

Physikalisches Praktikum

Protokoll

zu Versuch W4 –
Spezifische Wärmekapazität von Festkörpern

durchgeführt von
Tobias Heidig und René Schneider
am 21.04.2005

Gliederung

1. Aufgabenstellung	3
2. Grundlagen zum Versuch	4
3. Versuchsaufbau	6
4. Messergebnisse	7
5. Messunsicherheiten	11
6. Zusammenfassung und Diskussion	13
7. Literatur	13

1. Aufgabenstellung

Die spezifische Wärmekapazität zweier fester Probekörper ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen.

- 1.1 Die Wärmekapazität eines Kalorimeters ist mindestens zweimal nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist durch Extrapolation aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.
- 1.2 Die spezifische Wärmekapazität zweier Probekörper ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist wieder aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm ermitteln.
- 1.3 Die molare Masse des Probenmaterials ist nach der Regel von Dulong-Petit zu berechnen.

2. Grundlagen zum Versuch

Die Basis für das Durchführen dieses Experiments ist der Begriff der Wärmemenge Q in Joule. Die Wärmemenge ist dabei an den jeweiligen Körper gebunden und kann an andere Körper abgegeben werden. Die Formel für die Wärmemenge, die für eine Temperaturerhöhung eines Körpers von T_1 auf T_2 benötigt wird, lautet wie folgt:

$$Q = cm \Delta T = cm (T_2 - T_1) \quad (1)$$

wobei gilt:

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{Q}{T_2 - T_1} \quad (2)$$

Dabei sind:

Q die Wärmemenge in J

c die spezifische Wärmekapazität in J/K (materialabhängig)

m die Masse des Körpers in kg

T die Temperaturen in K (hier aufgrund der Differenzen auch in °C möglich)

Die in Gleichung (2) vorkommende Größe $C = cm$ in J/K ist die Wärmekapazität des gesamten Körpers. Darunter versteht man, welche Energie für eine bestimmte Temperaturänderung nötig ist. Die Wärmekapazität eines Körpers hängt dabei von seiner Masse und dem Material ab, aus dem er besteht.

Weiterhin gilt:

$$C_m = cM = \frac{cm}{n} \quad (3)$$

Dabei sind:

C_m die molare Wärmekapazität in J/(mol K)

M die molare Masse in mol (materialabhängig)

n die Teilchenanzahl eines Körpers

Um die spezifische Wärmekapazität eines Festkörpers oder einer Flüssigkeit zu bestimmen, verwendet man das in Abschnitt 3 näher erklärte Mischungsverfahren. Aus dem Energieerhaltungssatz

$$Q_{ab} = Q_{Fl} + Q_K \quad (4)$$

folgt die so genannte Kalorimeter-Formel.

Diese lautet dabei:

$$cm(T - T_M) = c_{Fl} m_{Fl}(T_M - T_{Fl}) + C_K(T_M - T_{Fl}) \quad (5)$$

nach der spezifischen Wärmekapazität umgestellt:

$$c = \frac{c_{Fl} m_{Fl} + C_K}{m} \cdot \frac{T_M - T_{Fl}}{T - T_M} \quad (6)$$

Stellt man (5) jedoch nach der Wärmekapazität des Kalorimeters C_K um, so ergibt sich:

$$C_K = cm \frac{T - T_M}{T_M - T_{Fl}} - c_{Fl} m_{Fl} \quad (7)$$

In Aufgabenstellung 1.3 wird gefordert, die molare Masse der Probekörper zu bestimmen. Dafür benötigen wir einen Zusammenhang zwischen der molaren Masse und der spezifischen Wärmekapazität. Dabei spielt die Verteilung der Wärmemenge innerhalb des Körpers eine wesentliche Rolle. Aussagen dazu trifft der Gleichverteilungssatz:

“Die einem Körper zugeführte Wärmeenergie verteilt sich gleichmäßig auf alle Freiheitsgrade seiner Atome oder Moleküle und beträgt je Teilchen und Freiheitsgrad $kT/2$, je Mol und Freiheitsgrad $N_A kT/2 = R_m T/2$.”
(Quelle: [1], Seite 164) (8)

