OTTO-VON-GUERICKE-UNIVERSITÄT MAGDEBURG
Fakultät für Verfahrens- und Systemtechnik
Institut für Verfahrenstechnik
Lehrstuhl für Systemverfahrenstechnik
Prof. Dr.-Ing. habil. K. Sundmacher

# Zusatzaufgabe Prozessdynamik

1. **Berechnung des dynamischen Verhaltens**
Gegeben sei folgendes Differentialgleichungssystem:

$$\frac{dx_1}{dt}=x_1^2+3x_2 \qquad \frac{dx_2}{dt}=x_1+2x_2+2 \qquad x_1(t=0)=x_2(t=0)=0$$

a) Berechnen Sie ausgehend vom Zeitpunkt $t=0$ die Werte von $x_1$ und $x_2$ nach einem Zeitschritt von $\Delta t=3$ mit Hilfe des expliziten Eulerverfahrens. Berechnen Sie beide Werte anschließend für den Zeitpunkt $t=3$ in zwei Zeitschritten von $\Delta t_1=1$ und $\Delta t_2=2$. Was verändert sich und warum?

b) Wie würden Sie die eben durchgeführte Abschätzung verbessern? Nennen Sie mindestens ein anderes numerisches Standardverfahren, mit dem sich solche Gleichungssysteme lösen lassen und geben Sie die dazugehörige Iterationsvorschrift an.

2. **Linearisierung, Zustandsraumdarstellung und Übertragungsfunktionen**
Gegeben sei folgendes Differentialgleichungssystem:

$$\frac{dx_1}{dt}=a-4\cdot\sqrt{x_1-x_2} \qquad \frac{dx_2}{dt}=12\cdot\sqrt{x_1-x_2}-6\cdot\sqrt{x_2}$$

a) Bestimmen Sie den stationären Zustand mit $a_{ss}=1$.

b) Linearisieren Sie das DGL-System um den stationären Arbeitspunkt und bringen Sie das lineare System in die Zustandsraumdarstellung. Dabei sei a die Eingangsgröße und beide Zustandsgrößen $x_1$ und $x_2$ auch Ausgangsgrößen. Charakterisieren Sie die stationären Zustände (Sattel, Knoten, etc.).

c) Überführen Sie das Gleichungssystem in den Laplaceraum und bestimmen Sie die beiden Übertragungsfunktionen, die die Ausgangsgrößen mit der Eingangsgröße verknüpfen. (Hinweis: Kramer'sche Regel zur Matrix-Invertierung)

d) Treffen Sie Aussagen zum dynamischen Verhalten des Systems.

Aufgabe am 22.2.2006 erhalten: