

7. Übung

„Theoriefragen zur Prozessoptimierung“

Aufgabe 1: Sukzessive Variation der Variablen

In der folgenden Abbildung ist der Verlauf des Verfahrens der sukzessiven Variation der Variablen am Beispiel der Himmelblau-Funktion zu sehen. Als unterlagerte Liniensuche wurde hier das Newton-Raphson Verfahren verwendet. Die Abbruchkriterien waren hierbei: $\|F_x\| < \varepsilon$.

Gegen welchen Punkt (weiß) ist das Verfahren (ausgehend vom gelben Startpunkt) konvergiert, und wie ist dieses Verhalten zu erklären? Nennen Sie einen weiteren Algorithmus zur Liniensuche, bei dem dieses Verhalten nicht aufgetreten wäre, und begründen Sie ihre Antwort!

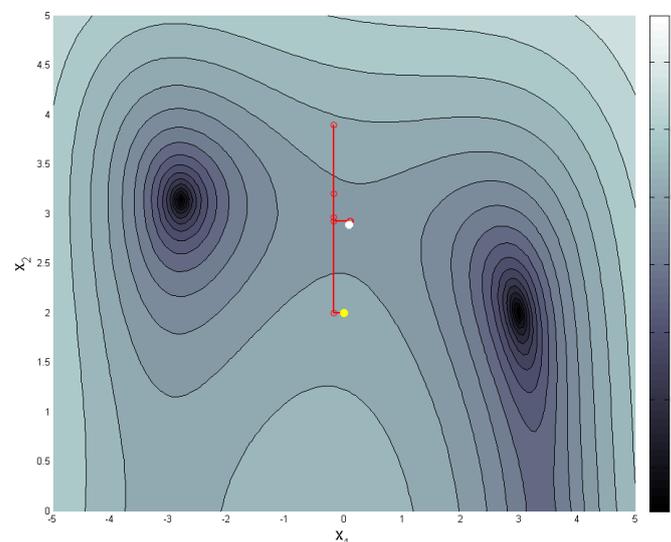


Bild 1: Suchverlauf der sukzessiven Variation der Variablen am Beispiel der Himmelblau Funktion

Aufgabe 2: Steilster Abstieg

Gegeben sei eine quadratische Zielfunktion $(F(x) = (x_1 - x_2)^2 + 0.1(x_1 + x_2 - 10)^2)$, wie sie in der unteren Abbildung zu sehen ist.

Welche Bedingung muss ein Startpunkt erfüllen, damit die Methode des steilsten Abstiegs mit einer idealen Liniensuche nach genau einer Iteration zum exakten Optimum gelangt? Existiert ein Startpunkt, von dem aus dieser Algorithmus nach genau zwei Iterationen zum exakten Optimum konvergiert? Wie viele Iterationen werden im allgemeinen Fall benötigt? Begründen Sie Ihre Antworten kurz!

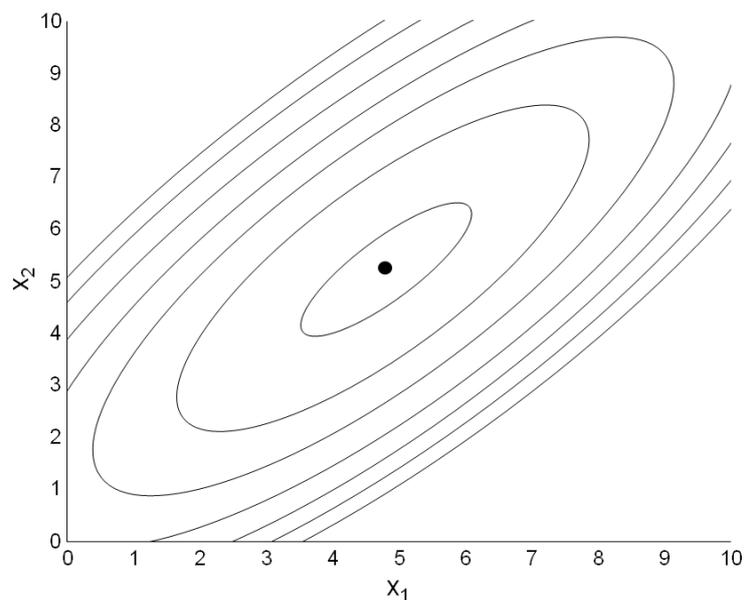


Bild 2: Schematischer Verlauf einer quadratischen Zielfunktion

Aufgabe 3: Optimalitätsbedingungen

Gegeben sei die quaderförmige Verpackung der fünften Übung. Die Verpackung sollte so gestaltet werden, dass die Oberfläche A der Verpackung, bei einem konstanten Volumen $V=10.000 \text{ cm}^3$ minimal wird. Ferner soll auf einer der Flächen der Verpackung ein Etikett mit den Maßen $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ angebracht werden.

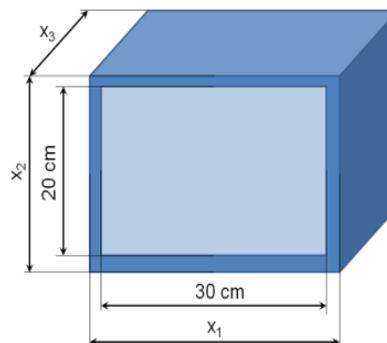


Bild 3: Skizze der zu optimierenden Verpackung

- Formulieren Sie die notwendigen Optimalitätsbedingungen für diese Klasse von Optimierungsproblemen.
- Überführen Sie das Optimierungsproblem durch Substitution der Gleichungsnebenbedingung in ein Problem mit ausschließlich Ungleichungsnebenbedingungen! Zeigen Sie, dass der Punkt $x = (30, 20, 50/3)^T$ alle notwendigen Optimalitätsbedingungen erfüllt!