

# Grundlagenpraktikum Physik

## Versuch W4 Spezifische Wärmekapazität von Festkörpern

### Inhalt

1. Aufgabenstellung
2. Grundlagen zum Versuch
3. Versuchsaufbau
4. Messergebnisse
5. Messunsicherheiten
6. Zusammenfassung und Diskussion
7. Literatur

### 1. Aufgabenstellung

Die spezifische Wärmekapazität zweier fester Probekörper ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen.

- 1.1 Die Wärmekapazität eines Kalorimeters ist mindestens zweimal nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist durch Extrapolation aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.
- 1.2 Die spezifische Wärmekapazität zweier Probekörper ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist wieder aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.
- 1.3 Die molare Masse des Probematerials ist nach der Regel von Dulong-Petit zu errechnen.

### 2. Grundlagen zum Versuch

Um die Wärmekapazität des Kalorimeters bestimmen zu können, legt man zu Grunde, dass die von der warmen Flüssigkeit in Form von Wärme abgegebene Energie gleich der von der kalten Flüssigkeit und der vom Kalorimeter aufgenommenen Energie ist. Die Wärmekapazität  $Q$  eines Körpers errechnet sich aus dem Produkt seiner spezifischen Wärmekapazität  $c$ , seiner Masse  $m$  und der Temperaturänderung  $dT$ :  $Q = c \cdot m \cdot dT$  (1)

Somit ergibt sich für den Ansatz:

$$m_w \cdot c_w (\vartheta_w - \vartheta_m) = m_k \cdot c_k (\vartheta_m - \vartheta_k) + C_K (\vartheta_m - \vartheta_k) \quad (2)$$

Stellt man nach der Kapazität des Kalorimeters  $C_K$  um ergibt sich:

$$C_K = c_w \left[ m_w \frac{\vartheta_w - \vartheta_m}{\vartheta_m - \vartheta_k} - m_k \right] \quad (2.1)$$

und für den Fall das man kalte Flüssigkeit in warme mischt:

$$C_K = c_W \left[ m_k \frac{\vartheta_m - \vartheta_k}{\vartheta_w - \vartheta_m} - m_w \right] \quad (2.2)$$

$C_K$  = Wärmekapazität des Kalorimeters in  $\frac{J}{K}$ ,

$C_W = 4,19$  Wärmekapazität des Wassers in  $\frac{J}{kg \cdot K}$

$m_w, m_k$  = Masse des warmen und kalten Wassers in kg

$\vartheta_w, \vartheta_k, \vartheta_m$  = Temperatur des warmen, kalten und gemischten Wassers

Dieser Ansatz liefert nur korrekte Ergebnisse, solange bei keinem der beteiligten Stoffe eine Aggregatzustandswechsel stattfindet. Wäre dies der Fall, so würde ein Teil der Energie dort verloren gehen bzw. für die Änderung der Molekülstruktur verwendet werden, stände somit nicht für die Erwärmung zur Verfügung und würde das Ergebnis verfälschen.

Um eine genauere Berechnung zu ermöglichen und eventuelle Wärmeverluste durch Abgabe von Energie an die Umwelt auszugleichen, extrapoliert man die Temperaturkurven um so dem idealen Fall, der zeitverzögerungslosen Mischung, nahe zu kommen.

Legt man die im ersten Teil der Aufgabe ermittelten Werte zu Grunde, kann man nun die Wärmekapazität von Festkörpern bestimmen. Hierbei ist wieder die vom kälteren Festkörper aufgenommene Wärmemenge der von der warmen Flüssigkeit und dem Kalorimeters abgegebenen Wärmemenge.

$$m_G \cdot c_G (\vartheta_m - \vartheta_G) = m_W \cdot c_W (\vartheta_w - \vartheta_m) + C_K (\vartheta_w - \vartheta_m) \quad (3)$$

nach  $c_G$  umgestellt:

$$c_G = (m_W c_W + C_K) \frac{(\vartheta_w - \vartheta_m)}{m_G (\vartheta_m - \vartheta_G)} \quad (3.1)$$

