

Systemverfahrenstechnik

1. Projektübung

Steffi Klinge*

17. November 2005

1. Aufgabe

1.1 Modellierung

Um ein verfahrenstechnisches System vollständig modellieren zu können werden drei wichtige Bausteine benötigt.

- Bilanzgleichungen
Diese werden in Form von gewöhnlichen oder partiellen Differentialgleichungen angegeben. Um sie zu lösen sind somit Anfangs- oder auch Randbedingungen nötig.
z.B. Massenbilanz, Impulsbilanz, Energiebilanz
- Kinetische Ansätze
Kinetische Ansätze beschreiben das dynamische Verhalten des Systems und geben an, wie schnell etwas passiert.
z.B. Reaktionsgeschwindigkeit, Gleichungen zur Beschreibung von Wärme- und Stoffübertragung
- Thermodynamische Zusammenhänge
Sie beschreiben thermodynamische Zusammenhänge und Gleichgewichte in reinen Stoffen, Stoff- und Phasengemischen.
z.B. ideale Gasgleichung, thermische Zustandsgleichung, kalorische Zustandsgleichung

1.2 Größen

Größen eines Systems werden in Systemparameter und Eingangs-, Zustands- und Ausgangsgrößen unterschieden.

- Eingangsgrößen
Eingangsgrößen u sind Größen, die von außen einstellbar sind um das System zu beeinflussen. Je nach Anforderung können dann diese Größen im konkreten Fall verändert werden um das System zu regeln oder zu steuern. Da im vorliegenden Beispiel noch unbekannt ist, welche von außen einstellbaren Größen zur Regelung des Reaktors benutzt werden sollen, ist es günstig zunächst alle einstellbaren Größen als Eingangsgrößen zu behandeln und dann im konkreten Anwendungsfall eventuell einige von ihnen konstant zu halten.

$$\underline{u} = [F_{\text{in}}, c_{\text{in}}, T_{\text{in}}, T_w]^T$$

- Zustandsgrößen
Um das System ausreichend und dennoch minimal zu beschreiben, werden Zustandsgrößen x verwendet. Im vorliegenden Beispiel genügen hierzu die Angabe von Konzentration und Temperatur.

$$\underline{x} = [c, T]^T$$

*Matrikel: STK03, Immatrikulationsnummer: xxxxxx

- Ausgangsgrößen

Ausgangsgrößen y können von außen wahrgenommen und gemessen werden. Die Regelung eines Systems hat das Ziel diese Größen einzustellen. Da im betrachteten Reaktor noch nicht feststeht, welche Größen gemessen oder geregelt werden sollen, ist es sinnvoll zunächst alle von außen wahrnehmbare Größen als Ausgangsgrößen aufzufassen.

$$\underline{y} = [c, T, F_{\text{out}}]^T$$

- Systemparameter

Systemparameter sind konstante Größen des Systems, die dessen Eigenschaften beschreiben.

$$p = [V, k^h, A^h, k_0, E_A, \Delta_R h, \dots]$$

1.3 Systemklassifikation

Das System ist

- nichtlinear

Die Systemgleichungen erfüllen nicht das Superpositionsprinzip. (z.B. $r = k_0 e^{-\frac{E_A}{RT}} c$)

- deterministisch

Das System ist kausal und nicht stochastisch.

- zeitinvariant

Alle Parameter sind zeitunabhängig. (z.B. $V \neq V(t)$, $V = \text{const.}$)

- kontinuierlich

Eingangs-, Zustands- und Ausgangsgrößen können zu jedem Zeitpunkt eines Zeitintervalls beliebige Werte eines bestimmten Intervalls annehmen. (z.B. $T \in \mathbb{R}^+$)

- mehrdimensional

Es besitzt 4 Eingangs- und 3 Ausgangsgrößen.

