eine Zerstreuungslinse gilt, benutzt man ein System aus der Konkav- und einer Konvexlinse mit bekannter Brennweite f_s , welches insgesamt sammeln wirkt.

$$f_z = - \frac{f * f_s}{f - f_s} \quad (5)$$

Sphärische Aberration

Die Brennweite ist abhängig von dem Abstand der eintreffenden Strahlen zur optischen Achse. Zur Bestimmung dieser Brennweitendifferenz werden Messungen sowohl mit einer Loch - als auch mit einer Ringblende durchgeführt, wobei s der Abstand zwischen dem Gegenstand und dem Schirm konstant bleiben muss. Aus der Linsengleichung und den Gegenstandsweiten g bzw. $g + \Delta g$ ergibt sich dadurch für

Δf :

$$\Delta f = \frac{\Delta g * (s - \Delta g)}{s} \quad (6)$$

3. Versuchsaufbau

3.1 Geräte

Lupe
Linsen Sammellinse
 Zerstreuungslinse
 Sammellinse für Rand und Zentralstrahlen
Messgeräte

3.2 Durchführung

Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse mit Hilfe der Autokollimation sowie aus der graphischen Darstellung der reziproken Werte von Bild- und Gegenstandsweite.

Bestimmung durch lineare Regression der Gegenstandsweite und des Abbildungsmaßstab

Durch das Verfahren von Bessel ist die Brennweite einer Zerstreuungslinse zu ermitteln.

Mit Hilfe der sphärischen Aberration ist die Differenz der Brennweiten der Sammellinse für Rand- und Zentrallinse zu bestimmen

