

# Entwicklung asynchroner prädiktiver Regelungsverfahren für digital vernetzte Systeme

<sup>1</sup>P. Varutti   <sup>2</sup>J. Pannek   <sup>3</sup>C. Böhm

<sup>1</sup>Universität Magdeburg

<sup>2</sup>Universität Bayreuth

<sup>3</sup>Universität Stuttgart

1. Workshop des DFG–Schwerpunktprogramms 1305  
19.02.2008, Ruhr–Universität Bochum

# Gliederung

- 1 Problemstellung
  - Grundidee prädiktive Regelung
  - Mathematische Formulierung

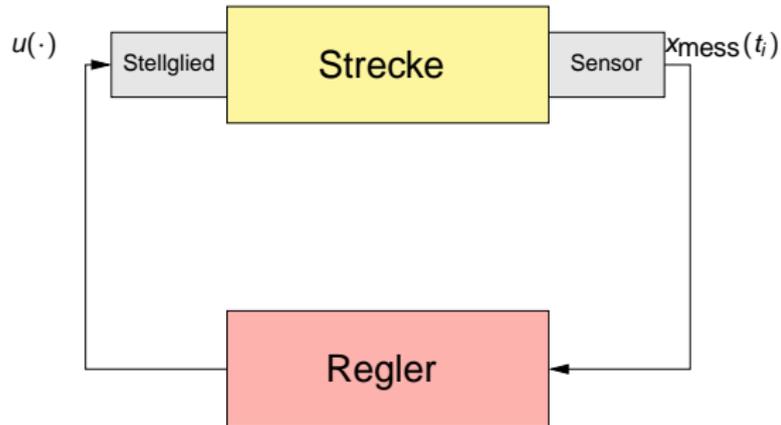
# Gliederung

- 1 **Problemstellung**
  - Grundidee prädiktive Regelung
  - Mathematische Formulierung
- 2 **Erweiterungen der Problemstellung**
  - Asynchrone prädiktive Regelung
  - Annahmen an Regelkreis und Kommunikation
  - Forschungsziele

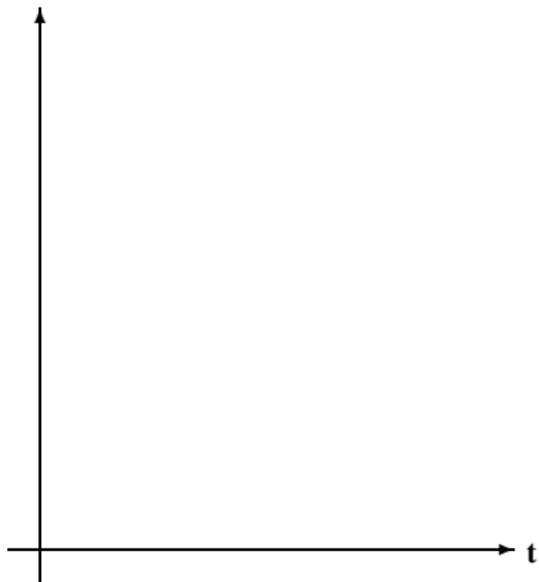
# Gliederung

- 1 **Problemstellung**
  - Grundidee prädiktive Regelung
  - Mathematische Formulierung
- 2 **Erweiterungen der Problemstellung**
  - Asynchrone prädiktive Regelung
  - Annahmen an Regelkreis und Kommunikation
  - Forschungsziele
- 3 **Programm**
  - Arbeitspakete Bayreuth
  - Arbeitspakete Stuttgart-Magdeburg