- örtlich konzentriert

Alle Größen sind unabhängig vom Ort, da der Reaktor als ideal durchmischt angenommen wird. (z.B. $\frac{\partial c}{\partial z_k} = 0$)

1.4 Reaktionskinetik

Allgemein gilt für die Komponente α und n Reaktionen der Ansatz

$$\sigma_\alpha = \sum_{i=1}^n \nu_{\alpha,i} r_i(T) \quad (1)$$

mit dem stöchiometrischen Koeffizienten $\nu_{\alpha,i}$ und der Reaktionsgeschwindigkeit r_i . Um die Geschwindigkeit einer Reaktion zu bestimmen, können verschiedene Annahmen getroffen werden. Hier soll man davon ausgehen, dass die Reaktionsrate r (der einzigen stattfindenden Reaktion) von der Konzentration des Eduktes c (Auf die Indizes E für „Edukt“ oder α wird hier verzichtet, da nur eine Komponente betrachtet wird und es so nicht zu Verwechslungen kommen kann.) mit Reaktionsordnung 1 abhängt.

$$r(T) = k(T) \cdot c$$

Desweiteren ist der Faktor $k(T)$ von der Temperatur gemäß des Ansatzes nach Arrhenius abhängig und es ergibt sich

$$r(T) = k_0 e^{-\frac{E_A}{RT}} c \quad (2)$$

2. Aufgabe

2.1 Konzentration

Für die Herleitung der Differentialgleichung der partiellen molaren Konzentration des Eduktes geht man von der partiellen Stoffmengenbilanz aus.

$$\frac{dn_\alpha}{dt} = G_{\alpha,\text{in}} - G_{\alpha,\text{out}} + V\sigma_\alpha \quad (3)$$

Setzt man $G = Fc$ und $n = Vc$ ein, so ergibt sich aus (3)

$$\frac{d}{dt}(Vc_\alpha) = F_{\text{in}}c_{\alpha,\text{in}} - F_{\text{out}}c_\alpha + V\sigma_\alpha \quad (4)$$

Im vorliegenden Beispiel bleibt das Reaktorvolumen und die Dichte der Flüssigkeit konstant. Daher gilt

$$F_{\text{in}} = F_{\text{out}} = F \quad \text{und} \quad \frac{dV}{dt} = 0 \quad (5)$$

Setzt man (5) in (4) ein, so ergibt sich

$$\left(\frac{dn_\alpha}{dt}\right) V \frac{dc_\alpha}{dt} = F(c_{\alpha,\text{in}} - c_\alpha) + V\sigma_\alpha \quad (6)$$

und schließlich

$$\frac{dc_\alpha}{dt} = \frac{F}{V}(c_{\alpha,\text{in}} - c_\alpha) + \sigma_\alpha \quad (7)$$

Anschließend setzt man (1) und (2) in (7) ein und erhält mit $\nu_{\alpha,i} = -1$ für das Edukt die folgende partielle Konzentrationsbilanz. (Dabei wird nun auf den Index α verzichtet, da nur eine Komponente hier von Bedeutung ist.)

$$\frac{dc}{dt} = \frac{F}{V}(c_{\text{in}} - c) - k_0 e^{-\frac{E_A}{RT}} c \quad (8)$$

2.2 Temperatur

Um die Differentialgleichung für die Temperatur zu erstellen, gehen wir zunächst von der Enthalpie-Bilanz aus.

$$\frac{dH}{dt} = H_{\text{in}} - H_{\text{out}} + Q + V \frac{dp}{dt} + W_s + \sum_{\alpha} h_{\alpha} (\vec{f}_{\alpha} \cdot \vec{v})$$

Hier handelt es sich um ein isobares System ($dp = 0$), in dem die Volumenkräfte und die Arbeit des Rührers vernachlässigt werden können ($\vec{f}_{\alpha} = 0$, $W_s = 0$).

$$\frac{dH}{dt} = H_{\text{in}} - H_{\text{out}} + Q$$

H_{in} setzt sich zusammen aus $\sum_{\alpha} h_{\alpha,\text{in}}(T_{\text{in}})G_{\alpha,\text{in}}$. Dies lässt sich zu $F_{\text{in}} \sum_{\alpha} c_{\alpha,\text{in}} h_{\alpha,\text{in}}(T_{\text{in}})$ vereinfachen. Formt man H_{out} auf gleichem Wege um und setzt $F_{\text{in}} = F_{\text{out}} = F$ ein, so erhält man

$$\frac{dH}{dt} = F \sum_{\alpha} (c_{\alpha,\text{in}} h_{\alpha,\text{in}}(T_{\text{in}}) - c_{\alpha} h_{\alpha}(T)) + Q \quad (9)$$

