

Grundpraktikum Physik

Protokollheft

Inhaltsverzeichnis

Versuch M1 – Messwertunterschiede

1. Aufgabenstellung.....	5
2. Grundlagen zum Versuch.....	6
3. Versuchsaufbau.....	8
4. Messwerte.....	8
5. Messunsicherheiten.....	9
6. Zusammenfassung und Diskussion.....	11
7. Anhang.....	13

Versuch M12 – Trägheitsmomente an der geneigten Ebene

1. Aufgabenstellung.....	16
2. Grundlagen zum Versuch.....	17
3. Versuchsaufbau.....	19
4. Messwerte.....	19
5. Messunsicherheiten.....	22
6. Zusammenfassung und Diskussion.....	26

Versuch E3 – Wheatstonesche Messbrücke

1. Aufgabenstellung.....	28
2. Grundlagen zum Versuch.....	29
3. Versuchsaufbau.....	32
4. Messwerte.....	32
5. Messunsicherheiten.....	34
6. Zusammenfassung und Diskussion.....	36

Versuch O3 - Krümmungsradius von Linsen und Spiegeln

1. Aufgabenstellung.....	38
2. Grundlagen zum Versuch.....	39
3. Versuchsaufbau.....	43
4. Messwerte.....	43
5. Messunsicherheiten.....	45
6. Zusammenfassung und Diskussion.....	46
7. Anhang.....	47
8. Literatur.....	48

Versuch W4 – Spezifische Wärmekapazität von Festkörpern

1. Aufgabenstellung.....	50
2. Grundlagen zum Versuch.....	51
3. Versuchsaufbau.....	53
4. Messwerte.....	53
5. Messunsicherheiten.....	57
6. Zusammenfassung und Diskussion.....	58
7. Anhang.....	59
8. Literatur.....	62

19.04.07

Versuch M1 Messwertunterschiede

1. Aufgabenstellung

Die Dichte eines kugelförmigen Probekörpers ist aus seiner geometrischen Abmessung und seiner Masse zu bestimmen.

Die Verteilung der gemessenen Durchmesser ist zu analysieren und die Messabweichungen sind anzugeben.

- 1.1 Der Durchmesser d des Körpers ist unter Verwendung einer Bügelmessschraube 50-mal zu messen. Die Messwerte sind in sieben Klassen einzuteilen, die relativen Häufigkeiten sind als Histogramm grafisch darzustellen. Mittelwert, Standardabweichung und Vertrauensbereich sind zu berechnen und mit den Fehlergrenzen des Messbereichs zu vergleichen.
- 1.2 Der Durchmesser d des Körpers ist mit Hilfe eines Messschiebers einmalig zu ermitteln.
- 1.3 Die Masse m des Körpers ist durch einmalige Wägung auf einer mechanischen Feinwaage zu bestimmen.
- 1.4 Die Dichte des Probekörpers ist einerseits aus 1.1 und 1.3 und andererseits aus 1.2 und 1.3 zu berechnen. Außerdem sind die Größtabweichungen der Dichte zu bestimmen, die sich in beiden Fällen durch lineare Fehlerfortpflanzung aus den Größtabweichungen der gemessenen Größen ergeben. Anhand beider Messergebnisse ist zu überprüfen, ob sich die Ergebnisintervalle überlappen.
- 1.5 Die Dichte des Probekörpermaterials ist durch Kombination der Messergebnisse aus 1.1 und 1.3 aller Versuchsgruppen an Kugeln gleicher Dichte (gleiche Farbe), aber unterschiedlicher Masse durch lineare Regression zu berechnen. Dazu ist die funktionale Abhängigkeit des Kugelvolumens V von der Masse m , $V = V(m)$, sowie die Regressionsgerade grafisch darzustellen, die mittleren Abweichungen der Regressionsparameter sind anzugeben.

2. Grundlagen zum Versuch M1

Der arithmetische Mittelwert wird berechnet mit:

$$\bar{d} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} d_i \quad (1)$$

Für die Standardabweichung s_d gilt:

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{49}} \quad (2)$$

Der Vertrauensbereich wird berechnet mit:

$$\bar{d} \pm t_v \cdot \frac{s_d}{\sqrt{50}} \quad (3)$$

Der Studentfaktor für ein Vertrauensniveau von 99,73% beträgt $t_v = 3,16$.

Die Dichte einer Kugel berechnet sich durch:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Das Volumen einer Kugel so:

$$V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6}$$

Somit ist die Dichte der Kugel:

$$\rho = \frac{6 \cdot m}{d^3 \cdot \pi} \quad (4)$$

Die bei der Berechnung der Dichte größtmögliche Abweichung berechnet sich aufgrund der linearen Fehlerfortpflanzung bei der Messung von Masse und Durchmesser durch folgende Formel:

$$\Delta \rho = \frac{6 \Delta m}{\pi \cdot d^3} + \frac{18m \cdot \Delta d}{\pi \cdot d^4} \quad (5a)$$

Die Funktionsgleichung für die lineare Regression lautet:

$$V(m) = b \cdot m + a \quad (6)$$

Die Parameter a und b werden mit folgenden Formeln berechnet:

$$\bar{b} = \frac{\bar{m}V - \bar{V} \cdot \bar{m}}{\bar{m}^2 - (\bar{m})^2} \quad (7)$$

$$\bar{a} = \bar{V} - \bar{b} \cdot \bar{m} \quad (8)$$

Die mittlere Abweichung des Parameters b ergibt sich aus:

3. Versuchsaufbau

Wir haben gemäß der Aufgabenstellung mithilfe einer Bügelmessschraube, eines Messschiebers, und einer Feinwaage die Messungen des Durchmessers und der Masse an der Kugel durchgeführt. Dabei achteten wir auf die ordnungsgemäße Verwendung der Messinstrumente.

4. Messwerte

Nr. der Messung	Durchmesser [mm]	Nr. der Messung	Durchmesser [mm]
1	20,375	26	20,618
2	20,136	27	20,732
3	20,862	28	20,722
4	20,223	29	20,627
5	20,119	30	20,611
6	19,910	31	20,875
7	20,847	32	20,034
8	20,216	33	20,331
9	19,798	34	20,340
10	20,235	35	20,851
11	20,376	36	20,063
12	20,961	37	19,944
13	20,038	38	20,097
14	20,216	39	19,860
15	20,117	40	20,082
16	20,174	41	20,371
17	20,288	42	20,089
18	20,004	43	20,015
19	20,125	44	20,662
20	20,112	45	20,904
21	20,288	46	20,577
22	19,837	47	20,876
23	20,369	48	20,952
24	20,671	49	19,930
25	20,662	50	20,484

Tabelle 1: Messwerte Kugeldurchmesser mit der Bügelmessschraube

Der Durchmesser der Kugel lag bei den 50 Messungen mit der Bügelmessschraube in einem geschlossenen Intervall von $19,798 \text{ mm}$ bis $20,961 \text{ mm}$.

Die Intervallgrenzen für die 7 Klassen ergeben sich als $\frac{1}{7} \cdot (20,961 \text{ mm} - 19,798 \text{ mm})$.

Die relativen Häufigkeiten sind in Abb. 1 im Anhang als Histogramm grafisch dargestellt.

Mit den in den Grundlagen hergeleiteten Formeln ergeben sich folgende Kenngrößen, auf den gemessenen Durchmesser bezogen:

Arithmetischer Mittelwert (1): $\bar{d} = \underline{20,3521} \text{ mm}$

Standardabweichung (2): $s_d = \underline{0,3395} \text{ mm}$

Streubreite: $\bar{s}_d = 0,1516 \text{ mm}$

Vertrauensbereich (3): $\bar{d} \pm t_v \cdot \bar{s}_d = 20,3521 \text{ mm} \pm 0,4791 \text{ mm}$

Die einmalige Messung des Durchmessers mit dem Messschieber ergab:

$$d_{MS} = \underline{20,01} \text{ mm}$$

Die Masse, ermittelt mit der mechanischen Feinwaage, beträgt:

$$m = \underline{10,8640} \text{ g}$$

Die Dichten nach (4) mit der Bügelmessschraube:

$$\rho_{BMS} = 2,6190 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

und mit dem Messschieber:

$$\rho_{MS} = 2,5897 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

5. Messunsicherheiten

Durch lineare Fehlerfortpflanzung ergeben sich die Größtabweichungen der Dichte, unter Beachtung der Herstellerangaben der Messinstrumente:

Bügelmessschraube: $\Delta d_{BMS} = 0,01 \text{ mm}$

Messschieber: $\Delta d_{MS} = 0,1 \text{ mm}$

Feinwaage: $\Delta m = 0,01 \text{ g}$ *bei $m \leq 200 \text{ g}$*

Nun berechnen wir die Größtabweichungen nach (5):

Größte Abweichung der Dichte mit der Bügelmessschraube:

$$\Delta \rho_{BMS} = 0,000005894 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

Größte Abweichung der Dichte mit dem Messschieber:

$$\Delta \rho_{MS} = 0,00004121 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

Ergebnisintervalle:

Bügelmessschraube: $\Delta \bar{\rho}_{BMS} \pm \Delta \rho_{BMS} = (2,6190 \cdot 10^{-3} \pm 0,005894 \cdot 10^{-3}) \frac{g}{mm^3}$

Messsschieber: $\Delta \bar{\rho}_{MS} \pm \Delta \rho_{MS} = (2,5897 \cdot 10^{-3} \pm 0,04121 \cdot 10^{-3}) \frac{g}{mm^3}$

Anhand der Ergebnisintervalle sieht man, dass sich diese nicht nur überschneiden, sondern dass das Intervall der Bügelmessschraube innerhalb des Intervalls des Messsschiebers liegt.

Berechnung der Regressionsgeraden

Gruppe	Masse [g]	Durchmesser [mm]	Dichte [$10^{-3} \frac{g}{mm^3}$]
1	6,3488	16,9390	2,4948
2	12,2883	21,2354	2,4508
3	12,1592	21,2925	2,4056
4	6,2565	16,8575	2,4943
5	10,8640	19,9329	2,6199
6	4,9348	15,5562	2,5036
7	4,9699	15,8025	2,4053
8	10,5500	19,6217	2,6671

Tabelle 2: Messwerte der einzelnen Gruppen

Die bereits in 2. genannte allgemeine Formel der Regressionsgeraden (6) lautet:

$$V(m) = b \cdot m + a$$

Die für (7) und (8) benötigten Werte sind:

$$\bar{mV} = 34,3477 g \cdot mm^3$$

$$\bar{m} = 8,5464 g$$

$$\bar{V} = 3,6416 mm^3$$

$$\bar{m}^2 = 82,0851 g^2$$

$$(\bar{m})^2 = 73,0416 g^2$$

Aus (7) und (8) ergeben sich für die Parameter die Werte:

$$\bar{b} = 0,3969 \frac{mm^3}{g}$$

$$\bar{a} = 0,0156 \text{ mm}^3$$

Die mittlere Abweichung des Parameters b nach (9) beträgt:

$$\bar{s}_b = 0,6138 \frac{\text{mm}^3}{\text{g}}$$

Die Dichte ergibt sich als Kehrwert des Anstiegs der Regressionsgeraden:

$$\rho = \frac{1}{b} = 2,5195 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

Somit lautet die Funktionsgleichung der Regressionsgeraden für unseren Fall :

$$V(\mathbf{m}) = 0,3969 \frac{\text{mm}^3}{\text{g}} \cdot \mathbf{m} + 0,0156 \text{ mm}^3$$

Diese ist im Anhang in Abb. 2 grafisch dargestellt.

6. Zusammenfassung und Diskussion

Daten der Kugel:

$$m = (10,8640 \pm 0,01) \text{ g}$$

$$d_{BMS} = (20,3521 \pm 0,1616) \text{ mm}$$

$$d_{MS} = (20,01 \pm 0,1) \text{ mm}$$

$$\rho_{BMS} = (2,6190 \cdot 10^{-3} \pm 0,005894 \cdot 10^{-3}) \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

$$\rho_{MS} = (2,5897 \cdot 10^{-3} \pm 0,04121 \cdot 10^{-3}) \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

$$\rho_{reg} = \frac{1}{b} = 2,5195 \frac{\text{g}}{\text{mm}^3}$$

Die Messunsicherheiten, die bei einem Experiment auftreten, können verschiedene Ursachen haben. Es gibt zeitabhängige und zeitlich konstante Messabweichungen, wobei zeitabhängige bei unserem Experiment ausgeschlossen werden können.

Zeitlich konstante Fehler kann man in drei Gruppen unterteilen: grobe, systematische und zufällige Messabweichungen. Allgemein gehen wir davon aus, dass grobe Messabweichungen vermeidbar sind.

Durch die fast ovale Form unseres Probekörpers ließen sich aber grobe Messabweichungen nicht vermeiden.

Die Standardabweichung unserer Messung ist um ein Vielfaches größer als die systematischen Fehler der Messmittel. Ebenso ist das Vertrauensintervall deutlich größer als die Fehlergrenzen des Messschiebers.

Durch die unterschiedlichen Durchmesser der Kugel an verschiedenen Stellen und der hohen Messgenauigkeit der Bügelmessschraube, sind große Schwankungen bei den Messwerten zu beobachten.

Systematische Messabweichungen durch die Messinstrumente müssen hinzu addiert werden.

Da der Durchmesser der Kugel nur einmal mit dem Messschieber bestimmt wurde, tritt hier ein relativ hoher zufälliger Fehler auf. Durch mehrmaliges Messen hätte dieser verringert werden können. Es fällt auch die Abweichung des arithmetischen Mittelwertes der Messungen mit der Bügelmessschraube vom Messwert des Messschiebers auf.

Zusätzlich ergeben sich zufällige Fehler durch Verunreinigungen an den präzisen Messinstrumenten.