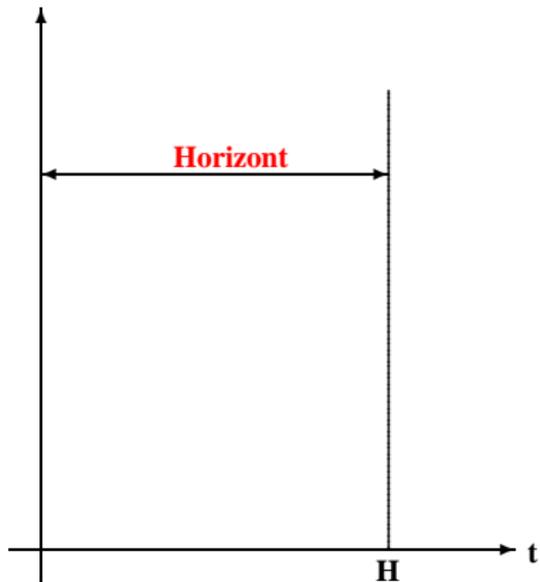
# Standard-Problem



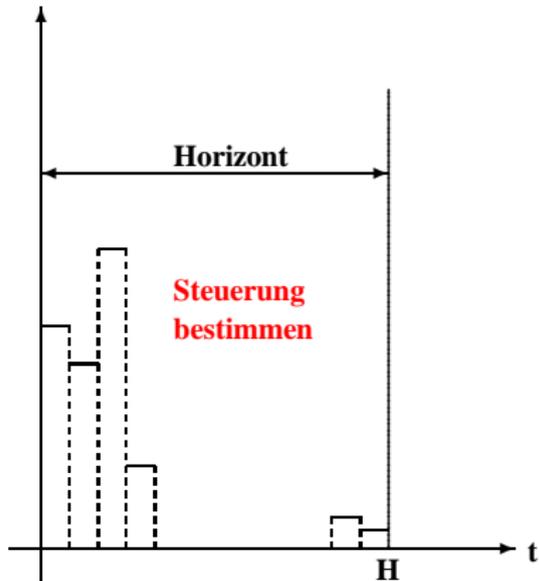
# Grundidee prädiktive Regelung



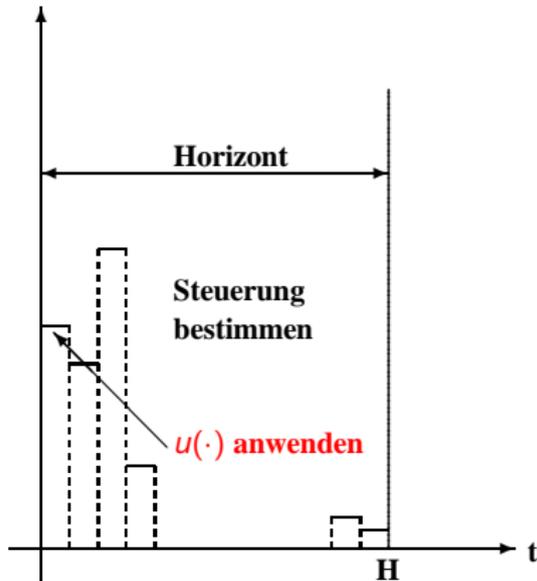
# Grundidee prädiktive Regelung



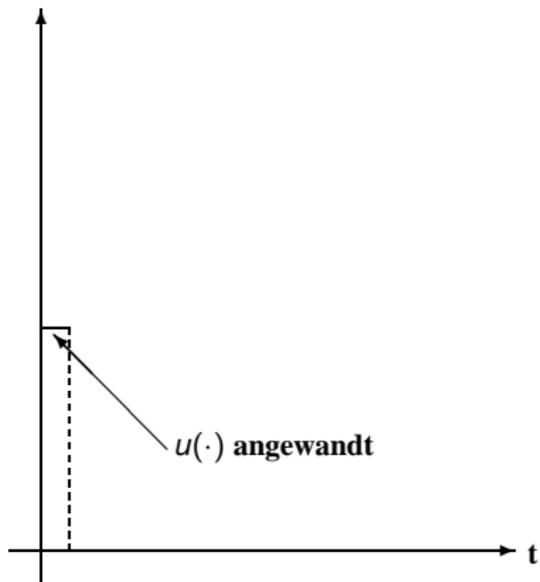
# Grundidee prädiktive Regelung



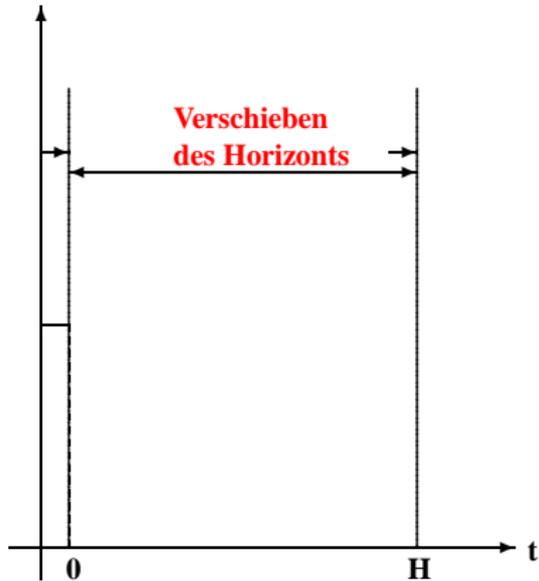
# Grundidee prädiktive Regelung



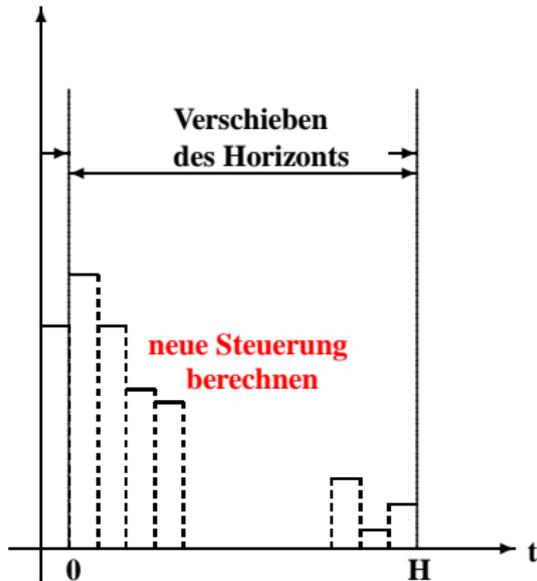
# Grundidee prädiktive Regelung



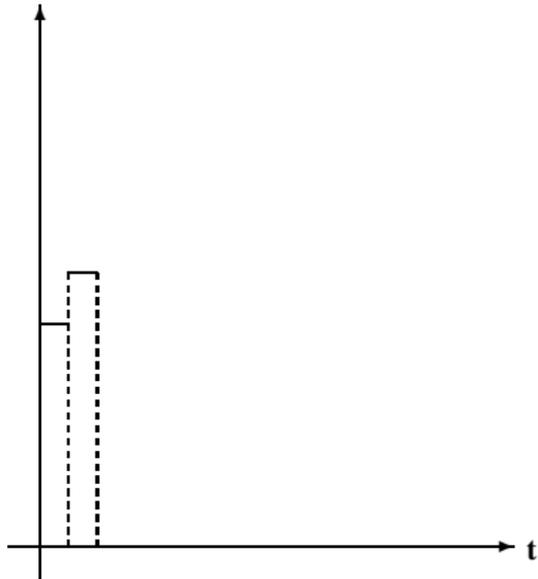
# Grundidee prädiktive Regelung



# Grundidee prädiktive Regelung

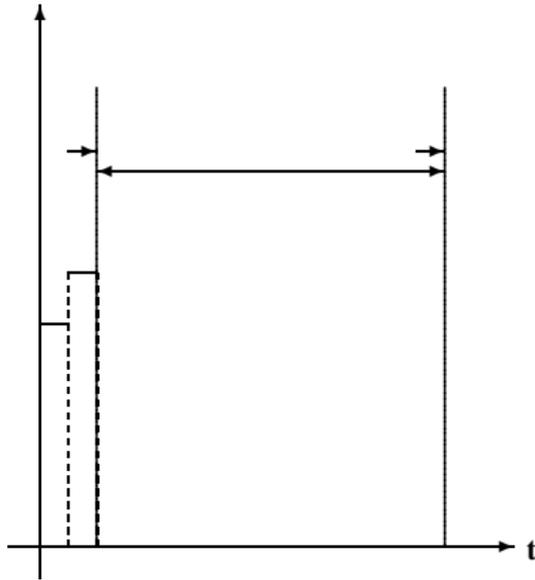


# Grundidee prädiktive Regelung



**Grundschemata:**

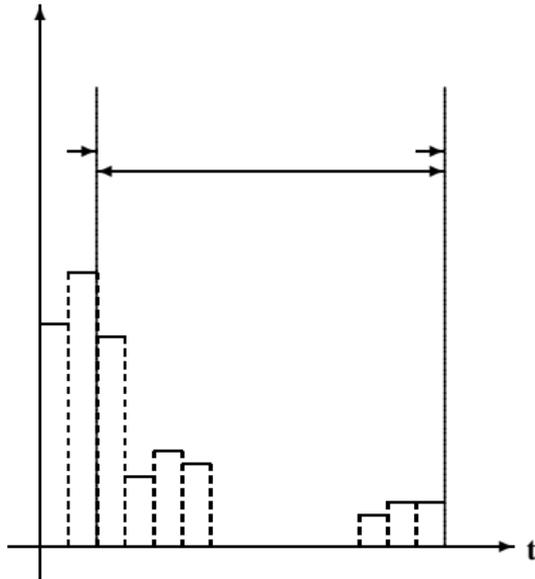
# Grundidee prädiktive Regelung



## Grundschemata:

- 1 Verschieben des Horizonts

