

## W 4            Spezifische Wärmekapazität von Festkörpern

### Inhaltsverzeichnis:

1. Aufgabenstellung .....	38
2. Grundlagen .....	39
3. Aufbau .....	41
4. Messergebnisse .....	42
5. Messunsicherheiten .....	48
6. Diskussion .....	49
7. Zusammenfassung .....	49
8. Literatur .....	50

## **1. Aufgabenstellung**

Die spezifische Wärmekapazität zweier fester Probekörper ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen.

- 1.1** Die Wärmekapazität eines Kalorimeters ist mindestens zweimal nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist durch Extrapolation aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.
- 1.2** Die spezifische Wärmekapazität zweier Probekörper ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist wieder aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.
- 1.3** Die molare Masse des Probematerials ist nach der Regel von Dulong-Petit zu errechnen.

## 2. Grundlagen

### Wärmemenge

Wärme ist Energie. Wärme ist stets an einen festen, flüssigen oder gasförmigen Körper gebunden. Die Wärmemenge kann von einem zum anderen Körper übergehen, jedoch immer vom wärmeren zum kälteren Körper.

$$\text{Einheit der Wärmemenge : } [Q] = 1J = 1Ws = 1Nm.$$

Wenn auf einen Körper der Masse  $m$  eine Wärmemenge  $Q$  zugeführt wird, steigt die Temperatur  $T$  proportional zu  $Q$  und umgekehrt proportional zu  $m$  an:

$$\Delta T \sim \frac{1}{m} \cdot Q$$

daraus folgt für die Wärmemenge:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = c \cdot m \cdot (T_2 - T_1)$$

### Wärmekapazität

Unter der Wärmekapazität  $C$  eines Körpers versteht man das Verhältnis der zugeführten Wärmemenge zur erzielten Temperaturerhöhung:

$C = \frac{Q}{\Delta T}$  oder in differentieller Schreibweise  $C = \frac{dQ}{dT}$ , für  $Q = c \cdot m \cdot dT$ , folgt für die Wärmekapazität:

$$C = c \cdot m \quad \begin{array}{l} c - \text{spezifische Wärmekapazität des Stoffes} \\ m - \text{Masse des Körpers} \end{array}$$

$C$  bei nicht homogenen Körper:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \sum c_i \cdot m_i = c_m \cdot m$$

### Molare Wärmekapazität (Molwärme)

$$C_m = c \cdot M = \frac{c \cdot m}{n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{dQ}{dT}; \quad \text{Einheit : } [C_m] = 1J/(mol \cdot K)$$

Bei Gasen muss zwischen der spezifischen Wärmekapazität bzw. Molwärme bei konstantem Volumen ( $C_{mV}$ ) und der bei konstantem Druck ( $C_{mP}$ ) unterschieden werden.

Für die molare Wärmekapazität fester Körper gilt die Dulong-Petit-Regel. Sie besagt, dass bei nicht zu niedrigen Temperaturen  $C_{molar} = 3 \cdot R_m$  unabhängig vom Stoff ist.

$R_m$  ist die universelle Gaskonstante:  $R_m = 8,314 \frac{J}{mol \cdot K}$

### Gleichverteilungssatz

Die einem Körper zugeführte Wärmeenergie verteilt sich gleichmäßig auf alle Freiheitsgrade seiner Atome oder Moleküle und beträgt je Teilchen und Freiheitsgrad  $kT/2$ , je Mol und Freiheitsgrad  $N_A kT/2 = R_m T/2$ .

### Spezifische Wärmekapazität

Den Proportionalitätsfaktor  $c$ , der innerhalb eines Temperaturbereiches konstant ist nennt man spezifische Wärmekapazität eines Stoffes. Sie gibt auch das Verhältnis seiner Wärmekapazität zu seiner Masse an:

$$c = \frac{C}{m}$$

Aus der Beziehung von  $C$  folgt für

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

Zahlenmäßig gibt  $c$  diejenige Wärmemenge  $Q$  an, die erforderlich ist um 1 kg des Stoffes um 1 K zu erwärmen.