Bis auf die 2 letzten Teilintervalle entsprechen die relativen Häufigkeiten der erwarteten Normalverteilung. Die Häufung von Messwerten in den 2 letzten Intervallen lässt sich durch die fast ovale Form des Messkörpers begründen, da hierdurch beim Messen besonders die extremen Stellen des Durchmessers berücksichtigt wurden.

7. Anhang

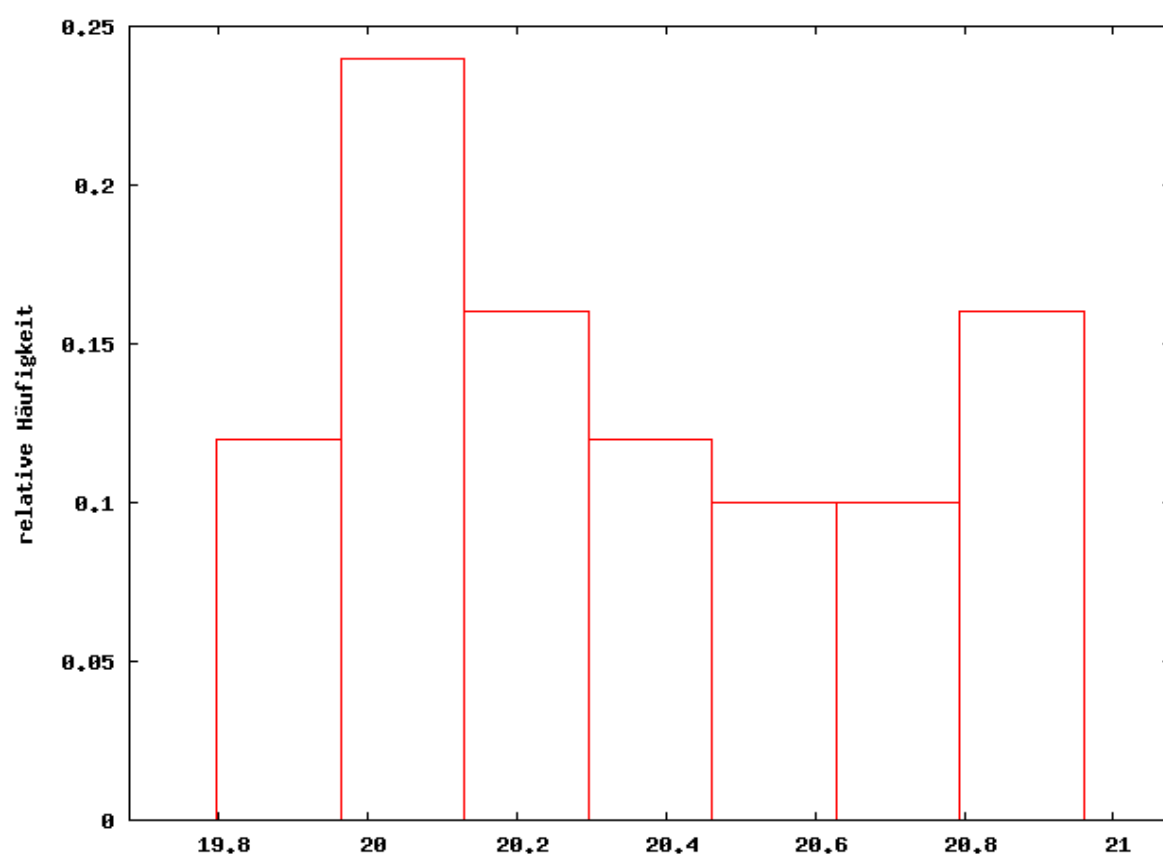


Abb.1 Relative Häufigkeit der Durchmesser in 7 äquidistanten Teilintervallen

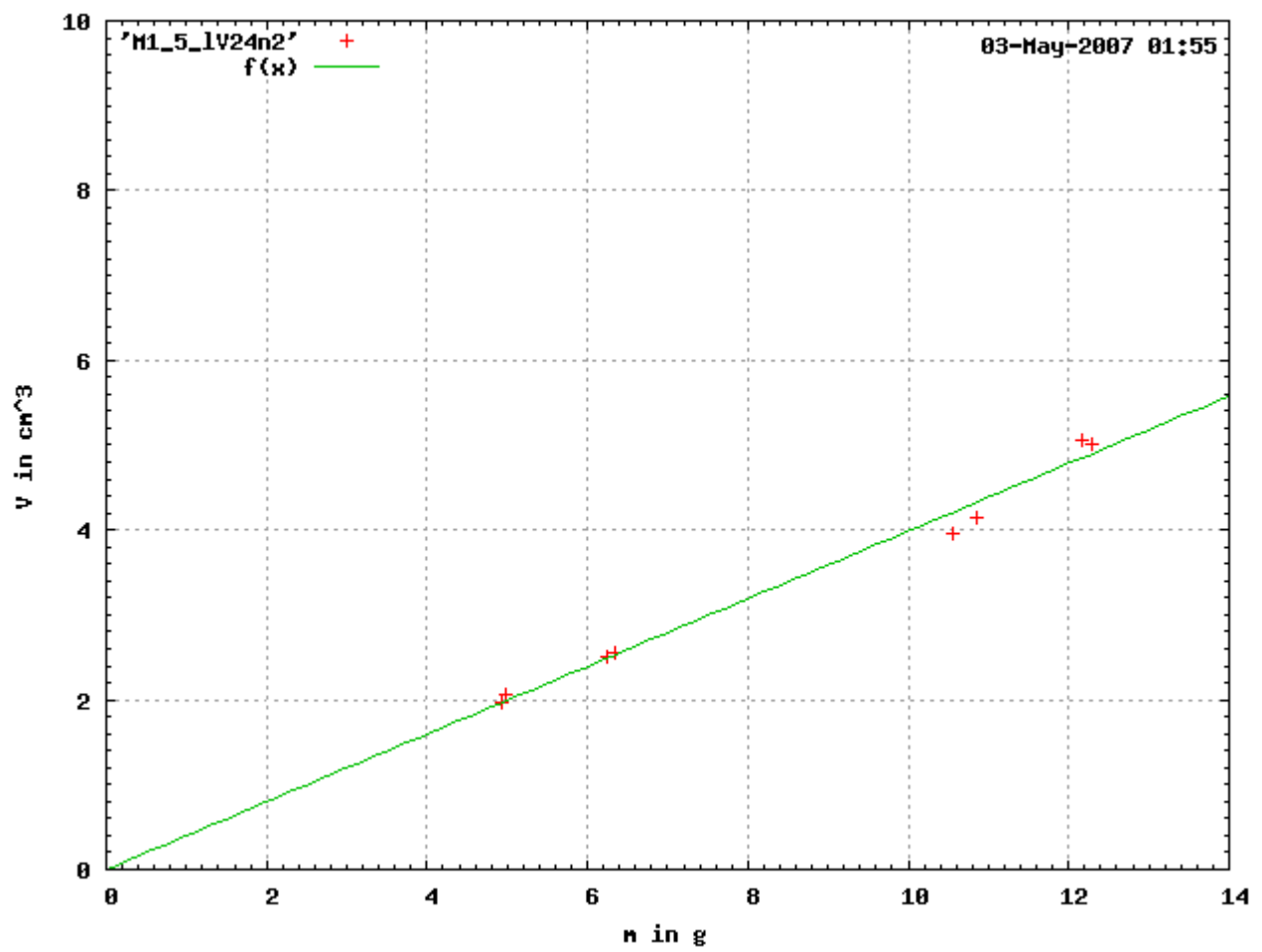


Abb.2 Linear Regression

Versuch M12
Trägheitsmomente an der geneigten Ebene

1. Aufgabenstellung

Die Trägheitsmomente zweier Rollkörper unterschiedlicher Form sind aus den Abrollzeiten auf einer geneigten Ebene zu bestimmen.

- 1.1 Die Abrollzeiten beider Körper sind bei jeweils 3 unterschiedlichen Neigungswinkeln der Ebene mehrfach zu bestimmen. Daraus sind die Trägheitsmomente der beiden Rollkörper zu berechnen.
- 1.2 Die Trägheitsmomente der beiden Rollkörper sind aus den Massen und Abmessungen der Einzelteile zu berechnen und mit den experimentellen Ergebnissen nach 1.1 zu vergleichen, Abweichungen sind zu diskutieren.

2. Grundlagen zum Versuch

Aus den Abrollzeiten an einer geneigten Ebene das Trägheitsmoment der Körper zu ermitteln ist nicht direkt möglich. Wir müssen also einen Zusammenhang finden, der es uns ermöglicht nur aus der Zeit und den Abmessungen der Ebene das Trägheitsmoment zu berechnen.

Der Körper hat, da er in Ruhe ist, am obersten Punkt der Ebene nur potentielle Energie. Im Verlauf der Ebene wird seine gesamte potentielle Energie in kinetische sowie Rotationsenergie umgewandelt

Also gilt: $E_{pot} = E_{kin} + E_{rot}$

Mit den Formeln für die o.g. Energiearten, ergibt sich:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 \quad (1)$$

Da die Reibung vernachlässigt werden soll, gilt die Rollbedingung:

$$v = r \cdot \omega \quad \text{und somit} \quad \omega = \frac{v}{r} \quad (2)$$

Aus der Rollbedingung folgt:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} J \cdot \frac{v^2}{r^2}$$

umgestellt nach J :

$$J = m \cdot r^2 \left(\frac{2gh}{v^2} - 1 \right) \quad (3)$$

Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt wegen $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ und $v = a \cdot t$ außerdem:

$$v = \frac{2s}{t} \quad (4)$$

Somit gilt für J :

$$J = m \cdot r^2 \left(\frac{gh \cdot t^2}{2s^2} - 1 \right) \quad (5)$$

Hierbei ist h die Höhe der Ebene, s der zurückgelegte Weg auf der Ebene, t die Zeit, die der Körper dafür benötigt, m seine Masse und r der Radius seiner Abrollachse.

Damit vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$J = m \cdot r^2 \left(\frac{g \cdot t^2}{2s} \cdot \sin \phi - 1 \right) \quad (6)$$

Der Winkel der geneigten Ebene ϕ kann mithilfe folgender Näherungsformel aus der Hubhöhe h , dem vertikalen Abstand $r = (58 \pm 0,5) \text{ mm}$ der Skala von der Höhe 0, sowie dem horizontalen Abstand $l = (1063 \pm 2) \text{ mm}$ der Skala von der Drehachse bestimmt werden, die sich aus der Konstruktion ergibt:

$$\tan \phi = \frac{h}{l} \cdot \left(1 - \frac{h \cdot r}{2 \cdot l^2} \right) \quad (7)$$

Die Masse der Achse (Vollzylinder) ist aus Dichte und Abmessungen zu berechnen. Dazu benutzen wir:

$$m = \rho \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l \quad (8)$$

Das Trägheitsmoment der Achse liefert folgende Formel:

$$J = \frac{1}{2} m \cdot r^2 \quad (9)$$

Das Trägheitsmoment eines Hohlzylinders:

$$J = \frac{1}{2} m (r_a^2 + r_i^2) \quad (10)$$

Und schließlich für das Trägheitsmoment eines Quaders (wobei a und b die Abmessungen des Körpers senkrecht zu seiner Drehachse sind):

$$J = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2) \quad (11)$$

Die Trägheitsmomente eines zusammengesetzten Körpers kann man additiv aus seinen einzelnen Bestandteilen errechnen.

3. Versuchsaufbau

Gegeben waren zwei Körper, wobei beide eine stählerne Rollachse besaßen. Sie unterschieden sich lediglich durch Körper, welche an der Rollachse montiert waren. Bei Körper 1 waren dies zwei Scheiben, beim 2. Körper zwei Stäbe. Die geneigte Ebene ließ sich in ihrer Höhe verstellen. Wir haben bei drei unterschiedlichen Höhen und somit drei unterschiedlichen Winkeln jeweils die Abrollzeiten der Körper gemessen. Um groben Fehlern vorzubeugen wurde bei jedem Körper, sowie bei jeder Höhe, zehn mal gemessen. Anschließend haben wir noch die Masse beider Körper gemessen, sowie die Abmessungen bestimmt.

4. Messwerte

Wir haben folgende Abrollzeiten auf der geneigten Ebene gemessen:

Messung	Körper 1 (Scheiben)				Körper 2 (Stäbe)		
	h1	h2	h3		h1	h2	h3
1	14,46	10,18	7,92		13,79	9,69	7,92
2	13,61	9,95	8,08		14,28	9,71	7,78
3	13,00	9,46	8,39		14,40	9,45	7,81
4	13,51	9,69	8,02		13,89	9,52	8,07
5	13,21	9,53	8,17		13,71	9,71	8,07
6	13,64	9,77	8,23		14,78	9,44	8,16
7	13,56	10,01	8,23		13,13	9,21	8,13
8	13,72	9,43	8,17		13,93	9,48	7,75
9	13,93	9,45	8,08		13,36	9,37	8,09
10	14,28	9,90	7,81		13,06	9,19	8,12

Tabelle 1 – Abrollzeiten an der geneigten Ebene (in s)

Dabei waren die Höhen:

$$h_1 = 30 \text{ mm}$$

$$h_2 = 60 \text{ mm}$$

$$h_3 = 85 \text{ mm}$$

Nach Formel (7) betragen die Winkel:

$$\phi_1 = 1,62^\circ$$

$$\phi_2 = 3,23^\circ$$

$$\phi_3 = 4,56^\circ$$

Die Durchmesser der Achsen und Körper wurden mit dem Messschieber bestimmt, für die Abrollstrecke und die Achsenlängen war ein Maßband nötig.

