

ÜbungÜbung

Protokollheft

Christian Weidele und Marius Hoernschemeyer

8. Juli 2013

Inhaltsverzeichnis

1	M1 Messabweichungen 16.04.13	5
1.1	Aufgabenstellung	5
1.2	Grundlagen zum Versuch	5
1.3	Versuchsaufbau	7
1.4	Messergebnisse	8
1.5	Messunsicherheiten	11
1.6	Zusammenfassung und Diskussion	12
1.7	Literatur	13
2	M7 Stoßpendel 30.04.2013	14
2.1	Aufgabenstellung	14
2.2	Grundlagen zum Versuch	14
2.3	Versuchsaufbau	16
2.4	Messergebnisse	16
2.5	Messunsicherheiten	18
2.6	Zusammenfassung und Diskussion	19
2.7	Literatur	19
3	E1 Charakteristik von Widerständen 14.05.2013	20
3.1	Aufgabenstellung	20
3.2	Grundlagen zum Versuch	20
3.3	Versuchsaufbau	22
3.4	Messergebnisse	23
3.5	Messunsicherheiten	30
3.6	Zusammenfassung und Diskussion	30
3.7	Literatur	31
4	O3 Krümmungsradius von Linsen und Spiegeln 25.06.2013	32
4.1	Aufgabenstellung	32
4.2	Grundlagen zum Versuch	32
4.3	Versuchsaufbau	33
4.4	Messergebnisse	34
4.5	Messunsicherheiten	36
4.6	Zusammenfassung und Diskussion	37
4.7	Literatur	38

Versuchsnummer	Bezeichnung des Versuchs	Seite	Datum der Durchführung	Note/Signum
M1	Messabweichungen	4	16.04.2013	
M7	Stoßpendel	11	30.04.2013	

1 M1 Messabweichungen 16.04.13

1.1 Aufgabenstellung

Die Dichte eines kugelförmigen Probekörpers ist aus seiner geometrischen Abmessung und seiner Masse zu bestimmen. Die Verteilung der gemessenen Durchmesser ist zu analysieren und die Messabweichungen sind anzugeben.

1. Der Durchmesser d des Körpers ist unter Verwendung einer Bügelmessschraube 50-mal zu messen. Die Messwerte sind in sieben Klassen einzuteilen, die relativen Häufigkeiten sind als Histogramm grafisch darzustellen. Mittelwert, Standardabweichung und Vertrauensbereich sind zu berechnen und mit den Fehlergrenzen des Messgerätes zu vergleichen.
2. Der Durchmesser d des Körpers ist mit Hilfe eines Messschiebers einmalig zu ermitteln
3. Die Masse m des Körpers ist durch einmalige Wägung auf einer mechanischen Feinwaage zu bestimmen
4. Die Dichte des Probekörpers ist einerseits aus 1.1 und 1.3 und andererseits aus 1.2 und 1.3 zu berechnen. Außerdem sind die Größtabweichungen der Dichte zu bestimmen, die sich in beiden Fällen durch lineare Fehlerfortpflanzung aus den Größtabweichungen der gemessenen Größen ergeben. Anhand beider Messergebnisse ist zu überprüfen, ob sich die Ergebnisintervalle überlappen.
5. Die Dichte des Probekörpermaterials ist durch Kombination der Messergebnisse aus 1.1 und 1.3 aller Versuchsgruppen an Kugeln gleicher Dichte (gleiche Farbe), aber unterschiedlicher Masse durch lineare Regression zu berechnen. Dazu ist die funktionale Abhängigkeit des Kugelvolumens V von der Masse m , $V = V(m)$, sowie die Regressionsgerade grafisch darzustellen, die mittleren Abweichungen der Regressionsparameter sind anzugeben.

1.2 Grundlagen zum Versuch

1. Zur rechnerischen Dichtebestimmung muss die Masse des Objektes und sein Volumen bekannt sein. Das Volumen lässt sich bei einer als ideal angenommenen Kugel über eine mathematische Formel mit Hilfe des Radius berechnen.

$$\rho = \frac{m}{V}, V = \frac{4}{3}\pi r^3, r = 0.5d \rightarrow \rho = \frac{6m}{\pi d^3} \quad (1.1)$$

2. Um der Messwertstreuung entgegen zu wirken, berechnet man den Mittelwert.

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \quad (1.2)$$

3. Standardabweichung ist ein Maß für die Streuung der Messwerte.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \quad (1.3)$$

4. Die zufällige Messabweichung gibt die Streubreite des Mittelwertes an.

$$\Delta \bar{d} = \frac{t * S}{\sqrt{n}} \quad (1.4)$$

5. Der Vertrauensbereich zeigt einen Wertebereich um den Mittelwert an, in dem sich der wahre Wert mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit (Vertrauensniveau) befindet.

$$d = \bar{d} \pm \Delta \bar{d} \quad (1.5)$$

6. Mit der linearen Fehlerfortpflanzung können die Auswirkungen der Messabweichungen bei den einzelnen Größen auf die gesuchte bzw. berechnete Größe ermittelt werden.

$$\Delta \rho = \left| \frac{\partial \rho}{\partial d} \right| * \Delta d + \left| \frac{\partial \rho}{\partial m} \right| * \Delta m \quad (1.6)$$

$$\Delta \rho = \left| \frac{-18m}{\pi * d^4} \right| * \Delta d + \left| \frac{6}{\pi * d^3} \right| * \Delta m \quad (1.7)$$

7. Sollte ein proportionaler Zusammenhang zwischen den Messgrößen bestehen, ist eine Lineare Regression interessant um Werte von A und B zu berechnen. Die Lineare Regression entspricht der nach Augenmaß gezeichneten Ausgleichsgerade.

$$y = A + Bx \quad (1.8)$$

$$A = \bar{x} - B\bar{y} \quad (1.9)$$

$$B = \frac{\bar{x}y - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \quad (1.10)$$

$$\bar{x}y = \frac{1}{n} \sum x_i * y_i \quad (1.11)$$

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 \quad (1.12)$$

Um die Qualität der Regression zu beurteilen, sind die mittlere Abweichung der Parameter und die Korrelation wichtige Werkzeuge.

$$\bar{S}_B = \sqrt{\frac{1}{n-2} * \frac{(\Delta \bar{y})^2}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2}} \quad (1.13)$$

$$R = \sqrt{B * B' = \frac{\bar{x}y - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{[\bar{x}^2 - \bar{x}^2][\bar{y}^2 - \bar{y}^2]}}} \quad (1.14)$$

[1]

Größensymbol	Erklärung
ρ	Dichte
m	Masse
V	Volumen einer Kugel
r	Radius einer Kugel
d	Durchmesser einer Kugel
\bar{d}	arithmetischer Mittelwert von d
n	Anzahl der Messungen
d_i	i-te Messung von d
S	Standardabweichung
$\Delta \bar{d}$	Streuung des Mittelwertes von d
t	Studentfaktor (eine Art Wichtungsfaktor), t(n,p)
p	gewünschtes Vertrauensniveau
$\Delta \rho$	größt mögliche Abweichung vom Wert ρ
Δd	größte Abweichung vom Wert d
Δm	größte Abweichung vom Wert m
\bar{S}_B	mittlere Abweichung des Parameters B
R	Korrelationskoeffizient der Regression

1.3 Versuchsaufbau

Wie in 1.2 gefordert, wurde der Durchmesser d des Probeköpers nach dem Kalibrieren der Bügelmessschraube 50-mal ausgemessen. Der Durchmesser ist zudem 2-mal mit dem Messschieber vermessen worden, um grobe Messfehler zu vermeiden. Die Masse des Probeköpers wurde zunächst mit einer digitalen Waage abgeschätzt und ist anschließend mit einer mechanischen Feinwaage bestimmt worden.



Abbildung 1: mechanische Feinwaage, Waage, Bügelmessschraube

[3]

1.4 Messergebnisse

Tabelle 1:

Messung von Durchmesser des Probekörpers mit der **Bügelmessschraube**:

Messunsicherheit: $0,01\text{mm}$

Nr. der Messung	d in mm	Nr. der Messung	d in mm
1	16,316	26	16,319
2	16,462	27	16,361
3	16,311	28	16,329
4	16,342	29	16,317
5	16,424	30	16,300
6	16,337	31	16,500
7	16,322	32	16,474
8	16,302	33	16,513
9	16,345	34	16,480
10	16,423	35	16,448
11	16,425	36	16,457
12	16,349	37	16,355
13	16,636	38	16,549
14	16,332	39	16,532
15	16,639	40	16,528
16	16,337	41	16,553
17	16,640	42	16,562
18	16,376	43	16,564
19	16,399	44	16,561
20	16,301	45	16,545
21	16,266	46	16,542
22	16,374	47	16,540
23	16,644	48	16,399
24	16,657	49	16,486
25	16,565	50	16,577

Tabelle 2:

Messung vom Durchmessers d des Probekörpers mit dem **Messschieber**:

Messunsicherheiten: $0,1\text{mm}$

Nr. der Messung	d in mm
1	16,6
2	16,6

Tabelle 3:

Messung der Masse m des Probekörpers mit der **Feinwaage**:

Messunsicherheit: 1mg

Nr. der Messung	m in g
1	5,821

Tabelle 4:

Messergebnisse der **Gruppen**:

Messunsicherheit: $1mg$ und $0,1mm$

Gruppe	m in g	d in mm
1	5,8210	16,6
2	4,4810	15,1
3	10,3890	20,3
4	12,2820	21,2
5	10,8643	20,9
6	6,2583	16,9
7	6,3436	16,9
8	4,9670	15,8
9	12,1662	21,0
10	0,1470	5,0

Geforderte Berechnungen der Aufgabenstellung 1.1:

1. Mittelwert:

$$\bar{d} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^n d_i = 16,45mm \quad [4]$$

2. Standardabweichung:

$$S = \frac{1}{49} * \sum_{i=1}^n (d_i - 16,45)^2 = 0,12mm \quad [4]$$

3. Zufällige Messabweichung bzw. Streubreite:

$t = 3,16$ (aus Tabelle nach Student entnommen;
unter Berücksichtigung: $p = 0,9973$ und $n = 50$) [1]

$$\Delta \bar{d} = \frac{3,16 * 0,12mm}{\sqrt{50}} = 0,05mm$$

4. Vertrauensbereich:

$$d = 16,45mm \pm 0,05mm$$

5. Unterteilung der Messwerte in 7 Klassen:

Tabelle 5:

Nr. der Klasse	Bereich von/bis in g
1	16,27 - 16,33
2	16,33 - 16,38
3	16,38 - 16,44
4	16,44 - 16,49
5	16,49 - 16,55
6	16,55 - 16,61
7	16,61 - 16,66