Warmer Körper in kaltes Wasser:

$$c_G = (m_W c_W + C_K) \frac{(\vartheta_m - \vartheta_K)}{m_G (\vartheta_G - \vartheta_m)} \quad (3.2)$$

$m_G$  = Masse des Festkörpers in kg     $c_G$  = Wärmekapazität des Festkörpers in  $\frac{J}{kg \cdot K}$

$\vartheta_G$  = Temperatur des Festkörpers

$m_W$  = Masse des Wasser in kg     $c_W$  = Wärmekapazität des Wassers = 4185 in  $\frac{J}{kg \cdot K}$

Die Regel von Dulong-Petit besagt, dass die Wärmekapazität von Festkörpern bei nicht all zu niedrigen Temperaturen, also fern des absoluten Nullpunktes, vom Stoff unabhängig ist und sich mit Hilfe der molaren Gaskonstanten  $R$  errechnen lässt.  $c_m = 3R \approx 25 \frac{J}{mol \cdot K}$  (4)

Die Regel ergibt sich aus dem Gleichverteilungssatz, der besagt, dass einem Körper zugeführte Wärme sich gleichmäßig auf alle Freiheitsgrade seiner Atome bzw. Moleküle verteilt.

Zusammen mit der molaren Masse:  $M = \frac{c_m}{c} \quad (5)$

ergibt sich:  $M = \frac{3R}{c_G} \quad (6)$

### 3. Versuchaufbau

Für den Versuch standen zur Verfügung:

- eine Waage  $\Delta m = \pm 0,01\text{g}$
- ein digitales Thermometer  $\Delta \vartheta = \pm 0,1^\circ\text{C}$
- eine Stoppuhr  $\Delta t = \pm 0,5\text{s}$
- ein Kalorimeter
- 2 Festkörper (Aluminium + Kupfer)

Zuerst werden durch Wägung die Massen der Flüssigkeiten, sowie die Massen der Probekörper bestimmt. Anschließend werden die Anfangstemperaturen der Körper und der Flüssigkeiten bestimmt. In mehreren Messreihen wird durch Mischen von warmem und kaltem Wasser in einem Kalorimeter zuerst die Wärmekapazität des Kalorimeters und danach die spezifische Wärmekapazität der beiden Festkörper bestimmt.

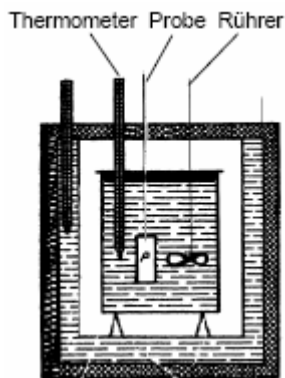


Abb. 3.1 Kalorimeter

### 4. Messergebnisse

#### 4.1. Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters

- Im ersten Teilversuch wurde warmes Wasser mit kaltem gemischt.

Tabelle 4.1.1 Temperaturverlauf im ersten Versuch

t in s	$\vartheta$ in $^\circ\text{C}$	t in s	$\vartheta$ in $^\circ\text{C}$	t in s	$\vartheta$ in $^\circ\text{C}$
0	21,8	210	22,3	420	41,3
30	21,8	240	22,4	450	41,2
60	21,9	270	22,5	480	41,2
90	22	300	22,5	510	41
120	22,1	330	41,8	540	40,9
150	22,2	360	41,6	570	40,8
180	22,3	390	41,5	600	40,8

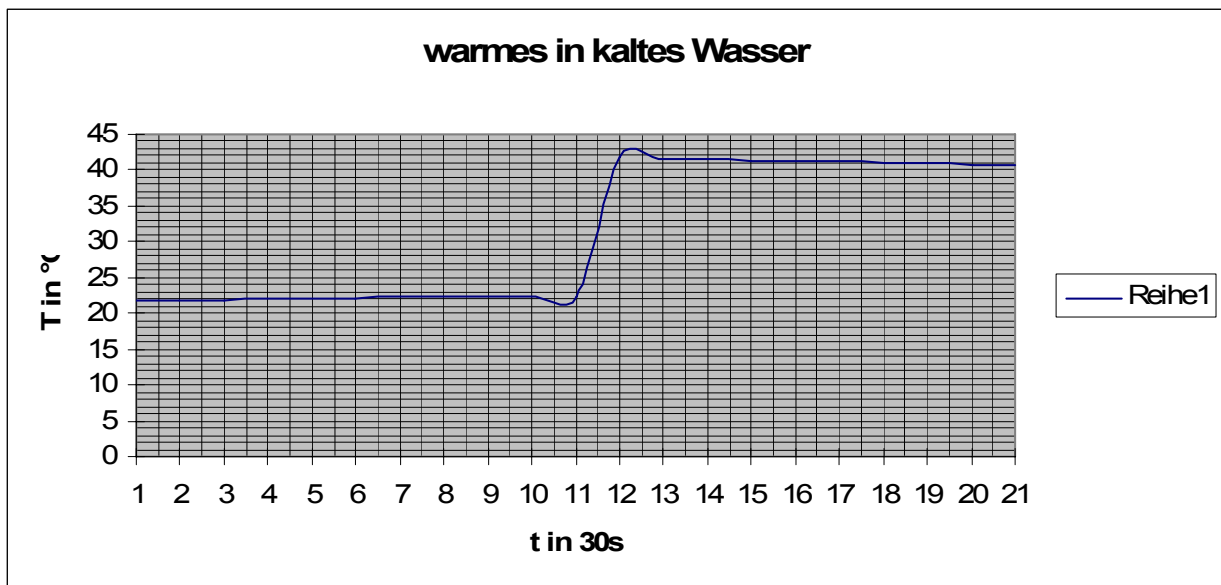


Diagramm 4.1.1 Temperaturverlauf warmes in kaltes Wasser

Die Massen der verwendeten Wassermengen:

$$m_w = 152,70\text{g}$$

$$m_k = 150,72\text{g}$$

Temperatur des warmen Wasser unmittelbar vor dem Einfüllen:

$$\vartheta_w = 64,2^\circ\text{C}$$

Temperatur des kalten Wasser durch Extrapolation:

$$\vartheta_k = 22,5^\circ\text{C}$$

Mischtemperatur durch Extrapolation:

$$\vartheta_m = 42,0^\circ\text{C}$$

Somit ergibt sich für  $C_K$  nach (2.1):  $C_{K1} = 96,89 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

- Im zweiten Teilversuch wurde kaltes Wasser mit warmen gemischt.

Tabelle 4.1.2 Temperaturverlauf im zweiten Versuch

t in s	v in °C	t in s	v in °C	t in s	v in °C
0	68,5	210	64,5	420	42,9
30	67,8	240	64,1	450	42,8
60	67	270	63,7	480	42,8
90	66,5	300	63,3	510	42,8
120	66	330	43,5	540	42,7
150	65,4	360	42,9	570	42,7
180	65	390	42,9	600	42,6

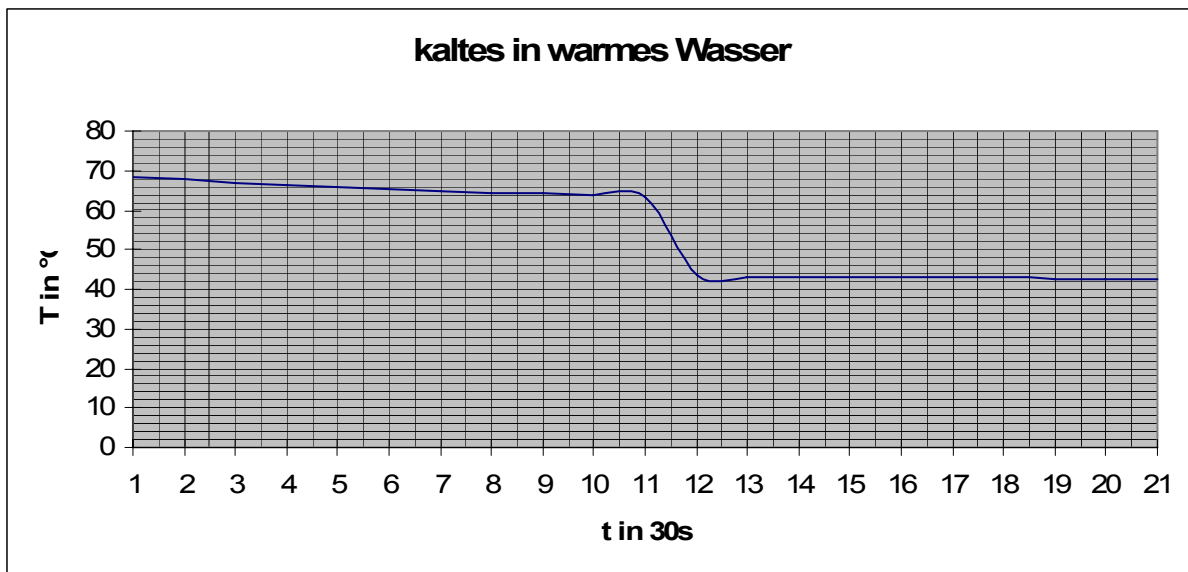


Diagramm 4.1.2 Temperaturverlauf kaltes in warmes Wasser

Die Massen der verwendeten Wassermengen:

$$m_w = 178,11\text{g}$$

$$m_k = 176,97\text{g}$$

Temperatur des kalten Wasser unmittelbar vor dem Einfüllen:

$$\vartheta_k = 21,9^\circ\text{C}$$

Temperatur des warmen Wasser durch Extrapolation:

$$\vartheta_w = 63,0^\circ\text{C}$$

Mischtemperatur durch Extrapolation:

$$\vartheta_m = 43,5^\circ\text{C}$$

Somit ergibt sich für  $C_K$  nach (2.2):  $C_{K2} = 75,08 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

#### 4.2. Bestimmung der Wärmekapazität von Festkörpern

- Kalter Aluminiumgegenstand in warmes Wasser

Tabelle 4.2.1 Temperaturverlauf für den ersten Festkörper

t in s	$\vartheta$ in $^\circ\text{C}$	t in s	$\vartheta$ in $^\circ\text{C}$	t in s	$\vartheta$ in $^\circ\text{C}$
0	69,4	210	66,6	420	62,2
30	68,9	240	66,4	450	62,0
60	68,4	270	66,1	480	61,8
90	68,0	300	65,8	510	61,6
120	67,6	330	63,3	540	61,4
150	67,2	360	62,6	570	61,3
180	67	390	62,4	600	61,2



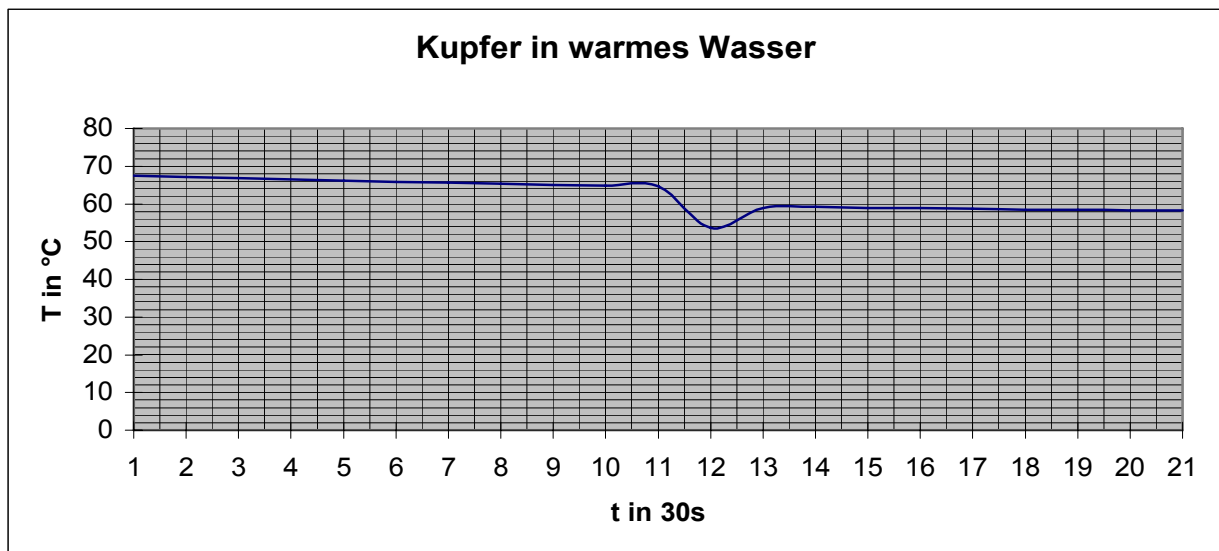


Diagramm 4.1.4 Temperaturverlauf Kupfer in warmes Wasser

Die Masse der verwendeten Wassermenge:  $m_W = 279,95\text{g}$   
 Die Masse des Gegenstandes:  $m_{G2} = 432,86\text{g}$   
 Temperatur des Gegenstandes = Raumtemperatur:  $\vartheta_{G2} = 23,1^\circ\text{C}$   
 Temperatur des warmen Wasser durch Extrapolation:  $\vartheta_W = 64,5^\circ\text{C}$   
 Mischtemperatur durch Extrapolation:  $\vartheta_m = 59,5^\circ\text{C}$   
 Somit ergibt sich für  $c_{G2}$  nach (3.1):  $\underline{c_{G2} = 426,63 \text{ J/kgK}}$  für  $C_{K1}$

$$\underline{c_{G2} = 419,71 \text{ J/kgK}} \text{ für } C_{K2}$$

- Warmer Kupfergegenstand in kaltes Wasser

Tabelle 4.2.3 Temperaturverlauf für den zweiten Festkörper, 2. Teilversuch

t in s	$\vartheta$ in °C	t in s	$\vartheta$ in °C	t in s	$\vartheta$ in °C
0	22,1	210	22,8	420	26,2
30	22,3	240	22,9	450	26,1
60	22,4	270	22,9	480	26,2
90	22,5	300	23	510	26,1
120	22,6	330	27,8	540	26,1
150	22,7	360	26,9	570	26,3
180	22,8	390	26,4	600	26,4

