**Otto-von-Guericke-Universität-Magdeburg**
Institut für Automatisierungstechnik

# Praktikum
# Analoger Regelkreis

Datum: 7.11.06
Gruppe: G3 STK-03-A

Martin Braunschweig
Andreas Bück
Boris Bensmann
Katharina Holstein

Betreuer: Dr.Ing. I. Disli-Uslu

## 1. Versuchsvorbereitung

**1.)** Grundregelkreis mit Störung am Ausgang

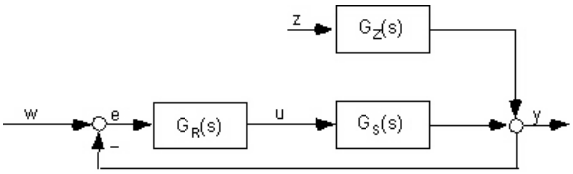



Abbildung 1: Grundregelkreis mit Störung am Ausgang

Fürungsübertragungsfunktion: $Y(s) = \frac{G_S(s)G_R(s)}{1+G_S(s)G_R(s)}W(s)$

Störübertragungsfunktion: $Y(s) = \frac{G_Z(s)}{1+G_S(s)G_R(s)}Z(s)$

Stellübertragungsfunktion: $U(s) = \frac{G_R(s)}{1+G_S(s)G_R(s)}W(s) - \frac{G_Z(s)G_R(s)}{1+G_S(s)G_R(s)}Z(s)$

**2.)** Möglichkeiten der Modellbildung

· theoretische Modellbildung

- Bildung des mathematischen Modells unter Verwendung technischer Daten, physikalischer Grundgesetze und sich abspielender Elementarvorgänge.
- Grundlage: Zustandsmodelle
- Beurteilung: hoher Aufwand, Struktur der Übertragungsbedingung vorhanden → interpretierbar, aber Zusammenhang der einzelnen Parameter unsicher

· experimentelle Modellbildung

- Messung der Systemein- und ausgangsgrößen (Testsignal zur Erregung des Systems über dessen gesamten Frequenzbereich)
- Grundlage: Ein-/Ausgangsmodelle
- Beurteilung: vereinfachtes Modell, geringer Aufwand, jedoch kein Zusammenhang der Parameter/einzelnen Zahlenwerte vorhanden und keine eindeutige innere Struktur

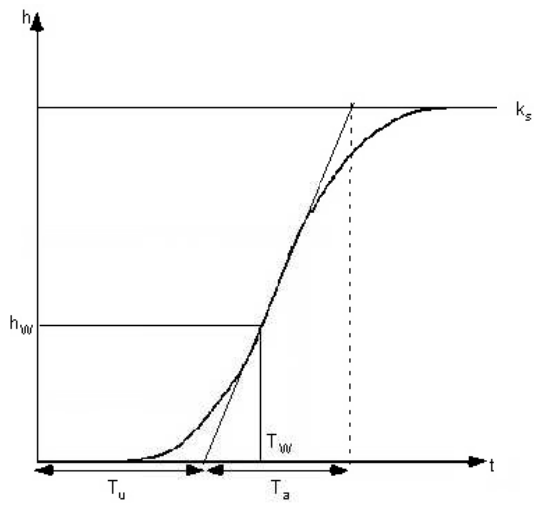
**3.)** Identifikation von Systemen höherer Ordnung

- Bestimmung der Ein-/Ausgangsgrößen
- Testsignal (Sprungfunktion) aufgeben
- Auswertung der Antwort durch Approximation mittels parametrischer Modelle