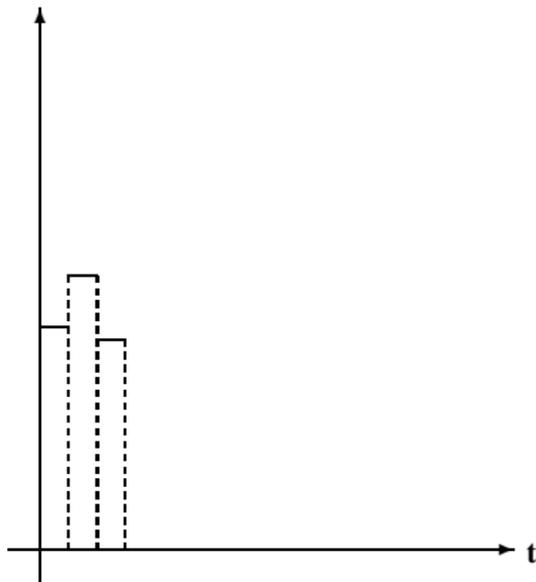
# Grundidee prädiktive Regelung



## Grundschemata:

- 1 Verschieben des Horizonts
- 2 Berechnung der Steuerung auf Horizont

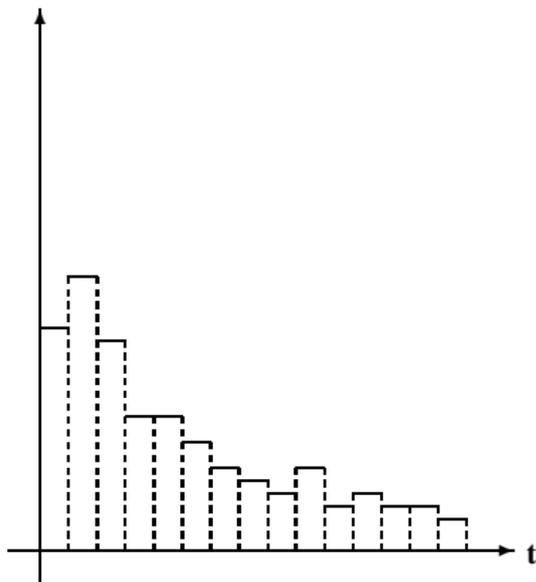
# Grundidee prädiktive Regelung



## Grundschemata:

- 1 Verschieben des Horizonts
- 2 Berechnung der Steuerung auf Horizont
- 3  $u(\cdot)$  implementieren

# Grundidee prädiktive Regelung



## Grundschemata:

- 1 Verschieben des Horizonts
- 2 Berechnung der Steuerung auf Horizont
- 3  $u(\cdot)$  implementieren

→ diskretes Feedback

# Problemstellung in jedem Schritt

## Zielfunktion

$$\inf_{u(\cdot)} J(x, u(\cdot)) = \int_0^{t_N} l(x(t), u(t)) dt + F(x(t_N))$$

## Dynamik

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad x(0) = x_{\text{mess}}(t_i)$$

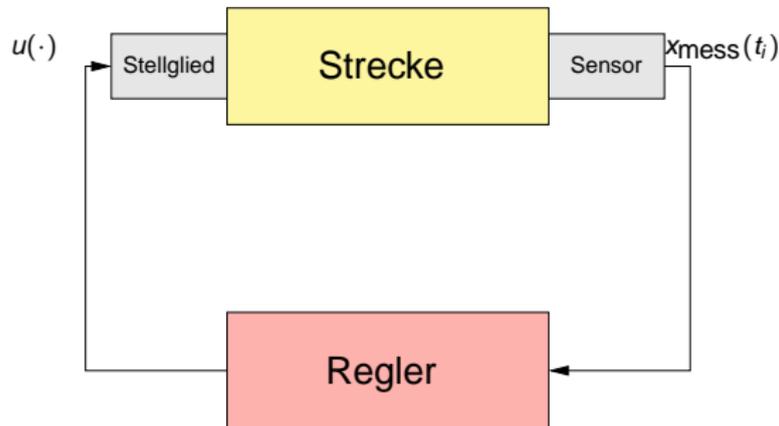
## Nebenbedingungen

$$u(t) \in \mathcal{U}$$
$$S(x(t), u(t)) \leq 0$$

# Prädiktive Regelung ohne Netzwerk

## Messung

$x_{\text{mess}}(t_i)$  – gemessener Zustand



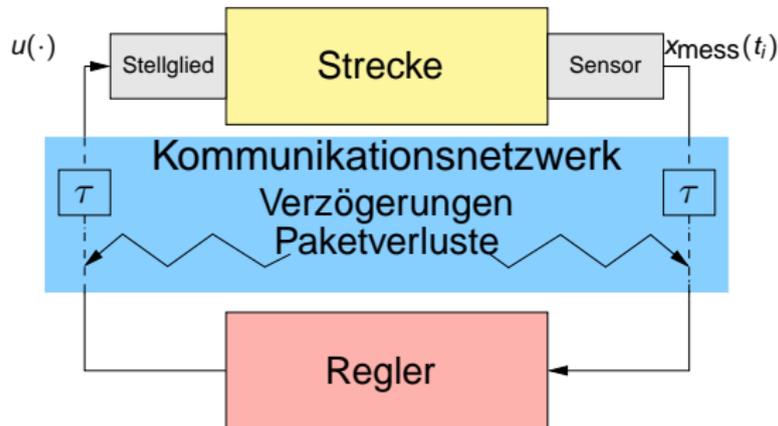
## Stellgröße

$u(\cdot)$  – Steuerfunktion

# Erweiterung auf asynchrone prädiktive Regelung

## Messung

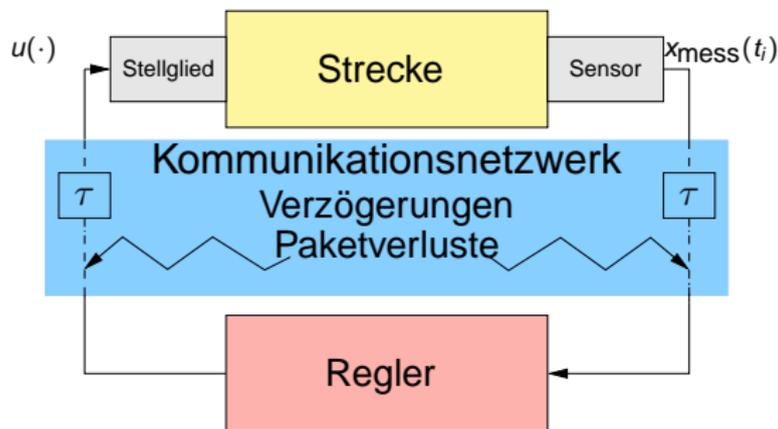
$x_{\text{mess}}(t_i)$  – gemessener Zustand



## Stellgröße

$u(\cdot)$  – Steuerfunktion

# Annahmen an Regelkreis und Kommunikation



## Annahmen

- 1 Synchronisierte Uhren in Sensor, Regler und Stellglied
- 2 Paketbasierte Kommunikation mit Zeitstempeln
- 3 Abtastzeitpunkte  $t_i$
- 4 Begrenzte maximal zulässigen Netzwerkverzögerung
- 5 Klare Definition von Paketverlusten

# Ziele

- 1 Untersuchung von Stabilitäts- und Robustheitseigenschaften bei Verzögerungen und Paketausfällen
- 2 (Robuster) Reglerentwurf unter direkter Einbeziehung variabler Verzögerungen und Paketausfällen
- 3 Reglerentwurf, der den Informationsfluss minimiert
- 4 Effiziente Implementierung

# Programm Bayreuth

Jürgen Pannek

# Betrachtungsweise

Diskrete Dynamik,  $i = \text{Kommunikationspunkt}$

$$x(i+1) = f(x(i), u(i)), \quad x(0) = x_{\text{mess}}(i)$$

Zielfunktion

$$\min_{u \in \mathcal{U}} J_N(x, u) = \sum_{i=0}^{N-1} L(x(i), u(i))$$

Nebenbedingungen

$$u(i) \in \mathbb{U}, \quad S(x(i), u(i)) \leq 0$$

Wertefunktion

$$V_N(x) = \min_{u \in \mathcal{U}} J_N(x, u)$$

# Stabilitätsgarantie - Ausgangspunkt

**Ziel:** Stabilitätsgarantie für den Regelkreis

- Berücksichtigung von Verzögerungen / Paketausfällen
- rein optimierungsbasiert

Jadbabaie & Hauser '05, Grimm et al. '05

Unter geeigneten Annahmen stabilisiert MPC das System für **hinreichend großen Optimierungshorizont  $N$** .