Die Abrollstrecke betrug:

$$s = 1008 \text{ mm}$$

Die Längen der Achsen betrugen:

$$l_1 = 190 \text{ mm}$$

$$l_2 = 169 \text{ mm}$$

Der Durchmesser der Rollachse beider Körper betrug:

$$d_R = 10 \text{ mm}$$

Die Durchmesser der Scheiben von Körper 1 haben wir bestimmt mit:

$$d_a = 97 \text{ mm} \quad (\text{Außendurchmesser})$$

$$d_i = 12 \text{ mm} \quad (\text{Innendurchmesser})$$

Als Abmessungen der Stäbe von Körper 2 haben wir ermittelt:

$$a = 95 \text{ mm}$$

$$b = 20 \text{ mm}$$

Die Gesamtmassen der Körper betrugen:

$$m_1 = 562,30 \text{ g}$$

$$m_2 = 402,14 \text{ g}$$

Bestimmung der Trägheitsmomente aus den Abrollzeiten

Unter Verwendung von Formel (6) betragen die Trägheitsmomente der Körper:

Körper 1:

$$\phi_1 = 1,62^\circ \quad J = 3511 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

$$\phi_2 = 3,23^\circ \quad J = 3545 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

$$\phi_3 = 4,56^\circ \quad J = 3474 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Körper 2:

$$\phi_1 = 1,62^\circ \quad J = 2565 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

$$\phi_2 = 3,23^\circ \quad J = 2397 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

$$\phi_3 = 4,56^\circ \quad J = 2408 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Bestimmung der Trägheitsmomente aus den Massen und Abmessungen

Körper 1:

Die Masse der Achse beträgt:

$$m_{Achse} = \rho_{Stahl} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l \quad m_{Achse} = 116,40 \text{ g} \quad (\rho_{Stahl} = 7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

Die Masse beider Scheiben ergibt sich aus der Gesamtmasse reduziert um die Achsenmasse. Die Masse einer Scheibe ist somit die Hälfte dieses Wertes, da wir davon ausgehen, dass beide identisch sind:

$$m_{Scheibe} = \frac{m_{ges} - m_{Achse}}{2} \quad m_{Scheibe} = 222,95 \text{ g}$$

Das Trägheitsmoment der Achse ergibt sich mithilfe von (9):

$$J_{Achse} = \frac{1}{2} m \cdot r^2 \quad J_{Achse} = 14,55 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Das Trägheitsmoment einer Scheibe liefert Formel (10):

$$J_{Scheibe} = \frac{1}{2} m (r_a^2 + r_i^2) \quad J_{Scheibe} = 2662,30 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Da man Trägheitsmomente zusammengesetzter Körper durch Addition ihrer einzelnen Trägheitsmomente bestimmen kann, gilt für Körper 1:

$$J_1 = J_{Achse} + 2 \cdot J_{Scheibe}$$

$$J_1 = 4539,15 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Körper 2:

Die Masse der Achse beträgt:

$$m_{Achse} = \rho_{Stahl} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l \quad m_{Achse} = 103,53 \text{ g} \quad (\rho_{Stahl} = 7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

Die Masse beider Stäbe ergibt sich aus der Masse der Achse abgezogen von der Gesamtmasse. Wir nehmen beide Stäbe als identisch an, also wird das Ergebnis halbiert.

$$m_{Stab} = \frac{m_{ges} - m_{Achse}}{2} \quad m_{Stab} = 149,30 \text{ g}$$

Das Trägheitsmoment der Achse ermitteln wir wieder mit (9):

$$J_{Achse} = \frac{1}{2} m \cdot r^2 \quad J_{Achse} = 12,82 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Für das Trägheitsmoment eines Stabes nutzen wir (11):

$$J_{Stab} = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2) \quad J_{Stab} = 1135,30 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Durch Addition der einzelnen Trägheitsmomente ergibt sich wieder das gesamte Trägheitsmoment aus:

$$J_2 = J_{Achse} + 2 \cdot J_{Stab}$$

$$J_2 = 2283,42 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

5. Messunsicherheiten

elektronische Waage:

$$\Delta m = \Delta m_s + \Delta m_z$$

$$\Delta m = 0,01 \text{ g} + 0,005 \text{ g}$$

$$\underline{\Delta m = 0,015 \text{ g}}$$

Messschieber:

$$\Delta l = \Delta l_s + \Delta l_z$$

$$\Delta l = 0,1 \text{ mm} + 0,05 \text{ mm}$$

$$\underline{\Delta l = 0,15 \text{ mm}}$$

Maßband:

Abrollstrecke:

$$\Delta s = \Delta s_s + \Delta s_z$$

$$\Delta s_s = \pm \left(0,3 + \frac{0,2 \cdot 1,008 \text{ m}}{2 \text{ m}} \right) \text{ mm} = 0,40 \text{ mm}$$

$$\Delta s = 0,40 \text{ mm} + 0,5 \text{ mm}$$

$$\underline{\Delta s = 0,90 \text{ mm}}$$

Rollachsen:

$$\Delta l = \Delta l_s + \Delta l_z$$

$$\Delta l = 0,31 \text{ mm} + 0,5 \text{ mm}$$

$$\underline{\Delta l = 0,81 \text{ mm}}$$

Stoppuhr

$$\Delta t = \Delta t_s + \Delta t_z$$

$$\Delta t_s = 1 \text{ digit} + 5 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{t}$$

$$s_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$$

$$\Delta t_z = \pm \frac{x_{stud} \cdot s_t}{\sqrt{n}} \quad \text{mit } x_{stud} = 3,89 \quad \text{für ein Vertrauensniveau von 99,7\%}$$

Körper 1:

Höhe	s_t [s]	Δt_z [s]	Δt_s [s]	Δt [s]
30 mm	0,44	0,54	0,017	0,558
60 mm	0,27	0,33	0,015	0,347
85 mm	0,17	0,21	0,014	0,223

Körper 2:

30 mm	0,55	0,68	0,017	0,693
60 mm	0,19	0,23	0,015	0,248
85 mm	0,16	0,20	0,014	0,211

Fehlerfortpflanzung

Berechnung aus den Abrollzeiten

$$\Delta J = \pm \left[\left| \frac{\partial J}{\partial m} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial J}{\partial r} \right| \cdot \Delta r + \left| \frac{\partial J}{\partial h} \right| \cdot \Delta h + \left| \frac{\partial J}{\partial t} \right| \cdot \Delta t + \left| \frac{\partial J}{\partial s} \right| \cdot \Delta s \right]$$

$$\Delta J = \pm \left[\left| \frac{r^2 \cdot g \cdot h \cdot \bar{t}^2}{2 \cdot s^2} - r^2 \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{m \cdot r \cdot g \cdot h \cdot \bar{t}^2}{s^2} - 2 \cdot m \cdot r \right| \cdot \Delta r + \left| \frac{m \cdot r^2 \cdot g \cdot \bar{t}^2}{2 \cdot s^2} \right| \cdot \Delta h \right. \\ \left. + \left| \frac{m \cdot r^2 \cdot g \cdot h \cdot \bar{t}}{s^2} \right| \cdot \Delta t + \left| \frac{-m \cdot r^2 \cdot g \cdot h \cdot \bar{t}^2}{s^3} \right| \cdot \Delta s \right]$$

Damit ergeben sich die Fehler der Trägheitsmomente für:

Körper 1:

$$\phi_1 = 1,62^\circ \quad \Delta J = \pm 441,80 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

$$\phi_2 = 3,23^\circ \quad \Delta J = \pm 420,59 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

$$\phi_3 = 4,56^\circ \quad \Delta J = \pm 381,76 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Körper 2:

$$\phi_1 = 1,62^\circ \quad \Delta J = \pm 345,83 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

$$\phi_2 = 3,23^\circ \quad \Delta J = \pm 258,89 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

$$\phi_3 = 4,56^\circ \quad \Delta J = \pm 259,08 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Berechnung aus Massen und Abmessungen

Abrollachse:

$$\Delta m_{Achse} = \left[\left| \frac{\partial m}{\partial d} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial m}{\partial l} \right| \cdot \Delta l \right]$$

Körper 1:

$$\Delta m_{Achse} = \pm \left[\left| \frac{\pi d}{2} \cdot l \rho_{Stahl} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\pi d^2}{4} \cdot \rho_{Stahl} \right| \cdot \Delta l \right] \quad \Delta m_{Achse} = \pm 6,62 \text{ g}$$

$$\Delta m_{Scheibe} = \pm \left[\left| \frac{1}{2} \right| \cdot \Delta m + \left| -\frac{1}{2} \right| \cdot \Delta m_{Achse} \right]$$

$$\Delta m_{Scheibe} = \pm 3,32 \text{ g}$$

$$\Delta J = \pm \left[\left| \frac{\partial J}{\partial m_{Achse}} \right| \cdot \Delta m_{Achse} + \left| \frac{\partial J}{\partial r} \right| \cdot \Delta r + \left| \frac{\partial J}{\partial m_{Scheibe}} \right| \cdot \Delta m_{Scheibe} + \left| \frac{\partial J}{\partial r_a} \right| \cdot \Delta r + \left| \frac{\partial J}{\partial r_i} \right| \cdot \Delta r \right]$$

$$\Delta J = \pm \left[\left| \frac{1}{2} \cdot r^2 \right| \cdot \Delta m_{Achse} + |m \cdot r| \cdot \Delta l + |r_a^2 + r_i^2| \cdot \Delta m + |2 \cdot m \cdot r_a| \cdot \Delta l + |2 \cdot m \cdot r_i| \cdot \Delta l \right]$$

$$\Delta J = \pm 498,19 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Körper 2:

$$\Delta m_{Achse} = \pm \left[\left| \frac{\pi d}{2} \cdot l \rho_{Stahl} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\pi d^2}{4} \cdot \rho_{Stahl} \right| \cdot \Delta l \right]$$

$$\Delta m_{Achse} = \pm 6,23 \text{ g}$$

$$\Delta m_{Scheibe} = \pm \left[\left| \frac{1}{2} \right| \cdot \Delta m + \left| -\frac{1}{2} \right| \cdot \Delta m_{Achse} \right]$$

$$\Delta m_{Scheibe} = \pm 3,12 \text{ g}$$

$$\Delta J = \pm \left[\left| \frac{\partial J}{\partial m_{Stab}} \right| \cdot \Delta m_{Stab} + \left| \frac{\partial J}{\partial a} \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{\partial J}{\partial b} \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{\partial J}{\partial m_{Achse}} \right| \cdot \Delta m_{Achse} + \left| \frac{\partial J}{\partial r} \right| \cdot \Delta l \right]$$

$$\Delta J = \pm \left[\left| \frac{a^2}{6} + \frac{b^2}{6} \right| \cdot \Delta m_{Stab} + \left| \frac{m_{Stab}}{3} a \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{m_{Stab}}{3} b \right| \cdot \Delta l + \left| \frac{r^2}{2} \right| \cdot \Delta m_{Achse} + |m_{Achse} \cdot r| \cdot \Delta l \right]$$

$$\Delta J = \pm 156,42 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

Trägheitsmomente bestimmt aus den Abrollzeiten

Abrollwinkel	J von Körper 1 (Scheiben)	J von Körper 2 (Stäbe)
1,62°	3511 +/- 441,80 gcm ²	2565 +/- 345,83 gcm ²
3,23°	3545 +/- 420,59 gcm ²	2397 +/- 258,89 gcm ²
4,56°	3474 +/- 381,76 gcm ²	2408 +/- 259,08 gcm ²

Trägheitsmomente bestimmt aus Massen und Abmessungen

Körper 1:

$$J_1 = 4539,15 \pm 498,19 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Körper 2:

$$J_2 = 2283,42 \pm 156,42 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$$

Fehlerdiskussion

Es sind zum Teil starke Abweichungen zwischen den aus den Abrollzeiten bestimmten Trägheitsmomenten und den aus den Massen und Abmessungen berechneten Momenten aufgetreten.

Dies lässt sich durch die Schwierigkeiten bei der exakten Bestimmung der Abrollzeiten mit einer Stoppuhr erklären. Besonders der zufällige Fehler, verursacht durch die Reaktionszeit des Beobachters, verfälscht die Messwerte sehr. Dies wird auch an der hohen Streuung der Messwerte für die Abrollzeiten ersichtlich.

Aber auch die Vernachlässigung von Reibung und Gleitung, welche sich nicht vermeiden ließen, führte zu Abweichungen. Weitere Fehlerquellen waren Schwierigkeiten bei der exakten Positionierung des Testkörpers auf der Startposition, sowie etwaige Ungleichmäßigkeiten im Material, da in der Rechnung immer idealisiert von identischen Scheiben bzw. Stäben ausgegangen wird.

Die o.g. Fehler wirken sich derart aus, dass sich die Toleranzbereiche bei Körper bei einem Vertrauensniveau von 99,7 gerade nicht mehr überschneiden.

Die Bestimmung der Trägheitsmomente über Abrollzeiten mit einer Stoppuhr stellt sich somit als unzuverlässig heraus.

Versuch E 3
Wheatstonesche Messbrücke

1. Aufgabenstellung

- 1.1 Der ohmsche Widerstand einer Widerstandskombination ist in einer Wheatstoneschen Brückenschaltung mit Gleichstrom zu messen.
- 1.2 Der Widerstand ist aus den bekannten Einzelwiderständen zu berechnen und mit dem Messergebnis von 1.1 zu vergleichen.
- 1.3 Die Kapazitäten zweier Kondensatoren sind einzeln sowie in Reihen- und Parallelschaltung in einer Wechselstrombrücke in Wheatstone-Schaltung zu messen.
- 1.4 Die Induktivität einer Spule ist mit der Wechselstrombrücke zu bestimmen.
- 1.5 Der Widerstand der Kombination, die Kapazitäten beider Kondensatoren und die Induktivität der Spule sind mit Hilfe einer technischen Kleinmessbrücke nach Wheatstone zu überprüfen.

2. Grundlagen zum Versuch

Ziel dieses Versuches ist es mithilfe einer Wheatstoneschen Brückenschaltung unbekannte Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten experimentell zu bestimmen. Die Wheatstonesche Messbrücke basiert auf dem Verhältnis bekannter Widerstandes zu einem unbekannten Widerstand.