4. Messergebnisse

Zu 1.1: Autokollimation

$$f_1 = 11,75\text{cm}$$

$$G_f = 1\text{cm}$$

$$f_2 = 11,25\text{cm}$$

$$\rightarrow \bar{f} = 11,5\text{cm}$$

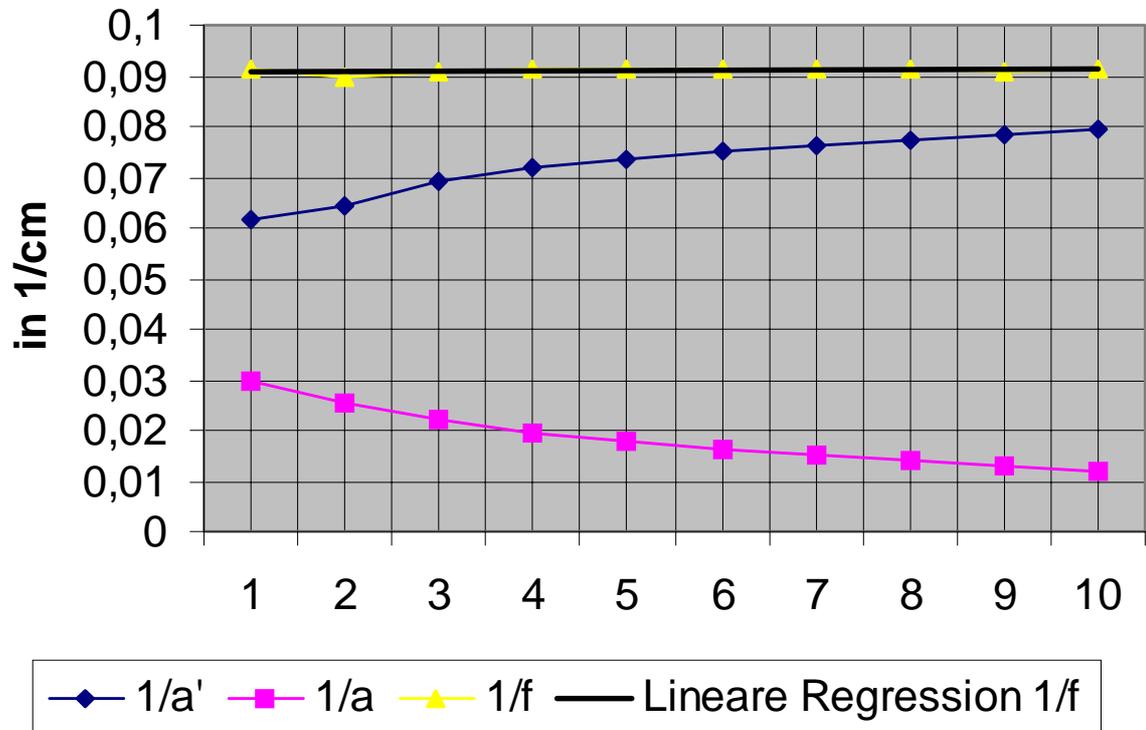
Zu 1.2 und 1.3

Schirmabstand in cm	a' in cm	y' in cm	a in cm
50	16,2	1	33,8
55	15,5	0,85	39,5
60	14,5	0,75	45,5
65	13,9	0,65	51,1
70	13,6	0,6	56,4
75	13,35	0,55	61,65
80	13,1	0,5	66,9
85	12,9	0,45	72,1
90	12,8	0,425	77,2
95	12,6	0,42	82,4

