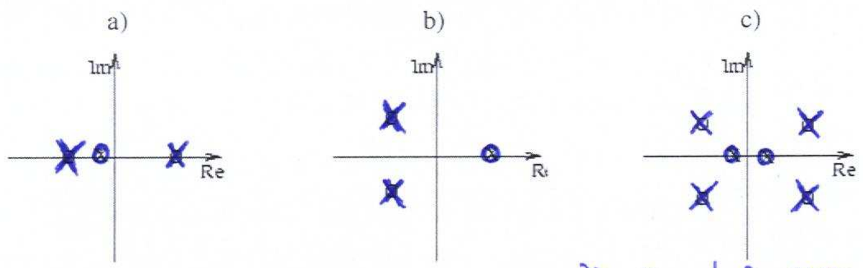
2. Übungsklausur Prozessdynamik I
WS 2005/2006

***Aufgabe 1** (23 P)*

1. Die Laplace-Transformation wird häufig zur Berechnung von Systemantworten im Zeitbereich verwendet. Geben Sie hierfür die typische Schrittfolge an. Gehen Sie gedanklich von einem allgemeinen (nichtlinearen) System aus.
2. Geben Sie die Definition der Laplace-Transformation an. Leiten Sie die Laplace-Transformierte der Pulsfunktion her!

$$f(t)=\begin{cases} A & \text{für } 0 \leqslant t \leqslant t_p \\ 0 & \text{für } t > t_p \end{cases}$$

3. Skizzieren Sie folgende Funktionen im Zeitbereich:
   a) Sprung
   b) Puls
   c) Dirac-Puls
   d) Rampe.
4. Im Folgenden sind Pole (X) und Nullstellen (O) einiger Übertragungsfunktionen in der komplexen Ebene dargestellt. Äussern Sie sich zum erwarteten Verhalten der zugehörigen Systeme.



Die x und 0 waren vertauscht.

***Aufgabe 2** (14 P)*

Ein Prozess wird durch folgende Differentialgleichung 2. Ordnung beschrieben:

$$4\frac{d^2y}{dt^2}+4\frac{dy}{dt}+5ay=\frac{d^2u}{dt^2}-3\frac{du}{dt}-4u$$

, mit u - Eingangs-, y Ausgangsgröße und $a \in \mathbb{R}$ -Parameter

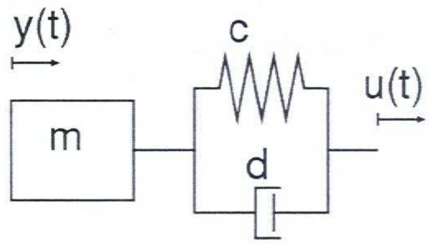
Es gilt: $y(t=0)=0$ $\quad \frac{dy}{dt}\big|_{t=0}=0$, $u(t=0)=0$ $\quad \frac{du}{dt}\big|_{t=0}=0$

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems?

b) Bestimmen Sie die Pole und die Nullstellen des Systems.

c) Untersuchen Sie das Verhalten des System in Abhängigkeit vom Parameter a (bezüglich Stabilität, Oszillation und inverses Verhalten).

Aufgabe 3 (25 P)



Nebenstehendes System aus Masse, Feder und Dämpfer kann durch folgende Differentialgleichung 2. Ordnung beschrieben werden:

$$m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + d \cdot \frac{dy}{dt} + c \cdot y = k \cdot u$$

Dabei ist m die Masse, c die Federkonstante und d die Dämpfungskonstante des Systems. Das System ist zum Zeitpunkt t=0 vollständig in Ruhe und entspannt. Es gelten also folgende Anfangsbedingungen:

$$y(t=0)=0; \quad \frac{dy}{dt}\Big|_{t=0} = 0; \quad u(t=0)=0$$

Folgende Werte seien gegeben: $m=1,\ d \geq 0,\ c=25,\ k=25$

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion G(s) des Systems?

b) Wie groß ist die Zeitkonstante?

c) Für welche Werte von d ist das System unterdämpft, kritisch gedämpft, überdämpft?

d) Jetzt sei $d=26$ und das System wird mit einem Einheitssprung beaufschlagt. Bestimmen Sie die Pole von G(s)! Berechnen Sie die Lösung $y(t)$. Welches Verhalten zeigt das System (Pole, Nullstellen)? Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf von $y(t)$!

e) Nun wird der Dämpfer durch einen anderen mit der Dämpfungskonstante $d=6$ ersetzt und das System mit einem Dirac-Stoß beaufschlagt $(A=1)$. Bestimmen Sie die Pole von G(s)! Berechnen Sie die Lösung $y(t)$. Welches Verhalten zeigt das System (Pole, Nullstellen)? Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf von $y(t)$!