SI-Einheit der spezifischen Wärmekapazität:  $[c] = \frac{J}{kg \cdot K}$

Bei Stoffgemischen ergibt sich die spezifische Wärmekapazität nicht als arithmetischer Mittelwert. Die Massenanteile der einzelnen Stoffe muß berücksichtigt werden;

$$c_m = \frac{c_1 m_1 + c_2 m_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

### Kalorimetrie

Sie dient zur Bestimmung von spezifischen Wärmekapazitäten von festen oder flüssigen Körpern. Dieses geschieht entweder durch Eintauchen eines festen Körpers oder durch Hinzugießen einer Flüssigkeit der Masse  $m$ , wobei die unbekannte Wärmekapazität  $c$  und die Temperatur  $\vartheta$  durch die Flüssigkeit mit bekannter Wärmekapazität  $c_{Fl}$  der Temperatur  $\vartheta_{Fl} < \vartheta$  bestimmt werden. Durch die bekannte Wärmekapazität  $C_K$  des Kalorimeters und der erhaltenen Mischungstemperatur  $\vartheta_M$  kann die spezifische Wärmekapazität mittels Energieerhaltungssatzes bestimmt werden. Hierbei entspricht die abgegebene Wärmeenergie des Körpers der aufgenommenen Wärmeenergien des Kalorimeters und der Flüssigkeit:

$$c \cdot m \cdot (\vartheta - \vartheta_M) = c_{Fl} \cdot m_{Fl} \cdot (\vartheta_M - \vartheta_{Fl}) + C_K \cdot (\vartheta_M - \vartheta_{Fl}),$$

$$c = \frac{c_{Fl} \cdot m_{Fl} + C_K}{m} \cdot \frac{\vartheta_M - \vartheta_{Fl}}{\vartheta - \vartheta_M} \quad (\text{Kalorimeter – Formel})$$

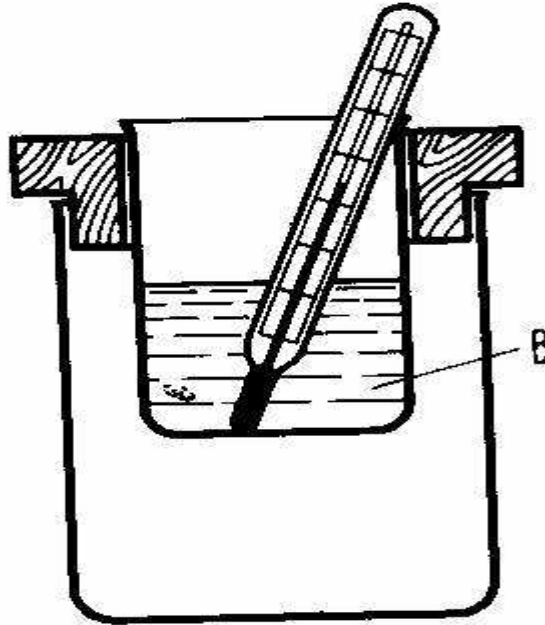
Diese Gleichung gilt aber nur, wenn die Mischung unter einem konstanten Druck abläuft, also isobarer Prozess und keine Aggregatzustandsänderung eintritt.

## 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Die Änderung der inneren Energie entspricht der Summe aus der zugeführten Arbeit  $W$  und der zugeführten Wärmemenge  $Q$ :