Dazu betrachten wir zunächst das Verhalten von Widerständen in Reihen- sowie Parallelschaltung.

ohmscher Widerstand

Reihenschaltung:
$$R_{ges} = R_1 + R_2$$

Parallelschaltung:
$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Kapazitäten

Reihenschaltung:
$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Parallelschaltung:
$$C_{ges} = C_1 + C_2$$

Induktivitäten

Reihenschaltung:
$$L_{ges} = L_1 + L_2$$

Parallelschaltung:
$$\frac{1}{L_{ges}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

Die Verhältnisse des Stroms und der Spannung werden durch die Kirchhoffschen Sätze beschrieben:

Knotenpunktsatz:
$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

Maschensatz:
$$\sum_{i=0}^n U_{qi} + \sum_{j=0}^n U_{vj} = 0$$

U_{qi} : Quellspannungen

U_{vj} : Verbraucherspannungen

Die Messbrücke besteht aus vier Widerständen von denen jeweils zwei in Reihe, und diese zueinander parallel geschaltet sind. Zwischen den Widerstandspaaren wird ein Spannungsmessgerät geschaltet.

Ist nun die am Messgerät abgegriffene Spannung gleich 0, so gilt:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_X}{R_N} \quad R_X - \text{unbekannter Widerstand, } R_N - \text{Normalwiderstand}$$

Somit kann, wenn drei Widerstände bekannt sind, der vierte Widerstand bestimmt werden.

$$R_X = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_N$$

Da das Verwenden von festen Widerständen zu aufwendig ist, wird in diesem Experiment für R_1 und R_2 ein Präzisionswendelpotentiometer benutzt, da nur das Verhältnis beider Widerstände zueinander von Interesse ist.

l = Gesamtlänge der Skala
 x = eingestellter Wert

Somit entspricht $x = R_1$, $(l-x) = R_2$.

Es gilt somit die Beziehung:

$$R_X = \frac{x}{(l-x)} \cdot R_N$$

Die Schaltung sollte bei $x = l/2$ abgeglichen werden, um die relative Messunsicherheit zu minimieren.

Widerstandswürfel

Der Widerstandswürfel besteht aus 12 gleichen Einzelwiderständen an den Kanten des Würfels. Aus den Wahrscheinlichkeiten der möglichen Wege, welche der Strom durchlaufen kann, ergibt sich für den:

- Gesamtwiderstand $7/12 \cdot R$
- Flächenwiderstand $3/4 \cdot R$
- Raumdiagonalenwiderstand $5/6 \cdot R$

Die oben genannten Beziehungen gelten so auch für komplexe Widerstände.

$$Z_X = \frac{x}{(l-x)} \cdot Z_N \quad \text{mit } Z = R + j \cdot X, X : \text{Scheinwiderstand}$$

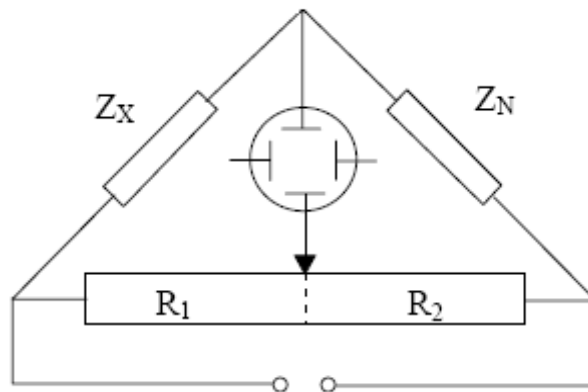
Der komplexe Widerstand eines Kondensators ist definiert durch $Z_C = R_C + \frac{1}{(j \cdot \omega C)}$, wobei der ohmsche Widerstand vernachlässigbar gering ist. Daraus folgt:

$$C_x = \frac{(l-x)}{x} \cdot C_N$$

Der komplexe Widerstand einer Spule ist definiert durch $Z_L = R_L + j \cdot \omega \cdot L$. Spulen haben hingegen i.d.R. einen nicht vernachlässigbaren ohmschen Widerstand. Daher wird ein veränderbarer Widerstand zu einer Induktivität in Reihe geschaltet um zu erreichen, dass das Verhältnis der Wirkwiderstände gleich dem Verhältnis der Induktivitäten ist. Damit gilt:

$$L_x = \frac{x}{(l-x)} \cdot L_N$$

3. Versuchsaufbau



Zu Versuchsbeginn haben wir eine Wheatstonesche Messbrücke aufgebaut, wobei wir als zu bestimmenden Widerstand die Würfelkante gewählt haben. Die Schaltung wurde mit Gleichstrom betrieben. Als Nullindikator diente ein Oszilloskop, der Normalwiderstand wurde so gewählt, dass er in derselben Größenordnung liegt wie der zu messende Widerstand. Der Stellwert des Potentiometers wurde so gewählt, dass am Oszilloskop ein möglichst geringer Ausschlag abzulesen war.

Zur Bestimmung der Kapazitäten und Induktivitäten betrieben wir die Brücke mit Wechselstrom. Die Bestimmung war der o.g. Vorgehensweise für ohm'sche Widerstände analog.

Während man bei den Kapazitäten ihren ohm'schen Widerstand vernachlässigen konnte, musste dieser bei der Spule durch einen zusätzlichen Widerstand ausgeglichen werden.

Die Messung mit der Kleinmessbrücke konnte aufgrund eines unbekannten Defekts leider nicht durchgeführt werden.

4. Messwerte

Bestimmung des ohm'schen Widerstandes

$$U=10V$$

$$I=0,02A$$

$$R_N=200\Omega$$

Widerstand einer Würfelkante: 390Ω

	Messung normal (Skizze)	Messung mit vertauschten Widerst.	Analytischer Wert
x	5,32	5,33	
$R_x[\Omega]$	227,35	228,27	227,50

Tab.1 – Widerstand Würfelkante

Bestimmung der Kapazitäten

$$U = 1,5 \text{ V}$$

$$f = 500 \text{ Hz}$$

	Messung normal (Skizze)	Messung mit vertauschten Widerst.
Einzelmessung		
x	4,9	4,91
$C_1 [\mu F]$	3,20	3,22
$C_{N1} [\mu F]$	3,34	3,34
x	4,59	4,55
$C_2 [\mu F]$	2,83	2,79
$C_{N2} [\mu F]$	3,34	3,34
Reihenschaltung		
x	5,63	5,63
$C_{ges} [\mu F]$	1,93	1,93
$C_N [\mu F]$	1,50	1,50
Parallelschaltung		
x	4,4	5,59
$C_{ges} [\mu F]$	6,45	6,47
$C_N [\mu F]$	8,21	8,21

Tab.2 - Kapazitäten

Bei Parallelschaltung von Kapazitäten gilt:

$$C_{ges} = C_1 + C_2$$

Und bei Reihenschaltung:

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Unsere experimentell ermittelten Kapazitäten werden hierdurch bestätigt.

Bestimmung der Induktivität

	Messung normal (Skizze)	Messung: Widerst. vertauscht	Messung: Anschlüsse vertauscht	Messung Anschlüsse & Widerst. vertauscht
$R_{\text{Ausgleich}} [\Omega]$	0,1	0,1	0,1	0,1
x	5,45	5,54	5,6	5,44
$L_X [mH]$	3,43	3,55	3,64	3,41
$L_N [mH]$	2,86	2,86	2,86	2,86

Tab. 3 - Induktivitäten

5. Messunsicherheiten

Nach dem linearen Fehlerfortpflanzungsgesetz gilt:

$$\Delta R_X = \left| \frac{\partial R_X}{\partial R_N} \right| \cdot \Delta R_N + \left| \frac{\partial R_X}{\partial x} \right| \cdot \Delta x$$

$$\Delta R_X = \left| \frac{x}{l-x} \right| \cdot \Delta R_N + \left| R_N \cdot \frac{l}{(l-x)^2} \right| \cdot \Delta x$$

Dieses gilt in gleicher Form für Kapazitäten und Induktivitäten.

Die Abweichungen für Normalwiderstand und Potentiometer betragen:

$$\Delta R_{N_s} = 0,01 \cdot R_N \qquad \Delta x_z = 0,0025 \cdot x$$

Die Abweichungen für Normalkapazitäten und -induktivitäten betragen:

$$\Delta C_{N_s} = 0,05 \cdot C_N \qquad \Delta L_{N_s} = 0,05 \cdot L_N$$

Damit belaufen sich die Fehler auf:

	Fehler der Normalen	Fehler bei Messung nach Skizze	Fehler bei Messung mit Widerst. vertauscht
$R_X[\Omega]$	2,00	14,4	14,5
$C_1[\mu F]$	0,17	0,32	0,32
$C_2[\mu F]$	0,17	0,27	0,27
$C_{ges}[\mu F]$ Reihenschaltung	0,08	0,21	0,21
$C_{ges}[\mu F]$ Parallelschaltung	0,41	0,61	0,61
$L_X[mH]$	0,14	0,36	0,38
$L_X[mH]$ (Anschlüsse vert.)	0,14	0,39	0,36

Tab. 4 – Absolute Fehler

6. Zusammenfassung und Diskussion

	Normalwerte	Messwerte bei Schaltung nach Skizze	Messwerte bei vertauschten Widerständen
$R_X[\Omega]$	$200 \pm 2,00$	$227,35 \pm 14,4$	$228,27 \pm 14,5$
$C_1[\mu F]$	$3,34 \pm 0,17$	$3,20 \pm 0,32$	$3,22 \pm 0,32$
$C_2[\mu F]$	$3,34 \pm 0,17$	$2,83 \pm 0,27$	$2,79 \pm 0,27$
$C_{ges}[\mu F]$ Reihenschaltung	$1,50 \pm 0,08$	$1,93 \pm 0,21$	$1,93 \pm 0,21$
$C_{ges}[\mu F]$ Parallelschaltung	$8,21 \pm 0,41$	$6,45 \pm 0,61$	$6,47 \pm 0,61$
$L_X[mH]$	$2,86 \pm 0,14$	$3,43 \pm 0,36$	$3,55 \pm 0,38$
$L_X[mH]$ (Anschlüsse vert.)	$2,86 \pm 0,14$	$3,64 \pm 0,39$	$3,41 \pm 0,36$

Tab. 5 – Zusammenfassung der Messergebnisse

Der experimentelle Wert für den ohm'schen Widerstand wird durch den berechneten ($R_X = 227,5 \Omega$) bestätigt.

Die Kapazitäten verhalten sich in guter Näherung entsprechend den Grundgesetzen für Reihen- und Parallelschaltung, d.h.

$$C_{ges} = C_1 + C_2 = 6,03 \mu F \approx (6,45 \pm 0,61) \mu F \quad \text{für Parallel- und}$$

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = 0,67 \Rightarrow C_{ges} = 1,50 \approx (1,93 \pm 0,21) \mu F \quad \text{für Reihenschaltung}$$

Weitere Fehlerquellen waren das optische Ablesen des Oszilloskopes sowie der systematische Fehler des Potentiometers.

Durch Vertauschen der Widerstände und Anschlüsse wurde der Versuch unternommen Inhomogenitäten in den Leitungen auszugleichen. Diese Abweichungen sind jedoch sehr gering.

Ein Vergleich mit der Kleinmessbrücke ist zwar nicht möglich gewesen, es ist jedoch zu vermuten dass diese Werte aufgrund des geringen Fehlers von 1 - max. 5 % noch genauer gewesen wären.

14.06.07

Versuch O 3
Krümmungsradius von Linsen und Spiegeln

1. Aufgabenstellung

- 1.1 Die Krümmungsradien der beiden konvexen Flächen einer Sammellinse sind nach der Methode von Kohlrausch durch lineare Regression zu bestimmen. Aus den beiden Krümmungsradien ist die Brennweite der Sammellinse zu berechnen.
- 1.2 Die Krümmungsradien der beiden konkaven Flächen einer Zerstreuungslinse sind mit Hilfe des Autokollimationsverfahrens zu bestimmen. Aus den Krümmungsradien ist die Brennweite zu berechnen.
- 1.3 Krümmungsradius und Brennweite eines Hohlspiegels sind durch Autokollimation zu bestimmen.
- 1.4 Die Krümmungsradien der beiden sphärischen Flächen einer Linse sind mit dem Ringsphärometer (Tiefentaster) mehrfach zu bestimmen. Aus den Krümmungsradien ist die Brennweite zu berechnen.

2. Grundlagen zum Versuch

Linsen entstehen durch hintereinander angeordnete brechende Flächen dienen zur Vermittlung einer Abbildung.

Jede Linse hat 2 Brennpunkte (auf jeder Seite einen), die bei dünnen Linsen gleich weit von der Linsenmitte entfernt sind, wenn sich auf beiden Seiten dasselbe Medium befindet.

Arten von Linsen

1. Sammellinsen (konvex)

- am Rand dünner als in der Mitte
- besitzen reelle Brennpunkte
- Gegenstandsweite, Bildgröße und Bildweite verhalten sich wie bei einem Hohlspiegel
- parallel laufende Lichtbündel werden in konvergente Lichtbündel umgewandelt
- vereinigt alle Strahlen eines parallel zur optischen Achse (Symmetrieachse der Linse) einfallenden Lichtbündels in einem Punkt (Brennpunkt F') auf der optischen Achse (Brennpunktstrahl)
- Strahl durch den Hauptpunkt (Hauptpunktstrahl) verläuft ungebrochen durch eine Sammellinse

2. Zerstreuungslinsen (konkav)

- in der Mitte dünner als am Rand
- besitzen virtuelle Brennpunkte Parallelstrahlen werden so gebrochen, als kämen sie von einem Brennpunkt F' vor der Linse
- parallel laufende Lichtbündel werden in divergenten Lichtbündel umgewandelt
- Bild einer Zerstreuungslinse ist virtuell, aufrecht und verkleinert
- Brennweite einer Zerstreuungslinse wird negativ (-) angegeben

3. Linsensystem:

- mehrere Linsen beliebiger Art hintereinandergesetzt, wobei ihre optischen Achsen zusammenfallen
- besitzt ebenfalls rechts- und linksseitige Brennweite (gleich groß)
- Brechkräfte der Linsen addieren sich

Abbildungen

1. reell

- Strahlen schneiden sich hinter der Linse wieder in einem Punkt
- können durch einen geeigneten Auffangschirm (z.B. Mattscheibe) sichtbar gemacht werden

2. virtuell

- nur die rückwärtigen Verlängerungen der Strahlen vereinigen sich in einem Punkt
- können nicht sichtbar gemacht werden

Arten von Spiegeln

1. Ebene Spiegel (virtuelle Bilder)

- virtuelles, aufrechtes, gleich großes und seitenverkehrtes Bild des Gegenstandes
- virtuelles Bild erscheint in der gleichen Entfernung hinter dem Spiegel, wie der Gegenstand vor dem selben liegt.