Auf der linken Seite von (9) setze man nun $H = \sum_{\alpha} n_{\alpha} h_{\alpha}(T)$ ein und forme wie folgt um. (Das Vertauschen von Summation und Differentiation ist hier gestattet, da es sich um endliche Summen handelt.)

$$\frac{d}{dt} H = \frac{d}{dt} \left(\sum_{\alpha} n_{\alpha} h_{\alpha}(T) \right) = \sum_{\alpha} n_{\alpha} \left(\frac{\partial h_{\alpha}(T)}{\partial T} \right) \frac{dT}{dt} + \sum_{\alpha} h_{\alpha}(T) \frac{dn_{\alpha}}{dt} \quad (10)$$

Nach Ersetzen von $\frac{\partial h_\alpha(T)}{\partial T}$ durch c_{p_α} in (10) und dem Einsetzen der partiellen Stoffbilanz (6) ergibt sich nach einigen Umformungen die Beziehung

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha} n_{\alpha} c_{p_{\alpha}} \frac{dT}{dt} &= F \sum_{\alpha} (c_{\alpha, \text{in}} h_{\alpha, \text{in}}(T_{\text{in}}) - c_{\alpha} h_{\alpha}(T) - c_{\alpha, \text{in}} h_{\alpha}(T) + c_{\alpha} h_{\alpha}(T)) \\ &\quad + V \sum_{\alpha} h_{\alpha}(T) \sigma_{\alpha} + Q \\ &= F \sum_{\alpha} c_{\alpha, \text{in}} (h_{\alpha, \text{in}}(T_{\text{in}}) - h_{\alpha}(T)) + V \sum_{\alpha} h_{\alpha}(T) \sigma_{\alpha} + Q \end{aligned}$$

Die linke Seite lässt sich weiter umformen zu

$$\sum_{\alpha} n_{\alpha} c_{p_{\alpha}} \frac{dT}{dt} = V \sum_{\alpha} c_{\alpha} c_{p_{\alpha}} \frac{dT}{dt} = V c_t c_p \frac{dT}{dt} \quad (11)$$

Betrachte man nun die rechte Seite der Gleichung. Q setzt sich zusammen aus

$$Q = k^h A^h (T_w - T) \quad (12)$$

Für die molare Enthalpie $h(T)$ gilt angenähert (bei konstantem c_p) die Beziehung

$$h(T) = h(T^{\ominus}) + c_p (T - T^{\ominus})$$

Geht man davon aus, dass die Wärmekapazitäten im Zulauf und im Reaktor gleich groß sind, kann man wie folgt umformen.

$$c_{\alpha, \text{in}} (h_{\alpha, \text{in}}(T_{\text{in}}) - h_{\alpha}(T)) = c_{\alpha, \text{in}} c_{p_{\alpha}} (T_{\text{in}} - T)$$

Nun ergibt sich auch

$$F \sum_{\alpha} c_{\alpha, \text{in}} (h_{\alpha, \text{in}}(T_{\text{in}}) - h_{\alpha}(T)) = F c_t c_p (T_{\text{in}} - T) \quad (13)$$

Desweiteren gilt der Zusammenhang (Die Summationen dürfen vertauscht werden, da es endliche Reihen sind.)

$$\sum_{\alpha} h_{\alpha}(T) \sigma_{\alpha} = \sum_i \sum_{\alpha} h_{\alpha}(T) \nu_{\alpha, i} r_i(T) = \sum_i \Delta_R h_i(T) r_i(T)$$

Beachte man nun, dass die Reaktionsenthalpie konstant ist und dass nur eine Reaktion abläuft.

$$\sum_i \Delta_R h_i(T) r_i(T) = \Delta_R h \cdot r(T) \quad (14)$$

Nach dem Einsetzen dieser Umformungen und Vereinfachungen ((11), (12), (13) und (14)) erhält man letztendlich die Differentialgleichung der Reaktortemperatur.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V} (T_{\text{in}} - T) - \frac{\Delta_R h \cdot r(T)}{c_t c_p} + \frac{k^h A^h (T_w - T)}{V c_t c_p} \quad (15)$$

2.3 System

Die somit ermittelten Differentialgleichungen für Konzentration und Temperatur bilden ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung (Es treten nur die Funktionen selbst und ihre 1. Ableitung auf.) mit der Dimension 2 (Es werden 2 Zustandsgrößen betrachtet.) Um dieses System jedoch nun lösen zu können, müssen noch die Anfangsbedingungen für Konzentration und Temperatur angegeben werden.