Hierbei sind:

k die Boltzmann-Konstante
 N_A die Avogadro-Konstante
 R_m die molare Gaskonstante

Nach der DULONG-PETITSchen Regel ergibt sich eine Molwärme von

$$(6/2)R_m \approx 25 \text{ J/(mol K)} \quad (9)$$

Aus (3) und (9) folgt weiterhin:

$$M = \frac{3R_m}{c} \quad (10)$$

3. Versuchsaufbau

Um die geforderte Aufgabenstellung lösen zu können, verwenden wir folgenden Versuchsaufbau:

Als Experimentiermittel setzen wir ein:

Kalorimeter, Flüssigkeiten verschiedener Temperaturen, Probekörper aus verschiedenem Material sowie als Messmittel eine Stoppuhr, Waage und ein Thermometer.

Der Versuch selbst wird nach der so genannten Mischungsmethode durchgeführt. Dabei wird ein Stoff unbekannter Wärmekapazität aber bekannter Temperatur in eine Flüssigkeit bekannter Temperatur und Wärmekapazität gemischt. Aus der sich einstellenden Mischungstemperatur kann rechnerisch die unbekannte Wärmekapazität bestimmt werden.

Der ganze Versuch findet, um Beeinflussungen durch die Umgebung weitgehend auszuschließen, in einem Kalorimeter statt. Auch das Kalorimeter hat eine eigene Wärmekapazität, die bei allen Berechnungen berücksichtigt werden muss. Sie muss im Voraus experimentell bestimmt werden (siehe Aufgabenstellung 1.1).

Dazu werden zum Mischen zwei Wassermengen unterschiedlicher Temperatur eingesetzt. Da die spezifische Wärmekapazität von Wasser bekannt ist, kann man daraus nun die Wärmekapazität des Kalorimeters errechnen.

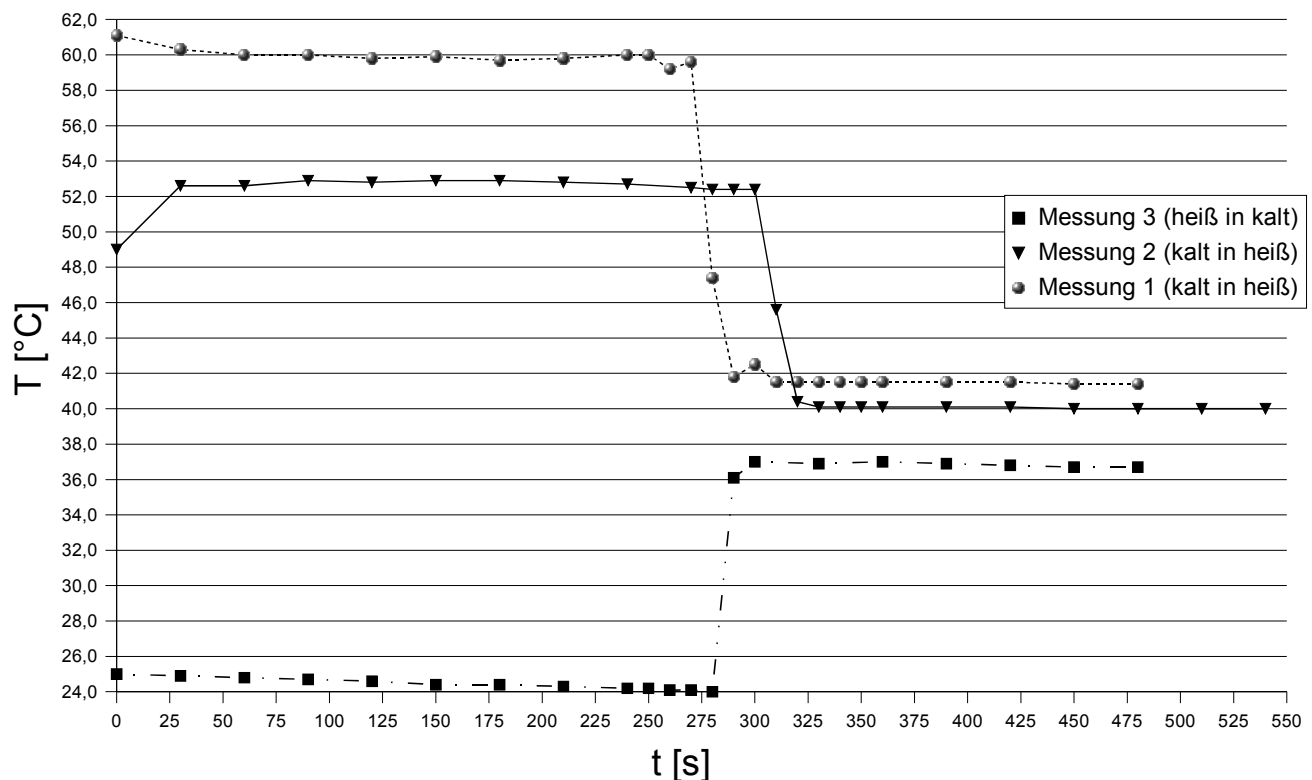
Zum Ablauf:

Zu Beginn wird das Kalorimeter mit Wasser der Masse m_1 gefüllt. Nun wird in regelmäßigen Abständen die Temperatur des Wassers gemessen. Zum Zeitpunkt t_m wird nun eine Wassermenge der Masse m_2 hinzu gegeben. Im Intervall um t_m wird die Frequenz der Temperaturmessungen erhöht. Die gemessenen Werte werden später ausgewertet. Diese Messung wird zweimal durchgeführt.

Nun, da die Wärmekapazität des Kalorimeters bekannt ist, wird versucht, die Wärmekapazitäten unbekannter Probekörper zu bestimmen. Analog zum ersten Experiment wird nun statt einer zweiten Wassermenge der Probekörper bekannter Temperatur hinzu gegeben. Die Messwerte werden wie im ersten Experiment aufgezeichnet und später ausgewertet.

4. Messergebnisse

Wie unter 3. beschrieben, führten wir 3 Messungen zur Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters durch. Bei den ersten beiden Messungen gaben wir kaltes Wasser in das bereits mit heißem Wasser befüllte Kalorimeter. Bei Messung 3 enthielt das Kalorimeter bereits kaltes Wasser, als wir heißes hinzugaben.



(Abb. 1) Messwerte zur Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters

Die Messwerte kann man obigem Diagramm (Abb. 1) entnehmen. Anhand dieser Messungen ergeben sich nach Extrapolation der Kurven folgende Mischungstemperaturen:

Messung 1: $T_{M1}=41,8\text{ }^{\circ}\text{C}$

Messung 2: $T_{M2}=40,1\text{ }^{\circ}\text{C}$

Messung 3: $T_{M3}=37,0\text{ }^{\circ}\text{C}$

Zusammen mit den Daten nachfolgender Tabelle (Tab. 1) ergaben sich nach Formel (7) folgende Wärmekapazitäten des Kalorimeters, die man ebenfalls dieser Tabelle entnehmen kann:

(Tab. 1) weitere Messwerte zur Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters

	weitere Messwerte	Wärmekapazität des Kalorimeters
Messung 1 (kalt in heiß)	$m_H = 190,15 \text{ g}$ $T_H = 59,6 \text{ °C}$ $T_M = 41,8 \text{ °C}$ $m_K = 194,33 \text{ g}$ $T_K = 19,4 \text{ °C}$	$C_K = 230,88 \text{ J/K}$
Messung 2 (kalt in heiß)	$m_H = 235,54 \text{ g}$ $T_H = 52,4 \text{ °C}$ $T_M = 40,1 \text{ °C}$ $m_K = 146,49 \text{ g}$ $T_K = 17,0 \text{ °C}$	$C_K = 165,66 \text{ J/K}$
Messung 3 (heiß in kalt)	$m_H = 193,37 \text{ g}$ $T_H = 57,4 \text{ °C}$ $T_M = 37,0 \text{ °C}$ $m_K = 201,44 \text{ g}$ $T_K = 24,0 \text{ °C}$	$C_K = 426,98 \text{ J/K}$

Dabei bedeuten:

m_H Masse des heißen Wassers
 T_H Temperatur des heißen Wassers
 T_M Mischtemperatur
 m_K Masse des kalten Wassers
 T_K Temperatur des kalten Wassers
 C_K Wärmekapazität des Kalorimeters