2. gekrümmte Spiegel (sphärische Spiegel)

Vorzeichenkonvention

g	+	Gegenstand vor dem Spiegel (realer Gegenstand)
	-	Gegenstand hinter dem Spiegel (virtueller Gegenstand)
b	+	Bild vor dem Spiegel (reelles Bild)
	-	Bild hinter dem Spiegel (virtuelles Bild)
R, f	+	Krümmungsmittelpunkt vor dem Spiegel (Konkavspiegel)
	-	Krümmungsmittelpunkt hinter dem Spiegel (Konvexspiegel)

2.1. Hohlspiegel (konkav; reelle Bilder, virtuelle Bilder bei $f > g > 0$)

- reelle, umgekehrte und verkleinerte Bilder, solange der Gegenstand außerhalb der doppelten Brennweite R liegt
- Krümmungsradius des Hohlspiegels $R = \overline{MA}$; $f = \frac{R}{2}$
- Parallelstrahlen werden zu Brennpunktstrahlen
- Mittelpunktstrahlen bleiben Mittelpunktstrahlen
- Brennpunktstrahlen werden zu Parallelstrahlen

Fall	Gegenstandsweite g	Bildweite b	Art / Lage / Vergrößerungsmaßstab
1	$\infty > b > 2f$	$f < b < 2f$	reell, umgekehrt, verkleinert
2	$g = 2f$	$b = 2f$	reell, umgekehrt, gleich groß
3	$2f > g > f$	$2f < b < \infty$	reell, umgekehrt, vergrößert
4	$g = f$	$b \rightarrow \infty$	-
5	$f > g > 0$	$b < 0$, $ b > g$	virtuell, aufrecht, vergrößert

2.2. Wölbspiegel (konvex; virtuelle Bilder)

- liefern stets aufrechte, virtuelle und verkleinerte Bilder
- diese entstehen zwischen Scheitelpunkt S des Spiegels und Brennpunkt F, der sich in der Mitte zwischen Scheitel und Krümmungsmittelpunkt befindet

Bestimmung des Krümmungsradius von Linsen und Spiegeln

1. optische Verfahren (berührungslose Verfahren) Benutzung der Linsenfläche als Spiegel

1.1 Autokollimationsverfahren (konkave Flächen)

- befindet sich im Krümmungsmittelpunkt des Spiegels ein Schirm mit einer leuchtenden Marke, so wird diese gleich groß aber umgekehrt auf dem Schirm scharf abgebildet
- in der Praxis benutzt man als leuchtende Marke das über eine dünne planparallele Platte P beleuchtete Fadenkreuz eines Gaußschen Okulars
- der Abstand zwischen Fadenkreuz und Spiegel wird verändert, bis das Fadenkreuz scharf und paralaxefrei in sich abgebildet wird
- Abstand zwischen Linsenmitte und Schirm beschreibt den Krümmungsradius R

- Brennweite f
$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1)$$

bzw.
$$f = \frac{R}{2} \quad (2)$$

- bei konvexen Flächen entstehen virtuelle Bilder, daher ist das Autokollimationsverfahren nicht anwendbar (--> Methode von Kohlrausch)

1.2. Methode von Kohlrausch (konvexe Flächen)

- vor der Linsenfläche befinden sich 2 leuchtende Marken 1 und 2 im gleichen Abstand
- Spiegelbilder 1' und 2' liegen hinter der Linsenfläche
- Abstand B der Spiegelbilder bestimmt man, in dem man dicht vor der Linse eine durchsichtige Skale befestigt und mit einem Fernrohr, dessen Objektiv sich auf der Verbindungslinie der beiden leuchtenden Marken befindet, die Projektion B' der virtuellen Bilder auf dieser Skale mißt

- Strahlensatz
$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (3)$$

B - Abstand der virtuellen Bilder

G - Abstand der Marken

b - theoretischer Abstand vom virtuellen Bild zur Linse

g - Abstand von Linse zur Marke

-
$$\frac{G}{f} = \frac{B}{b-f} \quad (4)$$

- Linsengleichung
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (5)$$

- Krümmungsradius $R = \frac{2 \cdot g \cdot B'}{G - 2B'}$ (6)

- Brennweite $\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \frac{1}{R}$ einseitig plane Linsen (7)

- $\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ Linsen mit 2 gekrümmten Flächen

2. mechanische Verfahren (z. B. Tiefentaster, Ringsphärometer)

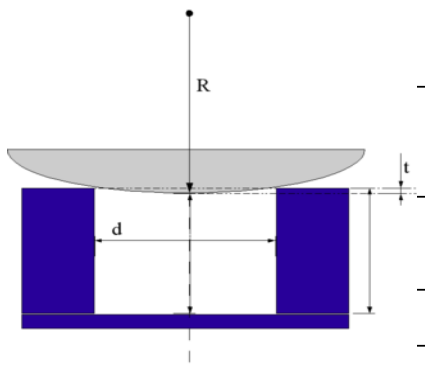


Abb. 1: Skizze Tiefentaster

- Messung, wie weit eine konvexe Linsenfläche in eine kreiszylindrische Vertiefung einsinkt (t)

der Krümmungsradius R ergibt sich aus dem Pythagoras

$$R^2 = \frac{d^2}{4} + (R-t)^2$$

umgestellt: $R = \frac{t}{2} + \frac{d^2}{8h}$ (9)

- Brennweite $\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

- Brechungsindex von Kronglas $n = 1,52$

Bestimmung der Brennweite durch Autokollimation

- Vereinigung der parallel zur optischen Achse einfallenden Strahlen im Brennpunkt die vom Brennpunkt ausgehenden Strahlen werden in ein zur optischen Achse paralleles Strahlenbündel verwandelt (Prinzip der Umkehrbarkeit der Lichtwege)
- läßt man dieses parallele Strahlenbündel auf einen senkrecht zur optischen Achse stehenden ebenen Spiegel fallen, so werden alle Strahlen in sich selbst zurückgeworfen (Reflexionsgesetz)
- reflektiertes Strahlenbündel wird wieder im Brennpunkt F vereinigt, der Brennpunkt wird auf sich selbst abgebildet (Autokollimation)
- es entsteht ein umgekehrtes, gleich großes Bild
- Vorsicht: Vorder- und Rückseite der Linse wirken als Spiegel (Vortäuschung eines falschen Bildes)

3. Versuchsaufbau

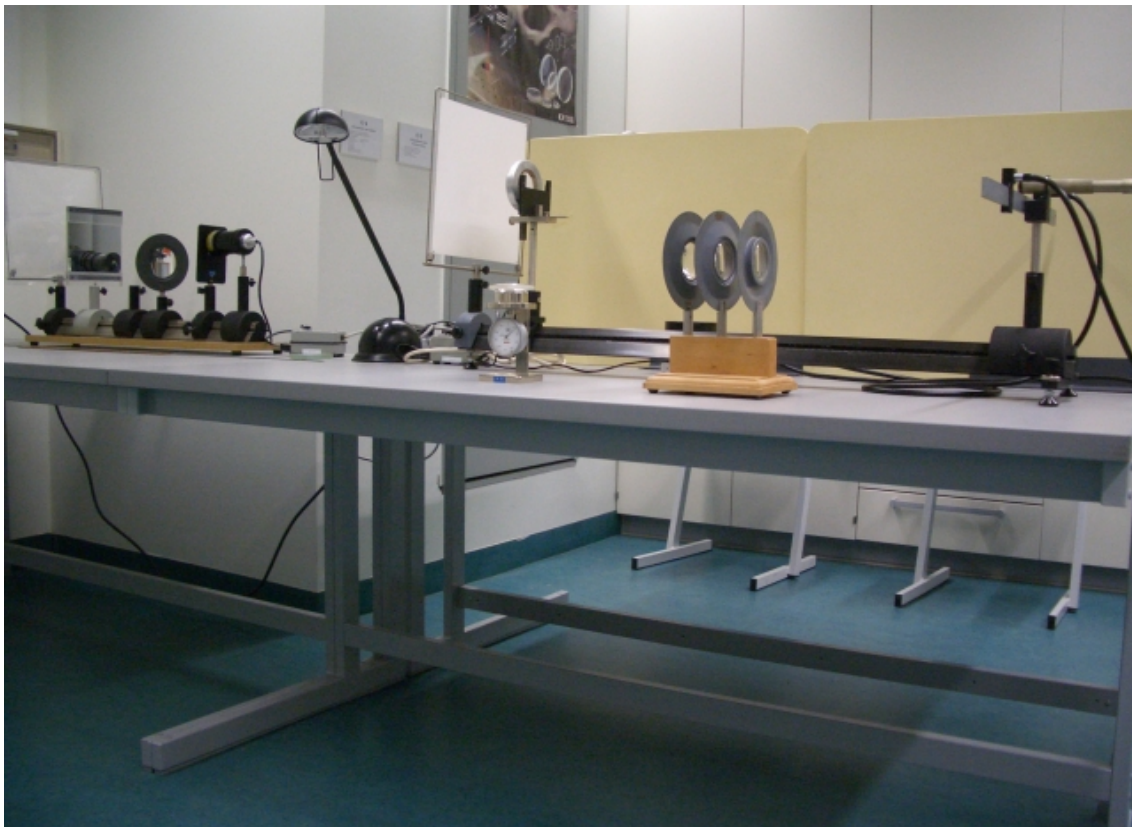


Abb. 2 - Versuchsaufbau

4. Messwerte

Bestimmung der Krümmungsradien der Sammellinse nach Kohlrausch

Nr. d. Messung	G [mm]	B'_1 [mm]	B'_2 [mm]
1	110	7,5	5
2	130	9	6,5
3	150	10	7
4	170	11,5	8
5	190	12,5	9
6	210	14	10
7	230	15	11
8	250	17	12
9	270	17,5	13
10	290	19	13,5

Tab. 1 – Messwerte (Kohlrausch-Methode)

$g = 702 \text{ mm}$

Bestimmung der Krümmungsradien durch Autokollimation

Die gemessene Entfernung ist bei der Autokollimation identisch mit dem Krümmungsradius. (vgl. Grundlagen)

Hohlspiegel : $d = \{ 410\text{mm}, 409\text{mm}, 408\text{mm}, 410\text{mm} \}$
 $\bar{d} = R = 409,25 \text{ mm}$

Zerstreuungslinse $d_1 = \{ 99\text{mm}, 99\text{mm}, 99\text{mm}, 98\text{mm} \}$
 $\bar{d}_1 = R_1 = 98,75 \text{ mm}$
 $d_2 = \{ 98\text{mm}, 100\text{mm}, 98\text{mm}, 98\text{mm} \}$
 $\bar{d}_2 = R_2 = 98,5 \text{ mm}$

Bestimmung der Krümmungsradien mit Hilfe des Ringsphärometers

Nr. d. Messung	Seite 1: t [mm]	Seite 2: t [mm]
1	2,13	2,13
2	2,12	2,12
3	2,12	2,13

Tab. 2 – Messwerte (Ringsphärometer)

Bestimmung der Regressionsgeraden

$$\begin{aligned}\bar{G} &= 200 \text{ mm} \\ \bar{G}^2 &= 43300 \text{ mm}^2 \\ (\bar{G})^2 &= 40000 \text{ mm}^2 \\ \bar{B}_1 &= 13,3 \text{ mm} \\ G\bar{B}_1 &= 2870 \text{ mm}^2 \\ \bar{B}_2 &= 9,5 \text{ mm} \\ G\bar{B}_2 &= 2057 \text{ mm}^2\end{aligned}$$

Die Regressionsparameter errechnen sich nach der bereits bekannten Form:

$$a = \bar{B}' - b \cdot \bar{G}$$

$$b = \frac{\bar{B}' \cdot G - \bar{B}' \cdot \bar{G}}{\bar{G}^2 - (\bar{G})^2}$$

Die Regressionsgeraden ergeben dich also annähernd als:

$$B'_1 = 0.572 \cdot G + 0.064 \quad \text{siehe Anhang Abb. 3}$$

$$B'_2 = 0.048 \cdot G - 0.015 \quad \text{siehe Anhang Abb. 4}$$

Bestimmung von Krümmungsradien und Brennweite nach Kohlrausch

Nach den Formeln (1) und (6) ergeben sich:

$$\begin{aligned} R_1 &= 107,69 \text{ mm} \\ R_2 &= 73,69 \text{ mm} \end{aligned} \quad f = 84,14 \text{ mm}$$

Bestimmung der Brennweiten durch Autokollimation

$$\text{Zerstreuungslinse} \quad f = 94,83 \text{ mm}$$

$$\text{Hohlspiegel} \quad f = 204,63 \text{ mm}$$

Bestimmung von Krümmungsradius und Brennweite mit Hilfe des Tiefentasters

Die Abweichungen der Messergebnisse beider Linsenflächen war geringer als die anzunehmende Abweichung durch das Messgerät selbst, wir betrachten daher $R_1 \simeq R_2 = R$.