$$\Delta U = Q + W$$

## 3. Aufbau



Erklärung: B...Kalorimeterflüssigkeit

### Durchführung:

Als erstes bestimmt man die Gesamtmasse an Wasser, die in das Kalorimeter passen. Dann beginnt man mit der ersten Messung zur Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters. Man erwärmt ca. 280g Wasser auf ca. 50°C. Dieses Wasser wird nach dem Erreichen der Temperatur in das Kalorimetergefäß gegeben. Anschließend misst man 5 Minuten lang alle 30 Sekunden die Temperatur. Dann wird das kalte Wasser (Zimmertemperatur) dazu gegossen. Bis sich die Temperatur eingeepegelt hat, wird das Zeitintervall der Messung auf ca. 10 Sekunden verkürzt. Danach wird wieder alle 30 Sekunden die Temperatur gemessen. Das selbe wird analog für die zweite Messreihe durchgeführt. Der einzige Unterschied besteht darin, dass jetzt erst die 280g kaltes Wasser und anschließend 50g des 50°C heißen Wassers in das Kalorimeter gefüllt werden. Zur Ermittlung der spezifischen Wärmekapazität von einem Probekörper muß als erstes das Volumen bestimmt werden. Anschließend berechnet man das verbleibende Volumen für das Wasser. Das Wasser wird wieder auf ca. 50°C erhitzt und in das Kalorimeter gegeben. Der weitere Ablauf entspricht den der vorhergehenden Messreihen. Bis auf das jetzt, statt kaltem Wasser, ein starrer Körper vollständig in das heiße Wasser eingetaucht wird.

#### 4. Messergebnisse

Für die Ermittlung der Wärmekapazität des Kalorimeters:

1. Messung:




2. Messung:




3. Messung:




Masse des warmen Wassers:.....

Temperatur des warmen Wassers:.....

Masse des kalten Wassers:.....

Temperatur des kalten Wassers:.....

Für die Ermittlung der spezifischen Wärmekapazität zweier Probekörper:

1. Probekörper:



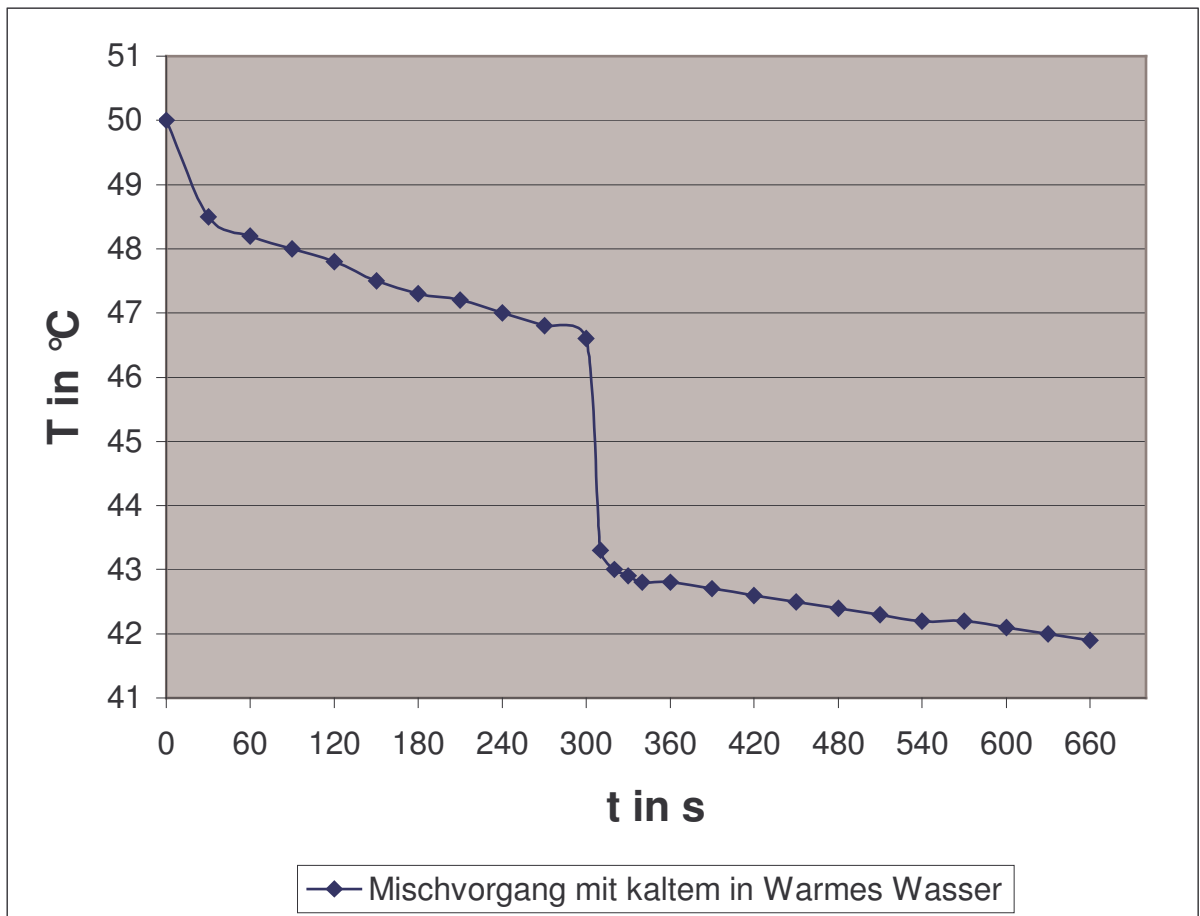

Masse des 1. Probekörpers:.....

2. Probekörper:




Masse des 2. Probekörpers:.....