$$y=2\text{cm}$$

Brennweitenbestimmung durch Bild- und Gegenstandsweite

$$y = 7E-05x + 0,0907$$

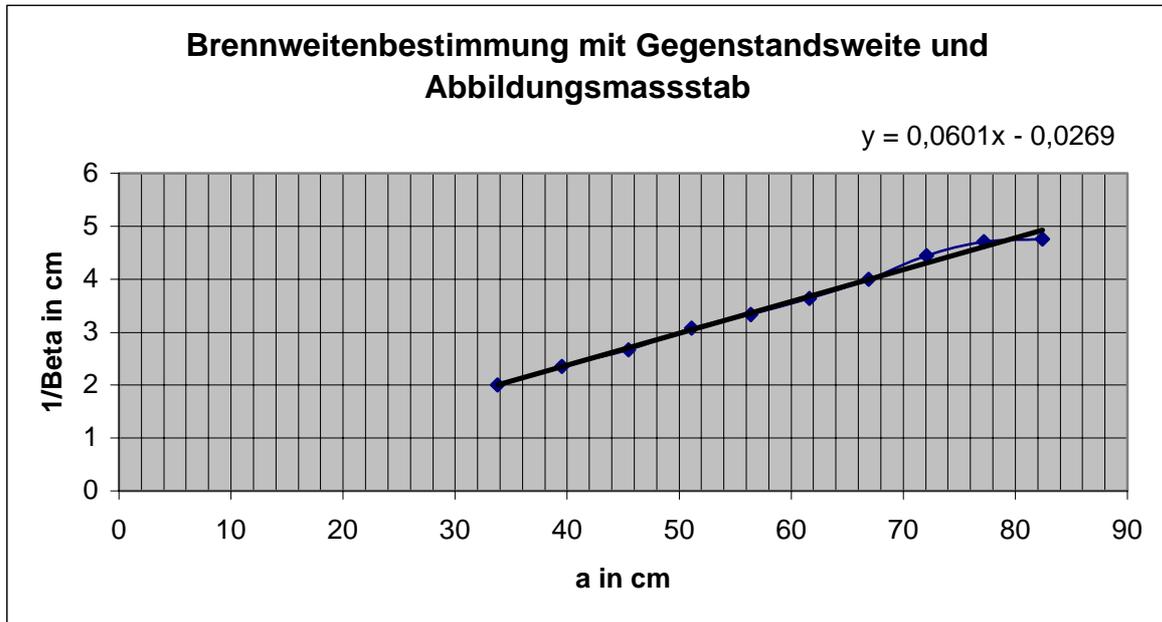


$$\frac{1}{f} = 0,0907 \frac{1}{cm}$$

$$\underline{\underline{f = 11,03cm}}$$

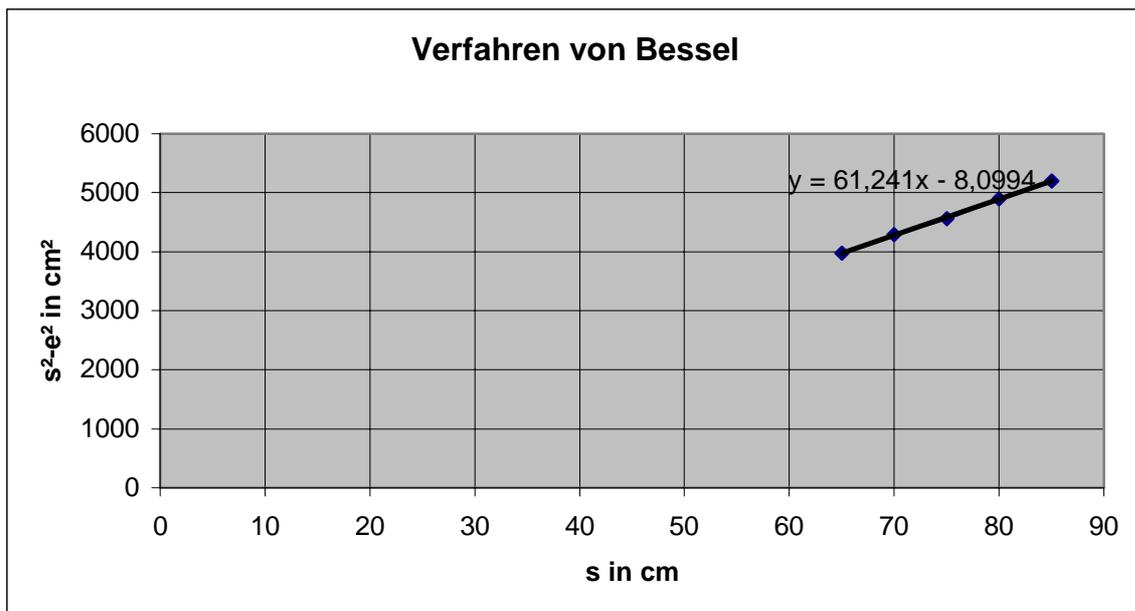
zu 1.3

$$\bar{f} = 10,97 \text{ cm}$$



zu 1.4 Verfahren von Bessel

s in cm	$a_{k'1}$	$a_{G'1}$ in cm	$a_{k'2}$ in cm	$a_{G'2}$ in cm	$a_{k'}$ in cm	$a_{G'}$ in cm	e in cm	f in cm
85	19,4	64,5	20,6	65,5	20	65	45	15,29
80	20	58,75	21,4	60,1	20,7	59,425	38,725	15,31
75	20,75	53	21,1	54,15	20,925	53,575	32,65	15,20
70	21,9	46,7	23,4	47,9	22,65	47,3	24,65	15,33
65	24,1	40	25,3	41,15	24,7	40,575	15,875	15,28



$$\underline{f_z = -39,25 \text{ cm}}$$

zu 1.5 sphärische Aberration

s in cm	a _{Loch} in cm	a _{Ring} in cm	Δa in cm	Δf in cm
50,00	32,8	34,8	2	1,92
55	39,4	40,85	1,45	1,41177273
60	45,05	46,5	1,45	1,41495833
65,00	50,7	52	1,3	1,274

$$\underline{\underline{\Delta f = 1,51 \text{ cm}}}$$

5. Fehlerrechnung

zu 1.1

$$\underline{\underline{\Delta f = G_f = 1 \text{ cm}}}$$

zu 1.2

$$\Delta f = \Delta f_{\text{sys}} + \Delta f_{\text{zuf}}$$

$$\Delta f = \Delta f_{\text{sys}} + (t * S_{\bar{f}})$$

zu 1.4

$$\Delta f = \Delta f_{\text{sys}} + (t * S_{\bar{f}})$$

$$\Delta f_{z_{\text{sys}}} = \left| \frac{f^2}{(f - f_s)^2} \right| \Delta f_s + \left| \frac{-f_s^2}{(f - f_s)^2} \right| \Delta f$$

zu 1.5

$$\Delta f_{\text{sys}} \left[\frac{1}{s} (s - 2\Delta a) \right] 2\Delta\Delta a + \left| \frac{\Delta a^2 * (-1)}{s^2} \right| \Delta s$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

Die teilweise sehr großen Fehlern liegen in dem subjektiven Empfinden von Schärfe begründet, welches bei diesen Versuchen eine entscheidende Rolle spielt. Außerdem sind sämtliche Längenmaße stark vom Augenmaß des Betrachters abhängig und die Linsenstellung konnte nicht exakt lokalisiert werden.

7.Literatur

- (1) Stroppe, H „Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften“
11.Auflage Fachbuchverlag Leipzig-Köln
- (2) Internethinweise „Bestimmung der Messunsicherheit“
- (3) Lothar Papula „Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler“
Band 3 Vieweg [<Zurück>](#)

1. Aufgabenstellung

1.1 Die Wellenlänge λ von Laserstrahlung ist mit Hilfe eines Beugungsgitters bekannter Gitterkonstante g zu bestimmen. Die Beugungswinkel α_k sind zu ermitteln, $\sin \alpha_k$ ist als Funktion der Ordnung k graphisch darzustellen, λ durch lineare Regression zu berechnen.

1.2 Die Breite b eines Spaltes ist durch Beugung von Laserstrahlung zu bestimmen. Der Abstand X_k der Beugungsmaxima oder -minima k -ter Ordnung vom Maximum nullter Ordnung ist als Funktion von k graphisch darzustellen, b ist durch lineare Regression zu ermitteln.

1.3 Die Breite b des Spaltes ist durch dessen vergrößerte Projektion zu bestimmen und mit dem Ergebnis von 1.2 zu vergleichen, Abweichungen sind zu diskutieren.

1.4 Der Durchmesser d einer Lochblende ist durch vergrößerte Projektion zu bestimmen.

1.5 Durch Vermessung der Beugungsfigur einer Lochblende sind die Bedingungen für die ersten 3 Minima experimentell zu überprüfen. Deren Bedeutung für das Auflösungsvermögen von Fernrohren ist zu erläutern.

2. Grundlagen zum Versuch

Falls Hindernisse, Blendenränder Spalte oder Kleine Teilchen die freie Ausbreitung stören, ist die geradlinige Ausbreitung des Lichtes der geometrischen Optik nicht mehr gewährleistet. Durch Beugung an solchen Hindernissen kann ein Teil des Lichtes auch in den geometrischen Schattenbereich, hinter dem Hindernis, gelangen und somit streifenförmige Beugungsfiguren hervorrufen. Wobei die Gestalt dieser „Figuren“ durch die Wellenlänge des Lichtes sowie durch die Größe und Form des Hindernisses beeinflusst wird.

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{s_b} \quad (1)$$

Da die Dreiecke in denen die Berechnungen vollzogen werden sich sehr stark ähneln, gilt auch:

$$\sin \alpha = \frac{s_n}{e} \quad (2)$$

Hieraus ergibt sich für die Wellenlänge λ :

$$\lambda = \frac{s_n * s_b}{n * e} \quad (3)$$

Die für die Berechnungen der Gegenstandsgrößen, in den Versuchen 1.3 und 1.4, wird die bereits in Versuch O4 verwendete Formel benötigt:

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

Erklärungen: λ ist die Wellenlänge
 α der Beugungswinkel
 s_b ist die Spaltbreite
 s_n der Abstand des n-ten Maximums vom Maximum 0. Ordnung
 e ist die Entfernung zwischen Spalt und Maximum n-ter Ordnung
 n die Ordnung des Maximum
 B - Bildgröße
 G - Gegenstandsgröße
 b - Bildweite
 g - Gegenstandsweite

3. Versuchsaufbau

3.1 Geräte

Messgeräte
 Laserlicht
 Beugungsgitter

3.3 Durchführung

Bestimmen der Wellenlänge, mit Hilfe des Beugungsgitters und dem Maxima 1. Ordnung, sowie des Beugungswinkels α_k . Ermitteln der Gitterbreite durch Beugung von Laserstrahlen durch aufnehmen der Abstände des Maxima oder Minima 1. Ordnung und im Vergleich dazu sowie mit Hilfe von mindestens 12 Maxima oder Minima der vergrößerten Projektion.