Mit Gleichung (9) und (1) werden schließlich Krümmungsradius und Brennweite berechnet:

$$R = 120,18 \text{ mm} \quad f = 115,56 \text{ mm}$$

5. Messunsicherheiten

Allgemein ist anzunehmen, dass der zufällige Fehler durch das Einstellen der Schärfe und Ablesen der Skalenwerte die systematischen Fehler der Messgeräte dominiert.

Grobe Fehler konnten durch Mehrfachmessungen vermieden werden.

Eine Abschätzung des zufälligen Fehlers fällt allerdings schwer, da jedes Wertepaar nur 1 mal ermittelt wurde.

Wir können somit nur die zufälligen Fehler durch das Ablesen der Skalen berücksichtigen.

$$\Delta G = \Delta B = \Delta g = \Delta x = 0,5 \text{ mm}$$

Nach dem linearen Fehlerfortpflanzungsgesetz ergeben sich für den Krümmungsradius nach Kohlrausch:

$$\Delta R = \left| \frac{2gG}{(G-2B')^2} \right| \cdot \Delta B' + \left| \frac{2gB}{(G-2B')^2} \right| \cdot \Delta G + \left| \frac{2BG}{(G-2B')^2} \right| \cdot \Delta g$$

$$\Delta R_1 = 5,07 \text{ mm}$$

$$\Delta R_2 = 4,55 \text{ mm}$$

und beim Tiefentaster

$$\Delta R = \left| \frac{1}{2} - \frac{d^2}{8 \cdot t^2} \right| \cdot \Delta t$$

$$\text{mit } \Delta t = t_s + t_z = 0,02 \text{ mm} + 0,005 \text{ mm} = 0,025 \text{ mm}$$

$$\Delta R = 1,40 \text{ mm}$$

Für die Brennweiten gilt demnach:

$$\Delta f = \left| -\left(\frac{(n-1)}{R_1} + \frac{(n-1)}{R_2} \right)^{-2} \cdot \left(-\frac{(n-1)}{R_1^2} \right) \right| \cdot \Delta R_1 + \left| -\left(\frac{(n-1)}{R_1} + \frac{(n-1)}{R_2} \right)^{-2} \cdot \left(-\frac{(n-1)}{R_2^2} \right) \right| \cdot \Delta R_2$$

$$\text{Kohlrausch: } \Delta f = 4,69 \text{ mm}$$

$$\text{Autokollimation: } \Delta f = 0,48 \text{ mm}$$

$$\text{Tiefentaster: } \Delta f = 1,35 \text{ mm}$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

	Kohlrausch	Autokollimation	Tiefentaster
$R_{\text{Linse 1}}$	$107,69 \text{ mm} \pm 5,07 \text{ mm}$	$98,75 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$	$120,18 \text{ mm} \pm 1,40 \text{ mm}$
$R_{\text{Linse 2}}$	$73,69 \text{ mm} \pm 4,55 \text{ mm}$	$98,5 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$	$R_2 \simeq R_1$
$R_{\text{Hohlsp.}}$	-	$409,25 \text{ mm} \pm 0,5 \text{ mm}$	-

Tab. 3: Krümmungsradien

	Kohlrausch	Autokollimation	Tiefentaster
f_{Linse}	$84,14 \text{ mm} \pm 4,69 \text{ mm}$	$94,83 \text{ mm} \pm 0,48 \text{ mm}$	$115,56 \text{ mm} \pm 1,35 \text{ mm}$
$f_{\text{Hohlsp.}}$	-	$204,63 \text{ mm} \pm 0,25 \text{ mm}$	-

Tab. 4: Brennweiten

Diskussion

Mit allen 3 Messmethoden ließen sich die Brennweiten und Krümmungsradien für die entsprechenden Linsen oder den Spiegel ermitteln. Beim Verfahren nach Kohlrausch wird der Meßwert durch zufällige Fehler am stärksten verfälscht. Beim Tiefentaster hingegen wird die Linse mechanisch beansprucht. Mit der Autokollimation schließlich sind nur konkave Flächen ausmessbar. So hat jedes Verfahren seine eigenen Vor- und Nachteile.

7. Anhang

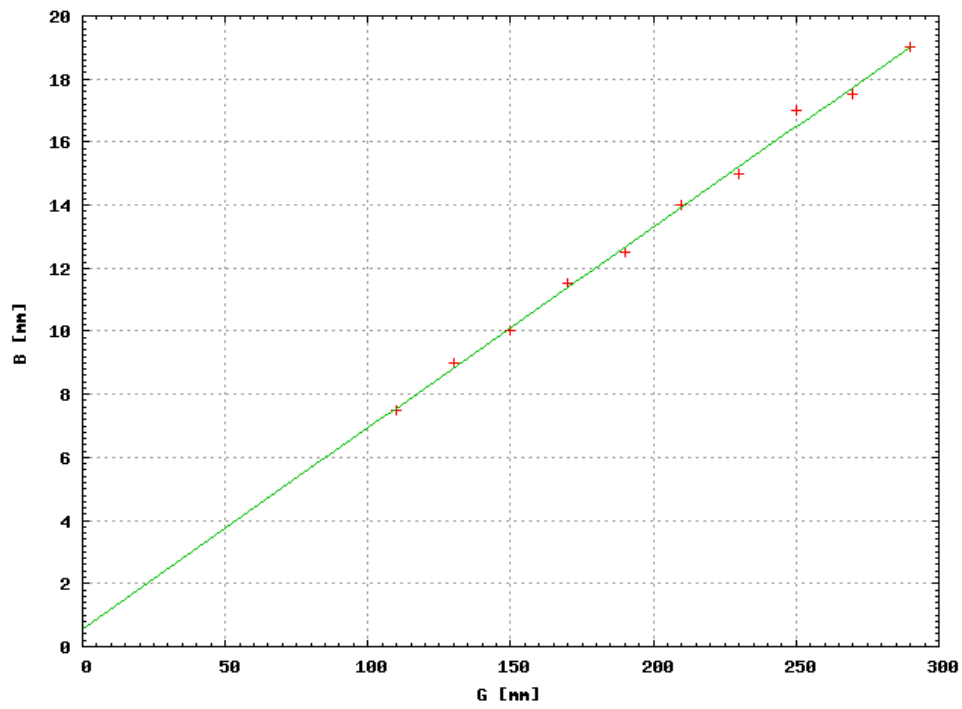


Abb. 3: Lineare Regression der Linsenseite 1

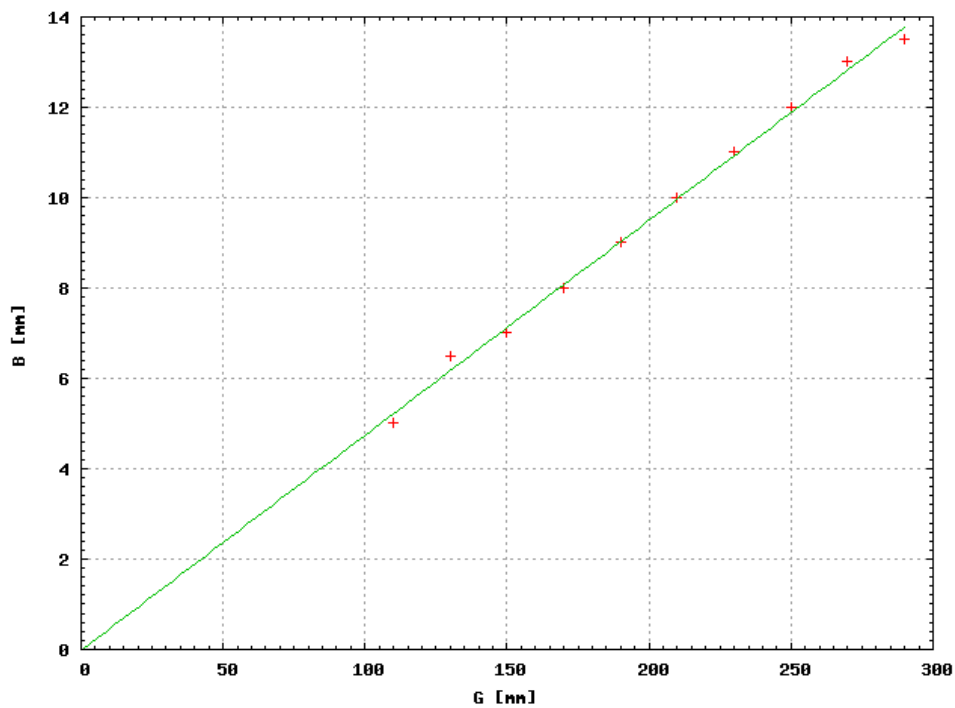


Abb 4: Lineare Regression der Linsenseite 2

8. Literatur

- 8.1. Walther, W. Praktikum der Physik
 B. G. Teubner Stuttgart
 6. Auflage, S. 138 - 156
- 8.2. Stroppe, H. Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften
 Fachbuchverlag Leipzig
 11. Auflage, S. 360 - 366
- 8.3. A. Rau und Physikalisches Praktikum
 G. Schumann Georg Thieme Verlag Leipzig
 1962, S. 126 - 140

Versuch W 4
Spezifische Wärmekapazität von Festkörpern

1. Aufgabenstellung

Die spezifische Wärmekapazität zweier fester Probekörper ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen.

- 1.1 Die Wärmekapazität eines Kalorimeters ist mindestens zweimal nach der Mischungsmethode zu bestimmen.
Die Mischungstemperatur ist durch Extrapolation aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.
- 1.2 Die spezifische Wärmekapazität zweier Probekörper ist nach der Mischungsmethode zu bestimmen. Die Mischungstemperatur ist wieder aus dem Temperatur-Zeit-Diagramm zu ermitteln.
- 1.3 Die molare Masse des Probenmaterials ist nach der Regel von Dulong-Petit zu errechnen.

2. Grundlagen

Um die Wärmekapazität des Kalorimeters bestimmen zu können, legt man zu Grunde, dass die von der warmen Flüssigkeit in Form von Wärme abgegebene Energie gleich der von der kalten Flüssigkeit und der vom Kalorimeter aufgenommenen Energie ist.

$$\begin{aligned} Q_{zu} &= Q_{ab} \\ Q_{warm} &= Q_{kalt} + Q_{Kalorimeter} \end{aligned} \quad (1)$$

Die Wärmekapazität Q eines Körpers errechnet sich aus dem Produkt seiner spezifischen Wärmekapazität c , seiner Masse und der Temperaturänderung ΔT :

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T \quad (2)$$

Somit ergibt sich für diesen Ansatz:

$$m_{warm} \cdot c_{Wasser} \cdot (\theta_{warm} - \theta_{misch}) = m_{kalt} \cdot c_{Wasser} \cdot (\theta_{misch} - \theta_{kalt}) + C_{Kalori} \cdot (\theta_{misch} - \theta_{kalt}) \quad (3)$$

Stellt man nach der Kapazität des Kalorimeters um, ergibt sich:

$$C_{Kalori} = c_{Wasser} \cdot \left(\frac{m_{warm} \cdot (\theta_{warm} - \theta_{misch})}{\theta_{misch} - \theta_{kalt}} - m_{kalt} \right) \quad (4)$$

und für den Fall das man kalte Flüssigkeit in warme mischt:

$$C_{Kalori} = c_{Wasser} \cdot \left(\frac{m_{kalt} \cdot (\theta_{misch} - \theta_{kalt})}{\theta_{warm} - \theta_{misch}} - m_{warm} \right) \quad (5)$$

$$[C_{Kalori}] = 1 \frac{J}{K} \quad \text{Wärmekapazität des Kalorimeters}$$

$$[c_{wasser}] = 4,19 \frac{J}{kg \cdot K} \quad \text{Wärmekapazität des Wassers}$$

Obwohl sich die Wärmekapazität des Wasser temperaturabhängig verändert, so nehmen wir diese im betrachteten, kleinen Temperaturintervall für das Experiment jedoch als konstant an.

Dieser Ansatz liefert nur korrekte Ergebnisse, solange kein Aggregatzustandswechsel stattfindet, damit die zugeführte Energie nur zur Erwärmung der Stoffe genutzt wird..

Um eine genauere Berechnung zu ermöglichen und eventuelle Wärmeverluste durch Abgabe von Energie an die Umwelt auszugleichen, extrapoliert man die Temperaturkurven, um so dem idealen Fall der zeitverzögerungslosen Messung nahe zu kommen. Legt man die im ersten Teil der Aufgabe ermittelten Werte zu Grunde, kann man nun die Wärmekapazität von Festkörpern bestimmen.

Hierbei ist wieder die vom kälteren Festkörper aufgenommene Wärmemenge gleich der von der warmen Flüssigkeit und dem Kalorimeter abgegebenen Wärmemenge.

$$m_{\text{Körper}} \cdot c_{\text{Körper}} \cdot \Delta \theta_{m/K} = m_W \cdot c_W \cdot \Delta \theta_{W/m} + C_K \cdot \Delta \theta_{W/m} \quad (6)$$

nach $c_{\text{Körper}}$ umgestellt:

$$c_{\text{Körper}} = \frac{(m_W \cdot c_W + C_K) \cdot \Delta \theta_{W/m}}{m_{\text{Körper}} \cdot \Delta \theta_{m/K}} \quad (7)$$

Warmer Körper in kaltes Wasser:

$$c_{\text{Körper}} = \frac{(m_W \cdot c_W + C_K) \cdot \Delta \theta_{m/k}}{m_{\text{Körper}} \cdot \Delta \theta_{K/m}} \quad (8)$$

Die Regel von Dulong-Petit besagt, dass die Wärmekapazität von Festkörpern bei nicht all zu niedrigen Temperaturen, also fern des absoluten Nullpunktes, vom Stoff unabhängig und konstant ist. Sie berechnet sich mit Hilfe der molaren Gaskonstanten R:

$$c_m = 3R \approx 25 \frac{J}{mol \cdot K} \quad (9)$$

Die Regel ergibt sich aus dem Gleichverteilungssatz, der besagt, dass einem Körper zugeführte Wärme sich gleichmäßig auf alle Freiheitsgrade seiner Atome bzw. Moleküle verteilt.