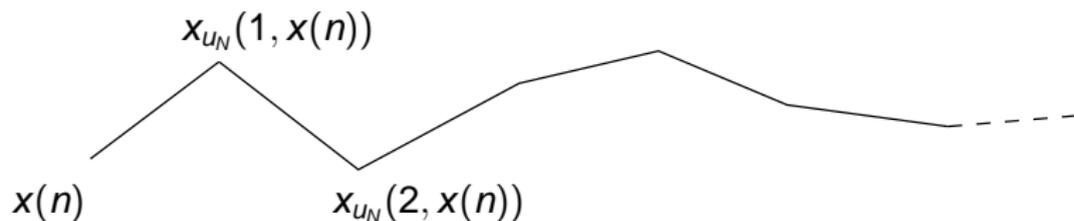
**Voraussetzung:** Exponentielle Kontrollierbarkeit von  $L$ :

$\exists C > 0, \sigma \in (0, 1): \forall x \in X \exists u \in U:$

$$L(x(n), u(n)) \leq C\sigma^n \min_{u \in U} L(x(0), u)$$

# Ansatzpunkt

## Verlauf ohne Verzögerung

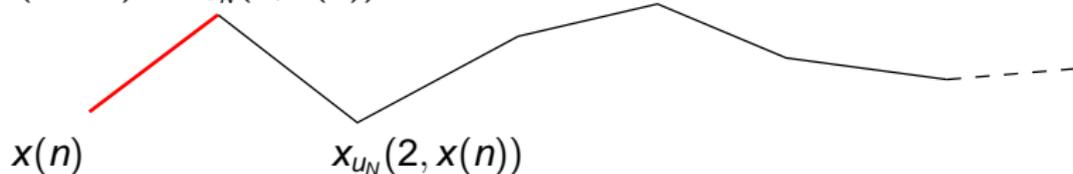


**Notation:**  $x(\cdot)$  – Trajektorie geschlossener Kreis  
 $x_{u_N}(\cdot, x(n))$  – Lösung auf endlichem Horizont

# Ansatzpunkt

## Verlauf ohne Verzögerung

$$x(n+1) = x_{u_N}(1, x(n))$$

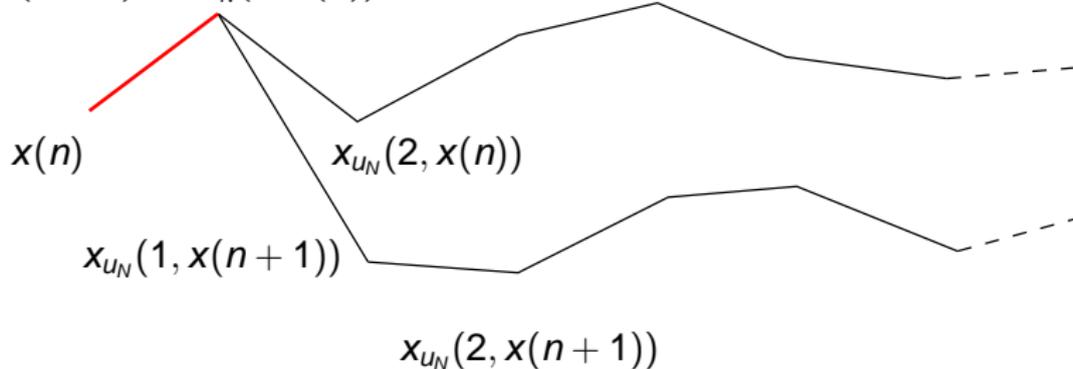


**Notation:**  $x(\cdot)$  – Trajektorie geschlossener Kreis  
 $x_{u_N}(\cdot, x(n))$  – Lösung auf endlichem Horizont

# Ansatzpunkt

## Verlauf ohne Verzögerung

$$x(n+1) = x_{u_N}(1, x(n))$$



**Notation:**  $x(\cdot)$  – Trajektorie geschlossener Kreis  
 $x_{u_N}(\cdot, x(n))$  – Lösung auf endlichem Horizont

# Ansatzpunkt

## Verlauf ohne Verzögerung

$$x(n+1) = x_{u_N}(1, x(n))$$


 $x(n)$ 
 $x_{u_N}(2, x(n))$ 

$$x(n+2) = x_{u_N}(1, x(n+1))$$

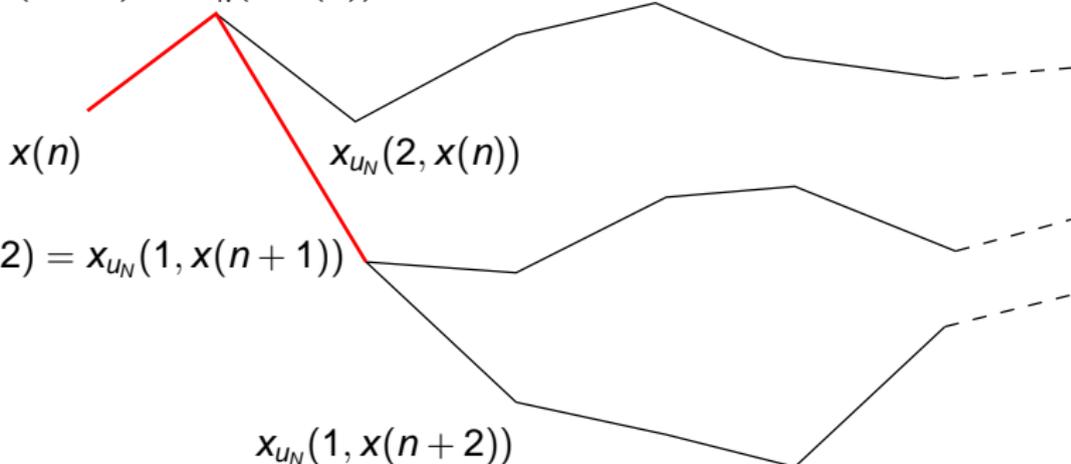
 $x_{u_N}(2, x(n+1))$ 

**Notation:**  $x(\cdot)$  – Trajektorie geschlossener Kreis  
 $x_{u_N}(\cdot, x(n))$  – Lösung auf endlichem Horizont

# Ansatzpunkt

## Verlauf ohne Verzögerung

$$x(n+1) = x_{u_N}(1, x(n))$$



**Notation:**  $x(\cdot)$  – Trajektorie geschlossener Kreis  
 $x_{u_N}(\cdot, x(n))$  – Lösung auf endlichem Horizont

# Ansatzpunkt

## Verlauf ohne Verzögerung

$$x(n+1) = x_{u_N}(1, x(n))$$