6. Histogramm zur Darstellung der Häufigkeitsverteilung des gemessenen Durchmessers:

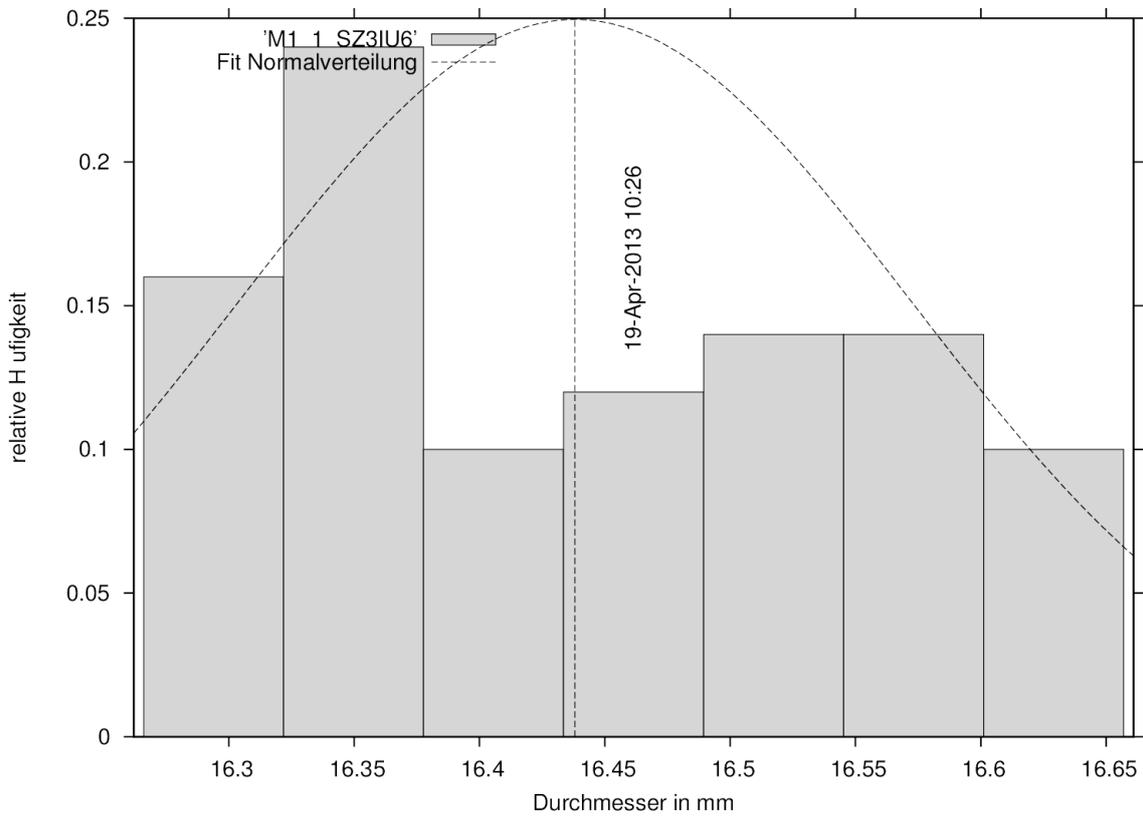


Abbildung 2: Histogramm der relativen Häufigkeiten

[4]

7. Dichtebestimmung wie in Aufgabe 1.4 gefordert:

(a) Mit den Messergebnissen der **Bügelmessschraube**:

$$\rho = \frac{6m}{\pi d^3} = \frac{6 \cdot 0,005821 \text{ kg}}{\pi \cdot (0,01645 \text{ m})^3} = 2497,48 \text{ kg/m}^3 \approx 2,497 \text{ g/cm}^3$$

(b) Mit den Messergebnissen des **Messschiebers**:

$$\rho = \frac{6m}{\pi d^3} = \frac{6 \cdot 0,005821 \text{ kg}}{\pi \cdot (0,0166 \text{ m})^3} = 2430,38 \text{ kg/m}^3 \approx 2,430 \text{ g/cm}^3$$

8. Bestimmung der Dichte des Probematerials aus den Ergebnissen der einzelnen Gruppen (Aufgabe 1.5):

$$y = A + Bx$$

$$A = 0$$

$$B = 2,06 \text{ cm}^3/\text{g}$$

$$\rho = B^{-1} = 2,42 \text{ g/cm}^3$$

Mittlere Abweichung der Dichte: 0.02863

Korrelationskoeffizient: 0,99937234160646

[5]

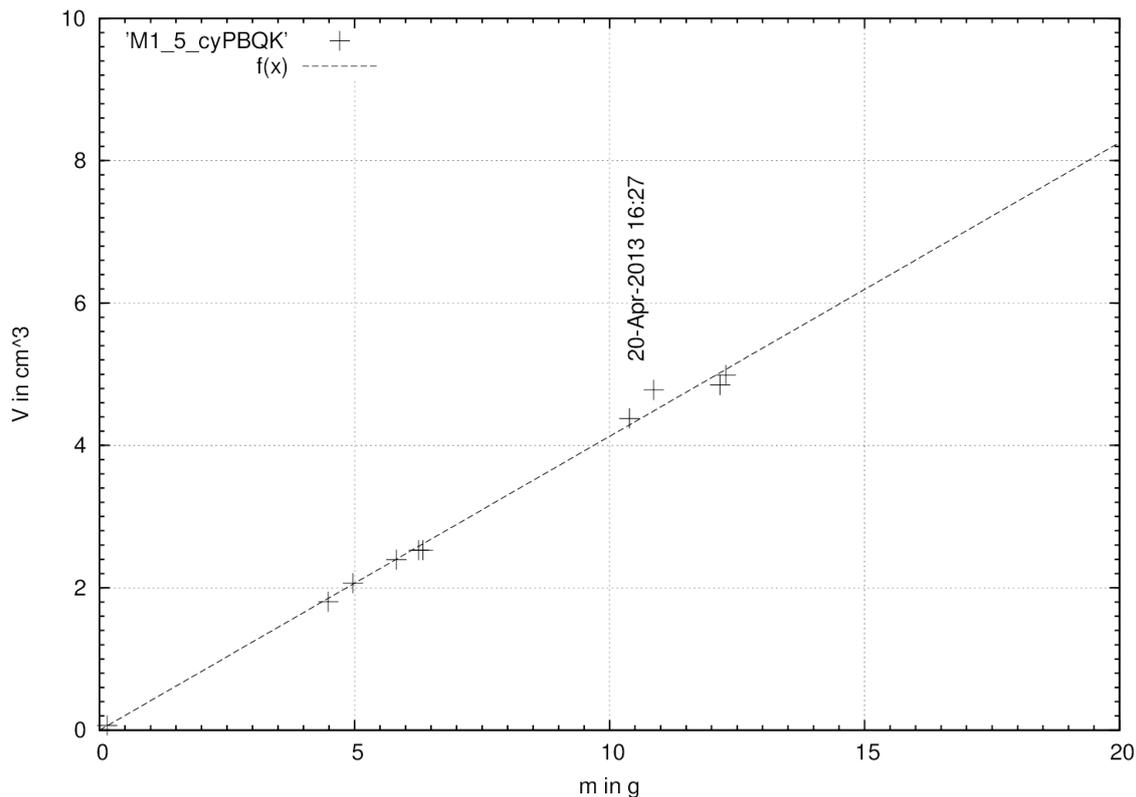


Abbildung 3: m(V) Diagramm - Lineare Regression

[5]

1.5 Messunsicherheiten

1. Bügelmessschraube:

$$\Delta d = 0,01mm + 0,05mm = 0,06mm$$

$$\Delta m = 0,001g$$

$$\Delta \rho = \left| \frac{-18 \cdot 5,821g}{\pi \cdot (16,45)^4} \right| \cdot 0,06mm + \left| \frac{6}{\pi \cdot (16,45)^3} \right| \cdot 0,001g$$

$$= 0,000028g/mm^3 \approx 0,028g/cm^3$$

2. Messschieber:

$$\Delta d = 0,1mm$$

$$\Delta m = 0,001g$$

$$\Delta \rho = \left| \frac{-18 \cdot 5,821g}{\pi \cdot (16,6)^4} \right| \cdot 0,1mm + \left| \frac{6}{\pi \cdot (16,6)^3} \right| \cdot 0,001g$$

$$= 0,000044g/mm^3 \approx 0,044g/cm^3$$

3. Feinwaage:

$$\Delta m = 0,001g (m < 200g)$$

1.6 Zusammenfassung und Diskussion

1.1

Der Vertrauensbereich des Durchmesser des Probekörpers bei der Messung mit der Bügelmessschraube liegt zwischen $d = 16,45\text{mm} \pm 0,05\text{mm}$.

Die systematische Messabweichung durch die Fehlergrenzen der Bügelmessschraube liegt bei $0,01\text{mm}$.

Da die Fehlergrenze der Bügelmessschraube wesentlich geringer als die zufällige Messabweichung ist, fällt jene bei der Auswertung der vergleichsweise großen Messschwankungen nicht ins Gewicht. Der wahre Wert für den Durchmesser d liegt mit $0,9973$ Wahrscheinlichkeit im Intervall $d = 16,45\text{mm} \pm 0,06\text{mm}$.

1.4

Anhand der Messungen mit der Bügelmessschraube muss ein Ergebnisintervall von $\rho = 2,497\text{g/cm}^3 \pm 0,028\text{g/cm}^3$ für die Dichte ρ angenommen werden.

Für die Messungen mit dem Messschieber ergibt sich ein Intervall von $\rho = 2,430\text{g/cm}^3 \pm 0,044\text{g/cm}^3$.

Es besteht also eine Schnittmenge von $2,469\text{g/cm}^3$ bis $2,474\text{g/cm}^3$ zwischen den beiden Messungen.

1.5

Bei der linearen Regression im $V(m)$ -Diagramm wurde das Wertepaar $V(0\text{g}) = 0\text{cm}^3$ vorausgesetzt, da es unseren grundsätzlichen physikalischen Vorstellungen entspricht. Hätte man dies nicht getan, wäre der Abstand des Ordinatenabschnittes A zum Ursprung ein Maß für die Messgenauigkeit gewesen. Die Annahme jenes Wertepaares dürfte jedoch dazu beigetragen haben, unsere Annäherung an den tatsächlichen Wert der Dichte unserer Probekörper zu verbessern. Somit erhalten wir ein Ergebnis von $\rho = 2,42\text{g/cm}^3$ für die Dichte.

Im $V(m)$ -Diagramm ist kein Wertepaar zu finden, welches weit von der Regressionsgerade entfernt liegt. Auch der Korrelationskoeffizient, der als annähernd gleich eins betrachtet werden kann, bestätigt experimentell einen streng linearen Zusammenhang zwischen der Masse und dem Volumen unserer Probekörper - die Dichte bzw. der Kehrwert der Dichte.

Als größte Fehlerquelle ist sicherlich die Annahme, dass unsere Probekörper ideale Kugeln sind, zu nennen. Schon während des Experimentes war zu erkennen, dass die Probekörper nur grob kugelförmig waren und Unebenheiten aufwiesen, was sicherlich zu größeren Messschwankungen beigetragen hat. Unerfahrenheit der Experimentatoren beim Einspannen der Kugel in die Bügelmessschraube könnte zur statistischen Messabweichung und der nicht glockenförmigen Häufigkeitsverteilung im Histogramm geführt haben.

Bei der Wiegung der Probekörper wurde der Auftrieb durch die Luft völlig außer Acht gelassen, jedoch sind die Volumina der Probekörper so klein und die Fehlergrenze der Feinwaage so groß, dass eine Einbeziehung des Auftriebes nicht sinnvoll erscheint.

Aufgrund der Erscheinung des Probekörpers und seiner aus den verschiedenen Messverfahren ermittelten Dichte lässt sich darauf schließen, dass es sich um Fensterglas handeln könnte, denn dessen Dichte liegt zwischen $2,500 \dots 2,600\text{g/cm}^3$. [6]

1.7 Literatur

Literatur

- [1] Heribert Stroppe, PHYSIK für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften, Hanser, 15. Auflage (2012), Seite 518 - 527
- [2] Internet:
hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/ , E. Specht, 21.04.2013
- [3] Internet:
http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/mechanik/M01 - width - 640 - height - 480 - p - 17.jpeg, E. Specht 21.04.2013
- [4] Internet:
hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/M1_1.php, E. Specht 21.04.2013
- [5] Internet:
hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/M1_5.php, E. Specht 21.04.2013
- [6] Internet:
de.wikibooks.org/wiki/Tabellensammlung_Chemie/Dichte_fester_Stoffe, 21.04.2013

2 M7 Stoßpendel 30.04.2013

2.1 Aufgabenstellung

Die Geschwindigkeit einer Luftgewehrkugel ist mit Hilfe des Stoßpendels zu bestimmen.

1. Die horizontale Auslenkung des Stoßpendels nach Eindringen der Luftgewehrkugel ist bei 2 unterschiedlichen Pendellängen jeweils mehrfach zu bestimmen.
2. Der Einfluss des Luftstoßes auf die Pendelauslenkung ist zu untersuchen.
3. Aus der auf Luftstoß korrigierten Pendelauslenkung ist die Geschwindigkeit zu berechnen.

