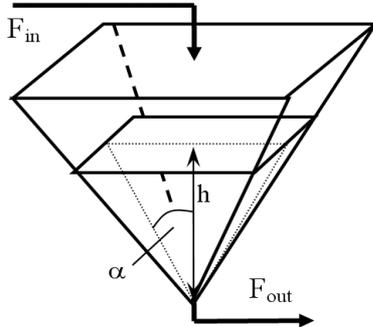


Übungsklausur Prozessdynamik I

WS 2006/2007

Aufgabe 1: Materialbilanz (12P)



Gegeben sei ein Tank, der die Form einer auf Kopf stehenden quadratischen Pyramide mit einem Öffnungswinkel von $\alpha = 45^\circ$ aufweist.

Dieser wird über einen Zulauf mit einer Flüssigkeit gefüllt, die über einen am unteren Ende befindlichen Ablauf wieder entweicht. Es treten keine weiteren Spezies auf.

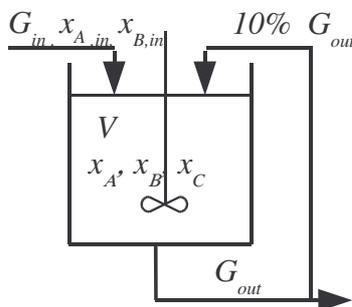
Der Volumenstrom am Ablauf sei von der Füllhöhe h abhängig (Ausflussformel von Torricelli): $F_{out} = A_{out} \cdot \sqrt{2gh}$

Die Dichte der Flüssigkeit ρ sei konstant.

- Stellen Sie die Gesamtmassenbilanz und die Gesamtstoffmengenbilanz auf!
- Leiten Sie die Gleichung $dh/dt = \dots$ für die zeitliche Änderung der Füllhöhe im Tank über die Gesamtmassenbilanz her! Ist die erhaltene Differentialgleichung linear oder nichtlinear?

(Hinweis: Das Volumen einer Pyramide berechnet sich durch $V = 1/3 \cdot \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}$.)

Aufgabe 2: Tank mit Reaktion (13P)



Gegeben sei ein CSTR, in dem folgende reversible Reaktion abläuft: $A + 2B \xrightleftharpoons[k_R]{k_H} C$ (kein Lösungsmittel, keine weiteren Spezies!)

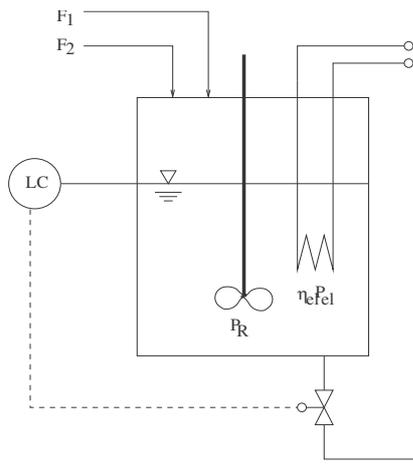
Der Zufluss G_{in} enthält die Komponente A mit einem Molenbruch von $x_{A,in}$ und die Komponente B mit einem Molenbruch von $x_{B,in}$. Die Rückführung geschieht in unendlich kurzer Zeit.

- Stellen Sie die Ansätze für die Reaktionsrate und für die Reaktionsgeschwindigkeitskonstanten auf! (Gehen Sie dabei von einer Elementarreaktion aus und nutzen Sie den Arrhenius-Ansatz!)
- Formulieren Sie die partiellen Stoffmengenbilanzen für Komponente A, B und C im Reaktor!

Stellen Sie die Gesamtstoffmengenbilanz auf, indem Sie diese drei Gleichungen addieren!

- Leiten Sie mit Hilfe der Produktregel einen Zusammenhang zwischen dn_α/dt und dx_α/dt her und nutzen Sie diesen, um unter Verwendung der Partial- und Gesamtstoffmengenbilanz eine dynamische Gleichung für den Molenbruch von A (x_A) aufzustellen!

Aufgabe 3: Energiebilanz ohne Reaktion (14 P)



In einem Sammeltank werden die unterschiedlich warmen Zuströme F_1 und F_2 mit einem Rührer homogen gemischt. Da die Verunreinigungen der Zuströme vernachlässigbar klein sind, kann von reinem Wasser als Inhaltsstoff ausgegangen werden. Der Tank ist so gut isoliert, dass er gegen die Umgebung als adiabatisch angenommen werden kann. Ein Füllstandsregler kontrolliert die Menge im Ablauf F_3 , so dass im Tank stets ein konstanter Flüssigkeitspegel herrscht.

Der Tank wird durch einen elektrischen Tauchsieder mit einem Heizwirkungsgrad von η_{el} beheizt. Er wird von einer Stromquelle mit $U[V=J/C]$ und $I[A=C/s]$ gespeist.

Der Rührer heizt den Tank mit einer Leistung von $P_R = \omega \cdot M$ zusätzlich auf. Das Bremsmoment M sei proportional zur Dichte: $M(\rho) = c[\text{J} \cdot \text{m}^3/\text{kg}] \cdot \rho(\vartheta)$. Im betrachteten Temperaturbereich kann $c_p = \text{const.}$ gesetzt werden.

- a) Die Dichte des Wassers verläuft von $998,21 \text{ kg/m}^3$ bei 20°C bis $983,29 \text{ kg/m}^3$ bei 60°C annähernd linear. Berechnen Sie aus den zwei Literaturwerten die Konstanten a und b folgender Dichtefunktion:

$$\rho(\vartheta) = a \cdot \vartheta + b !$$

- b) Stellen Sie zunächst die allgemeine massenbezogene Enthalpiebilanz auf! Berücksichtigen Sie dabei, dass $H=V \cdot \rho(\vartheta) \cdot h(\vartheta)$ ist, und benutzen Sie für die Dichte nur die allgemein formulierte Dichtefunktion $\rho(\vartheta)$ aus Aufgabenteil a) (d.h. ohne die Werte für a und b einzusetzen)! Leiten Sie aus der Enthalpiebilanz die $d\vartheta/dt$ -Form her und führen Sie eine Dimensionsanalyse durch!
- c) Beschreiben Sie kurz die Vorgehensweise, um aus der Enthalpiebilanz die Spannung zu berechnen, die eingestellt werden muss, um die Temperatur konstant zu halten!

Aufgabe 4: Numerik (12 P)

Die Konzentrationsänderung der Komponente A in einem CSTR kann durch die folgende Bilanzgleichung beschrieben werden:

$$\frac{d c_A}{dt} = 1 - 0.1 c_A - c_A^2 \qquad \text{Startbedingung} \qquad c_A(t_0=0) = 0 \text{ mol/l}$$

Berechnen Sie den Konzentrationsverlauf numerisch mit einem $\Delta t=1$ und einer Genauigkeit von 2 Nachkommastellen für 2 Zeitschritte:

- a) mittels implizitem Eulerverfahren
- b) mittels Runge-Kutta-Verfahren 2. Ordnung
- c) Geben Sie an, ob die Wahl des Zeitschrittes Δt für das allgemeine Konvergenzverhalten des jeweiligen Verfahrens wichtig ist.