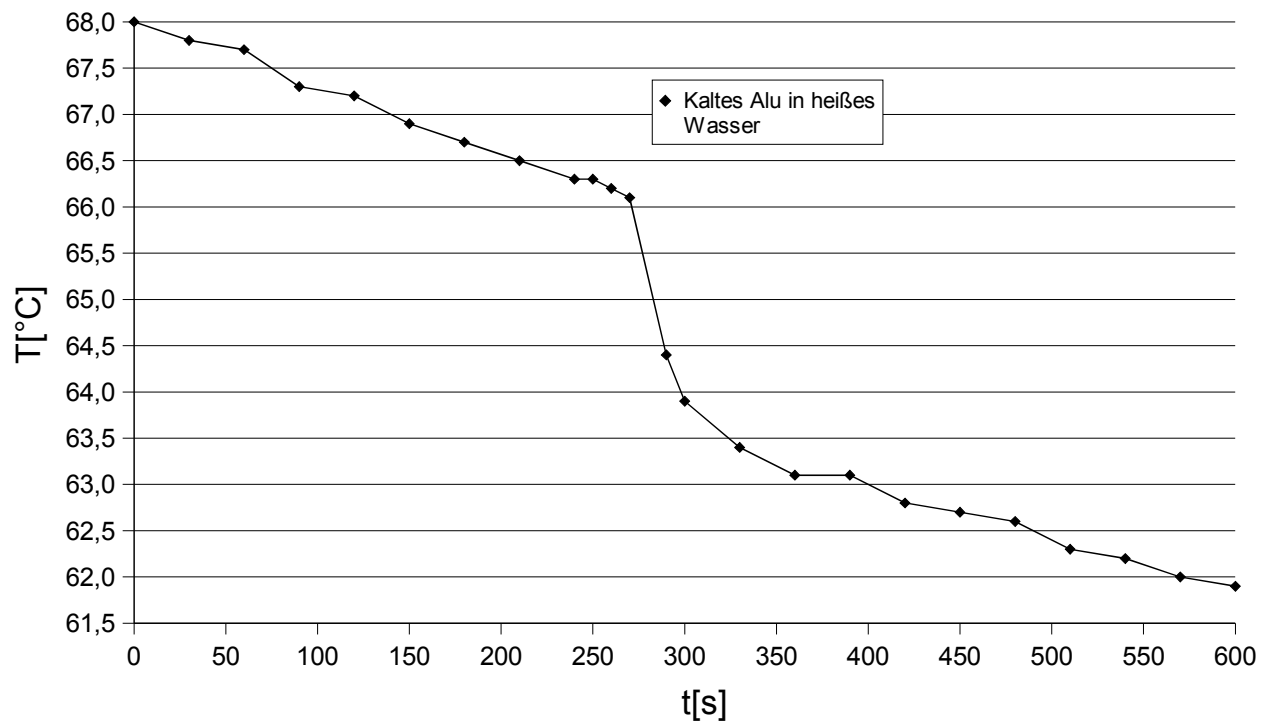
Für unsere weiteren Berechnungen verwendeten wir den arithmetischen Mittelwert dieser Wärmekapazitäten des Kalorimeters, fortan mit C_K bezeichnet. Er beträgt $C_K = 274,51 \text{ J/K}$.

Als nächstes bestimmten wir die spezifischen Wärmekapazitäten zweier Probekörper. Die Vorgehensweise wurde bereits unter 3. beschrieben.