2.2 Grundlagen zum Versuch

Die Versuchsdurchführung erfordert einen zentralen (geraden) Stoß. Dies ist daran zu erkennen, dass die Verbindungslinie zwischen Massenmittelpunkt der Gewehrkugel und des Pendels auf der gleichen Geraden wie die Stoßrichtung liegen soll. Da beide Objekte nach dem Stoß eine gleiche Bewegungsrichtung haben und sich wahrscheinlich Knete als auch Gewehrkugel verformen, kann man von einem inelastischen Stoß ausgehen. Somit ist der Energieerhaltungssatz in diesem Fall nicht anwendbar und nur noch die Impulserhaltung gültig.

In einem abgeschlossenen System bleibt die Summe aller Impulse \vec{P}_i (nach Betrag und Richtung) konstant. Der Gesamtimpuls vor und nach dem Stoß ändert sich nicht. Der Impuls eines Objektes i lässt sich mit dem Produkt von m_i und V_i errechnen.

$$\vec{P}_{ges} = \sum_i \vec{P}_i = \sum_i m_i \vec{V}_i \quad (2.1)$$

Um den Impuls des Pendelkörpers samt Gewehrkugel zu berechnen, muss folglich dessen maximale Geschwindigkeit nach dem Stoß errechnet werden. Dies ist mit Hilfe der horizontalen Pendelauslenkung möglich. Da nur die Auslenkung x , welche durch den Impuls der Gewehrkugel hervorgerufen wurde, interessiert, wird jene Auslenkung aus der Differenz der Gesamtauslenkung x_{ges} und der Auslenkung nur durch Luftstoß x_{luft} ermittelt.

$$\Delta x = x_{ges} - x_{luft} \quad (2.2)$$

Nun muss die vertikale Auslenkung des Pendelkörpers h bestimmt werden. Diese lässt sich mit dem Satz des Pythagoras aus der horizontalen Auslenkung x und der Pendellänge l berechnen.

$$l^2 = a^2 + x^2 \quad (2.3)$$

$$a = \sqrt{l^2 - x^2} \quad (2.4)$$

$$h = l - a \quad (2.5)$$

Mit Hilfe der vertikalen Auslenkung h kann man nun die dem Pendel zugeführte potentielle Energie E_{pot} errechnen. Die zusätzliche Masse des Projektils m , welches im Pendelkörper der Masse M stecken bleibt, muss dabei beachtet werden. g ist der Ortsfaktor und stellt damit die Anziehung zwischen Erdmasse und Pendelkörper dar.

$$E_{pot} = (M + m) * g * h \quad (2.6)$$

Nun kann die maximale Geschwindigkeit v_{ges} des Pendels unter Zuhilfenahme der Formel für kinetische Energie E_{kin} berechnet werden.

$$E_{kin} = \frac{1}{2} * (m + M) * v_{ges}^2 \quad (2.7)$$

Da wir annehmen, dass sich die maximale kinetische Energie E_{kin} des Pendels bei der maximalen Auslenkung vollständig in potentielle Energie E_{pot} umgewandelt hat, können diese beiden gleichgesetzt werden.

$$E_{pot} = E_{kin} \quad (2.8)$$

Die Gleichung (2.7) nach v_{ges} aufgelöst:

$$v_{ges} = \sqrt{\frac{2 * E_{pot}}{(m + M)}} \quad (2.9)$$

Setzt man nun für E_{pot} die Gleichung (2.6) ein kürzen sich die Massen weg und es ergibt sich folgende Gleichung:

$$v_{ges} = \sqrt{2 * g * h} \quad (2.10)$$

Weil jetzt Geschwindigkeit und Masse des Pendels mit Projektil bekannt sind, lässt sich der Gesamtimpuls P_{ges} errechnen. Dieser Gesamtimpuls P_{ges} muss vorher die Gewehrkugel mit der Masse m gehabt haben.

$$P_{ges} = (M + m) * v_{ges} = m * v_{ku} + M * 0 \quad (2.11)$$

Das Umstellen der Gleichung führt zur gesuchten Größe Kugelgeschwindigkeit v_{ku} :

$$v_{ku} = \frac{(M + m)}{m} * v_{ges} \quad (2.12)$$

[Übung]

Größensymbol	Erläuterung
P	Impuls
M	Masse des Pendels
m	Masse des Projektils
v	Geschwindigkeit
Δx	max. horizontale Auslenkung
h	max. vertikale Auslenkung
l	Pendellänge
E_{pot}	potentielle Energie
E_{kin}	kinetische Energie
g	Fallbeschleunigung/Ortsfaktor

2.3 Versuchsaufbau

1. Geräte:

Pendelkörper mit Knete gefüllt, Aufhängung, aritiertes Luftgewehr, Gewehrkugeln, Messstab, Messband, Mechanische Feinwaage, Elektronische Waage

2. Durchführung:

Die Masse des Pendelkörpers wird mit der Elektronischen Waage gewogen, die Gewehrkugeln aufgrund ihres geringen Gewichts auch mit der Mechanischen Feinwaage. Die erste Messreihe wird ohne Gewehrkugel durchgeführt, um die Auswirkung des Luftstoßes des Gewehrs auf horizontale Auslenkung festzustellen. Um eine größere Messgenauigkeit zu erreichen, werden zwei Messreihen mit jeweils unterschiedlicher Pendellänge und 5 Schuss aufgenommen. Zum Abschluss der Versuchsdurchführung wird erneut die Auswirkung des Luftstoßes allein beobachtet



Abbildung 4: Luftgewehr, Pendel mit Aufhängung

[hydra.nat]

2.4 Messergebnisse

Masse des Pendelkörpers: 288,34g

Nr.	Masse [g]
1	288,34
2	288,35

Masse der Projektile:

Nr.	Masse [g]
1	0,487
2	0,487
3	0,480
4	0,488
5	0,483
6	0,474
7	0,476
8	0,488
9	0,484
10	0,484

Anschließend eine Messung mit 10 Kugeln gleichzeitig: 4,762g

Ruhelage des Pendelkörpers bei $\approx 173\text{cm}$

1. Pendellänge $l_1 \approx 90,4\text{cm}$

Auslenkung nur Luftstoß:

Nr.	Auslenkung auf Messstab [mm]	tatsächliche Auslenkung [mm]
1	166	7
2	162	11
3	166	7

Auslenkung mit Luftgewehrkuugel:

Nr.	Auslenkung auf Messstab [mm]	tatsächliche Auslenkung [mm]
1	112	61
2	113	60
3	111	62
4	111	62
5	110	63

2. Pendellänge $l_2 \approx 104,9\text{cm}$

Auslenkung mit Luftgewehrkuugel:

Nr.	Auslenkung auf Messstab [mm]	tatsächliche Auslenkung [mm]
1	104	69
2	109	64
3	108	65
4	107	66
5	106	67

Auslenkung nur Luftstoß:

Nr.	Auslenkung auf Messstab [mm]	tatsächliche Auslenkung [mm]
1	166	7
2	165	8
3	165	8

Mittelwert der Projektilmasse aus 20 Projektilen: $\bar{m} = 0,47965$

Zur ersten Pendellänge:

Mittelwert der Auslenkung durch Luftstoß: $\bar{x}_{Luft1} = 8,3$ mm

Mittelwert der Auslenkung mit Projektil: $\bar{x}_{Proj1} = 61,6$ mm

Mittelwert für die tatsächliche Auslenkung, welche vom Projektil verursacht wird: $\Delta x_1 = 53,26$ mm

Mittelwert der vertikalen Auslenkung: $h_1 \approx 1,57$ mm

Mittelwert der Geschwindigkeit des Pendelkörpers: $v_{ges1} = 0,1755$ m/s

Mittelwert der Geschwindigkeit des Projektils: $v_{ku1} = 105,71$ m/s

Zur zweiten Pendellänge:

Mittelwert der Auslenkung durch Luftstoß: $\bar{x}_{Luft2} = 7,6$ mm

Mittelwert der Auslenkung mit Projektil: $\bar{x}_{Proj2} = 66,2$ mm

Mittelwert für die tatsächliche Auslenkung, welche vom Projektil verursacht wird: $\Delta x_2 = 58,53$ mm

Mittelwert der vertikalen Auslenkung: $h_2 \approx 1,63$ mm

Mittelwert der Geschwindigkeit des Pendelkörpers: $v_{ges2} = 0,1791$ m/s

Mittelwert der Geschwindigkeit des Projektils: $v_{ku2} = 107,83$ m/s

2.5 Messunsicherheiten

Systematische Messabweichungen:

Fehlergrenze der Feinwaage (hier für m): 1 mg

Fehlergrenze der elektronischen Waage(hier für M): 0,01g

Pendellänge l wurde mit einem Massband gemessen, woraus sich folgende Messabweichung ergibt:

$$a = 0,3, b = 0,2; l = 0,904\text{m}$$

$$\Delta l = \pm(a + b * (l/m))\text{mm} = \pm 0,48\text{mm}$$

Auslenkung Δx wurde an einem Messstabgelesen:

$$a = 0,1, b = 0,1; l = 0,3\text{m}$$

$$\Delta x = \pm(a + b * (l/m))\text{mm} = \pm 0,13\text{mm}$$

Statistische Messabweichungen:

Aufgrund der geringen Anzahl an Messungen erscheint eine statistische Auswertung mit Hilfe der Standardabweichung nicht sinnvoll.

Lineare Fehlerfortpflanzung:

Zur ersten Pendellänge:

$$\Delta h = \left| \frac{-x}{\sqrt{l^2 - x^2}} \right| * \Delta x + \left| 1 - \frac{l}{\sqrt{l^2 - x^2}} \right| * \Delta l = 0,0085 \text{ mm} \quad (2.13)$$

$$\Delta v_{ku} = \left| \frac{\sqrt{2gh}}{m} \right| * \Delta M + \left| \frac{M * \sqrt{2gh}}{m^2} \right| * \Delta m + \left| \frac{g(M + m)}{\sqrt{2gh} * m} \right| * \Delta h = 0,51 \text{ m/s} \quad (2.14)$$

Zur zweiten Pendellänge:

$$\Delta h = 0,0080 \text{ mm}$$

$$\Delta v_{ku} = 0,53 \text{ m/s}$$

[Stroppe]

2.6 Zusammenfassung und Diskussion

Die Messung mit der ersten Pendellänge ergibt eine Projektilgeschwindigkeit $v_{ku1} = 105,71 \pm 0,51 \text{ m/s}$ und mit der zweiten Pendellänge $v_{ku2} = 107,83 \pm 0,53 \text{ m/s}$.

Zwar haben die beiden Ergebnisintervalle keine gemeinsame Schnittmenge, dies liegt jedoch wahrscheinlich daran, dass für die Lineare Fehlerfortpflanzung nur die systematischen Messabweichungen als Größtabweichungen verwendet werden. Wie bereits in Abschnitt 2.5 erläutert ist Anzahl der Messaufnahmen nicht ausreichend für eine statistische Analyse.

Allerdings gibt es erhebliche Ableseungenauigkeiten und andere Faktoren, welche normalerweise in die statistische Messabweichungen eingeflossen wären und somit Größtabweichungen und Ergebnisintervalle vergrößert hätten. Zu den beiden wichtigsten Faktoren zählen das Ablesen vom Messstab mit bloßem Auge während der Pendelkörper sich bewegt und sich dieser vor dem Schuss nie in absoluter Ruhelage befindet.

Für ein Luftgewehr mit 4.4 mm Bleiprojektilen sind die ermittelten Geschossgeschwindigkeiten trotz erwähnter Faktoren in einem realistischen Bereich.

2.7 Literatur

Literatur

[Stroppe] Heribert Stroppe, PHYSIK für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften, Hanser, 15. Auflage (2012), Seite 518 - 525

[Übung] Nr. 154 der Physikübung zur Übungsserie 3

[hydra.nat] Internet:

http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/mechanik/M07-width-640-height-480-p-19.jpeg, Dr. Michael Eckler, 10.03.2008

3 E1 Charakteristik von Widerständen 14.05.2013

3.1 Aufgabenstellung

1. Die Strom-Spannungs-Charakteristik dreier Widerstände sind aufzunehmen und graphisch darzustellen.
2. Aus den Strom-Spannungs-Charakteristiken sind die Widerstandswerte in Abhängigkeit von der Stromstärke zu ermitteln und graphisch darzustellen.
3. Die Widerstände dreier unterschiedlicher Materialien bzw. Widerstandstypen (z.B. NTC-, PTC-Widerstand u. a.) sind in Abhängigkeit von der Temperatur (Bereich $\approx 10..90^\circ C$) zu messen und graphisch darzustellen. Der Widerstandstyp ist zu identifizieren, die Temperaturkoeffizienten β des Widerstandes bei Raumtemperatur und bei $80^\circ C$ sind zu ermitteln.
4. Für die NTC-Widerstände (Heißleiter) ist die funktionale Abhängigkeit $\ln(R) = f(1/T)$ graphisch darzustellen, die Aktivierungsenergie E_A ist durch lineare Regression zu bestimmen.

3.2 Grundlagen zum Versuch

Bei Widerständen R , welche linear oder ohmsch genannt werden, besteht ein proportionaler Zusammenhang zwischen der Stromstärke I und der Spannung U .

$$I = \frac{U}{R} \quad (3.1)$$

Diese Beziehung, auch als das Ohmsches Gesetz bekannt, gilt jedoch für die meisten Materialien nur in einem kleinem Temperaturintervall. In der Praxis erwärmt der Stromfluss I den Leiter und verändert somit seinen Widerstand R .

Trägt man nun Wertepaare (U/I) eines Leiters in ein Diagramm mit der Spannung auf der Abszisse ein, lassen sich für verschiedene Materialien unterschiedliche charakteristische Verläufe feststellen:

Liegen die Wertepaare auf einer Geraden, handelt es sich um einen ohmschen Widerstand - das Verhältnis zwischen Strom und Spannung bleibt gleich.

Ergibt sich ein supralinearer Verlauf, muss ein Heißleiter (NTC-Negativ Temperature Coefficient Resistor) vorliegen. Der Widerstand ist bei Wärme kleiner.

Sollte ein sublinearer Verlauf zu erkennen sein, kann von einem Kaltleiter (PTC-Positive Temperature Coefficient Resistor) ausgegangen werden. Hierzu gehören die meisten Metalle, denn sie leiten bekanntlich gekühlt besser.

Um eine Vorstellung für die Gründe eines solchen Verhaltens zu erlangen, ist es sinnvoll sich mit der Festkörperphysik und der Theorie des Elektronengases in Metallen zu beschäftigen. (siehe [2])

[1] [3]

Möchte man die Widerstände verschiedener Leiter in Abhängigkeit zur Stromstärke darstellen, können zwei Vorgehensweisen bemüht werden.

Beim ohmschen Widerstand bleibt der Widerstand über das gesamte Stromstärkeintervall gleich. Der Widerstand ergibt sich aus der Steigung der Geraden im Strom-Spannungs-Diagramm und lässt somit aus dem Quotienten $\frac{\Delta U}{\Delta I}$ des Steigungsdreiecks berechnen.

$$R = \frac{\Delta U}{\Delta I} \quad (3.2)$$

Da sich die Steigung der Verläufe im I-U-Diagramm bei Heiß- und Kaltleitern stark verändert, ist dieses Vorgehen dort nicht zulässig. Um passend Widerstand R zur Stromstärke I zu erhalten, wird der Kehrwert der Steigung im I-U-Diagramm bei dem Ordinatenabschnitt genommen. Dies ist der differentielle Widerstand r zum Wert I

$$r = \frac{\partial U}{\partial I} \quad (3.3)$$

Trägt man den Widerstand im Verhältnis zur Temperatur T in ein Diagramm mit T auf der Abzisse ein, kann hier leicht zwischen ohmschen, NTC- und PTCwiderständen unterschieden werden. Bei Heiß- und Kaltwiderständen kann in kleinen Temperaturintervallen die Beziehung zwischen Widerstand R und der Temperatur T mit einem linearem Zusammenhang gut angenähert werden.

$$R_{\vartheta} = R_0(1 + \beta * \Delta\vartheta) \quad (3.4)$$

R_{ϑ} ist der Widerstand bei der Temperatur ϑ in Kelvin. R_0 ist Widerstand bei einer festen Bezugstemperatur T_0 . Die Differenz $\vartheta - T_0$ ergibt $\Delta\vartheta$.

Der Temperaturkoeffizient β kann empirisch ermittelt werden. Dabei müssen zwei Wertepaare (T/R) an den Rändern des Temperaturintervalls, in welchem die Näherung gelten soll, gemessen werden.

$$\beta = \frac{R_1 - R_2}{\vartheta_1 * R_2 - \vartheta_2 * R_1} \quad (3.5)$$

Wie die Namen schon sagen, ist der Temperaturkoeffizient β bei Heißleitern (NTC) negativ und bei Kaltleitern (PTC) positiv.

Bei Heißleitern lässt sich das Temperatur-Widerstands-Verhalten mit einer Exponentialfunktion besser annähern als mit der linearen Approximation.

$$R(T) = R_0 * \exp\left(\frac{E_A}{T * k}\right) \quad (3.6)$$

Der Faktor R_0 hängt von der Geometrie und über die Beweglichkeit und Dichte der Ladungsträger auch ein wenig von der Temperatur ab; er hat aber die Einheit Ω . k ist die Boltzmannkonstante mit dem Wert von $1,3806488 * 10^{-23} J/K$. E_A ist die Aktivierungsenergie und gibt an wieviel Energie dem Leiter zu geführt werden muss, damit seine Ladungsträger am Ladungstransport teilnehmen können.

Die Aktivierungsenergie kann empirisch mit Hilfe einer Regressionsgeraden bestimmt werden. Dazu wendet man zuerst den \ln auf die vorherige Gleichung an:

$$\ln(R(T)) = \frac{E_A}{k} * \frac{1}{T} + \ln(R_0) \quad (3.7)$$

Trägt man nun Wertepaare in ein Diagramm mit $\frac{1}{T}$ auf der X-Achse und $\ln(R(T))$ Werten auf der Y-Achse ein, erhält man durch lineare Regression eine Gerade mit der Steigung $\frac{E_A}{k}$. Wird diese mit der Boltzmannkonstante k multipliziert, so ist die gesuchte Aktivierungsenergie E_A ermittelt.

Da der der Widerstand R im Allgemeinen aus seinem geometrischen Aufbau und den Materialeigenschaften hervorgeht, kann bei homogenen zylindrischen Leitern mit ihrer Querschnittsfläche A , Länge l und dem spezifischen Widerstand ς ihres Materials den Widerstand berechnen.

$$R = \varsigma * \frac{A}{L} \quad (3.8)$$

[4]

3.3 Versuchsaufbau

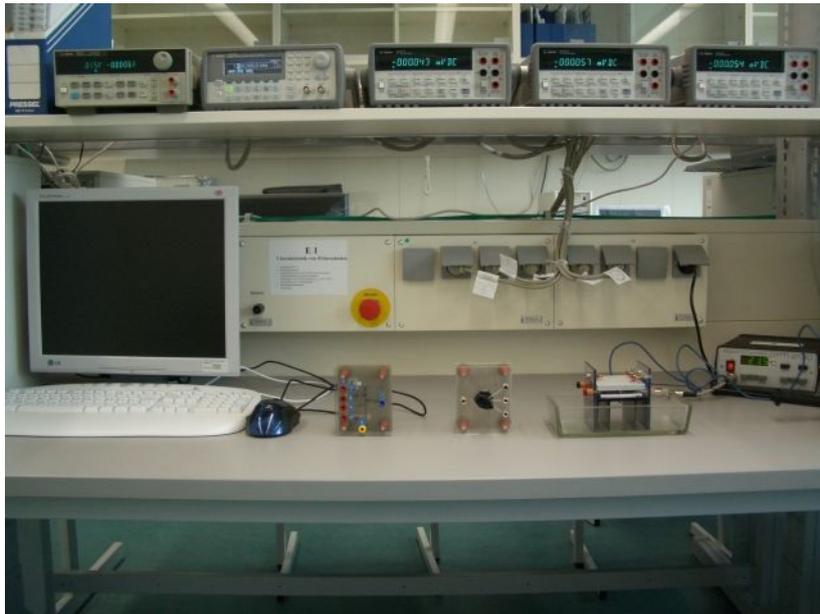


Abbildung 5: Oben: Multimeter; Tisch: Schaltungen, Temperaturmessgerät und Peltier-Element

[5]

Zuerst werden die drei Widerstände mit einem Multimeter vermessen, um die Größenordnung ihrer elektr. Widerstände einzuordnen. Danach sind die Innenwiderstände der beiden Multimeter, welche als Ampere- und Voltmeter verwendet werden, zu vermessen.

Für den ohmschen Widerstand(2) ist aufgrund seiner Größe eine stromrichtige Schaltung zu wählen. Dies gilt ebenfalls für die Diode(1). Die Glühlampe(4) hat einen verhältnismäßig geringen Widerstand und ist deshalb in einer spannungsrichtigen Schaltung zu vermessen. Ein Vorwiderstand wurde zur Strombegrenzung in Reihe dazu geschaltet. Die drei Widerstandstypen R_1, R_2 und R_3 werden mit einem Multimeter gemessen und durch ein Peltier-Element auf die gewünschte Temperatur gebracht.

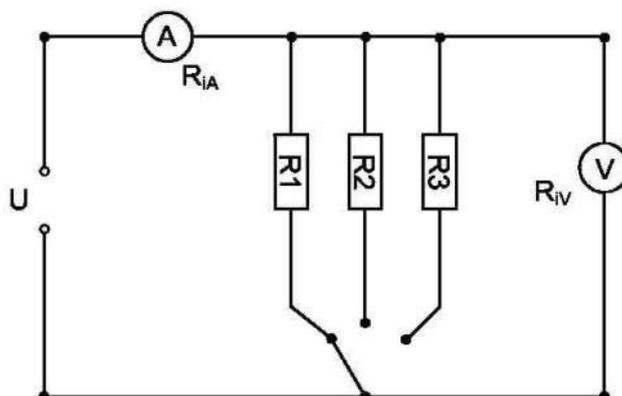


Abbildung 6: Spannungsrichtige Schaltung zur Messung von relativ kleinen Widerständen (z.B. der Diode(1))

3.4 Messergebnisse

Diode(1):

Strom I [mA]	Spannung [U]	Widerstnad [Ω]
1,229	1,37	1114,7
2,475	2,73	1103,0
3,758	4,04	1075,0
5,145	5,38	1045,7
6,604	6,62	1002,4
8,213	7,80	949,7
10,025	8,86	883,8
12,031	9,85	818,7
14,223	10,73	754,4
16,960	11,32	667,5

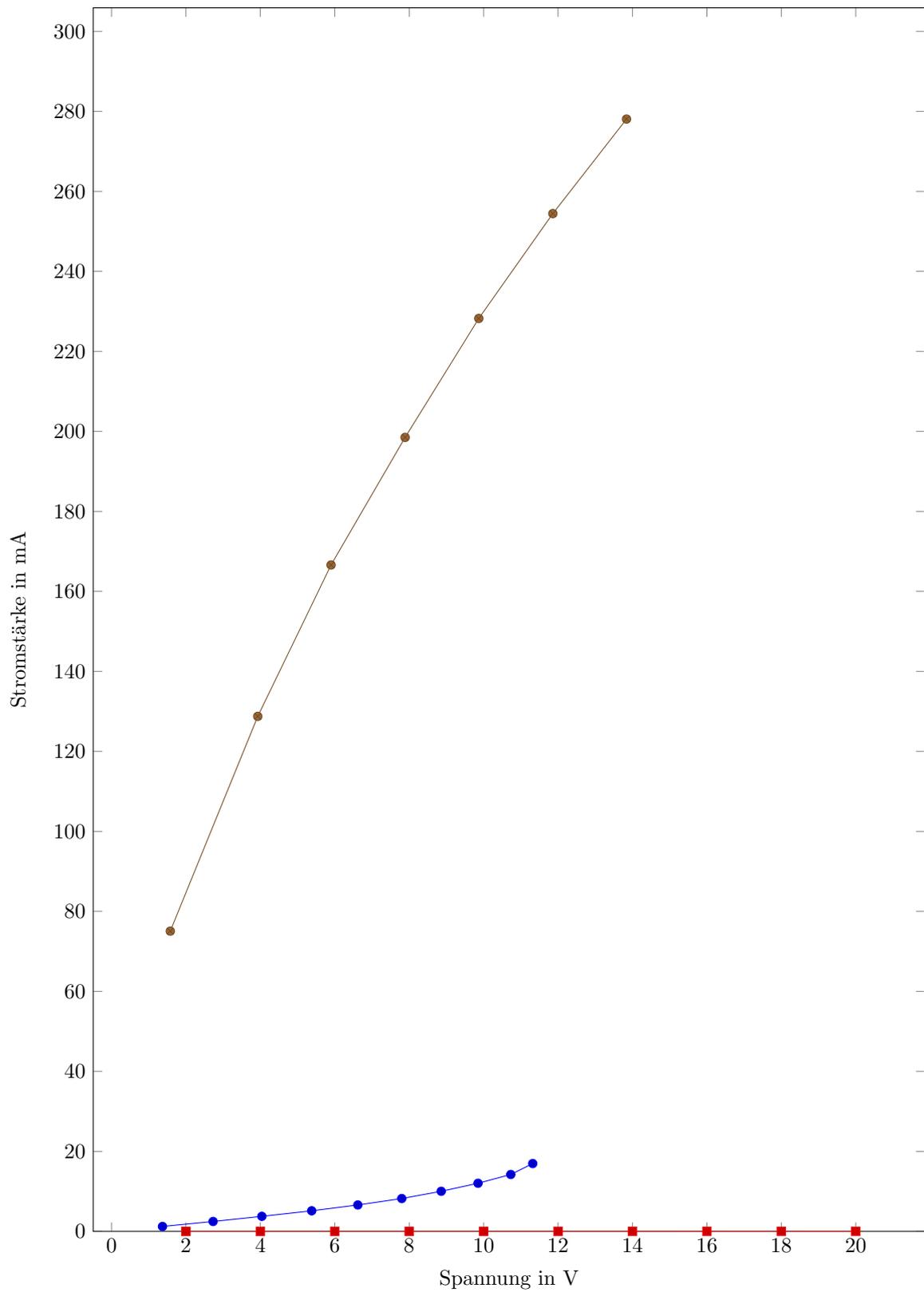
Ohmscher Widerstand(2):

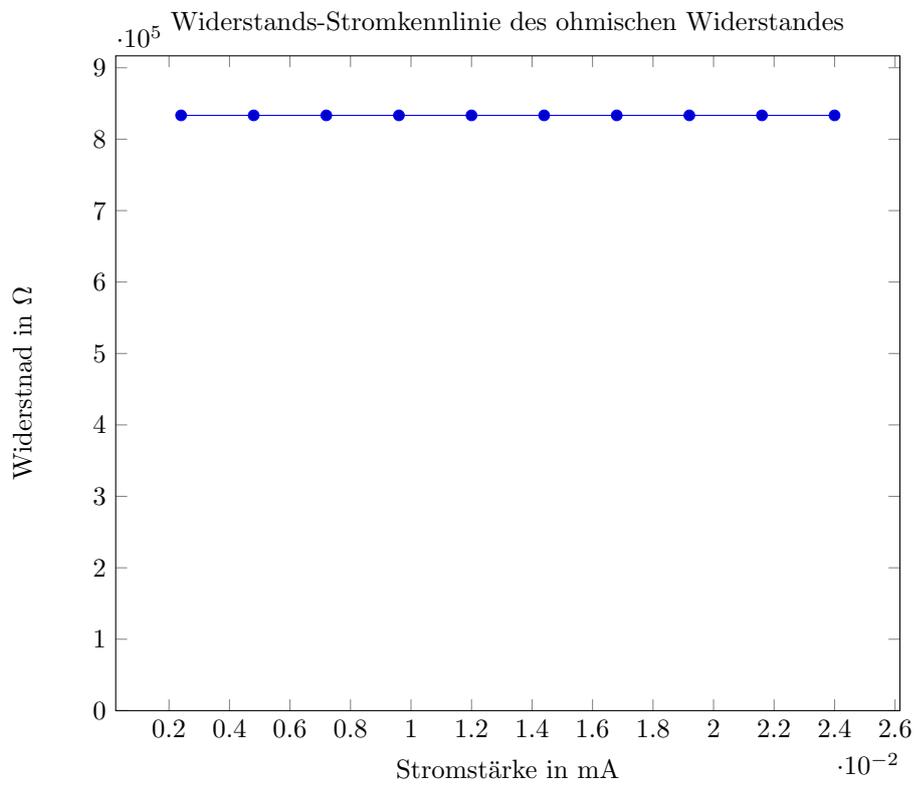
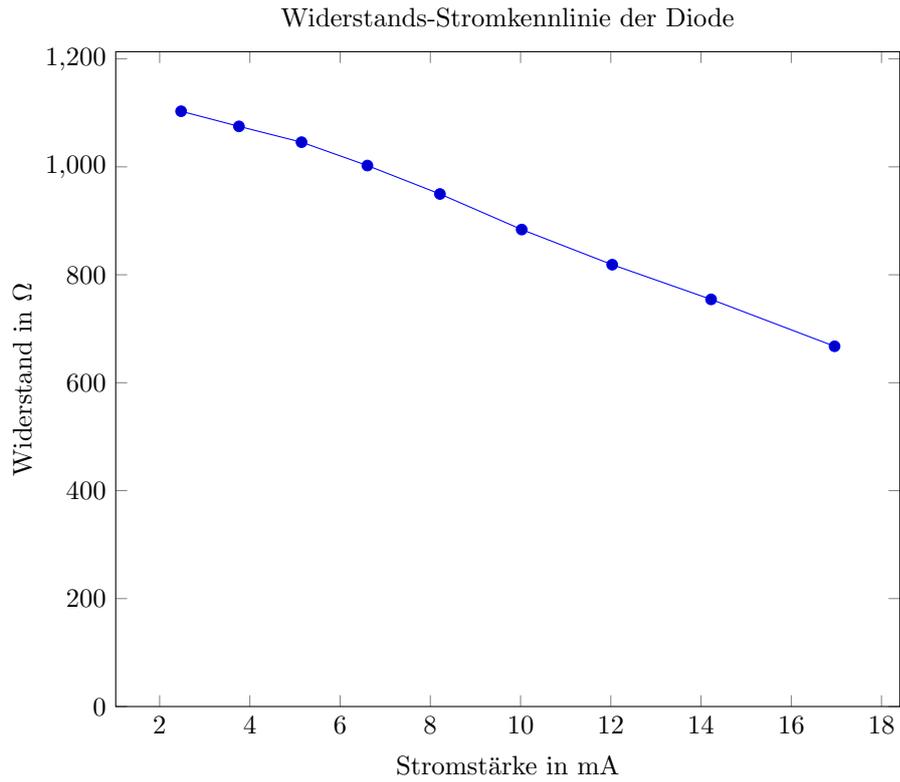
Strom I [mA]	Spannung [U]	Widerstnad [Ω]
0,0024	2	833333,3
0,0048	4	833333,3
0,0072	6	833333,3
0,0096	8	833333,3
0,0120	10	833333,3
0,0144	12	833333,3
0,0168	14	833333,3
0,0192	16	833333,3
0,0216	18	833333,3
0,0240	20	833333,3

Glühlampe(4):

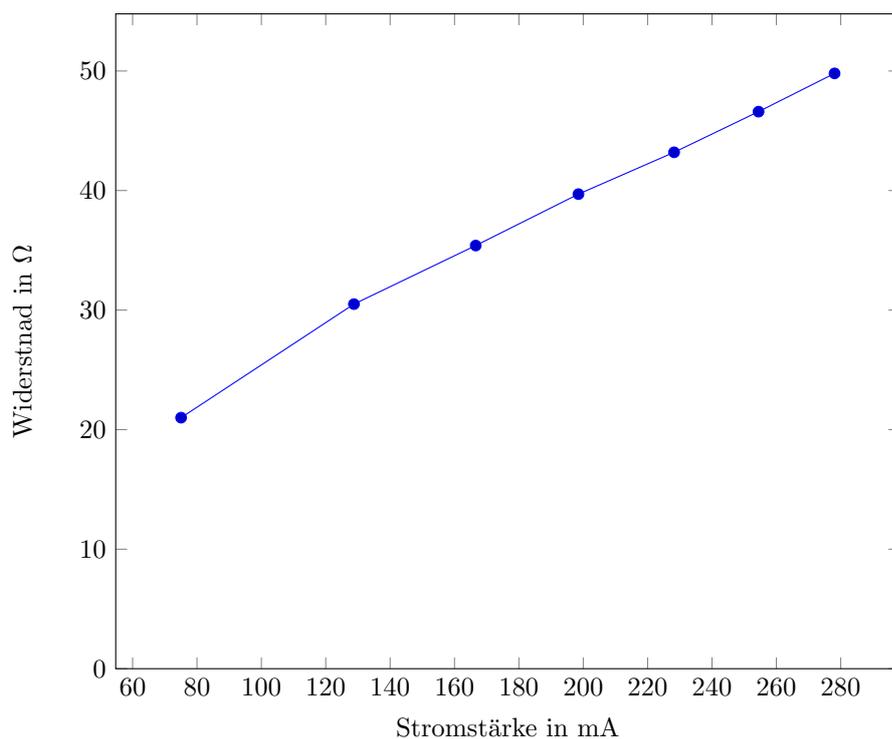
Strom I [mA]	Spannung [U]	Widerstnad [Ω]
75,06	1,58	21,0
128,76	3,93	30,5
166,60	5,90	35,4
198,50	7,89	39,7
228,23	9,87	43,2
254,45	11,86	46,6
278,08	13,84	49,8

Strom-Spannungskennlinie von der Diode(blau), dem ohmschen Widerstand(rot) und der Glühlampe(braun)





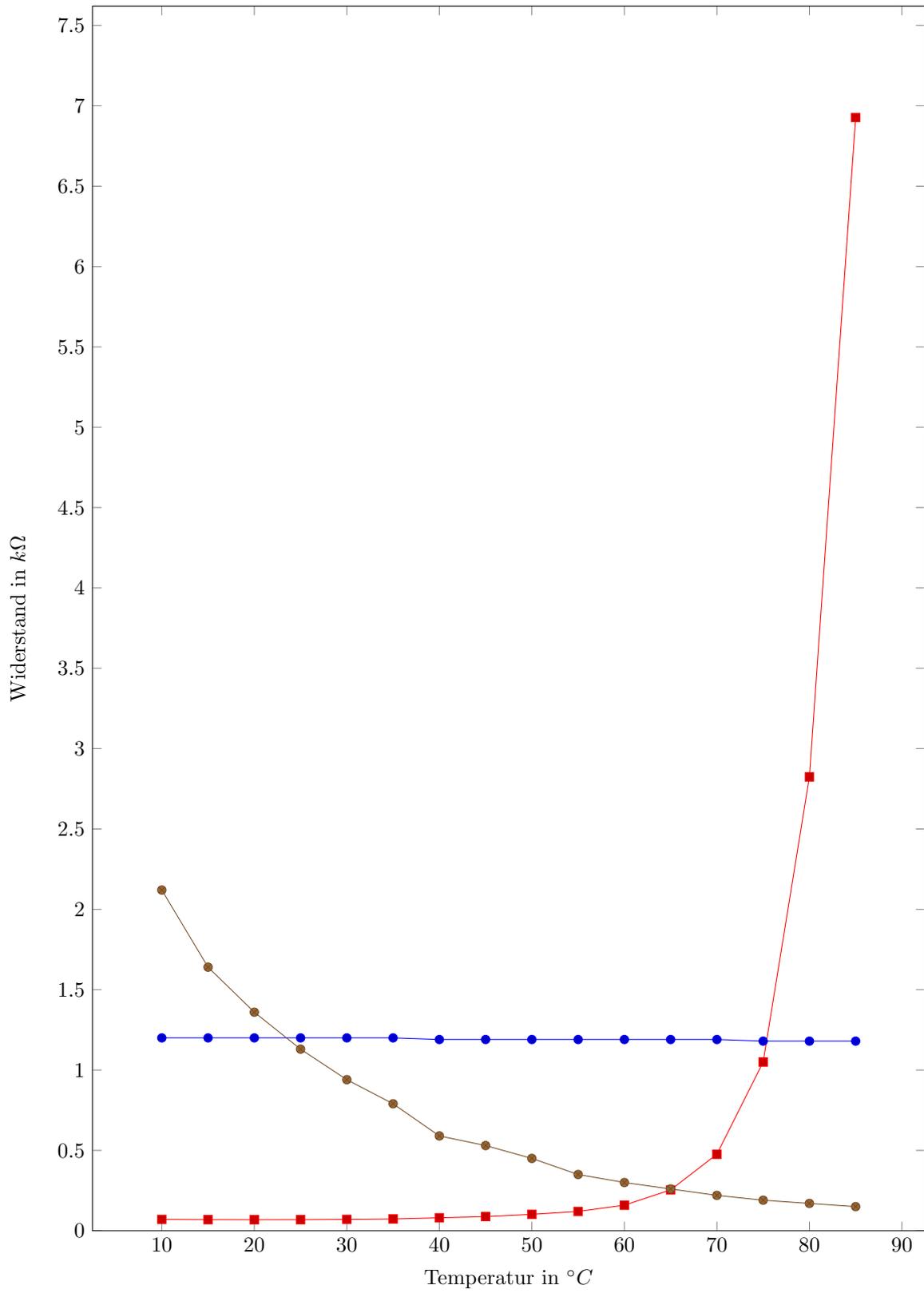
Widerstands-Stromkennlinie der Glühlampe