**a.)** Wendetangentenverfahren

- Einzeichnen der Wendetangente im Wendepunkt der Sprungantwortfunktion
- Schnittpunkt der Tangente mit x-Achse: Verzugszeit $T_u$
- Schnittpunkt der Tangente mit stationärer Endwert-Geraden: Verzugszeit $T_a$
- aus Verhältnis $T_a/T_u$ Ordnung des Systems bestimmen und daraus Zeitkonstanten mittels Tabelle [1]:

$$\rightarrow G(s) = \frac{k_s}{(1+Ts)^n}$$



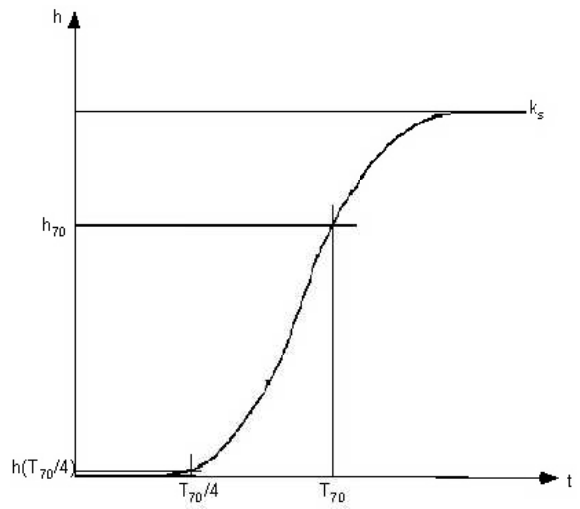

**b.)** Verfahren von Strejc

- Bestimmung von $h_{70}$ und Ablesen von $T_{70}$
- Berechnung und Einzeichnen von $T_{70}/4$, daraus $h(T_{70}/4)$ eintragen
- mittels Tabellen ein $\alpha$ bestimmbar:

$$T_1 = \frac{\alpha}{T}, \quad T_2 = T, \quad T_3 = \alpha T$$

$$\text{mit } T = \frac{T_{70}}{(\alpha^{-1} + 1 + \alpha) \cdot 1.2}$$

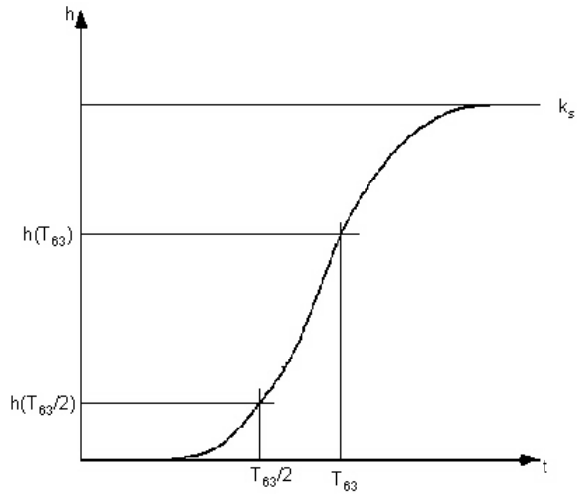
$$\rightarrow G(s) = \frac{k_s}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)(1+T_3 s)}$$




**c.)** Verfahren von Radtke

- Bestimmung von $h_{63}$ und Ablesen von $T_{63}$
- Berechnung von $T_{63}/2 \rightarrow$ einzeichnen von $h(T_{63}/2)$
- aus Tabellen Ordnung des Systems und T bestimmen mittels Verhältnis $h_{63}/h(T_{63}/2)$

$$\rightarrow G(s) = \frac{1}{\prod_{i=1}^{n}(1 + \frac{T}{i}s)}$$



**4.)** Lineare Reglerentwurfsverfahren

**a.)** Entwurfsverfahren von Ziegler/Nichols

- im Experiment den Regelkreis mit P-Regler betreiben
- bis an die Stabilitätsgrenze fahren
- $T_{krit}$ bestimmen und mittels Tabellen den Regler auslegen:

| | | |
|---|---|---|
| P-Regler: | $G_R(s) = K_r$ | $K_r = 0.5 \cdot K_{krit}$ |
| PI-Regler: | $G_R(s) = K_I(a + \frac{1}{T_n s})$ | $K_r = 0.45 \cdot K_{krit}$ |
| | | $T_n = 0.85 \cdot T_{krit}$ |
| PID-Regler: | $G_R(s) = K_I(a + \frac{1}{T_n s} + T_v s)$ | $K_r = 0.6 \cdot K_{krit}$ |
| | | $T_n = 0.5 \cdot T_{krit}$ |
| | | $T_v = 0.125 \cdot T_{krit}$ |