$$x(n)$$

$$x_{u_N}(2, x(n))$$

$$x(n+2) = x_{u_N}(1, x(n+1))$$

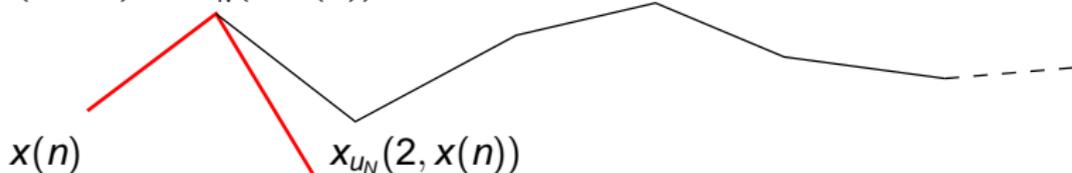
$$x(n+3) = x_{u_N}(1, x(n+2))$$

**Notation:**  $x(\cdot)$  – Trajektorie geschlossener Kreis  
 $x_{u_N}(\cdot, x(n))$  – Lösung auf endlichem Horizont

# Ansatzpunkt

## Verlauf ohne Verzögerung

$$x(n+1) = x_{u_N}(1, x(n))$$


 $x(n)$ 
 $x_{u_N}(2, x(n))$ 

$$x(n+2) = x_{u_N}(1, x(n+1))$$

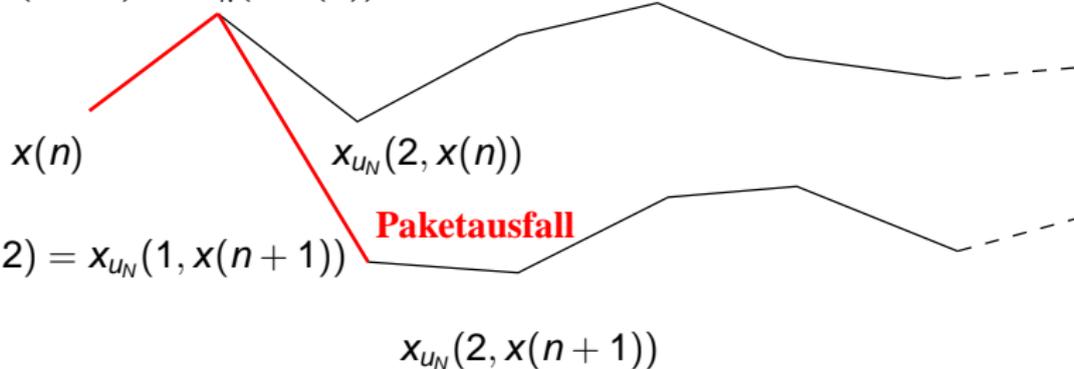
$$x(n+3) = x_{u_N}(1, x(n+2))$$

**Notation:**  $x(\cdot)$  – Trajektorie geschlossener Kreis  
 $x_{u_N}(\cdot, x(n))$  – Lösung auf endlichem Horizont

# Ansatzpunkt

## Verlauf mit Verzögerung

$$x(n+1) = x_{u_N}(1, x(n))$$

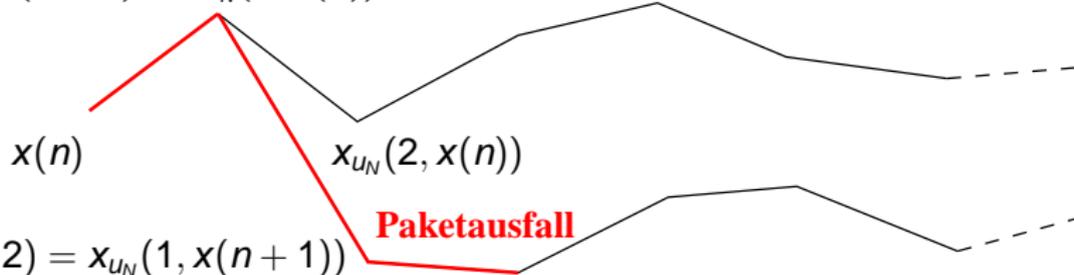


**Notation:**  $x(\cdot)$  – Trajektorie geschlossener Kreis  
 $x_{u_N}(\cdot, x(n))$  – Lösung auf endlichem Horizont

# Ansatzpunkt

## Verlauf mit Verzögerung

$$x(n+1) = x_{u_N}(1, x(n))$$



$$x(n+2) = x_{u_N}(1, x(n+1))$$

$$x(n+3) = x_{u_N}(2, x(n+1))$$

**Notation:**  $x(\cdot)$  – Trajektorie geschlossener Kreis  
 $x_{u_N}(\cdot, x(n))$  – Lösung auf endlichem Horizont

# Ansatzpunkt

## Verlauf mit Verzögerung

$$x(n+1) = x_{u_N}(1, x(n))$$



$$x(n+2) = x_{u_N}(1, x(n+1))$$

$$x(n+3) = x_{u_N}(2, x(n+1))$$

**Notation:**  $x(\cdot)$  – Trajektorie geschlossener Kreis  
 $x_{u_N}(\cdot, x(n))$  – Lösung auf endlichem Horizont

# Stabilitätsgarantie

## Grüne, Rantzer (TAC – 08)

Wenn  $\alpha \in (0, 1]$  existiert, so dass die **“relaxierte” Lyapunov Ungleichung**