### Mischvorgang mit kaltem in warmes Wasser



Die graphische Bestimmung der Mischtemperatur durch Extrapolation ergibt

$$\vartheta_{M_1} = 42,94^{\circ}\text{C}$$

Die obere gemessene Temperatur nach Extrapolation ergibt

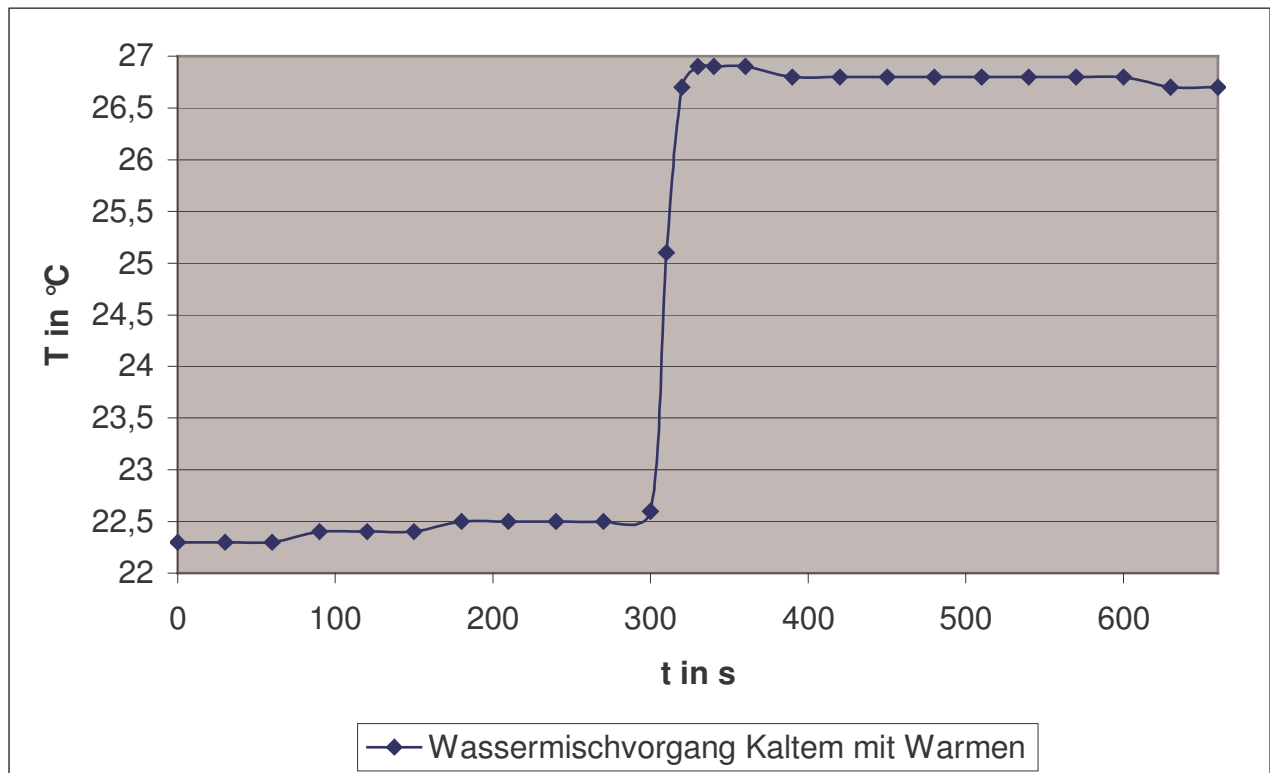
$$\vartheta_W = 46,36^{\circ}\text{C}$$

Die daraus resultierende Wärmekapazität des Kalorimeters beträgt mit der Formel:

$$C_{K_1} = \frac{m_K \cdot c_{Fl} \cdot (\vartheta_{M_1} - \vartheta_K) - m_W \cdot c_{Fl} \cdot (\vartheta_W - \vartheta_{M_1})}{\vartheta_W - \vartheta_{M_1}}$$