- sollte die Übergangsfunktion bekannt sein, so werden $T_u$, $T_a$ und $k_s$ bestimmt

| | | |
|---|---|---|
| P-Regler: | $K_r = \frac{T_a}{K_s T_u}$ | |
| PI-Regler: | $K_r = \frac{0.9 \cdot T_a}{K_s T_u}$ | $T_n = 3.33 \cdot T_u$ |
| PID-Regler: | $K_r = \frac{1.2 \cdot T_a}{K_s T_u}$ | $T_n = 2 \cdot T_u$ |
| | | $T_v = 0.5 \cdot T_u$ |

Entwurfsverfahren nach Oppelt

- aus der Übergangsfunktion werden $T_a$, $T_u$ und $K_s$ bestimmt und mit Hilfe der folgenden Tabelle wird der Regler ausgelegt:

| | | |
|---|---|---|
| P-Regler: | $\frac{K_r K_s T_a}{T_a/T_u} = 1$ | |
| PI-Regler: | $\frac{K_r K_s T_a}{T_a/T_u} = 0.8$ | $T_n = 3 \cdot T_u$ |
| PD-Regler: | $\frac{K_r K_s T_a}{T_a/T_u} = 1.2$ | $T_v = 0.25 \cdot T_u$ |
| PID-Regler: | $\frac{K_r K_s T_a}{T_a/T_u} = 1.2$ | $T_n = 2 \cdot T_u$ |
| | | $T_v = 0.42 \cdot T_u$ |

**b.)** Entwurf eines $PI$-Reglers durch Kompensation einer $IT_1$-Kette

- um eine $IT_1$-Kette mit einem $PI$-Regler zu erhalten: $PT_2$-Strecke benötigt

$$G_{PI} = \frac{K_I}{s}(1 + T_n s) \qquad G_s = \frac{K_s}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$$

$$\rightarrow G_0 = \frac{K_s K_I (1 + T_n s)}{s(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$$

- Wahl von $T_n$ so, dass größte Zeitkonstante kompensiert wird: $T_1 > T_2 \quad \rightarrow \quad T_n = T_1$

$$\rightarrow G_o = \frac{K_s K_I}{s(1 + T_2 s)}$$

- Überschwingweite und Dämpfung hängen nur vom Verhältnis $T$ und $K_s K_I = K$ ab: $K = 1/T$ mit $T/T_2 = a$

$$\rightarrow \quad G_0 = \frac{1}{aT_2 s + aT_2^2 s^2}$$

- für Stabilität: Nenner des geschlossenen Kreises maßgeblich

$$1 + aT_2 s + aT_2^2 s^2 = 1 + 2DT_0 s + T_0^2 s^2$$
$$aT^2 = T_0^2 \qquad T_0 = \sqrt{a} T_2 \quad \text{und} \quad D = \sqrt{a}/2$$

- wenn $D$ bekannt, so folgt $a$ und somit $T$ und $K_I$

**5.)** Festwertregelung

- Führungsgröße wird fest vorgegeben (Nullniveau wählen: $w = 0$)
- Aufgabe des Regelkreises besteht somit im Ausregeln der Störung
- aus Experiment: Bestimmung von $K_{krit}$ und $T_{krit}$
- aus der Übergangsfunktion: Bestimmung von $T_a$, $T_u$ und $K_s$
- Gütekriterien: eine charakteristische Dämpfung, die Überschwingweite, die Verzugszeit $T_u$ und die Anstiegszeit $T_a$, sowie die Steigung der Wendetangente $K_s/T_a$

## 2. Versuchsdurchfürung

**1.)** Aufnahme der Sprungantwort

- Aufgabe eines Sprunges auf das System
- Messung der Sprungantwort
- Einzeichnen der einzelnen Werte für Radtke und Strejc (siehe Aufgabe 3.)