$$V_N(f(x, \mu_N(x))) \leq V_N(x) - \alpha L(x, \mu_N(x))$$

für alle  $x \in X$  erfüllt ist, so folgt **asymptotische Stabilität** (mit  $V_N$  als Lyapunov Funktion). Zudem gilt die **Suboptimalitätsabschätzung**

$$\alpha J_\infty(x, \mu_N) \leq V_\infty(x).$$

## Nächste Schritte

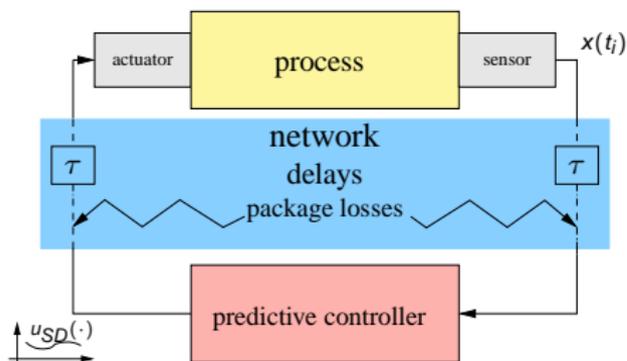
- 1 Verallgemeinerung der Stabilitätsaussage auf Ausfälle  
→ Dauer beschränkt / stochastisch
- 2 Untersuchung der Abhängigkeit  $\alpha$  von Ausfalldauer
- 3 Implementierung der Algorithmen
- 4 Erprobung an realen Systemen (Stuttgart / Magdeburg)

# Programm Stuttgart-Magdeburg

## Arbeitspaket I

Paolo Varutti

# Compensation of Delays and Package Losses



## Motivation

- **delays** and
  - **package losses**
- are unavoidable and might lead to
- **instability**
  - **loss of performance**

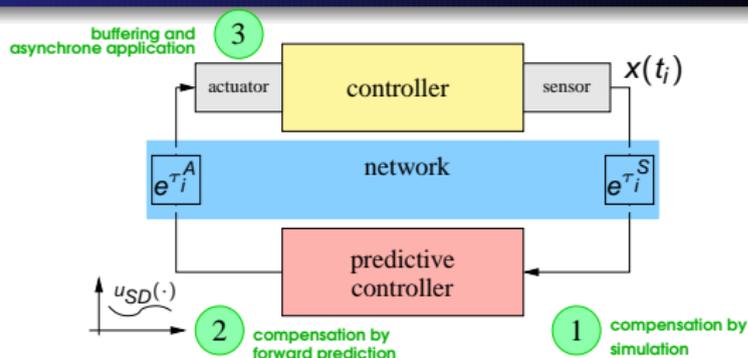
## Objective

**Design of predictive control strategies that guarantee stability and performance** taking explicitly into account

- **communication delays**
- **package losses**
- **uncertainty**

# Buffering and Compensation: Idea

simplified case:  
no package  
losses

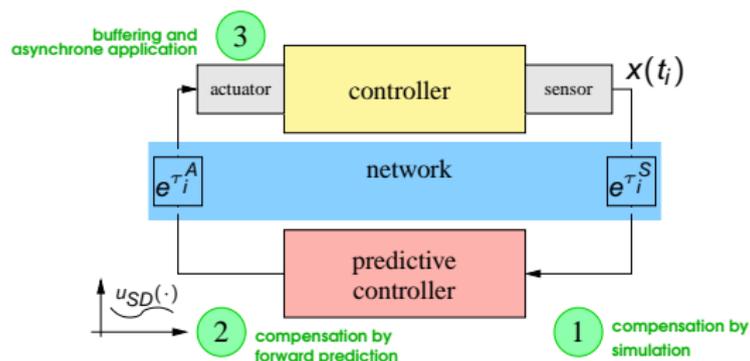


## Compensation by prediction in controller & buffering in actuator

- 1 Compensation of measurement delay by forward prediction
- 2 Controller solves problem for (worst case) delay
- 3 Actuator only applies input once the time stamps match (buffering + synchronization)

Stability?