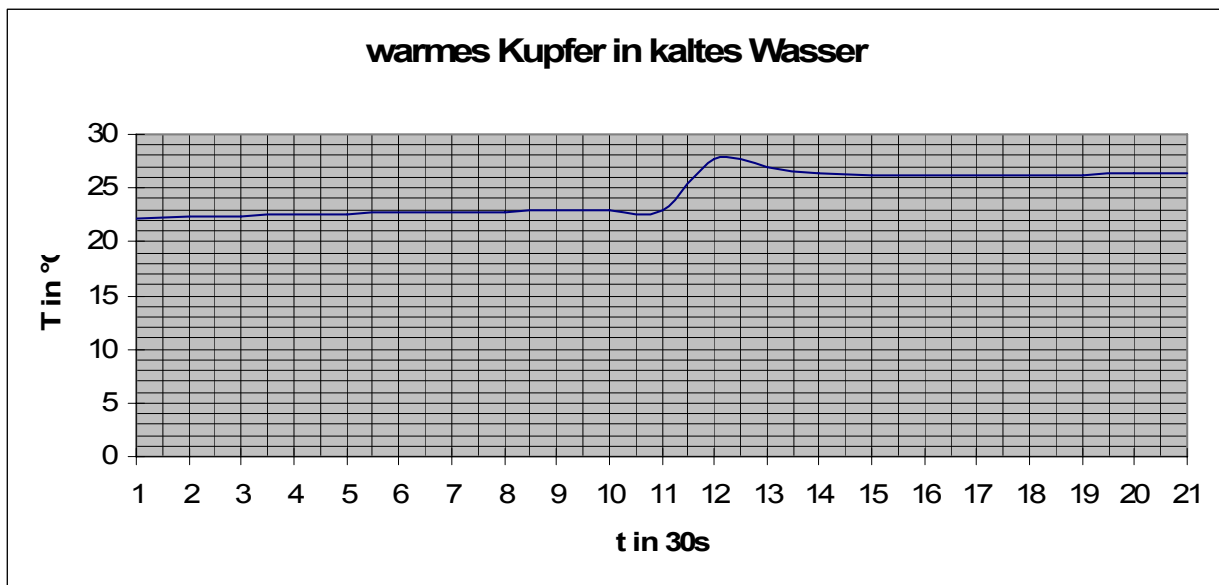


Diagramm 4.1.5 Temperaturverlauf Kupfer in kaltes Wasser

Die Masse der verwendeten Wassermenge:  $m_W = 340,06\text{g}$   
 Die Masse des Gegenstandes:  $m_{G2} = 432,86\text{g}$   
 Temperatur des Gegenstandes kurz vor der Mischung:  $\vartheta_G = 61,5^\circ\text{C}$   
 Temperatur des kalten Wasser durch Extrapolation:  $\vartheta_W = 23,0^\circ\text{C}$   
 Mischtemperatur durch Extrapolation:  $\vartheta_m = 27,0^\circ\text{C}$

Somit ergibt sich für  $c_{G2}$  nach (3.1):  $\underline{c_{G2}=407,33\text{ J/kgK für } C_{K1}}$   
 $\underline{c_{G2}=401,48\text{ J/kgK für } C_{K2}}$

#### 4.3. Bestimmung der molaren Masse nach Dulong-Petit

Nach der Formel (6) ergibt sich:

##### Aluminium

$$M_{G1} = \frac{3R}{c_G} = \frac{25 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{938,74 \text{ J/kgK}} = \underline{\underline{26,63 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} \quad \text{für } C_{K1}$$

$$M_{G1} = \frac{3R}{c_G} = \frac{25 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{923,45 \text{ J/kgK}} = \underline{\underline{27,07 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} \quad \text{für } C_{K2}$$

##### Kupfer in der 1. Messreihe

$$M_{G2} = \frac{3R}{c_G} = \frac{25 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{426,63 \text{ J/kgK}} = \underline{\underline{58,60 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} \quad \text{für } C_{K1}$$

$$M_{G2} = \frac{3R}{c_G} = \frac{25 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{419,71 \text{ J/kgK}} = \underline{\underline{59,56 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} \quad \text{für } C_{K2}$$

### Kupfer in der 2. Messreihe

$$M_{G2} = \frac{3R}{c_G} = \frac{25 \frac{J}{mol \cdot K}}{407,33 J / kgK} = \underline{\underline{61,37 \frac{g}{mol}}} \quad \text{für } C_{K1}$$

$$M_{G2} = \frac{3R}{c_G} = \frac{25 \frac{J}{mol \cdot K}}{401,48 J / kgK} = \underline{\underline{62,27 \frac{g}{mol}}} \quad \text{für } C_{K2}$$

## **5. Messunsicherheiten**

$$\Delta C_{K1} = \left| \frac{\partial C_{K1}}{\partial m_w} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial C_{K1}}{\partial m_k} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial C_{K1}}{\partial \vartheta_w} \right| \Delta \vartheta + \left| \frac{\partial C_{K1}}{\partial \vartheta_m} \right| \Delta \vartheta + \left| \frac{\partial C_{K1}}{\partial \vartheta_k} \right| \Delta \vartheta$$

$$\Delta C_{K1} = 0,04 + 0,04 + 3,28 + 23,19 + 3,73 = \underline{\underline{\pm 30,28 J/K}}$$

$$\Delta C_{K2} = \left| \frac{\partial C_{K2}}{\partial m_w} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial C_{K2}}{\partial m_k} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial C_{K2}}{\partial \vartheta_w} \right| \Delta \vartheta + \left| \frac{\partial C_{K2}}{\partial \vartheta_m} \right| \Delta \vartheta + \left| \frac{\partial C_{K2}}{\partial \vartheta_k} \right| \Delta \vartheta$$

$$\Delta C_{K2} = 0,04 + 0,05 + 4,2 + 80,0 + 3,43 = \underline{\underline{\pm 87,72 J/K}}$$