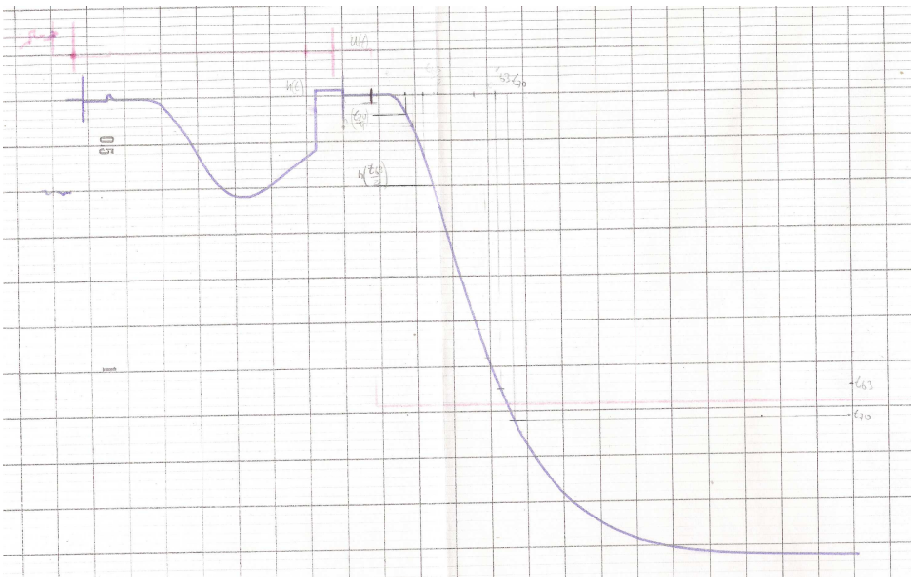


Abbildung 2: Sprungantwort

- Ablesen der Werte nach dem Verfahren von Radtke (Normierung auf Sprunghöhe= 1.29, Normierung auf Zeit: Vorschub:$6cm/min$)

| | | | |
|---|---|---|---|
| $h(\infty)$ | $= 12.9cm$ | $= 10.32$ Kästchen | $= 1.29$ (normiert) |
| $h_{63}$ | $= 8.127cm$ | $= 6.5$ | $= 0.813$ |
| $T_{63}$ | $= 3.4cm$ | $= 3.4$ | $= 34s$ |
| $T_{63/2}$ | $= 1.7cm$ | $= 1.7$ | $= 17s$ |
| $h_{T_{63/2}}$ | $= 2.5cm$ | $= 2$ | $= 0.25$ |

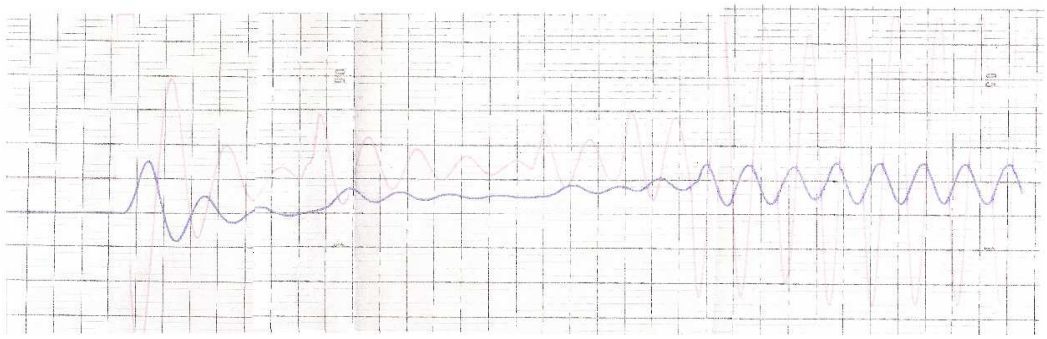
- Bestimmung des Übertragungsfunktion $G(s)$
- mittels Tabelle [1]: Ordnung $n = 3$

$$T = 0.552 \cdot T_63 = 18.769s$$

$$G(s) = \frac{1.29}{(1 + 18.77s)(1 + 9.38s)(1 + 6.25s)}$$

**2.)** Bestimmung der Werte für den $PI$-Regler nach Ziegler Nichols

- Erhöhung des $K$'s bis zur Stabilitätsgrenze



- Wahl des $K$'s: $K_1 = 3.5$, $K_2 = 5$, $K_3 = 6$, $K_4 = 7$ und schließlich $K_5 = 7.5 = K_{krit}$
- bei $K_5$ befindet sich der Regelkreis an der Stabilitätsgrenze und schwingt mit konstanter Amplitude
- Schwingungsdauer: $1.55cm = 1.5$Kästchen, dies entspricht bei einem Vorschub von $3cm/min$ einem $T_{krit} = 31s$
- Entwurf des $PI$-Reglers:

$$K_R = 0.45 \cdot K_{krit} = 3.375 \qquad T_n = 0.85 \cdot T_krit = 26.35s$$

**3.)** Analytische Berechnung von $K_{Pkrit}$ und $T_{krit}$

$$G_0(j\omega) = -1$$

$$K_s K_r = j\omega^3 T_1 T_2 T_3 - j\omega(T_1 + T_2 + T_3) + \omega^2 \left[(T_1 + T_2)T_3 + T_1 T_2\right] - 1$$

- Imaginärteil der Gleichung zu Null setzen:

$$\Im\left\{G_0(j\omega_k)\right\} = 0$$

$$j\omega\left(T_1 T_2 T_3 \omega_k^2 - (T_1 + T_2 + T_3)\right) = 0$$

$$\rightarrow \quad \omega_k = \sqrt{\frac{T_1 + T_2 + T_3}{T_1 T_2 T_3}} = 0.177$$

$$T_{krit} = \frac{2\pi}{w_k} = 35.54s$$

$$K_{krit} = \left[\frac{T_1 + T_2 + T_3}{T_1 T_2 T_3}\left[(T_1 + T_2)T_3 + T_1 T_2\right] - 1\right] / K_s = 7.76$$

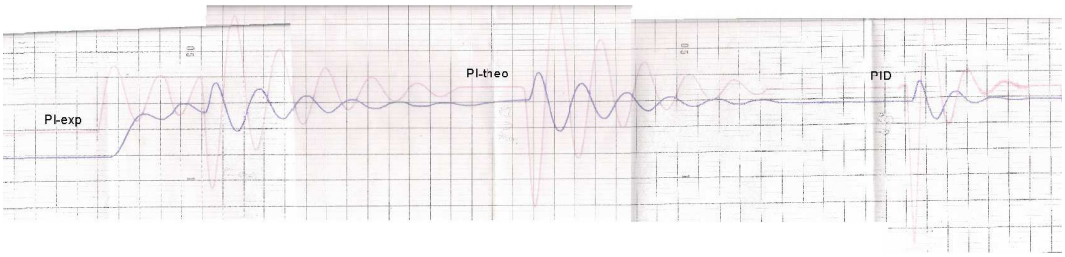
- Berechnung der Parameter für einen $PI$-Regler nach Ziegler/Nichols:

$$K_R = 0.45 \cdot K_{krit} = 3.492 \qquad T_R = 0.85 \cdot T_{krit} = 30.02s$$

- Berechnung der Parameter für eine $PID$-Regler (versuchsweise ebenfalls gewählt):

$$K_R = 0.6K_{krit} = 4.656, \;\; T_n = 0.5T_{krit} = 15.01s, \;\; T_v = 0.125T_{krit} = 3.75s$$

**4.)** Testen der experimentellen und analytischen Ergebnisse




- Die gewonnenen Werte für den entworfenen $PI$-Regler waren annähernd identisch. Somit ist auch der Verlauf der Störausregelung nahezu identisch.
- Aufschalten eines $D$-Anteils auf den Regler brachte nochmals eine Verbesserung der Störausregelung. Die Amplitude war zwar höher, jedoch wurde die eingestellte Temperatur nach sehr kurzer Zeit wieder erreicht.
- Der Versuch, den $PID$-Regler mit ausgeschaltetem $D$-Anteil zu betreiben, schlug leider fehl. Das System war nicht mehr stabil und schwang stark über.

## Literatur


[1] Reinisch, K.: *Analyse und Synthese kontinuierlicher Steuerungssysteme*, Verl. Technik 1979

[2] Lutz, H., Wendt, W.: *Taschenbuch der Regelungstechnik*, Verl. Harri Deutsch 2005

[3] Lunze, J.: *Regelungstechnik 2*, Springer Verlag 1997