Zusammen mit der molaren Masse: $M = \frac{c_m}{c_{\text{Körper}}} \quad (10)$

ergibt sich: $M = \frac{3R}{c_{\text{Körper}}} \quad (11)$

3. Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau bestand aus einem Kalorimeter, bestehend aus einem Gefäß mit Deckel, in welchen ein Thermometer und ein Rührer eingebaut waren. Der Rührer ließ sich mit Hilfe eines Stelltrafos regeln. Des Weiteren benutzten wir ein Digitalthermometer mit zwei Messfühlern und eine Heizplatte.

Zunächst ermittelten wir die spez. Wärmekapazität des Kalorimeters mit der Mischmethode. In das Kalorimeter wurde kaltes Wasser eingefüllt, die Temperatur bestimmt, und anschließend dieselbe Menge heißes Wasser hinzugefügt. Anhand der Mischtemperatur kann die Wärmekap. des Kalorimeters bestimmt werden. In einer Wiederholung des Versuches wurde heißes Wasser in das Kalorimeter gefüllt und es wurde heißes Wasser hinzugefügt.

Anschließend bestimmten wir die Wärmekapazitäten zweier Festkörper, mit Hilfe der Mischmethode. Hierzu haben wir in das Kalorimeter kaltes Wasser gefüllt und den heißen Probekörper hinzugefügt, und anschließend die Mischtemperatur bestimmt. Je eine Messung wurde durchgeführt, indem heißes Wasser ins Kalorimeter gefüllt wurde und ein kalter Probekörper hinzugefügt wurde.

4. Messwerte

Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters

Zeit	Warmes Wasser in kaltes	Kaltes Wasser in warmes
0	23,1	59,4
30	23,1	58,8
60	23,1	58,1
90	23,1	57,8
120	23,1	57,3
150	23,1	56,9
180	23,1	56,5
210	23,1	56,1
240	23,1	55,8
270	23,1	55,4
300	23,1	55
310	35,6	40,5
320	37,2	39,9
330	37,3	40
340	37,2	40
350	37,1	40
360	37,1	40
390	37	40
420	36,9	40
450	36,8	39,9
480	36,7	39,9
510	36,6	39,9
540	36,5	39,8
570	36,4	39,8
600	36,3	39,7

Tab. 1 – Messwerte Bestimmung der Wärmekap. des Kalorimeters

$$m_{\text{warm}} = 147,60 \text{ g}$$

$$m_{\text{kalt}} = 145,70 \text{ g}$$

Die Mischtemperaturen, ermittelt durch Extrapolation, betrugen:

$$\theta_1 = 37^\circ \text{C}$$

$$\theta_2 = 40^\circ \text{C}$$

Damit ergeben sich nach (4) und (5) folgende Kapazitäten:

$$C_{\text{Kalori1}} = 368,35 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$C_{\text{Kalori2}} = 69,37 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Als arithmetischer Mittelwert ergibt sich:

$$C_{\text{Kalori}}^- = 218,86 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Bestimmung der Kapazitäten der Probekörper

Körper 1:

Zeit	Heißer Körper in kaltes Wasser	Kaltes Körper in heißes Wasser
0	23,8	64,8
30	23,8	64,2
60	23,8	63,7
90	23,8	63,1
120	23,8	62,7
150	23,8	62,3
180	23,8	61,9
210	23,8	61,6
240	23,8	61,2
270	23,8	60,9
300	27,8	60,6
310	27,5	59,4
320	28,4	59,2
330	29,5	58,5
340	29,5	57,6
350	29,6	57,1
360	29,3	56,6
390	29,1	55,8
420	29,1	55,4
450	29,1	55,1
480	29,2	54,9
510	29,3	54,8
540	29,3	54,6
570	29,4	54,5
600	29,5	54,3

Tab. 2 - Bestimmung der Wärmekapazität von Körper 1

$$m_{\text{Wasser, kalt}} = 168,70 \text{ g}$$

$$m_{\text{Wasser, warm}} = 241,70 \text{ g}$$

$$m_{\text{Körper}} = 243,44 \text{ g}$$

Die Mischtemperaturen betragen:

$$\theta_1 = 31^\circ \text{C}$$

$$\theta_2 = 57^\circ \text{C}$$

$$c_{\text{Körper 1}} = 408,64 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{\text{Körper 1}} = 535,67 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

ergibt im Mittel:

$$\bar{c}_{\text{Körper 1}} = 472,16 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Körper 2:

Zeit	Heißer Körper in kaltes Wasser	Kalter Körper in heißes Wasser
0	22,5	63,6
30	22,5	63,1
60	22,5	62,5
90	22,5	62
120	22,5	61,6
150	22,5	61,2
180	22,5	60,9
210	22,5	60,5
240	22,5	60,2
270	22,5	60
300	22,5	59,7
310	23,5	58,4
320	24,8	56,5
330	25,3	54,8
340	26,1	53,8
350	26,7	53,2
360	27,2	52,9
390	28,6	52,5
420	29,5	52,5
450	30,1	52,6
480	30,5	52,6
510	30,8	52,7
540	31	52,7
570	31,2	52,7
600	31,3	52,6

Tab. 3 Bestimmung der Wärmekapazität von Körper 2

$$m_{\text{Wasser, kalt}} = 177,30 \text{ g}$$

$$m_{\text{Wasser, warm}} = 237,12 \text{ g}$$

$$m_{\text{Körper}} = 428,38 \text{ g}$$

Durch Extrapolation ermittelte Mischtemperaturen:

$$\theta_1 = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_2 = 55\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$c_{\text{Körper}_2} = 247,62 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{\text{Körper}_2} = 415,68 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

ergibt im Mittel:

$$\bar{c}_{\text{Körper}_2} = 331,65 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Nach der Regel von Dulong-Petit (11) betragen die molaren Massen:

$$M_{\text{Körper}_1} = 52,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$M_{\text{Körper}_2} = 75,2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

5. Messunsicherheiten

Die systematischen und zufälligen Fehler der Messinstrumente betrugen:

$$\begin{aligned}\text{Digitalthermometer:} \quad \Delta \theta &= \Delta \theta_s + \Delta \theta_z = 0,2 \text{ K} + 0,05 \text{ K} \\ \Delta \theta &= 0,25 \text{ K}\end{aligned}$$

$$\text{Digitalwaage:} \quad \Delta m = \Delta m_z = 0,005 \text{ g}$$

Lineare Fehlerfortpflanzung

Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters:

$$\Delta C_{\text{Kalori}} = \left| \frac{\partial C_{\text{Kalori}}}{\partial m_{\text{warm}}} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial C_{\text{Kalori}}}{\partial m_{\text{kalt}}} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial C_{\text{Kalori}}}{\partial \theta_{\text{warm}}} \right| \cdot \Delta \theta + \left| \frac{\partial C_{\text{Kalori}}}{\partial \theta_{\text{kalt}}} \right| \cdot \Delta \theta + \left| \frac{\partial C_{\text{Kalori}}}{\partial \theta_{\text{misch}}} \right| \cdot \Delta \theta$$

$$\Delta C_{\text{Kalori}1} = 102 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta C_{\text{Kalori}2} = 78 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta C_{\text{Kalori}2}^- = 90 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Bestimmung der Wärmekapazität der Probekörper:

$$\Delta c_{\text{Körper}} = \left| \frac{\partial c_{\text{Körper}}}{\partial m_{\text{w}}} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial c_{\text{Körper}}}{\partial m_{\text{Körper}}} \right| \cdot \Delta m + \left| \frac{\partial c_{\text{Körper}}}{\partial \theta_{\text{w/m}}} \right| \cdot \Delta \theta + \left| \frac{\partial c_{\text{Körper}}}{\partial \theta_{\text{m/K}}} \right| \cdot \Delta \theta + \left| \frac{\partial c_{\text{Körper}}}{\partial C_{\text{K}}} \right| \cdot \Delta C_{\text{Kalori}}$$

Für den ersten Probekörper ergibt sich somit:

$$\Delta c_{\text{Körper}1} = 86 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

und analog für den zweiten:

$$\Delta c_{\text{Körper}2} = 49 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

6. Zusammenfassung und Diskussion

Ergebnisse des Versuches:

spez. Wärmekapazität des Kalorimeters:

$$C_{\text{Kalori}} = 218,86 \frac{\text{J}}{\text{K}} \pm 90 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

spez. Wärmekapazität der Probekörper:

$$c_{\text{Körper1}}^- = 472,16 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \pm 86 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{\text{Körper2}}^- = 331,65 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \pm 49 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

molare Massen der Probekörper:

$$M_{\text{Körper1}} = 52,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$M_{\text{Körper2}} = 75,2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Anhand der experimentell ermittelten Werte können wir annehmen, dass es sich bei dem

ersten Körper um Stahl (Tabellenwert: $c_{\text{Stahl}}^- = 470 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$) und beim

zweiten Körper um Messing (Tabellenwert: $c_{\text{Messing}}^- = 380 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$) handelt.

Die Messwerte entsprechen dabei in guter Näherung den Tabellenwerten.

Hauptursachen für Ungenauigkeiten der Werte sind der Wärmeverlust bei hohen Temperaturen, die Restwärme im Kalorimeter, das Stoppen mit der Stoppuhr und das Bestimmen der Mischungstemperaturen durch Extrapolation.

Die systematischen Fehler der Messinstrumente sind hingegen sehr gering und bereits in Anbetracht der typischen Abweichungen zwischen Körpern derselben Stoffgruppe vernachlässigbar.

7. Anhang

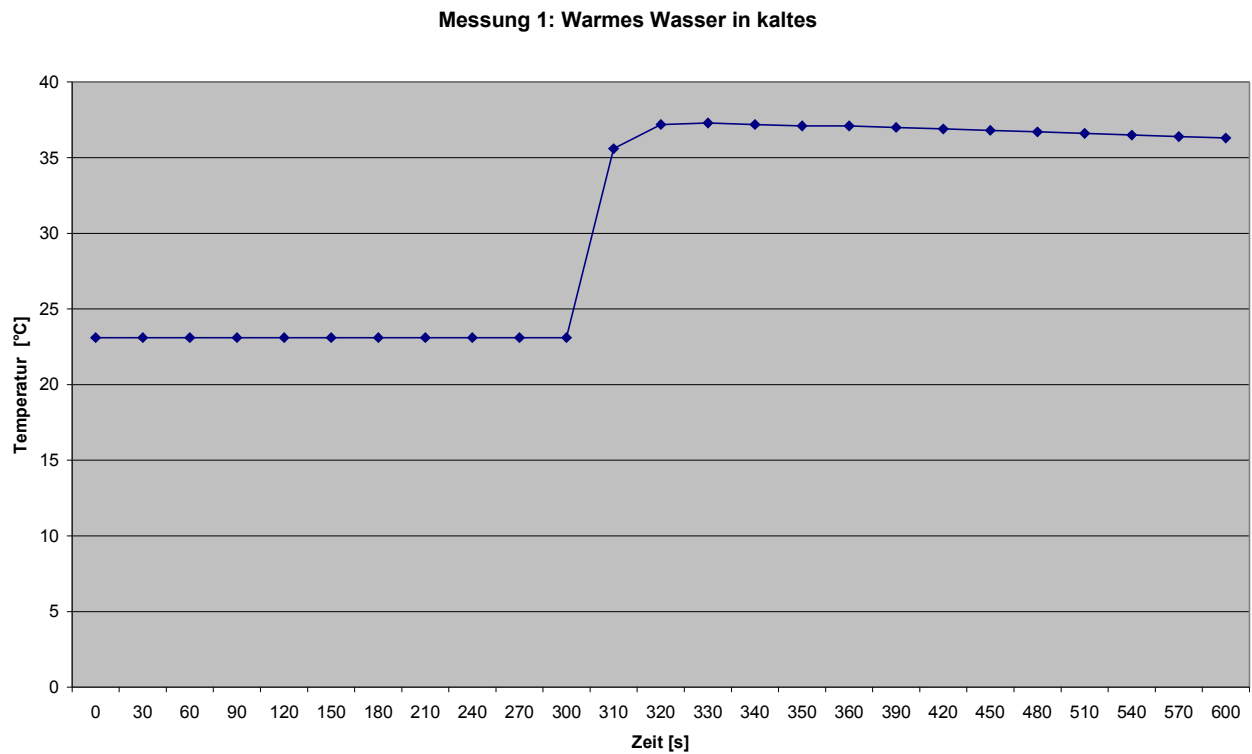


Abb. 1 – Messwerte der 1. Messung (heißes Wasser in kaltes)