Fehlerfortpflanzung bei der Bestimmung der Festkörperwärmekapazität:  
Kalter Körper (Kupfer) in warme Flüssigkeit:

$$\Delta C_{G1} = \left| \frac{\partial c_{G1}}{\partial m_w} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial c_{G1}}{\partial m_G} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial c_{G1}}{\partial \vartheta_w} \right| \Delta \vartheta + \left| \frac{\partial c_{G1}}{\partial \vartheta_m} \right| \Delta \vartheta + \left| \frac{\partial c_{G1}}{\partial \vartheta_G} \right| \Delta \vartheta + \left| \frac{\partial c_{G1}}{\partial C_{K1}} \right| \Delta C_{K1}$$

$$\Delta C_{G1} = 13,3 + 9,3 + 0,81 + 0,5 + 1,1 + 0,32 = \underline{\underline{\pm 25,33 J/kgK}}$$

Fehlerfortpflanzung bei der Bestimmung der Festkörperwärmekapazität:  
Warmer Körper (Kupfer) in kalte Flüssigkeit:

$$\Delta C_{G2} = \left| \frac{\partial c_{G2}}{\partial m_w} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial c_{G2}}{\partial m_G} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial c_{G2}}{\partial \vartheta_w} \right| \Delta \vartheta + \left| \frac{\partial c_{G2}}{\partial \vartheta_m} \right| \Delta \vartheta + \left| \frac{\partial c_{G2}}{\partial \vartheta_G} \right| \Delta \vartheta + \left| \frac{\partial c_{G2}}{\partial C_{K1}} \right| \Delta C_{K1}$$

$$\Delta C_{G2} = 11,21 + 9,18 + 11,36 + 10,18 + 0,27 = \underline{\underline{\pm 42,2 J/kgK}}$$

## **6. Zusammenfassung und Diskussion**

Während der Durchführung des Versuches traten mehrere Fehlerkomponenten auf. Die Quelle des größten Fehlers war hierbei die Messung der verschiedenen Temperaturen. Gerade beim Messen der Temperaturen des Wassers mit den Probekörpern entstanden die größten Fehler, da das Thermometer teilweise die Körper berühren konnten und somit die Messergebnisse verfälschte.

Ein Grund für die unterschiedlichen Wärmekapazitäten des Kalorimeters könnte auch die unzureichende Wärmedämmung sein. Ein anderer Fehler entsteht auch durch die Verwendung unterschiedlicher Wassermassen, sowie bei deren Massebestimmung.

Verstärkt wird der Fehler auch bei der Extrapolation der Mischtemperatur, da diese nur Annäherungsweise bestimmt werden kann.

Die zweimalige Ermittlung der spezifischen Wärmekapazität des Kalorimeters ergaben zum einen  $C_{K1} = 96,89 \frac{J}{K}$  und zum anderen  $C_{K2} = 75,08 \frac{J}{K}$

Für die Probekörper ergaben sich  $c_{G1} = 938,74 J/kgK$  für  $C_{K1}$   
 $c_{G1} = 923,45 J/kgK$  für  $C_{K2}$

für Aluminium, und  $c_{G2} = 426,63 J/kgK$  für  $C_{K1}$   
 $c_{G2} = 419,71 J/kgK$  für  $C_{K2}$

$c_{G2} = 407,33 J/kgK$  für  $C_{K1}$   
 $c_{G2} = 401,48 J/kgK$  für  $C_{K2}$

für Kupfer.

Die unterschiedlichen Werte können ebenfalls auf die Extrapolation der Diagramme, sowie auf die Messunsicherheiten bei der Temperaturmessung zurückgeführt werden.

Anschließend wurde aus den Ergebnissen für die spezifische Wärmekapazität die molare Masse der Probekörper bestimmt.

#### Aluminium

$M_{G1} = 26,63 \frac{g}{mol}$  bzw.  $M_{G1} = 27,07 \frac{g}{mol}$

#### Kupfer in der 1. Messreihe

$M_{G2} = 58,60 \frac{g}{mol}$  bzw.  $M_{G2} = 59,56 \frac{g}{mol}$

#### Kupfer in der 2. Messreihe

$M_{G2} = 61,37 \frac{g}{mol}$  bzw.  $M_{G2} = 62,27 \frac{g}{mol}$

## **7. Literatur**

- Heribert Stroppe: „Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften“, Fachbuchverlag Leipzig, S. 137 ff
- [http://www.uni-magdeburg.de/iep/gp12/W\\_04.pdf](http://www.uni-magdeburg.de/iep/gp12/W_04.pdf)