Widerstandstypen in Temperaturabhängigkeit:

Temperatur T [$^{\circ}C$]	Temperatur T [K]	R_1 [$k\Omega$]	R_2 [Ω]	R_3 [$k\Omega$]
10	283,15	1,20	70,53	2,12
15	288,15	1,20	69,21	1,64
20	293,15	1,20	68,80	1,36
25	298,15	1,20	69,04	1,13
30	303,15	1,20	70,73	0,94
35	308,15	1,20	73,30	0,79
40	313,15	1,19	80,45	0,59
45	318,15	1,19	87,98	0,53
50	323,15	1,19	101,90	0,45
55	328,15	1,19	120	0,35
60	333,15	1,19	159	0,30
65	338,15	1,19	254	0,26
70	343,15	1,19	476	0,22
75	348,15	1,18	1050	0,19
80	353,15	1,18	2482	0,17
85	358,15	1,18	6927	0,15

Widerstände in Temperaturabhängigkeit: R_1 (blau), R_2 (rot), R_3 (braun)



Berechnung des **Temperaturkoeffizienten** β bei Raumtemperatur ($20^\circ C$) für eine lineare Annäherung im Intervall $15^\circ C$ bis $25^\circ C$ nach Gleichung (3.5):

R_1 :

$$\beta_1 = \frac{1,20\Omega - 1,20\Omega}{1,20\Omega * 288,15K - 1,20\Omega * 298,15K} = 0K^{-1} \quad (3.9)$$

R_2 :

$$\beta_2 = \frac{69,21\Omega - 69,04\Omega}{69,04\Omega * 288,15K - 69,21\Omega * 298,15K} = -0,00022939324K^{-1} \quad (3.10)$$

R_3 :

$$\beta_3 = \frac{1,64\Omega - 1,13\Omega}{1,13\Omega * 288,15K - 1,64\Omega * 298,15K} = -.003122K^{-1} \quad (3.11)$$

Berechnung des **Temperaturkoeffizienten** β bei $80^\circ C$, für eine lineare Annäherung im Intervall $75^\circ C$ bis $85^\circ C$:

R_1 :

$$\beta_1 = \frac{1,18\Omega - 1,18\Omega}{1,18\Omega * 348,15K - 1,18\Omega * 358,15K} = 0K^{-1} \quad (3.12)$$

R_2 :

$$\beta_2 = \frac{1050\Omega - 6927\Omega}{6927\Omega * 348,15K - 1050\Omega * 358,15K} = -0,0028871K^{-1} \quad (3.13)$$

R_3 :

$$\beta_3 = \frac{0,19\Omega - 0,15\Omega}{0,15\Omega * 348,15K - 0,19 * 358,15K} = -0,0025274K^{-1} \quad (3.14)$$

Einteilung der **Widerstandstypen**:

R_1 : ohmisch/temperaturunabhängig

R_2 : PTC-Widerstand/Kaltleiter

R_3 : NTC-Widerstand/Heißeleiter

Funktionale Abhängigkeit $\ln(R) = f(\frac{1}{T})$ des **Heißleiters** R_3 :

$T^{-1} [K^{-1}]$	$\ln(R) [\ln(\Omega)]$
0,00353	7,7
0,00347	7,4
0,00341	7,2
0,00335	7,0
0,0033	6,8
0,00325	6,6
0,00319	6,4
0,00314	6,3
0,00309	6,1
0,00305	5,9
0,003	5,7
0,00296	5,6
0,00291	5,4
0,00287	5,2
0,00283	5,1
0,00279	5,0

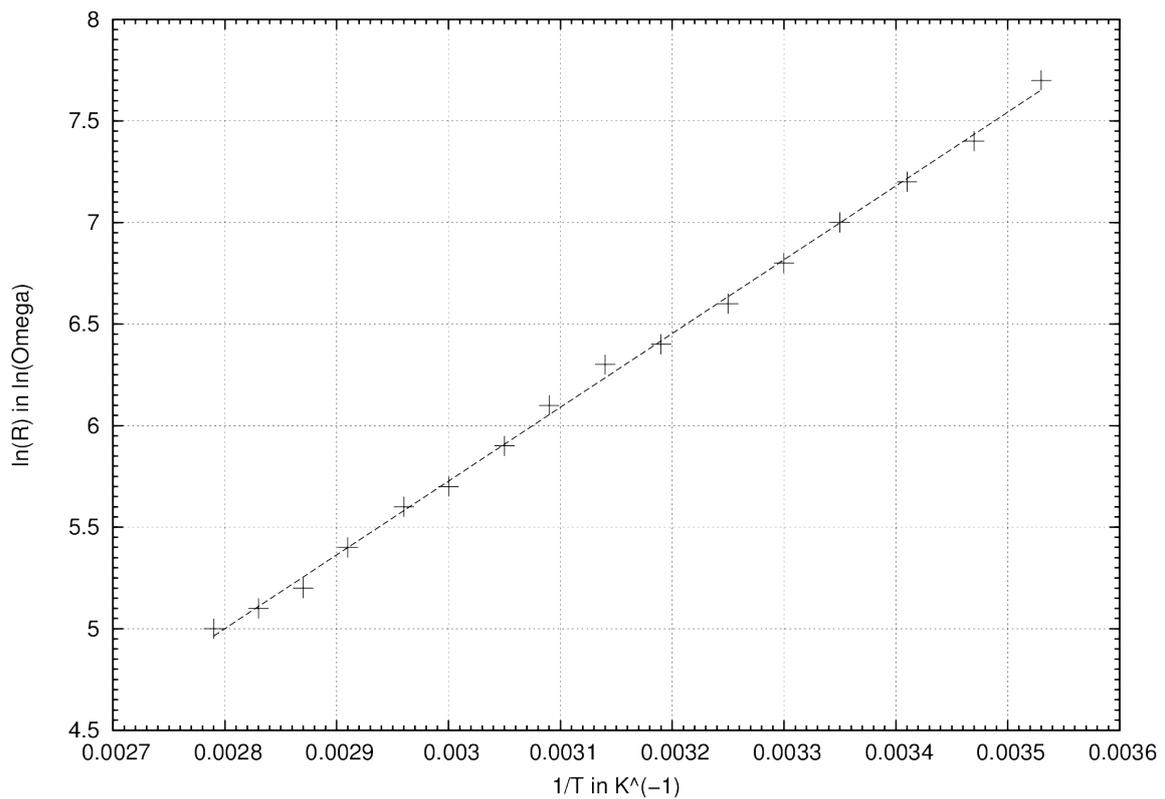


Abbildung 7: Funktionale Abhängigkeit $\ln R = f(1/T)$ für den NTC-Widerstand R_3

Anstieg der Regressionsgeraden: $3632,477K$

Aktivierungsenergie E_A nach Gleichung (3.7):

$$3632,477K * 1,3806488 * 10^{-23} \frac{J}{K} = 5,015175 * 10^{-20} J = 0,313eV \quad (3.15)$$

3.5 Messunsicherheiten

Wendet man die lineare Fehlerfortpflanzung auf die Berechnung des Temperatur Koeffizienten β (Gl. 3.5) an, so ergibt sich:

$$\Delta\beta = \frac{(\vartheta_1 * R_2 - \vartheta_2 * R_1) + \vartheta_2 * R_1 - \vartheta_2 * R_2}{(\vartheta_1 * R_2 - \vartheta_2 * R_1)^2} * \Delta R_1 + \frac{(\vartheta_1 * R_2 - \vartheta_2 * R_1) - \vartheta_1 * R_1 + \vartheta_1 * R_2}{(\vartheta_1 * R_2 - \vartheta_2 * R_1)^2} * \Delta R_2 + \frac{R_2 * (R_1 - R_2)}{(\vartheta_1 * R_2 - \vartheta_2 * R_1)^2} * \Delta\vartheta_1 + \frac{-R_1 * (R_1 - R_2)}{(\vartheta_1 * R_2 - \vartheta_2 * R_1)^2} * \Delta\vartheta_2$$

Korrelationskoeffizient der linearen Regression zu R_3 : 0,99920

3.6 Zusammenfassung und Diskussion

Aus den Strom-Spannungskennlinien und den Widerstandsstromlinien ist deutlich die Natur der 3 Widerstände zu erkennen: Der ohmsche Widerstand(2) verändert seinen Widerstandswert, ungeachtet der Stromstärke, nicht. Der Strom sorgt in den Widerständen für eine gewisse Wärmeentwicklung und hat somit Auswirkung auf ihren Widerstandswert. Der Leitwert der Diode(1) nimmt mit steigender Temperatur zu; man kann sie als einen Heißeiter bezeichnen. Der Leitwert der Glühlampe(4) nimmt mit steigender Temperatur ab; man kann sie als einen Kaltleiter bezeichnen.

Mit Hilfe des Temperatur-Widerstandsdiagramms können die Widerstandstypen/-Materialien in 3 Kategorien eingeteilt werden:

R_1 : ohmisch/temperaturunabhängig

R_2 : PTC-Widerstand/Kaltleiter

R_3 : NTC-Widerstand/Heißeiter

Die Messabweichungen für die Wertepaare Temperatur/Widerstand haben hauptsächlich einen Grund: Mit dem Peltierelement ließ sich nur schwer eine konstante Temperatur an den Widerständen herstellen. So können die Widerstandswerte nicht exakt der Temperatur zugewiesen werden. Diese Fehlerquelle ist wesentlich größer als die Ungenauigkeiten, welche durch unsere Messgeräte hervorgerufen werden.

Der Temperaturkoeffizient β des ohmschen Widerstandes R_1 ist sowohl bei $20^\circ C$ als auch $80^\circ C$ wie erwartet gleich Null. Bei einer genaueren Messung mag dies nicht das experimentelle Ergebnis sein, jedoch ergibt es bei unseren Möglichkeiten zur Bestimmung der Temperatur und des Widerstandes Sinn Rundungen, die zu einem solchen Ergebnis führen, vorzunehmen.