# Buffering and Compensation: First Results



## Theorem

*The closed loop is stable in the sense of asymptotic convergence if the **nominal controller (subject to no delays) stabilizes the system.***

# Next Steps

## Robustness analysis and robust design

- 1 Development of a **suitable stability notion** (with Bayreuth)
- 2 **Examination of the inherent robustness properties:**
  - Maximum delays?
  - Maximum tolerate able uncertainties?
- 3 **Robust controller design**

## Consideration of package losses

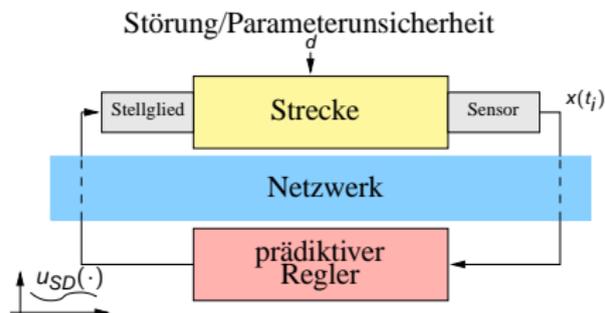
- Challenge: compensation approach conservative
- Idea:
  - Use **prediction consistent control schemes**
  - If package is lost, continue applying old input
- Stability?

# Programm Stuttgart-Magdeburg

Arbeitspaket II

Christoph Böhm

# Reduktion des Datenaustauschs



## Motivation

- begrenzte Sendeleistung der Sensoren (z.B. Batteriebetrieb)
- begrenzte Kapazität des Netzwerks

## Ziel

Entwicklung von prädiktiven Regelungsmethoden mit

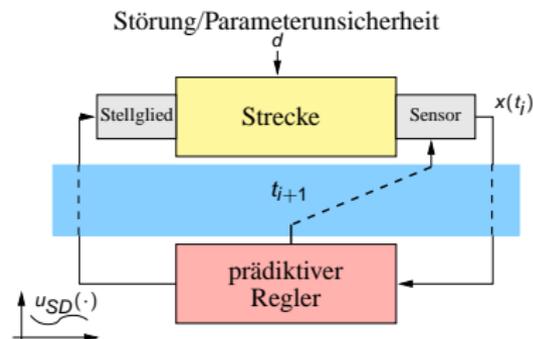
- garantierten **Stabilitätsaussagen** ggü. Störungen und Parameterunsicherheiten
- guten **Performance**-Eigenschaften

so dass **Datenaustausch**  
zwischen Regler und Sensor **minimal**

# Ansätze

## Grundidee

- Variable, nicht fest vorgegebene Abtastzeit
- Datenübertragung von Regler an Sensor
- Regler „bestimmt“ nächsten Abtastzeitpunkt  $t_{i+1}$



## Verfolgte Ansätze

- Direkte Optimierung der Abtastzeitpunkte
- Sensor verwendet vorhergesagtes Verhalten

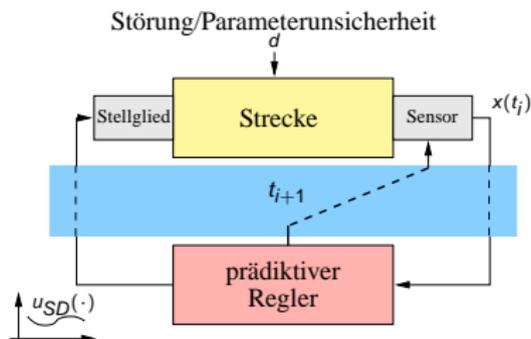
# Direkte Optimierung der Abtastzeitpunkte

## Grundidee

Regler berechnet maximales  $t_{i+1}$  unter Berücksichtigung von Störungen, Unsicherheiten

Ansatz:

- $t_{i+1}$  ist Optimierungsvariable
- Formulierung als robustes Regelungsproblem
- Übertragung von  $t_{i+1}$  an den Sensor



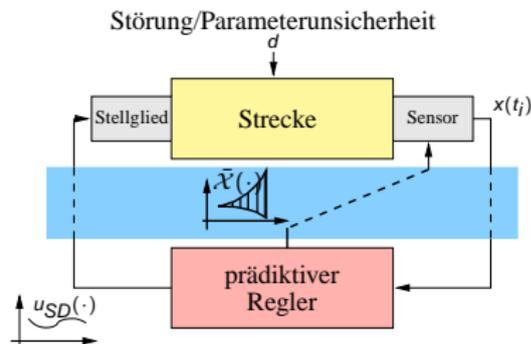
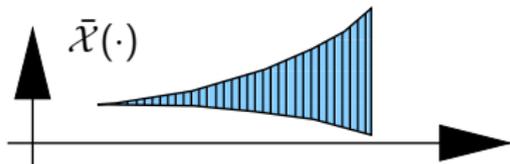
# Sensor verwendet vorhergesagtes Streckenverhalten

## Grundidee

Sensor entscheidet, wann neue Informationen gesendet werden müssen

Ansatz:

- Vorhersage des Streckenverhaltens unter Störungen und Unsicherheiten  
→ Verhaltensschlauch
- Neues Sensorsignal, wenn System Rand des Schlauches überschreitet



# Zusammenfassung

## Projekt ASYPRED

Entwicklung asynchroner prädiktiver  
Regelungsverfahren für digital vernetzte Systeme

# Zusammenfassung

## Bayreuth

Ausnutzung der prädiktiven Regelung inhärenten Strukturen zur garantierten Stabilisierung bei Paketverlusten und Verzögerungen

## Stuttgart-Magdeburg

Entwicklung strukturierter prädiktiver Regelungsverfahren mit garantierten Stabilitätsaussagen mit

- 1 Kompensation von Verzögerungen und Paketverlusten
- 2 minimalem Datenaustausch zwischen Sensor und Regler