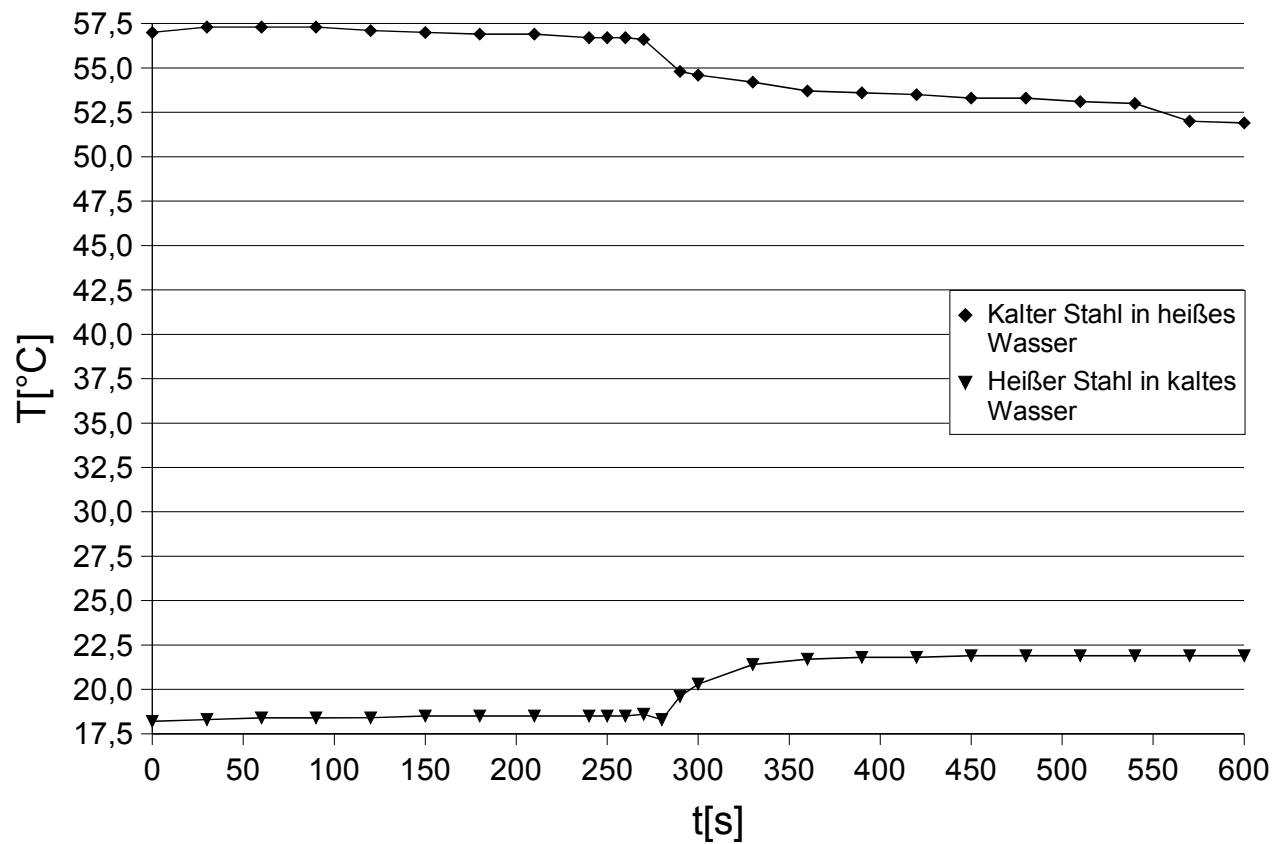
Bei der Bezeichnung der Probekörper greifen wir im Folgenden bereits auf die Auswertung vor – Probekörper 1 wird fortan als Aluminium, Probekörper 2 als Stahl bezeichnet. Zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung konnten wir das natürlich nicht wissen und setzen es dementsprechend bei den Rechnungen nicht voraus, da wir das Material ja erst noch ermitteln wollen.

Auch hier führten wir 3 Messungen durch: Bei Messung 1 gaben wir den kalten Aluminiumprobekörper in heißes Wasser, bei Messung 2 den kalten Stahlprobekörper ebenfalls in heißes Wasser. Für Messung 3 erwärmten wir den Stahlprobekörper und gaben ihn in kaltes Wasser.

Die Ergebnisse der ersten Messung gehen aus Abb. 2, die der anderen Messungen aus Abb. 3 hervor.



(Abb. 2) Messung 1 zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität des ersten Probekörpers



(Abb. 3) Messungen 2 und 3 zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität des zweiten Probekörpers

Aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm extrapolierten wir wiederum die Mischungstemperatur. Diese Temperatur und weitere für die Rechnung wichtigen Messdaten entnimmt man nachfolgender Tabelle (Tab. 2). Dort sind auch die Ergebnisse für die spezifischen Wärmekapazitäten der Probekörper nach einer Rechnung unter Verwendung der Formel (6) aufgeführt.