Die Werte β_2 für den Widerstand R_2 sind zweifelhaft:

$$20^\circ C: \beta_2 = -0,00022939K^{-1}$$

$$80^\circ C: \beta_2 = -0,00028871K^{-1}$$

Obwohl R_2 ein Kaltleiter ist, ergeben sich negative Temperaturkoeffizienten. Dies mag für β_2 bei $20^\circ C$ Sinn ergeben, da hier β_2 in einem Temperaturintervall, indem der Widerstand fällt, angenähert wird. Doch bei β_2 für $80^\circ C$ liegen für die Intervallgrenzen Messwerte vor, welche einen positiven Temperaturkoeffizienten nahe legen. Die Werte für β_3 scheinen wieder sinnvoll zu sein, allerdings muss die Berechnung aller Temperaturkoeffizienten als falsch angesehen werden.

$$20^\circ C: \beta_3 = -0,003122K^{-1}$$

$$80^\circ C: \beta_3 = -0,002527K^{-1}$$

Bei der Berechnung der Aktivierungsenergie E_A für R_3 kann aufgrund des Korrelationskoeffizienten eine geringe statistische Messabweichung angenommen werden.

$$E_A = 0,313eV$$

3.7 Literatur

Literatur

- [1] Heribert Stroppe, PHYSIK für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften, Hanser, 15. Auflage (2012), Seite 229 - 232
- [2] Heribert Stroppe, PHYSIK für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften, Hanser, 15. Auflage (2012), Seite 468 - 471
- [3] Physik-Vorlesung, E. Specht, 3.05.2013, Behandlung des Kapitels 25.2 in Heribert Stroppe, PHYSIK für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften, Hanser, 15. Auflage (2012),
- [4] Dieter Geschke (Hrsg.), Physikalisches Praktikum, B.G. Teubner Stuttgart Leipzig, 11. Auflage 1998, Seite 143 - 145
- [5] Internet:
http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/elektrik/E01_width_640_height_480_p_102.jpeg, E. Specht, 22.05.2013
- [6] Internet:
hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/ , E. Specht, 21.04.2013

4 O3 Krümmungsradius von Linsen und Spiegeln 25.06.2013

4.1 Aufgabenstellung

1. Die Krümmungsradien der beiden konvexen Flächen einer Sammellinse sind nach der Methode von Kohlrausch durch lineare Regression zu bestimmen. Aus den beiden Krümmungsradien ist die Brennweite der Sammellinse zu berechnen.
2. Die Krümmungsradien der beiden konkaven Flächen einer Zerstreuungslinse sind mit Hilfe des Autokollimationsverfahrens zu bestimmen. Aus den Krümmungsradien ist die Brennweite zu berechnen.
3. Krümmungsradius und Brennweite eines Hohlspiegels sind durch Autokollimation zu bestimmen.
4. Die Krümmungsradien der beiden sphärischen Flächen einer Linse sind mit dem Ringsphärometer (Tiefentaster) mehrfach zu bestimmen. Aus den Krümmungsradien ist die Brennweite zu berechnen.

4.2 Grundlagen zum Versuch

Bei Linsen handelt es sich um Körper aus durchsichtigen Material, welche von mindestens einer Seite durch eine kugelförmige Fläche begrenzt werden.

Konvexe Flächen sind nach außen gekrümmt und ergeben Sammellinsen. Parallel auftreffende Lichtstrahlen werden auf einem Brennpunkt hinter der Linse gebündelt. Die Lichtstrahlen konvergieren.

Konkave Flächen sind nach innen gekrümmt und ergeben Zerstreuungslinsen. Parallel auftreffende Lichtstrahlen divergieren hinter der Linse, somit liegt der Brennpunkt vor der Linse - auf der Seite der Lichtquelle. Es gibt eine Gerade durch die Linsen, auf der der Lichtstrahl nicht abgelenkt wird. Diese wird **optische Achse** genannt.

Die Krümmungsradien von Sammellinsen können mit der **Methode von Kohlrausch** berechnet werden: Es werden zwei leuchtende Marken 1 und 2 mit dem gleichen Abstand G zur optischen Achse vor der Linse postiert. Zudem besitzen beide den Abstand g zur Linse. Wenn man eine Skala direkt vor der Linse befestigt und mit einem Fernrohr, dessen Okular genau auf der optischen Achse liegt, das virtuelle Bild der Marken betrachtet, kann die Größe des virtuellen Bildes B' gemessen werden. Mit Hilfe dieser Werte lässt sich der Krümmungsradius R der Linse bestimmen. [2]

$$R = \frac{2gB'}{G - 2B'} \quad (4.1)$$

Um die Krümmungsradien mit linearer Regression zu bestimmen muss die vorherige Formel in die Form $G = f(B')$ umgestellt werden.

$$G = \left(\frac{2g}{R} - 2\right) * B' \quad (4.2)$$

Mit dem Anstieg $a = \frac{2g}{R} - 2$ der durch die Regression entstandenen Geraden, lässt sich wiederum der Krümmungsradius R berechnen.

$$R = \frac{2g}{a + 2} \quad (4.3)$$

Die **Brennweite** f einer Linse ist mit der folgenden Formel zu berechnen.

$$\frac{1}{f} = (n - 1) * \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) \quad (4.4)$$

Dabei ist n die Brechzahl des Linsenmaterials und R, R' die Krümmungsradien der beiden begrenzenden Flächen. Krümmungsradien konkaver Flächen erhalten negative Vorzeichen. [1]

Mit dem **Autokollimationsverfahren** lassen sich die Krümmungsradien von Zerstreuungslinsen berechnen. Man bringt eine leuchtende Marke, in der Praxis das beleuchtete Fadenkreuz eines Gaußschen Okulars, auf die optische Achse der Linse. Entweder reicht die Reflexion auf der Linsenoberfläche aus oder man benutzt einen Planspiegel hinter der Linse, um das Bild des Gegenstandes zu erhalten. Jetzt verschiebt man das Fadenkreuz auf der optischen Achse solange bis es sich im Krümmungsmittelpunkt der konkaven Fläche befindet. Dies merkt man daran, dass das Bild des Fadenkreuzes wieder scharf auf das Fadenkreuz abgebildet wird. Der dann erreichte Abstand zwischen Fadenkreuz des Okulares und Linsenmitte ist gleich dem Krümmungsradius der Linse.

Auch der Krümmungsradius eines **Hohlspiegels** kann so bestimmt werden. Jedoch berechnet sich die Brennweite f allein mit dem Krümmungsradius R :

$$f = \frac{R}{2} \quad (4.5)$$

Mit einem **Ringsphärometer**, auch **Tiefentaster**, lassen sich ebenfalls die Krümmungsradien der sphärischen Flächen einer Linse berechnen. Dabei wird die zu vermessende Linse auf einen Hohlzylinder mit dem Innendurchmesser d gelegt und die maximale Wölbung/Absenkung t der Linse im Vergleich zur Nulllage mit einem Messfühler bestimmt.

$$R = \frac{d^2}{8t} + \frac{t}{2} \quad (4.6)$$

Zur Kalibrierung des Tiefentasters wird eine planparallele Platte aufgelegt. [2]

4.3 Versuchsaufbau

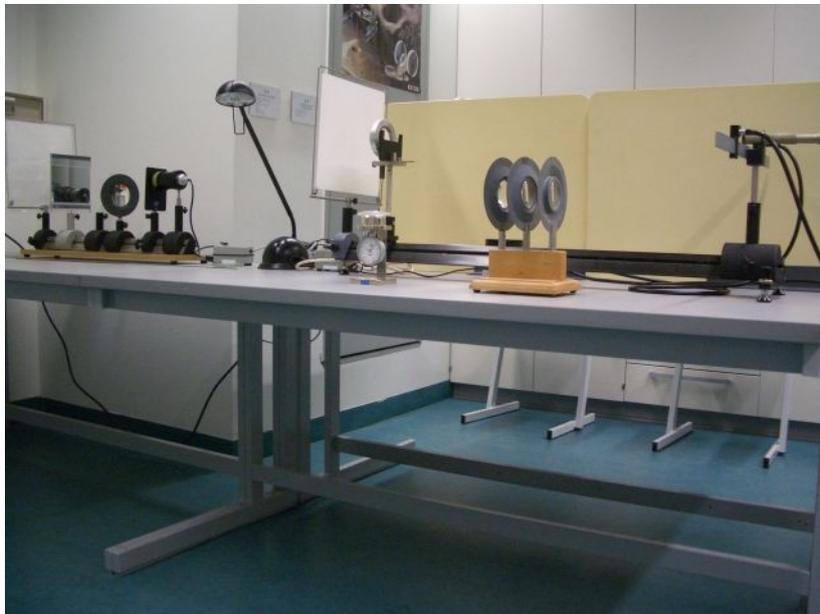


Abbildung 8: Versuchsaufbau von O3 [3]

Allgemeine Hinweise:

Für das Linsenmaterial wird Kronglas mit einer Brechzahl $n = 1,52$ angenommen.
Es ist zudem wichtig zu beachten, dass das Okular oder auch Fernrohr eine Bildumkehr bewirkt.

Bei der Aufgabe 1.1 muss sich vor dem Messen entschieden werden, welche der 3 Lichtpunktpaare auf Skala zu nehmen sind, um B' zu bestimmen. Dies kann mit einer Bildkonstruktion und Verdecken der einzelnen Lichtstrahlen erreicht werden.

Für Aufgabe 1.2 und 1.3 wird der Hohlspiegel oder die Zerstreuungslinse auf eine Laufschiene gesteckt und mit einem leuchtenden Symbol beschienen. Nun versucht man durch Verschieben auf der Laufschiene den Abstand zwischen leuchtendem Symbol und Hohlspiegel/Linse zu erreichen beim das Symbol scharf auf sich selbst abgebildet wird.

Der Tiefentaster wird vor der ersten Messung mit einer ebenen Glasplatte kalibriert.

4.4 Messergebnisse

Sammellinse:

(Messdaten, welche den Diagrammen zugrunde liegen, sind dem Laborheft zu entnehmen)

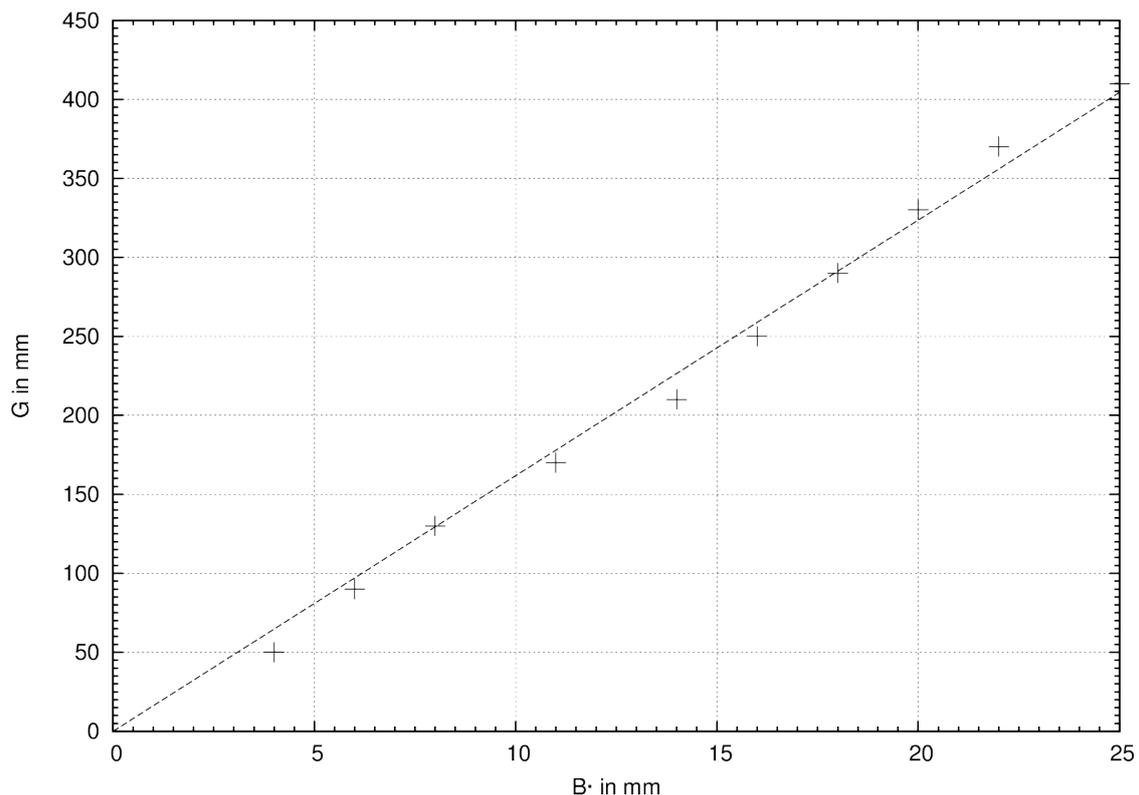


Abbildung 9: Funktionale Abhängigkeit $G = f(B)$ für die Fläche A der Sammellinse [4]

$$y = a_A * x$$

$$a_A = 16,178 \frac{mm}{mm}$$

Korrelationskoeffizient: 0,9993

Mittlere Abweichung des Anstiegs: $\Delta a_A = 0,205mm$

Krümmungsradius der Fläche A:

Abstand der Lichtpunktebene zur Linse: $g = 92,4\text{cm} - 22\text{cm} = 70,4\text{cm} = 704\text{mm}$

$$R_{SA} = \frac{2g}{a_A + 2} = 77,456\text{mm} \quad (4.7)$$

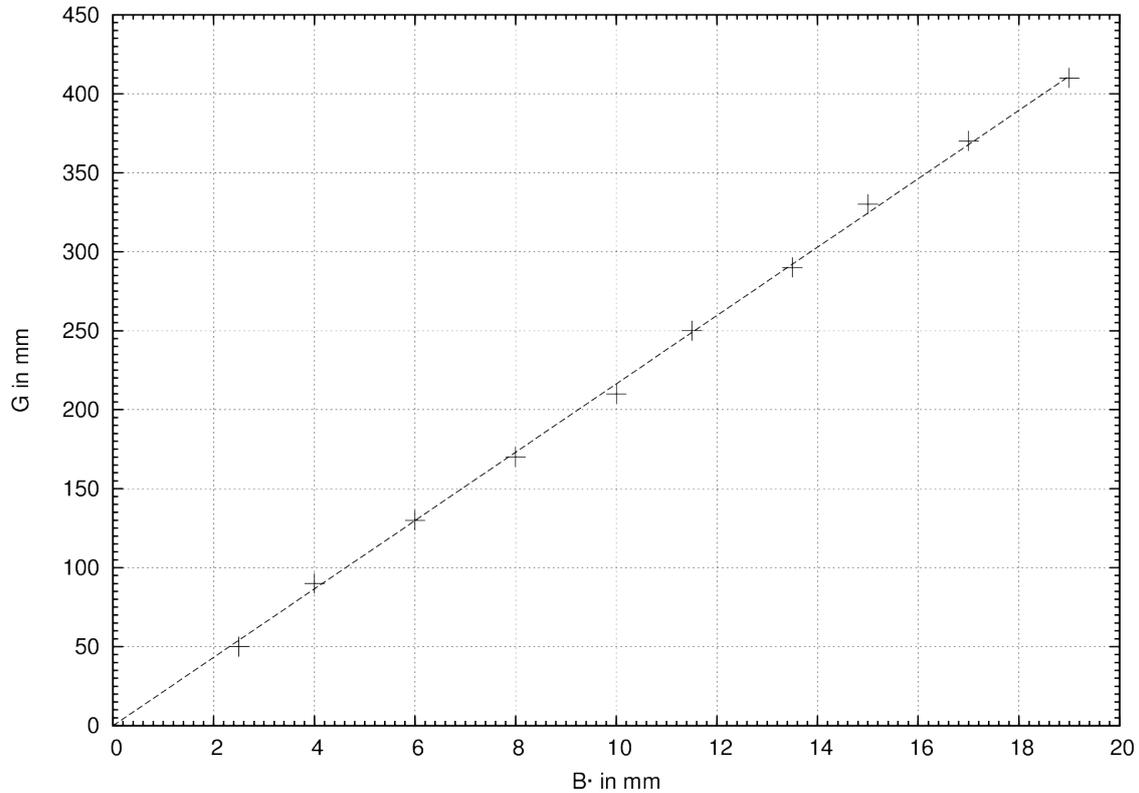


Abbildung 10: Funktionale Abhängigkeit $G = f(B)$ für die Fläche B der Sammellinse [4]

$$y = a_B * x$$

$$a_B = 21,636 \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$$

Korrelationskoeffizient: 0,9999

Mittlere Abweichung des Anstiegs: $\Delta a_B = 0,097\text{mm}$

Krümmungsradius der Fläche B:

Abstand der Lichtpunktebene zur Linse: $g = 92,4\text{cm} - 22\text{cm} = 70,4\text{cm} = 704\text{mm}$

$$R_{SB} = \frac{2g}{a_B + 2} = 59,570\text{mm} \quad (4.8)$$

Brennweite f_S der Sammellinse mit den Flächen A und B:

$$\frac{1}{f_S} = (n - 1) * \left(\frac{1}{R_{SA}} + \frac{1}{R_{SB}} \right) = 0,015\text{mm}^{-1} \quad (4.9)$$

$$f_S = 66,667\text{mm} \quad (4.10)$$

Zerstreuungslinse:

Abstand der Linse mit Fläche A zu Projektionsfläche / Krümmungsradius der Fläche A: $R_{ZA} = 10\text{cm}$

Abstand der Linse mit Fläche B zu Projektionsfläche / Krümmungsradius der Fläche B: $R_{ZB} = 10\text{cm}$

Brechzahl des Linsenmaterials: $n = 1,52$

$$\frac{1}{f_Z} = (n - 1) * \left(\frac{1}{R_{ZA}} + \frac{1}{R_{ZB}} \right) = -0,0104\text{mm} \quad (4.11)$$

$$f_Z = -96,154\text{mm} \quad (4.12)$$

Hohlspiegel:

Krümmungsradius des Hohlspiegels: $R_H = 40,9\text{cm}$

Die Brennweite f_H :

$$f_h = \frac{40,9\text{cm}}{2} = 20,45\text{cm} \quad (4.13)$$

Messung mit dem Tiefentaster:

Mittelwert der maximalen Wölbung der Fläche A: $t_A = 13\text{mm}$

Mittelwert der maximalen Wölbung der Fläche B: $t_B = 13\text{mm}$

Durchmesser des Tiefentasters: $d = 45\text{mm}$

Krümmungsradien:

$$R_{TA} = \frac{d^2}{8t} + \frac{t}{2} = 26\text{mm} \quad (4.14)$$

$$R_{TB} = \frac{d^2}{8t} + \frac{t}{2} = 26\text{mm} \quad (4.15)$$

Brennweite der Linse aus den Flächen A und B:

Brechzahl des Linsenmaterials: $n = 1,52$

$$\frac{1}{f_T} = (n - 1) * \left(\frac{1}{R_{TA}} + \frac{1}{R_{TB}} \right) = 0,04\text{mm}^{-1} \quad (4.16)$$

$$f_T = 25\text{mm} \quad (4.17)$$

4.5 Messunsicherheiten

Messstab: $\Delta(g, R_H, R_Z) = \pm(0,1 + 0,1 * 1) * \text{mm} = \pm 0,2\text{mm}$

Messstab: $\Delta G = \pm(0,1 + 0,1 * 0,5) * \text{mm} = \pm 1,5\text{mm}$

Zufällige Messabweichung: $\Delta_{zuf}(g, R_H, R_Z, G) = \pm 0,5\text{mm}$

Sammellinse:

$$\Delta R_{SA} = \left| \frac{-2g}{(a_A + 2)^2} \right| * \Delta a_A + \left| \frac{2}{a_A + 2} \right| * \Delta g = 0,874\text{mm} + 0,022\text{mm} = 0,896\text{mm} \quad (4.18)$$

$$\Delta R_{SB} = \left| \frac{-2g}{(a_B + 2)^2} \right| * \Delta a_B + \left| \frac{2}{a_B + 2} \right| * \Delta g = 0,244\text{mm} + 0,016\text{mm} = 0,261\text{mm} \quad (4.19)$$

$$\Delta \frac{1}{f_S} = \left| -\frac{n-1}{R_{SA}^2} \right| * \Delta R_{SA} + \left| -\frac{n-1}{R_{SB}^2} \right| * \Delta R_{SB} = (7,77 + 3,82) * 10^{-5}\text{mm}^{-1} = 11,59 * 10^{-5}\text{mm}^{-1} \quad (4.20)$$

$$f_S = \left(\frac{1}{f_S} \pm \Delta \frac{1}{f_S} \right) \quad (4.21)$$

$$66,156mm \leq f_S \leq 67,186mm$$

$$\Delta f_S = 0,515mm$$

Zerstreuungslinse:

$$\Delta R_{ZA} = \Delta R_{ZB} = 0,2mm$$

$$\Delta \frac{1}{f_Z} = \left| -\frac{n-1}{R_{ZA}^2} \right| * \Delta R_{ZA} + \left| -\frac{n-1}{R_{ZB}^2} \right| * \Delta R_{ZB} = 2,08 * 10^{-5} mm^{-1} \quad (4.22)$$

$$f_Z = \left(\frac{1}{f_Z} \pm \Delta \frac{1}{f_Z} \right) \quad (4.23)$$

$$95,962mm \leq f_Z \leq 96,347mm$$

$$\Delta f_S = 0,192mm$$

Hohlspiegel:

$$\Delta R_H = \pm 2,5mm$$

$$\Delta f_H = \left| \frac{\partial 0,5R_H}{\partial R_H} \right| * \pm 2,5mm = \pm 1,25mm \quad (4.24)$$

Tieftaster:

$$\Delta d = \pm 0,5mm \quad \Delta t = 0,5mm$$

$$\Delta R_T = \left| \frac{1}{2} - \frac{d^2}{8t^2} \right| * \Delta t + \left| \frac{d}{4t} \right| = 0,499mm + 0,433mm = 0,932mm \quad (4.25)$$

$$\Delta \frac{1}{f_T} = \left| -\frac{n-1}{R_A^2} \right| * \Delta R_A + \left| -\frac{n-1}{R_B^2} \right| * \Delta R_B = 0,001mm^{-1} \quad (4.26)$$

$$f_T = \left(\frac{1}{f_T} \pm \Delta \frac{1}{f_T} \right) \quad (4.27)$$

$$24,390mm \leq f_T \leq 25,641mm$$

$$\Delta f_T = 0,626mm$$

4.6 Zusammenfassung und Diskussion

Mit der Methode nach Kohlrausch konnten wir folgenden Wert für die Brennweite der Sammellinse ermitteln: $f_S = 66,667mm \pm 0,515mm$. Der Korrelationskoeffizient beider Regressionen zur Bestimmung der Krümmungsradien ist beinahe gleich 1 und lässt darauf schließen, dass die zufälligen Messabweichungen bei dieser Messung sehr gering waren.

Das Autokollimationsverfahren ergab für die Brennweite der Zerstreuungslinse folgenden Wert: $f_Z = -96,154mm \pm 0,0192mm$. Die Brennweite des Hohlspiegels ist auf ähnliche Weise bestimmt worden $f_H = 20,45mm \pm 1,25mm$. Diemit dem Tieftaster bestimmten Werte sind $f_T = 25mm \pm 0,626mm$.

4.7 Literatur

Literatur

- [1] Heribert Stroppe, PHYSIK für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften, Hanser, 15. Auflage (2012), Seite 372 - 375
- [2] Dieter Geschke (Hrsg.), Physikalisches Praktikum, B.G. Teubner Stuttgart Leipzig, 11. Auflage 1998, Seite 211 - 214
- [3] Internet:
[http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/optik/O03 - width - 640 - height - 480 - p - 77.jpeg](http://www.iep.ovgu.de/iep_media/grundpraktikum/optik/O03_width_640_height_480_p_77.jpeg), *E.Specht*03.06.2013
- [4] Internet:
http://hydra.nat.uni-magdeburg.de/praktikum/lreg_nly_lope.php, *E.Specht*25.06.2013