Der Durchmesser der Lochblende ist ebenfalls an der vergrößerten Projektion zu bestimmen.

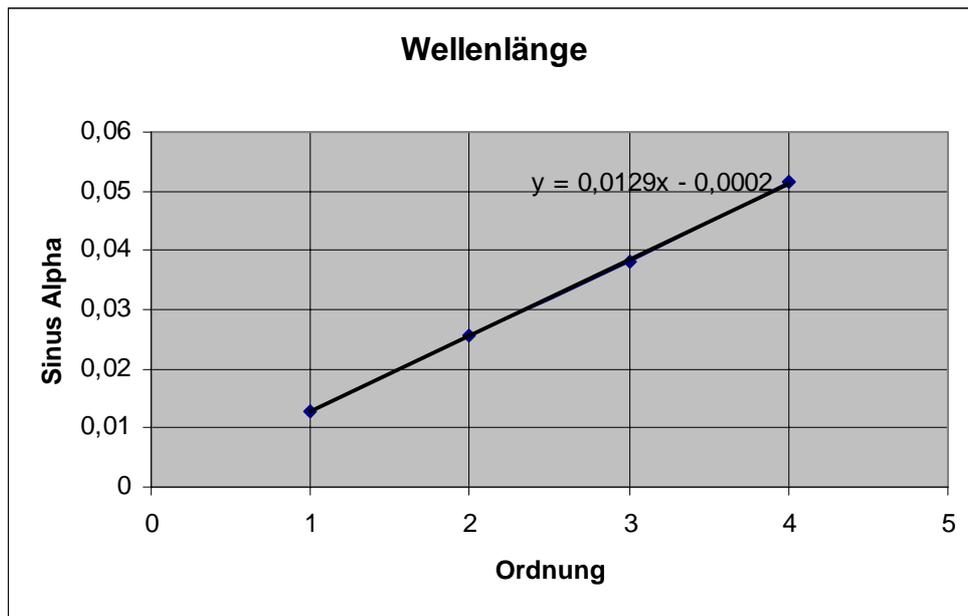
Aufnehmen von Beugungsfiguren und experimentelle Überprüfung für die ersten 3 Minima.

4. Meßergebnisse

4.1

n	s_n	λ	α
1	1,92	637,450	0,73
2	3,85	639,110	1,46
3	5,75	636,344	2,19
4	7,75	643,260	2,95