2.4 Stationärer Zustand

Der stationäre Zustand ist erreicht, wenn sich die Zustandsgrößen nicht mehr ändern und somit die zeitlichen Ableitungen gleich Null sind. $\frac{d}{dt} = 0$

$$0 = f(x_s, u_s) \quad (16)$$

2.5 Stabilität

Zur Stabilitätsanalyse wird der Tailorsche Ansatz verwendet. Man entwickelt die Funktionen in einer Taylorreihe um den stationären Punkt und bricht diese nach dem 1. Glied ab. Dabei werden jedoch nicht die Größen selbst benutzt sondern die Abweichungen vom stationären Wert. $\Delta x = x - x_s$. Hier sollen nun zur einfacheren Schreibweise statt Δx und Δu weiterhin die Ausdrücke x und u verwendet werden, obwohl die Abweichungen gemeint sind. Für das vorliegende System erhält man

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{c} \\ \dot{T} \end{bmatrix}}_{\dot{\underline{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{F_s}{V} - k_0 e^{-\frac{E_A}{RT_s}} & -\frac{E_A}{RT_s^2} k_0 e^{-\frac{E_A}{RT_s}} c_s \\ -\frac{\Delta_R h}{c_t c_p} k_0 e^{-\frac{E_A}{RT_s}} & -\frac{F_s}{V} - \frac{\Delta_R h}{c_t c_p} \frac{E_A}{RT_s^2} k_0 e^{-\frac{E_A}{RT_s}} c_s - \frac{k^h A^h}{V c_t c_p} \end{bmatrix}}_{A = \text{Systemmatrix}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} c \\ T \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{c_{in} - c_s}{V} & \frac{F_s}{V} & 0 & 0 \\ \frac{T_{in} - T_s}{V} & 0 & \frac{F_s}{V} & \frac{k^h A^h}{V c_t c_p} \end{bmatrix}}_B \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} F \\ c_{in} \\ T_{in} \\ T_w \end{bmatrix}}_{\underline{u}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} c \\ T \\ F \end{bmatrix}}_{\underline{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_C \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} c \\ T \end{bmatrix}}_{\underline{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_D \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} F \\ c_{in} \\ T_{in} \\ T_w \end{bmatrix}}_{\underline{u}}$$

3. Aufgabe

Um die einzelnen Teilaufgaben in MATLAB zu lösen wurde eine Hauptfunktion geschrieben, die zu entsprechenden Zeitpunkten einzelne Unterfunktionen aufruft. Hier soll zunächst die Hauptfunktion dargestellt werden. Auf die anderen Funktionen wird in den entsprechenden Teilaufgaben eingegangen.

```

1  %function puel_main
2
3  clear all;
4  close all;
5  clc;
6
7  %-----
8  %Parameter
9  p.V = 0.1;           %m^3
10 p.k_0 = 100;         %1/s
11 p.E_A = 3e4;         %J/mol
12 p.h_R = -1e6;        %J/mol
13 p.khAh = 2800;       %W/K
14 p.c_t c_p = 1e5;     %J/m^3K
15 p.R = 8.314;         %J/molK
16
17
18 %-----
19 %Eingangsgrößen u
20 F = 0.01;           %m^3/s
21 c.in = 100;          %mol/m^3
22 T.in = 350;          %K
23
24 for j = 1:2          %2 verschiedene Fälle
25     switch j
26     case 1
27         T.w = 399; %K (Fall 1)
28     otherwise
29         T.w = 401; %K (Fall 2)
30     end
31     p.u = [F c.in T.in T.w]';

