

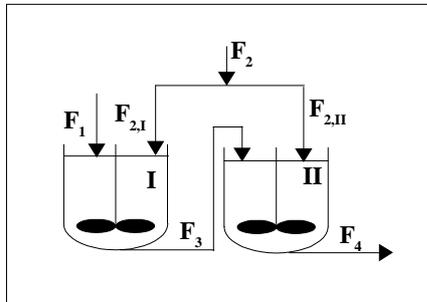
## Klausur Prozessdynamik I 2. Prüfungsabschnitt

**Gesamtpunktzahl 39 P**

$P \geq 19$  - bestanden

### Aufgabe 1 (15 P)

Gegeben sei ein Prozess aus idealen isothermen Rührkesselreaktoren (CSTRs):



Volumenströme:

- $F_1$  enthält nur die frische Komponente A,  
 $F_1 = 0.01 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $c_{A,\text{ein}} = 2 \text{ mol/l}$ ,
- $F_2$  enthält nur die frische Komponente B,  
 $c_{B,\text{ein}} = 1 \text{ mol/l}$ ,  
 $F_2$  wird geteilt, so daß  $F_{2,I} : F_{2,II}$  gleich 2:3 ist.
- $F_4 = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$

Die Volumenströme sind so gewählt, dass in allen Reaktoren ein konstantes Volumen beibehalten wird.

- Reaktor I :  $T_1 = 250 \text{ K}$   $V_1 = 5 \text{ m}^3$
- Reaktor II :  $T_2 = 450 \text{ K}$   $V_2 = 10 \text{ m}^3$

Es wird angenommen, dass die Massendichte in allen Zuflüssen und Reaktoren konstant ist  $\rho = \text{const}, [\text{kg}/\text{m}^3]$ .

Zur Zeit  $t=0$  befindet sich nur Lösungsmittel in Reaktor I und in Reaktor II.

Es können folgende Reaktionen auftreten:

1.  $2A + B \xrightarrow{k_1} 2C$  *nur wenn  $T \leq 300 \text{ K}$*
2.  $C + B \xrightleftharpoons[k_2]{} 2D$  *nur wenn  $T \geq 400 \text{ K}$*

Die Reaktionsgeschwindigkeiten werden über Potenzansätze und die Reaktionsgeschwindigkeitskonstanten mittels Arrhenius-Ansätzen beschrieben. Die Reaktionsordnung der Komponenten in den Kinetikansätzen entspricht deren stöchiometrischen Koeffizienten.

- a) Welche Reaktionen  $j$  und Komponenten  $i$  treten in welchen Reaktoren  $n$  auf? Stellen Sie die Matrix der stöchiometrischen Koeffizienten, die Ansätze für die Reaktionsgeschwindigkeiten und für die Reaktionsgeschwindigkeitskonstanten (allg., d.h. unabhängig von den Reaktoren) auf. **(5.7 P)**
- b) Formulieren Sie die allgemeine Massenbilanz für Komponente  $i$  in Reaktor  $n$ . Formen Sie diese zu einer dynamischen Gleichung für die Konzentration der Komponente  $i$  in Reaktor  $n$  um und stellen Sie diese für die Komponenten B und C in jedem Reaktor auf. **(7.3 P)**
- c) Wie groß sind die Volumenströme  $F_1, F_2, F_{2,I}, F_{2,II}, F_3, F_4$ ? **(2 P)**

**Aufgabe 2 (10 P)**

Die Konzentrationsänderung eines Stoffes A in einem chemischen Reaktor möge durch die folgende DGL beschrieben werden:

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{F}{V}(c_{A, \text{ein}} - c_A) - k * c_A^n, \quad c_A(t=0) = 1 \text{ mol/m}^3$$

$$F = 4.5 \text{ m}^3/\text{s}, \quad V = 1.5 \text{ m}^3, \quad k = 2 \text{ m}^3/(\text{mol} \cdot \text{s}), \quad c_{A, \text{ein}} = 2 \text{ mol/m}^3$$

a) Berechnen Sie die Konzentration  $c_{A, \text{ss}}$  im stationären Zustand für  $n=2$  :

a.1 analytisch, (1 P)

a.2 numerisch.

Suchen Sie zuerst einen geeigneten Startwert (mit Begründung - 0.2 P) aus.

a.2.1 Newton-Verfahren (Iterationsvorschrift + 2 Iterationsschritte). (2.5 P)

a.2.2 Direkte Substitution (2 Iterationsschritte). (2 P)

b) Ausgehend vom Zeitpunkt  $t_o=0$  sollen die Werte von  $c_A$  für  $n=2$  durch numerische Integration mittels Runge-Kutta-Verfahren 2. Ordnung für einen Zeitschritt  $\Delta t=0.2 \text{ s}$  berechnet werden. Schreiben Sie zuerst dessen Iterationsvorschrift an. (2 P)

c) Lösen Sie die DGL für  $n=1$  mittels Laplace-Transformation. (2.3 P)

Geben Sie alle Zahlenwerte mit einer Genauigkeit von vier Nachkommastellen an.

**Aufgabe 3 (6 P)**

Ein Prozess wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 2 \frac{dy}{dt} - 8 y = 4 \frac{du}{dt} - 2u$$

Es gilt:  $y(t=0)=0$   $\frac{dy}{dt}|_{t=0} = 0$  ,  $y$  : Ausgangsgröße,

:  $u(t=0)=0$   $\frac{du}{dt}|_{t=0} = 0$  ,  $u$  : Eingangsgröße.

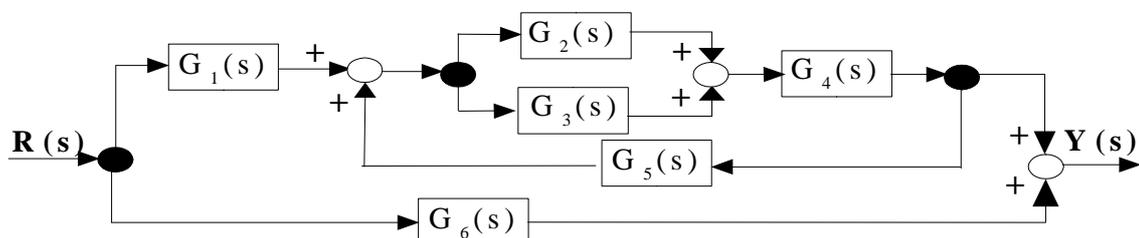
a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Systems. (2 P)

b) Stellen Sie die Pole und die Nullstellen in der komplexen Zahlenebene dar. (2 P)

c) Welches Verhalten weist das System auf? (2 P)

**Aufgabe 4 (8 P)**

Ein dynamischer Prozess sei aus mehreren Teilprozessen zusammengesetzt:



a) Leiten Sie die Berechnungsgleichung für die Gesamtübertragungsfunktion  $G_G(s)$  in Abhängigkeit der gegebenen Übertragungsfunktionen her. (5 P)

b) Untersuchen Sie das Systemverhalten für folgende Übertragungsfunktionen (3 P)

$$G_1(s)=1 \quad G_2(s)=\frac{1}{s+1} \quad G_3(s)=\frac{1}{s-1} \quad G_4(s)=2 \quad G_5(s)=1, \quad G_6(s)=1$$