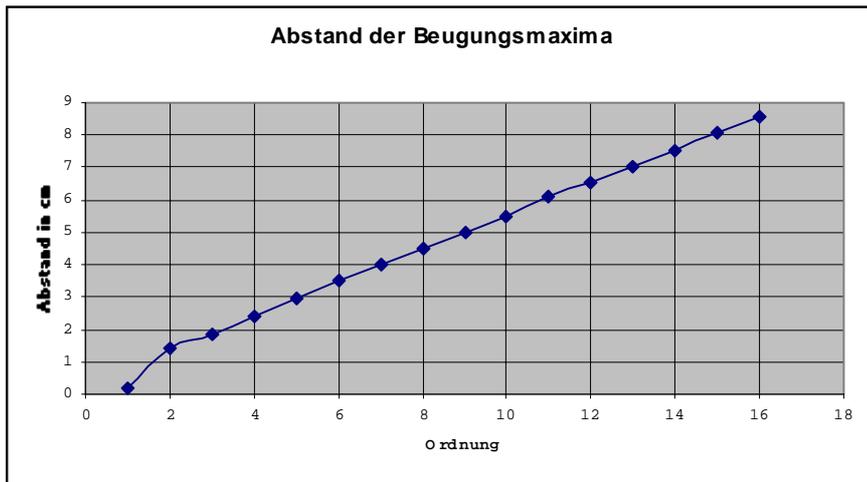
$\sin \alpha_{(n)}$



4.2

n	s _n	b
1	0,18	0,05236586
2	1,41	0,01337001
3	1,88	0,01504126
4	2,39	0,01577549
5	2,93	0,01608508
6	3,49	0,01620491
7	3,98	0,01657814
8	4,49	0,0167944
9	5	0,01696654
10	5,51	0,01710682
11	6,08	0,01705336
12	6,55	0,01726874
13	7,02	0,01745529
14	7,54	0,01750159
15	8,1	0,01745529
16	8,56	0,01761842

$\bar{b} = 0,0187cm$



4.3

Messung	g	B	b	G
1	5,5	0,54	130,5	0,02275862
2	6	0,37	107,5	0,02065116
3	5,9	0,32	88	0,02145455

$$\overline{G} = 0,0216\text{cm}$$

4.4

Messung	B	g	b	G
1	1,07	5,4	148,3	0,03896156
2	0,97	5,5	131	0,04072519
3	0,7	5,9	107,7	0,03834726

$$\overline{G} = 0,0393\text{cm}$$

4.5

n	r ₁	r ₂	r ₃	\overline{r}	k
1	0,295	0,25		0,2725	1,29288687
2	0,45	0,46	0,4	0,43666667	2,07178202
3	0,67	0,72	0,69	0,69333333	3,28954702
4	0,89	0,88	0,95	0,90666667	4,30171534

5. Messunsicherheiten

zu 1.1

$$\Delta s_n = 0,5 \text{ mm}$$

$$\Delta e = 10 \text{ mm}$$

$$\Delta \lambda = \left| \frac{s_b}{n \cdot e} \right| \Delta s_n + \left| -\frac{s_n \cdot s_b}{n \cdot e^2} \right| \Delta e$$

$$\Delta \lambda = \left| \frac{0,05 \text{ mm}}{1506 \text{ mm}} \right| * 0,5 \text{ mm} + \left| -\frac{19,20 \text{ mm} * 0,05 \text{ mm}}{(1506 \text{ mm})^2} \right| * 10 \text{ mm}$$

$$\Delta \lambda = 2,0833 \cdot 10^{-5} \text{ mm} = 20,833 \text{ nm}$$

zu 1.2

$$\Delta B = \left| \frac{n * \lambda}{s_n} \right| \Delta e + \left| \frac{n * e}{s_n} \right| \Delta \lambda + \left| -\frac{n * e * \lambda}{s_n^2} \right| * \Delta s_n$$

$$\Delta B = \left| \frac{639,041 \cdot 10^{-6} \text{ mm}}{1,8 \text{ mm}} \right| 10 \text{ mm} + \left| \frac{1475 \text{ mm}}{1,8 \text{ mm}} \right| 2,0833 \cdot 10^{-5} \text{ mm} + \left| -\frac{1475 \text{ mm} \cdot 639,041 \cdot 10^{-6} \text{ mm}}{(1,8 \text{ mm})^2} \right| 0,5 \text{ mm}$$

$$\Delta B = 0,01661 \text{ mm}$$

zu 1.3

$$\Delta G = \left| \frac{g}{b} \right| \Delta B + \left| \frac{B}{b} \right| \Delta g + \left| -\frac{B * g}{b^2} \right| \Delta b$$

$$\Delta G = \left| \frac{55 \text{ mm}}{1305 \text{ mm}} \right| 0,3 \text{ mm} + \left| \frac{5,4 \text{ mm}}{1305 \text{ mm}} \right| 2,5 \text{ mm} + \left| -\frac{5,4 \text{ mm} * 55 \text{ mm}}{(1305 \text{ mm})^2} \right| 5 \text{ mm}$$

$$\Delta G = 23,86 * 10^{-3} \text{ mm}$$

zu 1.4

siehe 1.3

$$\Delta d = \left| \frac{54 \text{ mm}}{1483 \text{ mm}} \right| 0,3 \text{ mm} + \left| \frac{10,7 \text{ mm}}{1483 \text{ mm}} \right| 2,5 \text{ mm} + \left| -\frac{10,7 \text{ mm} * 54 \text{ mm}}{(143 \text{ mm})^2} \right| 5 \text{ mm}$$