$$\underline{\underline{C_{K_1} = 92,68 \text{ J/K}}}$$

### Mischvorgang mit warmen in kaltes Wasser



Die graphische Bestimmung der Mischtemperatur durch Extrapolation ergibt

$$\vartheta_{M_2} = 26,88^{\circ}\text{C}$$

Die untere gemessene Temperatur durch Extrapolation ergibt

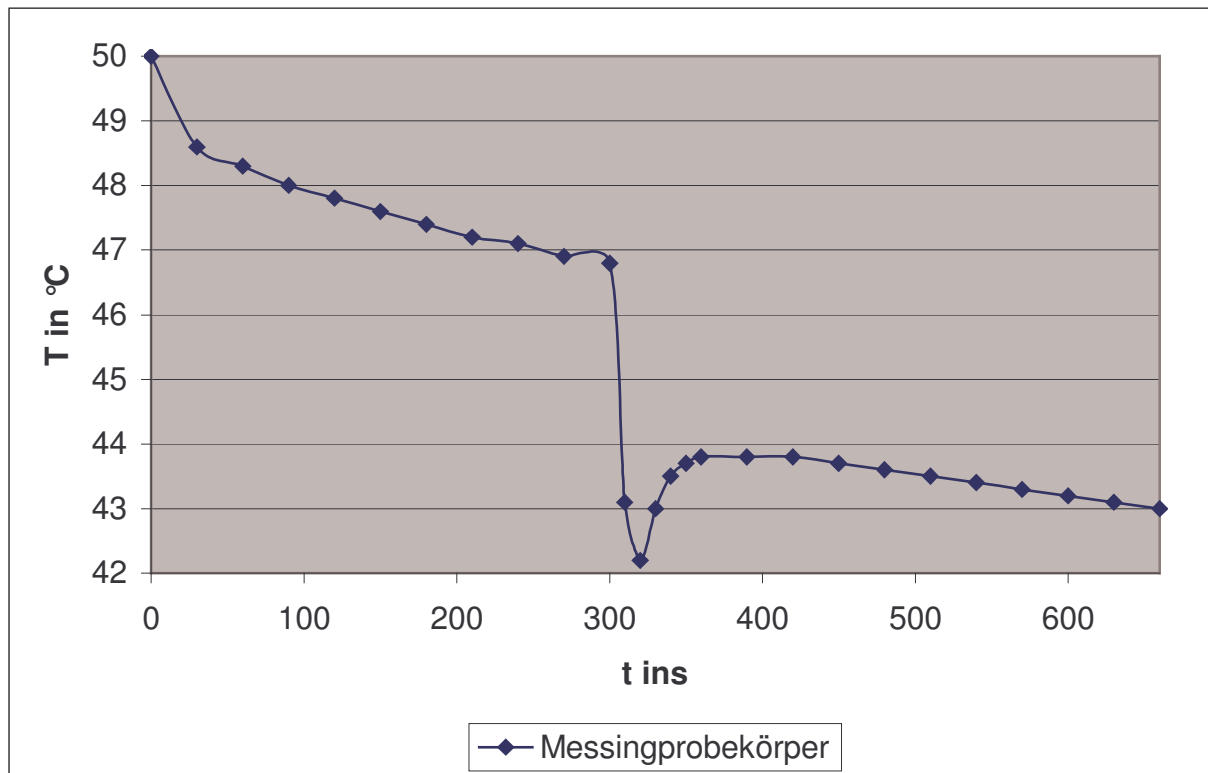
$$\vartheta_K = 22,58^{\circ}\text{C}$$

Die daraus resultierende Wärmekapazität des Kalorimeters beträgt mit der Formel:

$$C_{K_2} = \frac{m_K \cdot c_{Fl} \cdot (\vartheta_{M_2} - \vartheta_K) - m_W \cdot c_{Fl} \cdot (\vartheta_W - \vartheta_{M_2})}{\vartheta_{M_2} - \vartheta_K}$$

$$\underline{\underline{C_{K_2} = 46,4 \frac{\text{J}}{\text{K}}}}$$

### Messung mit dem 1. Probekörper:



Die graphische Bestimmung der oberen und unteren Temperaturen durch Extrapolation ergibt

$$\vartheta_{M_{PROBE1}} = 44,2^{\circ}\text{C}$$

$$\vartheta_W = 46,8^{\circ}\text{C}$$

### Ermittlung der spezifischen Wärmekapazität des 1. Probekörpers

1. Probekörper: (wahrscheinlich Messing)

Wir berechnen die spezifische Wärmekapazität anhand der 2 unterschiedlich ermittelten Wärmekapazitäten des Kalorimeters:

$$c_{11} = 0,36 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

$$c_{12} = 0,35 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

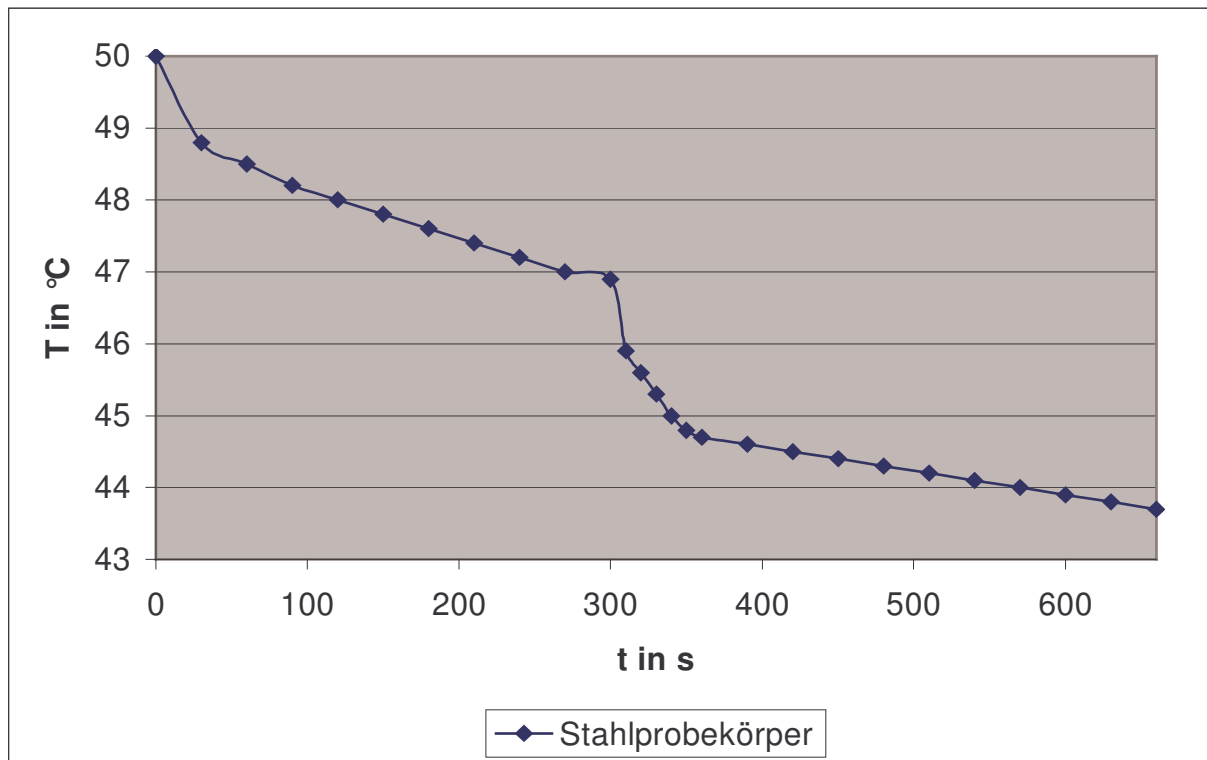
### Berechnung der molaren Masse des 1. Probekörpers