(Tab. 2) Messwerte zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität der beiden Probekörper

	Messwerte	Spezifische Wärmekapazitäten
Messung 1 (kaltes Aluminium in heißes Wasser)	$m_{\text{FI}} = 346,9 \text{ g}$ $m_{\text{Alu}} = 92,95 \text{ g}$ $T_{\text{M}} = 64,8 \text{ °C}$ $T_{\text{FI}} = 66,0 \text{ °C}$ $T = T_{\text{Alu}} = 18,6 \text{ °C}$	$c_{\text{Alu}} = 0,84 \text{ kJ/(kgK)}$
Messung 2 (kalter Stahl in heißes Wasser)	$m_{\text{FI}} = 340,59 \text{ g}$ $m_{\text{St}} = 243,42 \text{ g}$ $T_{\text{M}} = 54,4 \text{ °C}$ $T_{\text{FI}} = 56,6 \text{ °C}$ $T = T_{\text{St}} = 19,2 \text{ °C}$	$c_{\text{St}} = 0,437 \text{ kJ/(kgK)}$
Messung 3 (heißer Stahl in kaltes Wasser)	$m_{\text{FI}} = 349,1 \text{ g}$ $m_{\text{St}} = 243,42 \text{ g}$ $T_{\text{M}} = 21,7 \text{ °C}$ $T_{\text{FI}} = 18,6 \text{ °C}$ $T = T_{\text{St}} = 64,7 \text{ °C}$	$c_{\text{St}} = 0,514 \text{ kJ/(kgK)}$

Dabei bedeuten:

m_{FI} Masse des Wassers

T_{FI} Temperatur des Wassers

T_{M} Mischtemperatur

$m_{\text{St/Alu}}$ Masse des Probekörpers

$T_{\text{St/Alu}}$ Temperatur des Probekörpers

$c_{\text{St/Alu}}$ Spezifische Wärmekapazität des Probekörpers

Für die nachfolgenden Rechnungen verwendeten wir für Stahl den Mittelwert der gemessenen spezifischen Wärmekapazitäten, er beträgt $c_{\text{St}} = 0,489 \text{ kJ/(kgK)}$.

Abschließend berechneten wir die molare Masse der Probekörper nach der Regel von Dulong-Petit, unter Verwendung von Formel (10).

Damit ergaben sich:

$M_{\text{Alu}} = 29,704 \text{ u}$

$M_{\text{St}} = 51,009 \text{ u}$

5. Messunsicherheiten

Die von uns eingesetzten Messmittel weisen die folgenden Ungenauigkeiten auf:

Digitalwaage: $\Delta m = 10 \text{ mg}$

Digitalthermometer: $\Delta T = 0,2 \text{ K}$

Mit Hilfe der nachfolgend hergeleiteten Formel (12) können die bei der Berechnung der Wärmekapazität des Kalorimeters durch lineare Fehlerfortpflanzung entstandenen Messunsicherheiten berechnet werden:

$$\Delta C_K = \left| \frac{\partial C_K}{\partial m} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial C_K}{\partial m_{Fl}} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial C_K}{\partial T_M} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{\partial C_K}{\partial T} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{\partial C_K}{\partial T_{Fl}} \right| \cdot \Delta T \quad (11)$$

Dabei sind:

m die Masse des hinzu gegebenen Wassers

m_{Fl} die Masse des bereits im Kalorimeter vorhandenen Wassers

T die Temperatur des hinzu gegeben Wassers

T_{Fl} die Temperatur des bereits im Kalorimeter vorhandenen Wassers

T_M die Mischtemperatur

Leitet man nun (11) unter Nutzung von (7) partiell ab, so erhält man:

$$\Delta C_K = \Delta m \left| c \frac{T - T_M}{T_M - T_{Fl}} \right| + \Delta m \cdot c_{Fl} + \Delta T \cdot cm \frac{T_{Fl} - T}{(T_M - T_{Fl})^2} + \Delta T \frac{cm}{T_M - T_{Fl}} + \Delta T \left| \frac{cm}{T_M - T_{Fl}} - cm \frac{T - T_M}{(T_M - T_{Fl})^2} \right| \quad (12)$$

Für die erste Messung ergeben sich somit folgende Messunsicherheiten:

$$\Delta C_{K_1} = 101 \text{ J / K}$$

Für die zweite Messung:

$$\Delta C_{K_2} = 90 \text{ J / K}$$

Sowie für die dritte Messung:

$$\Delta C_{K_3} = 171 \text{ J / K}$$

Als arithmetischer Mittelwert dieser Fehler ergibt sich:

$$\Delta \overline{C_K} = 121 \text{ J / K}$$

Desweiteren kann man mit Formel (14) die durch lineare Fehlerfortpflanzung entstandenen Messunsicherheiten bei der Berechnung der spezifischen Wärmekapazität berechnen.

$$\Delta c = \left| \frac{\partial c}{\partial m} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial c}{\partial m_{Fl}} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial c}{\partial T_M} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{\partial c}{\partial T} \right| \cdot \Delta T + \left| \frac{\partial c}{\partial T_{Fl}} \right| \cdot \Delta T \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Delta c = & \Delta m \left| \frac{c_{Fl}(T_M - T_{Fl})}{m(T - T_M)} \right| + \Delta T \left| \frac{(c_{Fl}m_{Fl} + C_K)(T_M - T_{Fl})}{m^2(T - T_M)} \right| \\ & + \Delta T \left| \frac{(c_{Fl}m_{Fl} + C_K)(T_M - T_{Fl})}{m(T - T_M)^2} + \frac{c_{Fl}m_{Fl} + C_K}{m(T - T_M)} \right| \\ & + \Delta T \left| \frac{c_{Fl}m_{Fl} + C_K}{m(T - T_M)} \right| + \Delta T \left| \frac{(c_{Fl}m_{Fl} + C_K)(T_M - T_{Fl})}{m(T - T_M)^2} \right| \end{aligned} \quad (14)$$

Für die erste Messung (Aluminium) ergeben sich somit folgende Messunsicherheiten:

$$\Delta c_{Alu} = 0,237 \text{ kJ / (kgK)}$$

Für die zweite Messung (Stahl):

$$\Delta c_{St} = 0,123 \text{ kJ / (kgK)}$$

Sowie für die dritte Messung (ebenfalls Stahl):

$$\Delta c_{St} = 0,114 \text{ kJ / (kgK)}$$

Als arithmetischer Mittelwert des Fehlers bei der Berechnung der spezifischen Wärmekapazität von Stahl ergibt sich:

$$\Delta \overline{c}_{St} = 0,119 \text{ kJ / (kgK)}$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass es sich unserer Vermutung nach um die Probekörpermaterialien Aluminium und Stahl handelt, da die aus unseren Messwerten berechneten Wärmekapazitäten mit den tabellarischen Werten dieser Materialien annähernd übereinstimmen.

Bei den Messungen zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität der Probekörper haben wir zwei unterschiedliche Mischungsmethoden angewandt.

Die erste Methode bestand darin, den kalten Probekörper in heißes Wasser zu geben. Der Nachteil dieser Methode liegt im dabei auftretenden Masseverlust und Temperaturverlust des heißen Wassers durch Verdampfen während der Zugabe des Probekörpers.

Aus diesem Grund haben wir bei Methode zwei zu kaltem Wasser den erhitzten Probekörper hinzugegeben. Allerdings tritt auch hierbei ein Wärmeverlust beim Transport des Körpers auf. Bei beiden gewählten Methoden traten Messunsicherheiten bei der Bestimmung der Wassermasse durch Adhäsionskräfte zwischen der Gefäßwand und den Flüssigkeitsmolekülen.

7. Literatur

- [1] Heribert Stroppe: Physik für Studenten der Natur- und Ingenieurwissenschaften, 12. Auflage, München, Wien: Fachbuchverlag Leipzig 2003
- [2] Ernst, Meyer, Schmidt, Schwarz: Formeln und Tabellen, 2. Auflage, Berlin, PAETEC Berlin 2002