$$\Delta d = 0,0122 \text{ mm}$$

zu 1.5

$$\Delta k = \left| \frac{d}{\lambda * e} \right| \Delta r_i + \left| \frac{r_i}{\lambda * e} \right| \Delta d + \left| -\frac{r_i * d}{\lambda^2 * e} \right| \Delta \lambda + \left| -\frac{r_i * d}{\lambda * e^2} \right| \Delta e$$

$$\Delta k_1 = \left| \frac{0,3934 \text{ mm}}{639,041 \cdot 10^{-6} \text{ mm} * 1297,7 \text{ mm}} \right| 0,2 \text{ mm} + \left| \frac{2,725 \text{ mm}}{639,041 \text{ mm} \cdot 10^{-6} * 1297,7 \text{ mm}} \right| 0,0122 \text{ mm}$$

$$+ \left| -\frac{2,725 \text{ mm} * 0,3934 \text{ mm}}{(639,041 \cdot 10^{-6} \text{ mm})^2 * 1297,7 \text{ mm}} \right| 2,0833 \cdot 10^{-5} \text{ mm} + \left| -\frac{2,725 \text{ mm} * 0,3943 \text{ mm}}{639,041 \cdot 10^{-6} \text{ mm} * (1297,7 \text{ mm})^2} \right| 2,5 \text{ mm}$$

$$\Delta k_1 = 0,179$$

$$\Delta k_2 = 0,231$$

$$\Delta k_3 = 0,310$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

zu 1.1 Berechnung der Wellenlänge λ

$$\lambda = 639,041nm \pm 20,833nm$$

Tabellenwert des roten Lichtes: 630-770nm

zu 1.2 Bestimmung der Spaltbreite

$$b = 0,18mm \pm 0,0166mm$$

zu 1.3 Bestimmung der Spaltbreite durch vergrößerte Projektion

$$b = 0,2162mm \pm 0,023mm$$

zu 1.4 Durchmesser der Lochblende

$$d = 0,3934mm \pm 0,012mm$$

zu 1.5 Faktorberechnung der Bedingungen für Beugungsminima

$$k_1 = 1,293 \pm 0,179 \quad \text{Tabellenwert: } k_1 = 1,22$$

$$k_2 = 2,072 \pm 0,231 \quad k_2 = 2,23$$

$$k_3 = 3,290 \pm 0,310 \quad k_3 = 3,24$$

Die Auswirkungen der Interferenzerscheinungen an einer Lochblende auf das Auflösungsvermögen von Fernrohren lassen sich folgendermaßen erklären:

Die Linse im Objektiv eines Fernrohres wirkt an ihrem Rand wie eine Lochblende, daher wird ein Punkt eines Gegenstandes nicht als Bildpunkt, sondern als konzentrische Beugungsfigur abgebildet. Das Hauptmaximum eines solchen Bildes wird als zentrales Beugungsscheibchen bezeichnet.

Beobachtet man zwei Objekte in großer Entfernung, die relativ nah zueinander stehen (z.B. Doppelsterne), so überlagern sich ihre Beugungsscheibchen und man erkennt sie nur noch als ein Objekt.

Um die beiden Objekte unterscheiden zu können muss der Beugungswinkel σ_0 zwischen Peripherie und Zentrum der Beugungsscheibchen beider Objekte größer sein als $1,22 \cdot \lambda/d$. Das Auflösungsvermögen kann also nur durch größer werdende Objektivdurchmesser oder kleiner werdende Wellenlängen erhöht werden.

7.Literatur

- (1) Stroppe, H. „Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften“
11. Auflage Fachbuchverlag Leipzig-Köln
- (2) Internethinweise „Bestimmung der Messunsicherheit“
- (3) Lothar Papula „Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler“
Band 3 Vieweg

[<Zurück>](#)