Nach Dulong-Petit-Regel: Molwärme  $C_{m_i} = 3 \cdot R_m \approx 25 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$

Mit  $c = \frac{C_m}{M}$  folgt:  $M_{11} = 69,44 \text{ g/mol}$

$$M_{12} = 71,42 \text{ g/mol}$$

### Messung mit dem 2. Probekörper



Die graphische Bestimmung der oberen und unteren Temperatur durch Extrapolation ergibt

$$\vartheta_{M_{PROBE2}} = 44,8^{\circ}C$$

$$\vartheta_W = 46,75^{\circ}C$$

### Ermittlung der spezifischen Wärmekapazität des 2. Probekörpers

2. Probekörper: (wahrscheinlich Stahl)

Wir berechnen die spezifische Wärmekapazität anhand der 2 unterschiedlich ermittelten Wärmekapazitäten des Kalorimeters:

$$c_{21} = 0,49 \text{ kJ/kg} \cdot K$$

$$c_{22} = 0,44 \text{ kJ/kg} \cdot K$$

### Berechnung der molaren Masse des 2. Probekörpers

Nach Dulong-Petit-Regel: Molwärme  $C_{m_2} = 3 \cdot R_m \approx 25 \text{ J/mol} \cdot K$

Mit  $C_{m_2} = \frac{c}{M}$  folgt:  $M_{21} = 50,92 \text{ g/mol}$

$$M_{22} = 56,82 \text{ g/mol}$$

## 5. Fehlerbetrachtung

Elektronische Präzisionswaage:

$$u_m = \pm 0,02 \text{ g}$$

Digitalthermometer:

$$u_v = \pm 0,3 \text{ K}$$

**Fehlerfortpflanzung:**

Wärmekapazität des Kalorimeters:

$$u_{C_K} = \pm \left[ \left| \frac{\partial C}{\partial m_1} \right| \cdot u_m + \left| \frac{\partial C}{\partial m_2} \right| \cdot u_m + \left| \frac{\partial C}{\partial \vartheta_1} \right| \cdot u_{\vartheta} + \left| \frac{\partial C}{\partial \vartheta_2} \right| \cdot u_{\vartheta} + \left| \frac{\partial C}{\partial \vartheta_m} \right| \cdot u_{\vartheta} \right]$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{u_{C_K} = \pm 28,7 \text{ J/K}}}$$

spezifische Wärmekapazität der Probekörper:

$$u_c = \pm \left[ \left| \frac{\partial c}{\partial m_{Fl}} \right| \cdot u_m + \left| \frac{\partial c}{\partial m} \right| \cdot u_m + \left| \frac{\partial c}{\partial \vartheta_m} \right| \cdot u_{\vartheta} + \left| \frac{\partial c}{\partial \vartheta_{Fl}} \right| \cdot u_{\vartheta} + \left| \frac{\partial c}{\partial \vartheta} \right| \cdot u_{\vartheta} \right]$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{u_c = \pm 0,06 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}}}$$

molare Masse der Probekörper:

$$u_{mol} = \pm \left[ \left| \frac{\partial M}{\partial c} \right| \cdot u_c \right]$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{u_{mol} = \pm 6,25 \text{ g/mol}}}$$