```

```

32
33
34 %-----
35 %Berechnung des stationären Wertes (3.1)
36 disp(sprintf('====='));
37 disp(sprintf('\nFall %i',j));
38 disp(sprintf('\nT_w = %g K\n',T_w));
39 x_0 = [70 500]; %Startwerte Iteration
40 options = optimset(@fsolve);
41 options = optimset(options, 'Display', 'iter');
42 %Aufrufen des Solvers
43 [x_s] = fsolve(@pue1.1, x_0,options,p);
44 %Ausgabe in Matlab
45 disp(sprintf('\nnc_s %i = %g mol/m^3\n',j ,x_s(1)));
46 disp(sprintf('T_s %i = %g K\n',j, x_s(2)));
47
48
49 %-----
50 %Stabilität des Systems (3.2)
51 pue1.2;
52 %Ausgabe in Matlab
53 disp(sprintf('1. Eigenwert: %g +%gi \n',real(EW(1)),imag(EW(1))));
54 disp(sprintf('2. Eigenwert: %g +%gi \n',real(EW(2)),imag(EW(2))));
55
56
57 %-----
58 %Numerische Integration (3.3)
59 t_end = 300; %Endzeitpunkt
60 for i = 1:2 %2 verschiedene Anfangswerte
61     switch i
62         case 1
63             x_0 = [100,500]; %fern der RL
64             otherwise
65                 x_0 = [63,484]; %nah der RL
66         end
67         %Aufrufen des ODE-Solvers
68         [t,x] = ode45(@pue1.3, [0 t_end], x_0, optimset, p);
69         %Graphische Ausgabe
70         colour=['b' 'r']; %Farben der Kurven in Graphen
71         figure (2*j-1) %Zeitverläufe
72         subplot(2,1,1)
73         plot(t,x(:,1),colour(i),'linewidth',1);
74         xlabel('Zeit t in s')
75         ylabel('Konzentration c(t) in mol/m^3')
76         grid on;
77         hold on;
78         title(['Zeitverläufe für Fall ',int2str(j)])
79         subplot(2,1,2)
80         plot( t,x(:,2),colour(i), 'linewidth',1);
81         xlabel('Zeit t in s')
82         ylabel('Temperatur T(t) in K')
83         grid on;
84         hold on;
85
86         figure (2*j) %Phasenportraits
87         plot(x(:,1),x(:,2),colour(i), 'linewidth', 1);
88         grid on;
89         hold on;
90         %Richtungspfeile an Kurven
91         arrowh(x(:,1),x(:,2),colour(i),50,10);
92         xlabel('Konzentration c(t) in mol/m^3')
93         ylabel('Temperatur T(t) in K')
94         title(['Phasenportrait für Fall ',int2str(j)])
95     end
96 end

```

3.1 Stationärer Zustand

Wie in Aufgabenteil 2.4 bereits erläutert werden die Ableitungen der Zustandsgrößen gleich Null gesetzt um die stationären Zustände eines Systems auszurechnen. Dies wurde hier mit Hilfe der MATLAB-Funktion `fsolve` getan. Sie wird in Zeile 43 des Hauptprogramms aufgerufen und ihre Ergebnisse dann im Command Window ausgegeben (Zeilen 45 und 46).

```
1 function x_s = pue1.1(x,p);
2
3 c = x(1);
4 T = x(2);
5
6 %Reaktionsgeschwindigkeit
7 r = p.k_0 * exp(-p.E_A/p.R/T) * c;
8
9 %Differentialgleichungen
10 x_s(1) = p.u(1)/p.V*(p.u(2) - c) - r;
11 x_s(2) = p.u(1)/p.V*(p.u(3) - T) - ...
12     p.h_R/p.c_tc_p*r + p.khAh*(p.u(4) - T)/(p.V*p.c_tc_p);
13
14 x_s = x_s';
```

Somit erhält man für den Fall 1 ($T_w = 399$ K) den Stationären Zustand

$$c_{s,1} = 71,018 \text{ mol/m}^3 \quad T_{s,1} = 462,373 \text{ K}$$

3.2 Stabilität

An den Eigenwerten λ der Systemmatrix A können einige Systemeigenschaften des kontinuierlichen Systems abgelesen werden. Liegen die Real-Teile rechts der Imaginären Achse, spricht man von einem instabilen System; liegen sie links, von einem asymptotisch stabilen System. Konjugiert Komplexe Eigenwerte mit $\text{Im}(\lambda) \neq 0$ weisen auf ein schwingendes System hin.