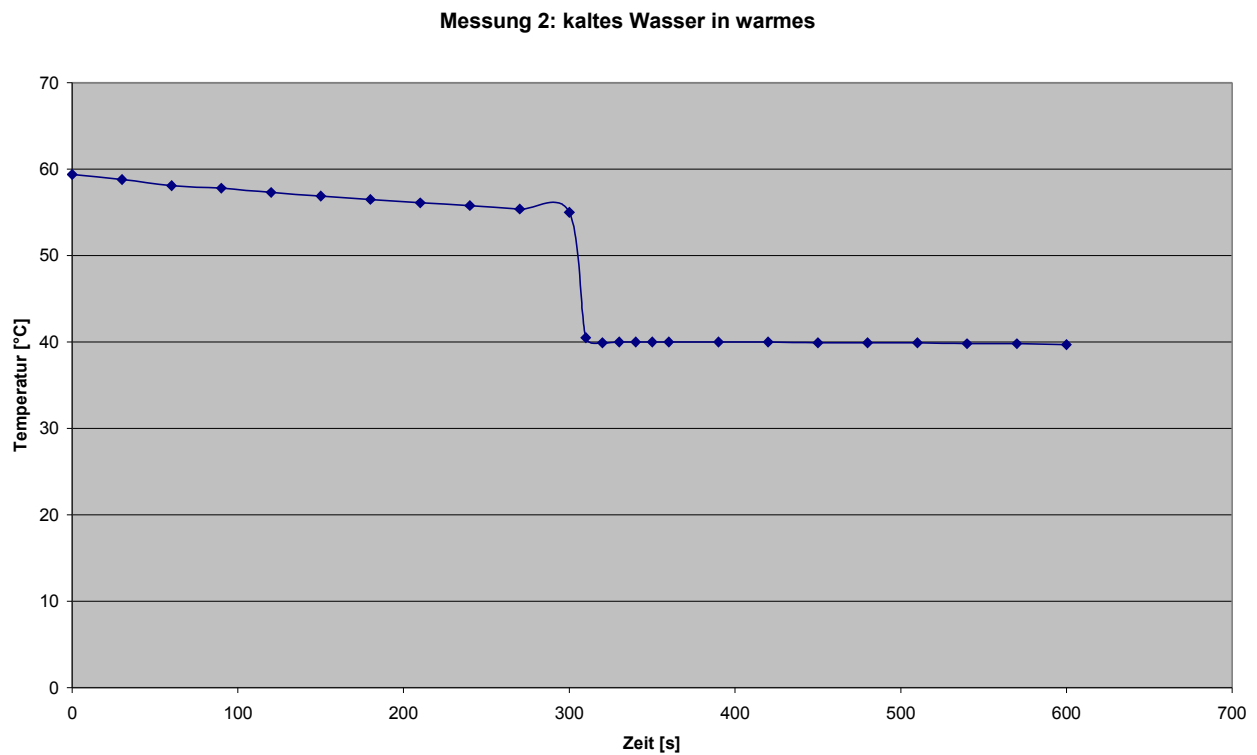


Abb. 2 – Messwerte der 2. Messung (kaltes Wasser in heißes)

Messung 3: Körper 1 in kaltes Wasser

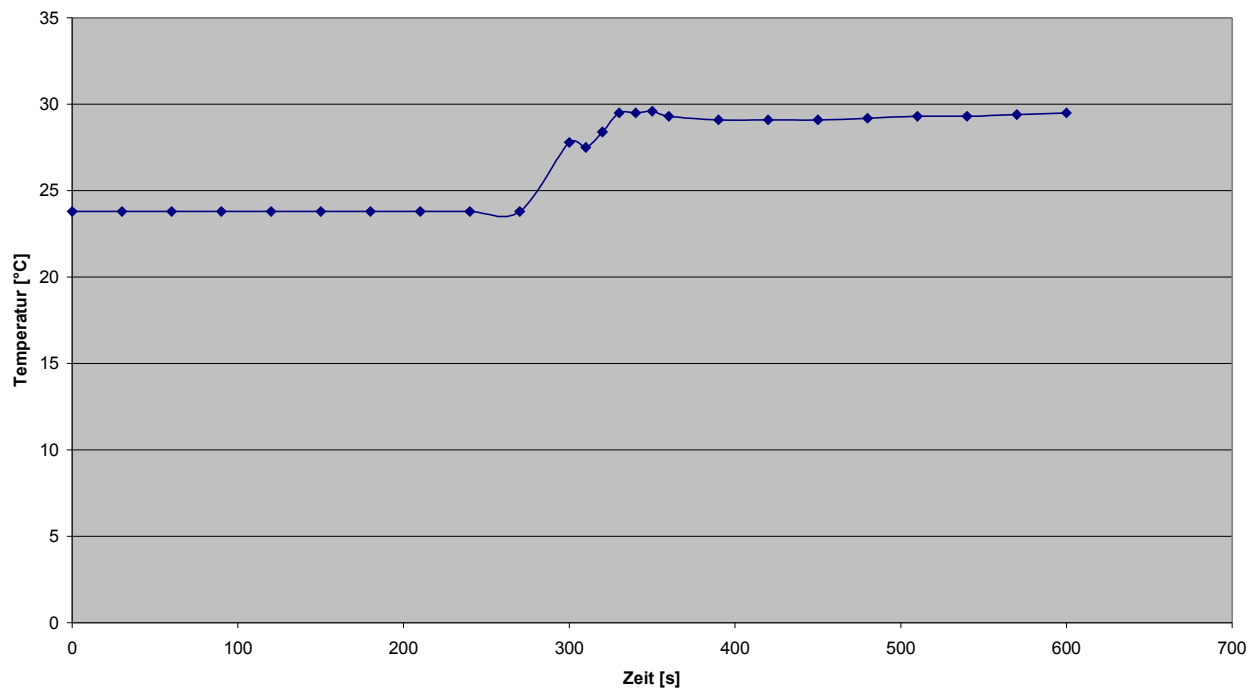


Abb. 3 – Messwerte der 3. Messung (Körper 1 [heiß] in kaltes Wasser)

Messung 4: Körper 1 in heißes Wasser

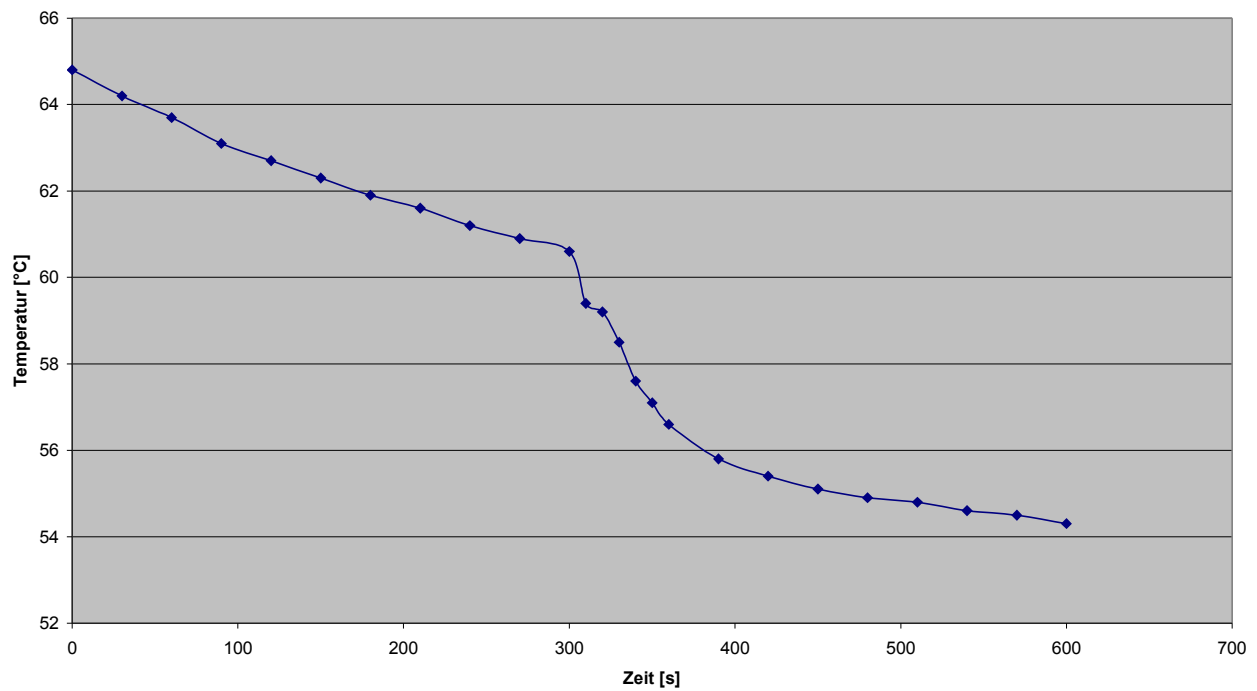


Abb. 4 – Messwerte der 4. Messung (Körper 1 [kalt] in heißes Wasser)

Messung 5: Körper 2 in kaltes Wasser

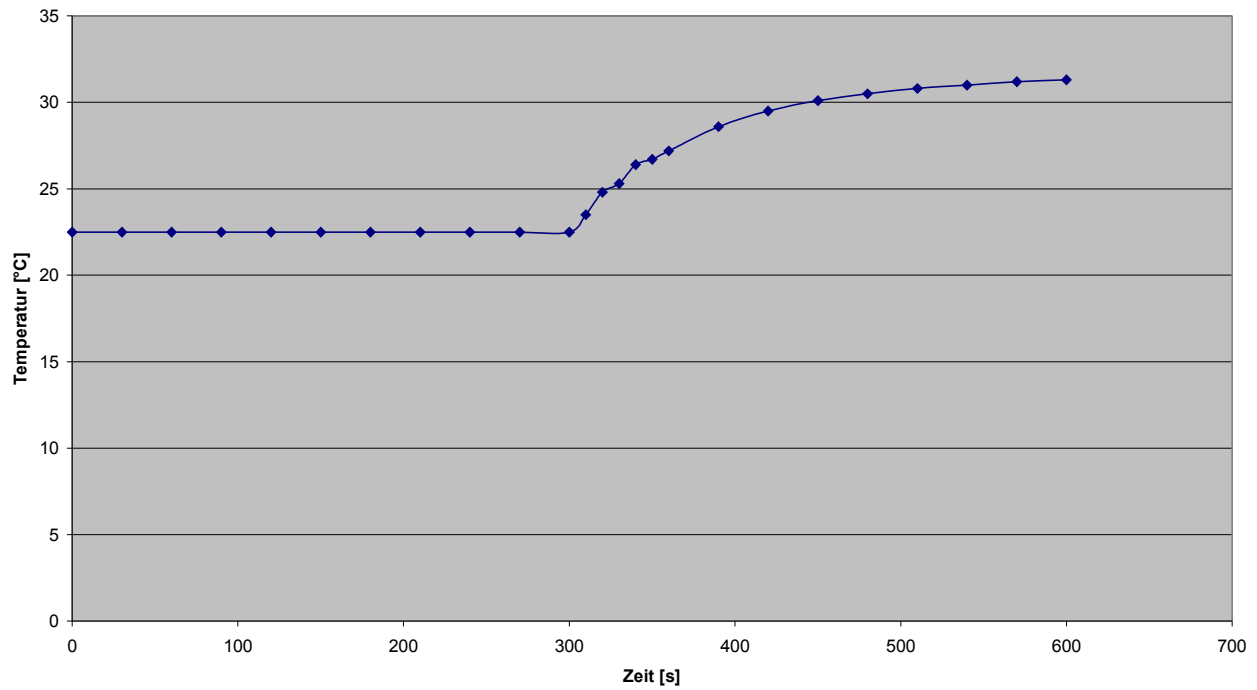


Abb. 5 – Messwerte der 5. Messung (Körper 2 [heiß] in kaltes Wasser)

Messung 6: Körper 2 in heißes Wasser

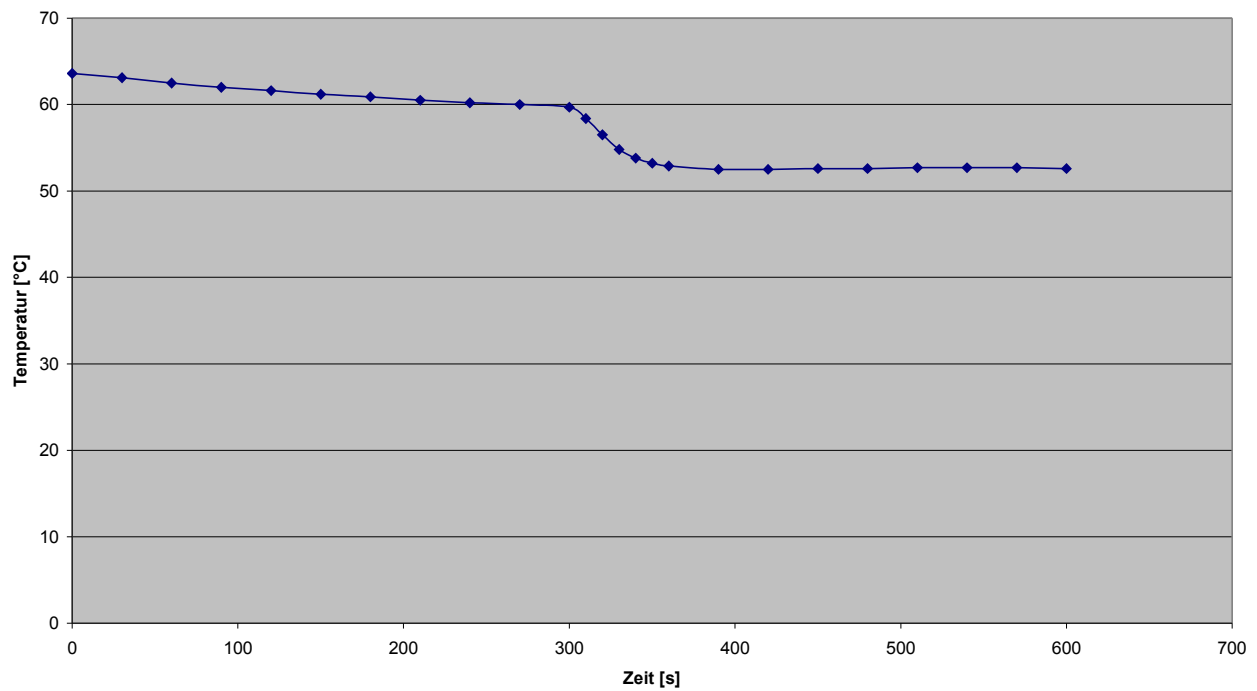


Abb. 6 – Messwerte der 6. Messung (Körper 2 [kaltes] in heißes Wasser)

8. Literatur

- 7.1. Dr. Engelmann,
Dr. Fanghänel u.w. Formeln und Tabellen für die Sekundarstufen I + II,
Paetec, Gesellschaft für Bildung & Technik, Berlin, 2001
9. Auflage
- 7.2. Stroppe, H. Physik für Studenten der Natur- und Technikwissenschaften
Fachbuchverlag Leipzig
11. Auflage