## 6. Diskussion

Bei der Durchführung unseres Versuches traten verschiedene Fehlerkomponenten auf. Die Wägung der Wassermengen war zwar nicht das Problem, denn diese Fehlerkomponente hat noch den geringsten Anteil bei der Fehlerfortpflanzung. Aber wenn wir die Wassermengen in das Kalorimeter umschütten, bleiben immer ein paar Tropfen zurück. Die Temperaturmessung war deshalb etwas schwierig, weil man beim Erwärmen des Wassers nicht immer den Zeitpunkt der vorgegebenen Temperatur abpassen konnte. Außerdem trat bei der Messung mit dem Messingprobekörpers eine Messwertverfälschung auf. Diese wurde beim Hineinlegen des Messingzylinders verursacht. Das Thermometer lag bei genau vier Werten auf dem Probekörper auf. Die graphische Ermittlung der Mischtemperatur mit Extrapolation war schwer, da der Kurvenverlauf direkt nach dem Mischen sehr steil nach unten ging. Da kam auch die größte Messwertabweichung her. Für die Probekörper bleibt nur noch folgendes zu sagen. Wir vermuten, dass der 1. Probekörper entweder aus Messing oder aus Kupfer besteht, da deren spezifischen Wärmekapazitäten eng beieinander liegen und mit unseren ermittelten Messwerten ungefähr übereinstimmen. Der 2. Probekörper ist wahrscheinlich aus Stahl. Die aus den Tabellenbüchern genommenen spezifischen Wärmekapazität stimmen ziemlich genau mit unserer berechneten spezifischen Wärmekapazität überein.

## 7. Zusammenfassung

### Wärmekapazität des Kalorimeters

1. Messung:

$$C_{K_1} = 92,68 \frac{J}{K} \pm 28,7 \frac{J}{K}$$

2. Messung:

$$C_{K_2} = 46,4 \frac{J}{K} \pm 28,7 \frac{J}{K}$$

### spezifische Wärmekapazität der Probekörper

1. Probekörper:

$$c_{11} = 0,36 \frac{kJ}{kg \cdot K} \pm 0,06 \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

$$c_{12} = 0,35 \frac{kJ}{kg \cdot K} \pm 0,06 \frac{kJ}{kg \cdot K}$$

2. Probekörper:

$$c_{21} = 0,49 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{K} \pm 0,06 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{K}$$

$$c_{22} = 0,44 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{K} \pm 0,06 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{K}$$

### Berechnung der molaren Masse der Probekörper

1. Probekörper:

$$M_{11} = 69,44 \text{ g} / \text{mol} \pm 6,25 \text{ g} / \text{mol}$$

$$M_{12} = 71,42 \text{ g} / \text{mol} \pm 6,25 \text{ g} / \text{mol}$$

2. Probekörper:

$$M_{21} = 50,92 \text{ g} / \text{mol} \pm 6,25 \text{ g} / \text{mol}$$

$$M_{22} = 56,82 \text{ g} / \text{mol} \pm 6,25 \text{ g} / \text{mol}$$

## 8. Literatur

- |              |  |
|--------------|--|
| Ilberg, W.   | Physikalisches Praktikum   |
| Kröttsch, M. | B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Stuttgart, Leipzig             |
| Geschke, D.  | 10. Auflage 1994, S. 121-124                                     |
| Walcher, W.  | Praktikum der Physik   |
|              | B. G. Teubner Stuttgart  |
|              | 7. Auflage 1994, S. 105-112                                      |
| Becker, J.   | Physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler und Ingenieure |
| Jodl, H.-J.  | VDI-Verlag GmbH Düsseldorf                                       |
|              | 1. Auflage 1991, S. 56-60  |
| Stroppe, H.  | Physik   |
|              | Fachbuchverlag Leipzig, Köln                                     |
|              | 9. Auflage 1992, S. 142-143                                      |