Im vorliegenden Beispiel werden die Eigenwerte der Matrix A in einem ausgelagerten File berechnet, welches in Zeile 51 aufgerufen wird.

```
1 %Systemmatrix
2 A = [-p.u(1)/p.V-p.k_0*exp(-p.E_A/p.R/x_s(2))...
3     -p.E_A*p.k_0*x_s(1)/(p.R*x_s(2)^2)*exp(-p.E_A/p.R/x_s(2));...
4     -p.h_R/p.c_tc_p*p.k_0*exp(-p.E_A/p.R/x_s(2))...
5     -p.u(1)/p.V-p.h_R/p.c_tc_p*p.E_A*p.k_0*x_s(1)/(p.R*x_s(2)^2)...
6     *exp(-p.E_A/p.R/x_s(2))-p.khAh/(p.V*p.c_tc_p)];
7
8 %Eigenwerte
9 EW = eig(A);
```

Die Eigenwerte sind

$$\lambda_1 = -0.0158 \pm 0.0659i$$

Im Phasenportrait ist somit ein stabiler Wirbel zu erwarten, da die konjugiert komplexen Eigenwerte einen Real-Teil kleiner Null haben.

3.3 Numerische Integration

Nun sollen die Zeitverläufe für 2 verschiedenen Anfangsbedingungen numerisch integriert werden. Dies wird mit dem ODE-Solver `ode45` gewährleistet, der in Zeile 68 des Hauptprogramms aufgerufen wird.

```
1 function dx = pue1.2(t,x,p);
2
3 c = x(1);
4 T = x(2);
5
```

```

6  %Reaktionsgeschwindigkeit
7  r = p.k_0 * exp (-p.E_A/p.R/T) * c;
8
9  %Differentialgleichungen
10 dx(1) = p.u(1)/p.V*(p.u(2) - c) - r;
11 dx(2) = p.u(1)/p.V*(p.u(3) - T) - ...
12       p.h.R/p.c.tc_p*r + p.khAh*(p.u(4) - T)/(p.V*p.c.tc_p);
13
14 dx = dx';

```

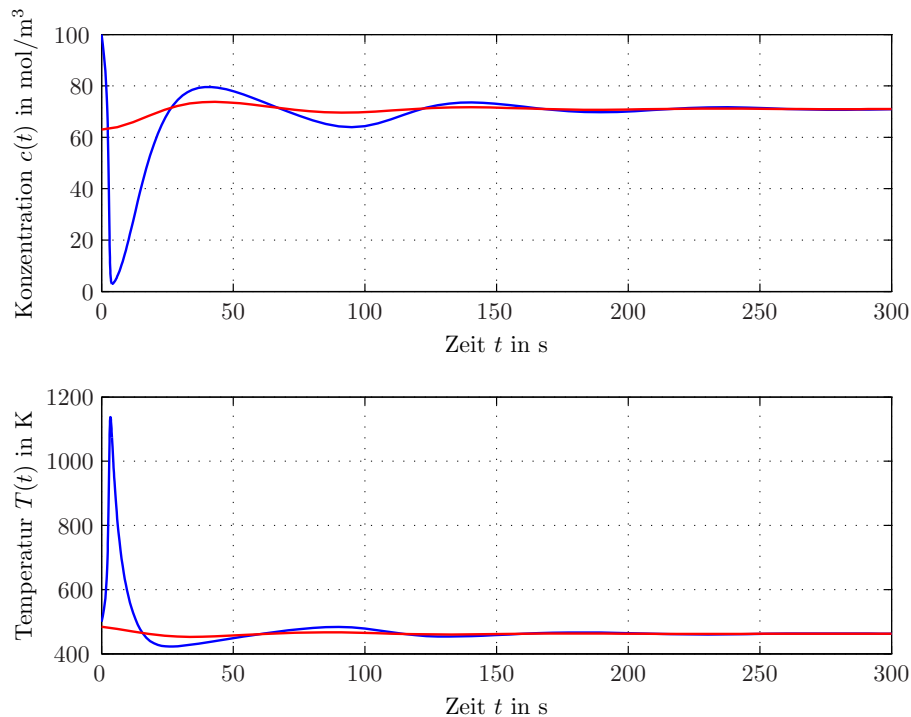


Abbildung 1: Simulierte Verläufe von Konzentrationen $c(t)$ und Temperatur $T(t)$ im Fall 1

Die ersten Anfangswerte liegen weit vom stationären Punkt des Systems entfernt (blau) die zweiten in der Nähe (rot). Hier sind nun die Zeitverläufe der Zustandsgrößen Konzentration und Temperatur (Abb. 1) und auch das Phasenportrait (Abb. 2) dargestellt. Es ist leicht zu sehen, dass die vorherigen Annahmen mit Hilfe der Eigenwerte sich bestätigen.

3.4 Fall 2

Nun soll der Fall betrachtet werden, dass die Temperatur des Kühlmantels nicht präzise einstellbar ist. Sie soll statt 399 K nun 401 K betragen.

Um in MATLAB alle Werte auch für dieses Szenario auszurechnen, wird eine for-Schleife durchlaufen (Zeilen 24 - 30). Somit ergeben sich folgende Werte

$$c_{s,2} = 63,307 \text{ mol/m}^3 \quad T_{s,2} = 484,14 \text{ K}$$

$$\lambda_2 = 0.0135 \pm 0.0579i$$

Diese Eigenwerte sagen aus, dass die Ruhelage instabil ist und das System oszilliert. Wie man an den graphischen Darstellungen der Zeitverläufe (Abb. 3) und besonders auch am Phasenportrait (Abb. 4) sehen kann, gelten diese Aussagen nur in der Umgebung der Ruhelage. Für Werte, die weit von ihr entfernt sind, treffen sie nicht mehr zu.

Hier bildet sich offensichtlich ein stabiler Grenzzyklus um die instabile Ruhelage. Lösungen, die innerhalb dieses Zyklus liegen, nähern sich ihm asymptotisch an und entfernen sich somit von der Ruhelage. Weiter

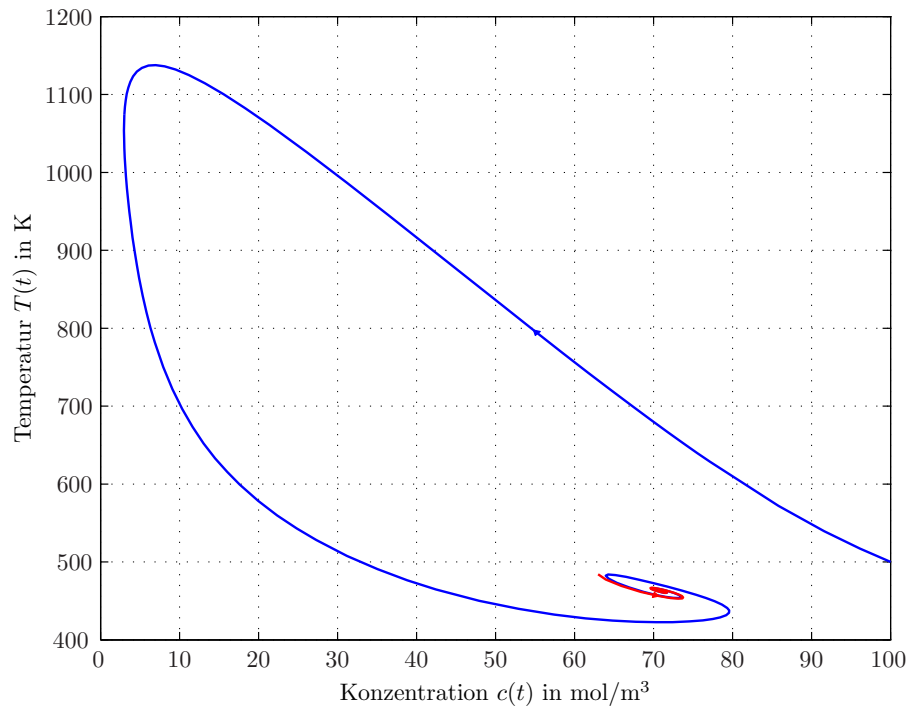


Abbildung 2: Phasenportrait im Fall 1

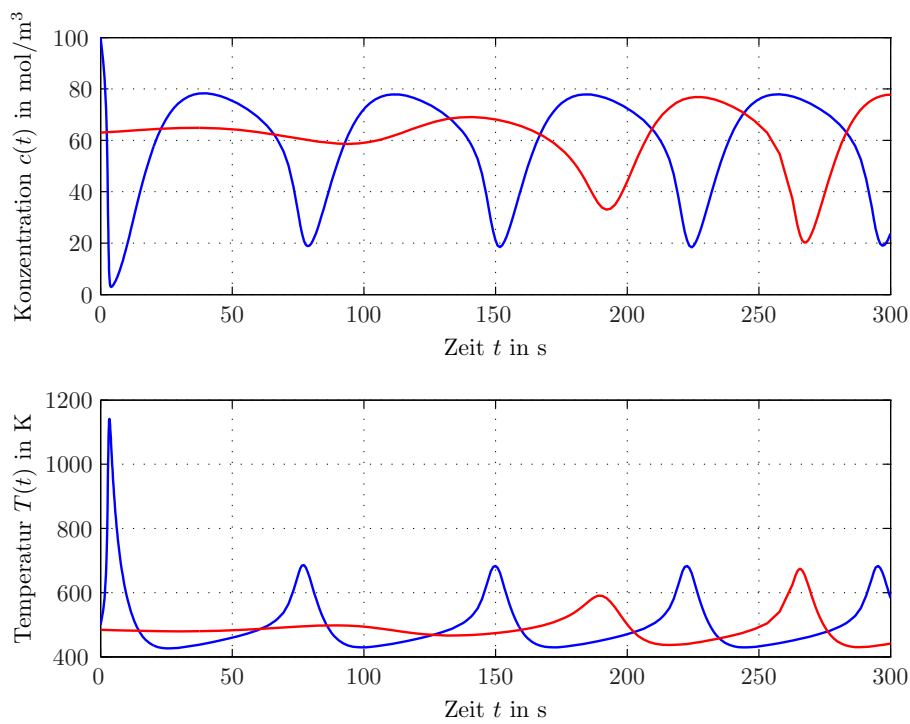


Abbildung 3: Simulierte Verläufe von Konzentrationen $c(t)$ und Temperatur $T(t)$ im Fall 2

entfernte Lösungen nähern sich von außen an.

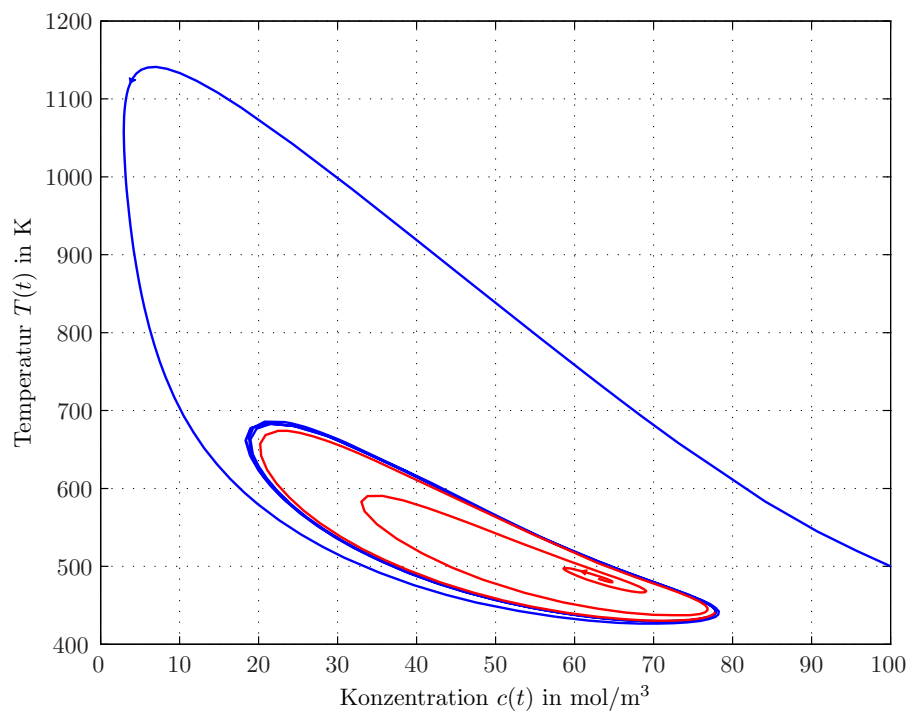


Abbildung 4: Phasenportrait im Fall 2